UFRRJ
UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO

ICE – Institutos de Ciências Exatas

DEMAT – Departamento de Matemática

CÁLCULO 1 - SEMANA 7

Componente Curricular:

IC241 - CÁLCULO I (90h) - Turma: 02 (2020.1)

IC241 - CÁLCULO I (90h) - Turma: 07 (2020.1)

Prof. Roseli Alves de Moura

DERIVAÇÃO IMPLÍCITA

1) FUNÇÃO IMPLÍCITA:

Seja $F(x, y) = 0$ uma equação em x e y. Se existir uma função $y = f(x)$ tal que para todo x do seu domínio se tenha $F(x, f(x)) = 0$, dizemos que f é uma função dada implicitamente por essa equação. Podemos determinar y' sem explicitar y, esse processo se chama derivação implícita e emprega a regra da cadeia.

Exemplo: Obtenha uma equação da reta tangente à curva da implicitamente pela equação $x^2 + y^2 = 2$ no ponto P=(1,1).

Resolução: Derivando membro a membro a equação dada teremos;

$2x + 2y.y' = 0 \Rightarrow y' = -\frac{x}{y}$ a derivada na forma implícita

Achando o coeficiente angular da tangente: $y'(1,1) = -\frac{1}{1} = -1$

Logo a RT é $y - 1 = -1(x - 1) \Rightarrow y = -x + 2$

EXERCÍCIOS:

Achar a derivada da função $f(x)$ definida implicitamente pela equação:

1) $\ln\left(x^2 + y^2\right) = 2\arctan\left(\frac{x}{y}\right)$

Resolução: $\frac{2x + 2y.y'}{x^2 + y^2} = 2\frac{1}{1 + \left(\frac{x}{y}\right)^2}.\left(\frac{y - x.y'}{y^2}\right) \Rightarrow x + y.y' = y - x.y' \Rightarrow y' = \frac{y - x}{y + x}$

2) $y^2 - x^2 = \text{sen}(xy)$

Resolução: $2y.y' - 2x = \cos(xy).\left(y + x.y'\right) \Rightarrow y' = \frac{2x + y\cos(xy)}{2y - x\cos(xy)}$

3) Ache o coeficiente angular da reta tangente à curva $y = f(x)$ definida implicitamente por $3(x^2 + y^2)^2 = 100xy$ no ponto de coordenadas (3,1).

Resolução: $6.(x^2 + y^2).(2x + 2y.y') = 100y + 100x.y' \Rightarrow y' = \dfrac{25y - 3x^3 - 3xy^2}{3yx^2 + 3y^3 - 25x}$

$$\Rightarrow y'(3{,}1) = \frac{25 - 81 - 9}{27 + 3 - 75} = \frac{13}{9}$$