

Agradecimentos ao Prof. Agostini

## Soma de Produtos e Soma de mintermos

- Literal é uma variável complementada ou não complementada
- Termo de Produto é uma única literal ou AND (Produto) de literais
- Soma de produtos consiste em um único Termo de produto ou no OR (soma) de Termos de produto

Ex:

Literais:  $x, y, \bar{z}, \bar{x}$

Termos de produto:  $x_0, x_1 x_2, x_3 x_1 x_0'$

Soma de produtos:  $\bar{x}_2 + \bar{x}_3 x_1 + \bar{x}_3 \bar{x}_1 x_0$

**Mintermo:** O mintermo de  $n$  variáveis é um termo de  $n$  literais, em que cada variável aparece exatamente uma vez ou na forma complementada ou na forma não complementada

→ Há  $2^n$  mintermos de  $n$  variáveis

	$m_0$	$m_1$	$m_2$	$m_3$	$m_4$	$m_5$	$m_6$	$m_7$
$x_2 x_1 x_0$	$\bar{x}_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0$	$\bar{x}_2 \bar{x}_1 x_0$	$\bar{x}_2 x_1 \bar{x}_0$	$\bar{x}_2 x_1 x_0$	$x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0$	$x_2 \bar{x}_1 x_0$	$x_2 x_1 \bar{x}_0$	$x_2 x_1 x_0$
000	1	0	0	0	0	0	0	0
001	0	1	0	0	0	0	0	0
010	0	0	1	0	0	0	0	0
011	0	0	0	1	0	0	0	0
100	0	0	0	0	1	0	0	0
101	0	0	0	0	0	1	0	0
110	0	0	0	0	0	0	1	0
111	0	0	0	0	0	0	0	1

## Síntese com soma de produtos

A	B	C	F1
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

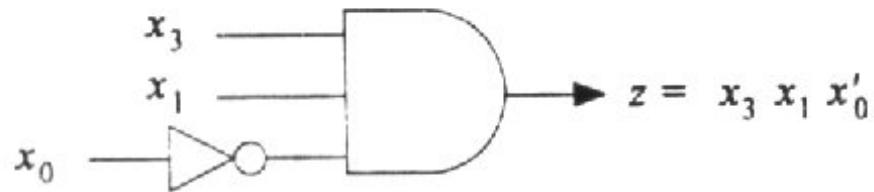
→  $\bar{A} \cdot B \cdot \bar{C}$

Repare que  $\bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} = 1$  somente se  $A=0$ ,  $B=1$  e  $C=0$ .

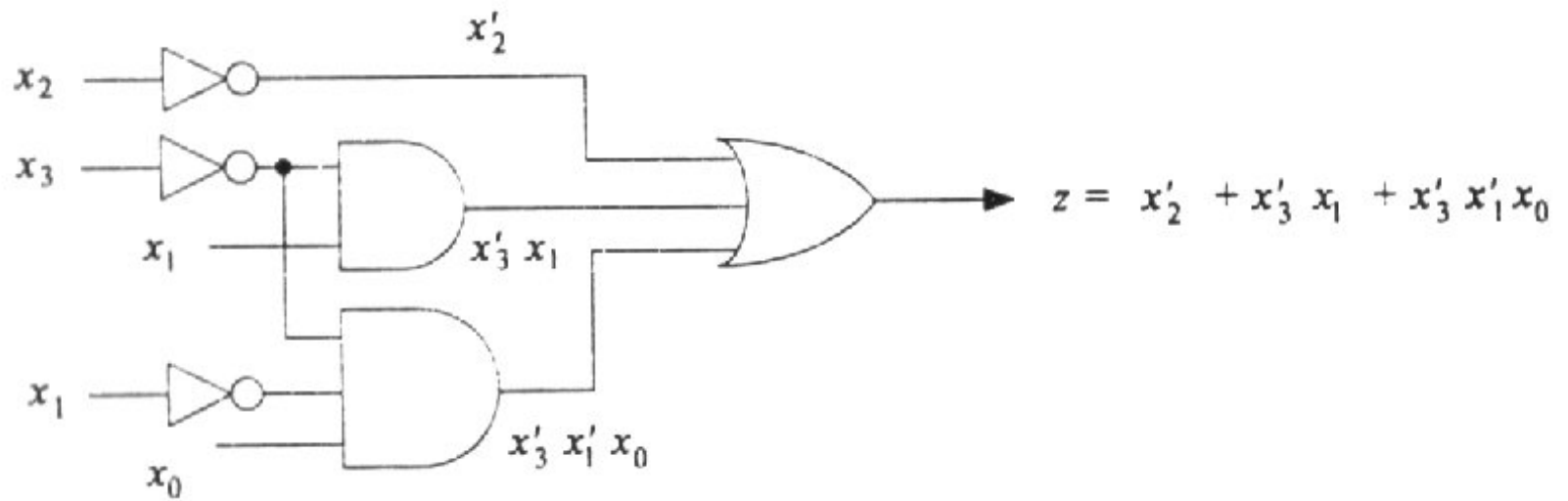
Em qualquer outro caso,  $\bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} = 0$

$$F1 = \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C}$$

# Síntese com soma de produtos



(a)



(b)

# Síntese com soma de produtos

Lista dos possíveis mintermos para uma função de 3 entradas

A	B	C	mintermos
0	0	0	$\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$
0	0	1	$\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C$
0	1	0	$\bar{A} \cdot B \cdot \bar{C}$
0	1	1	$\bar{A} \cdot B \cdot C$
1	0	0	$A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$
1	0	1	$A \cdot \bar{B} \cdot C$
1	1	0	$A \cdot B \cdot \bar{C}$
1	1	1	$A \cdot B \cdot C$

## Síntese com soma de produtos

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

$\rightarrow \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C}$

$\rightarrow \bar{A} \cdot B \cdot C$

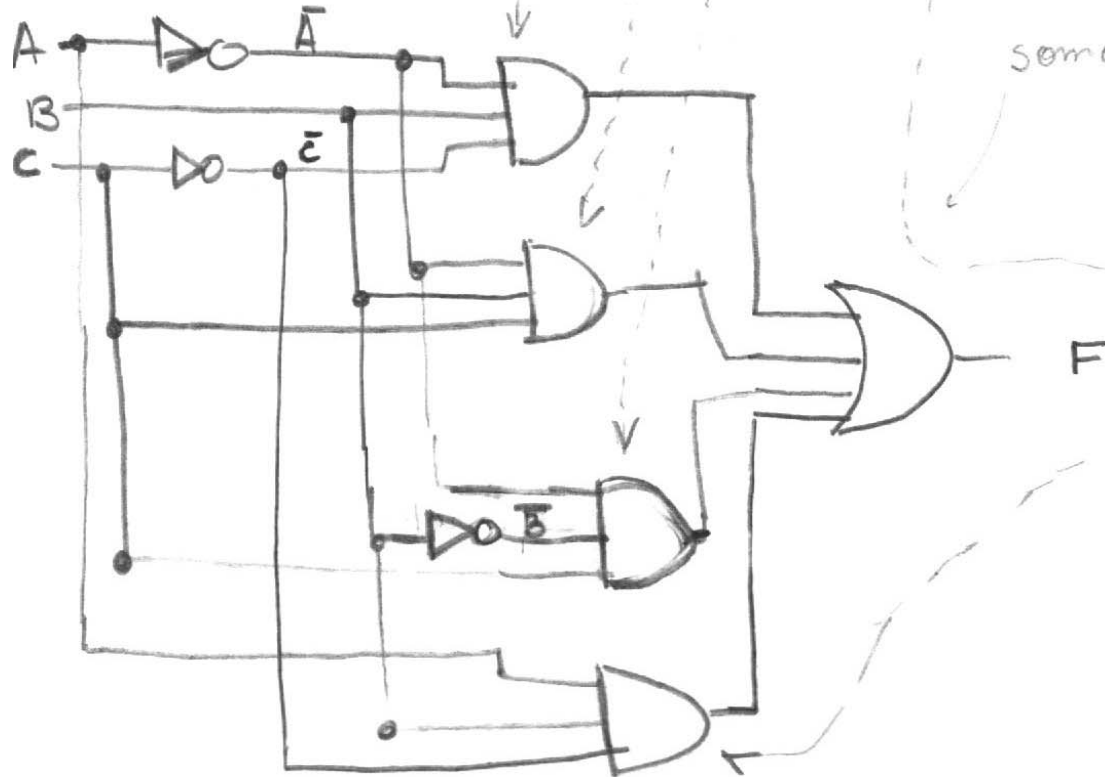
$\rightarrow A \cdot \bar{B} \cdot C$

$\rightarrow A \cdot B \cdot \bar{C}$

$$F = \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot B \cdot C + A \cdot \bar{B} \cdot C + A \cdot B \cdot \bar{C}$$

## Soma de produtos (mintermos)

$$F = \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot B \cdot C + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C + A \cdot B \cdot \bar{C}$$



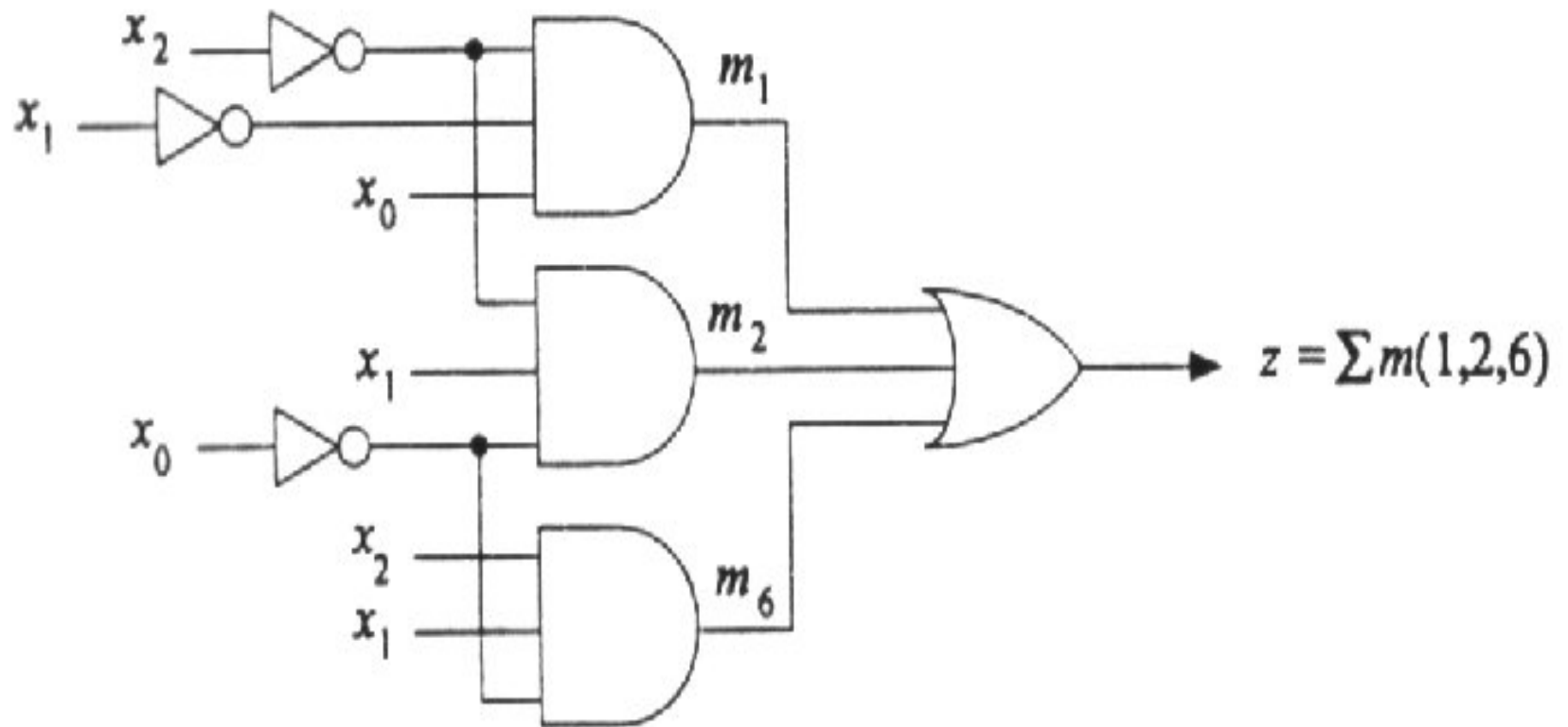
soma (porta lógica OR)  
com 4 entradas,  
pois tem-se 4 termos  
de produto.



## Síntese com soma de produtos

A	B	C	mintermos
0	0	0	$\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$
0	0	1	$\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C$
0	1	0	$\bar{A} \cdot B \cdot \bar{C}$
0	1	1	$\bar{A} \cdot B \cdot C$
1	0	0	$A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$
1	0	1	$A \cdot \bar{B} \cdot C$
1	1	0	$A \cdot B \cdot \bar{C}$
1	1	1	$A \cdot B \cdot C$

## Síntese com soma de produtos



## Síntese com soma de produtos

A soma de mintermos equivalente à expressão

$$E(x_2, x_1, x_0) = x_2(x_1 x_0)' + x_1 x_0'$$

é obtida pela aplicação de identidades algébricas, da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} E(x_2, x_1, x_0) &= x_2 x_1' + x_2 x_0' + x_1 x_0' \\ &= x_2 x_1' (x_0 + x_0') + x_2 x_0' (x_1 + x_1') + x_1 x_0' (x_2 + x_2') \\ &= x_2 x_1' x_0 + x_2 x_1' x_0' + x_2 x_0' x_1 + x_2 x_0' x_1' + x_1 x_0' x_2 + x_1 x_0' x_2' \\ &= x_2' x_1 x_0' + x_2 x_1' x_0' + x_2 x_1' x_0 + x_2 x_1 x_0' \\ &= \sum m(2, 4, 5, 6) \end{aligned}$$

## Síntese

A	B	C	P
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

## Produto de Somas e produto de maxTermo

- Termo da soma é um literal ou uma soma de literais

Ex:

$$x_2$$
$$(x_5 + x_6)$$
$$(x_1, \bar{x}_2, x_4)$$

- Produto de Somas consiste em um único Termo de soma ou em diversos Termos da soma conectados pelo operador AND (mod)

Ex:

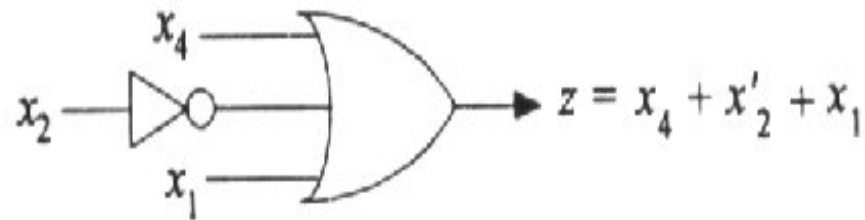
$$x_0(\bar{x}_3 + x_2)(\bar{x}_3 + \bar{x}_2 + x_1)$$

**MAXTERMO:** Um maxtermo de  $n$  variáveis é um termo de soma no qual cada variável aparece exatamente uma vez, na forma não complementada ou complementada.

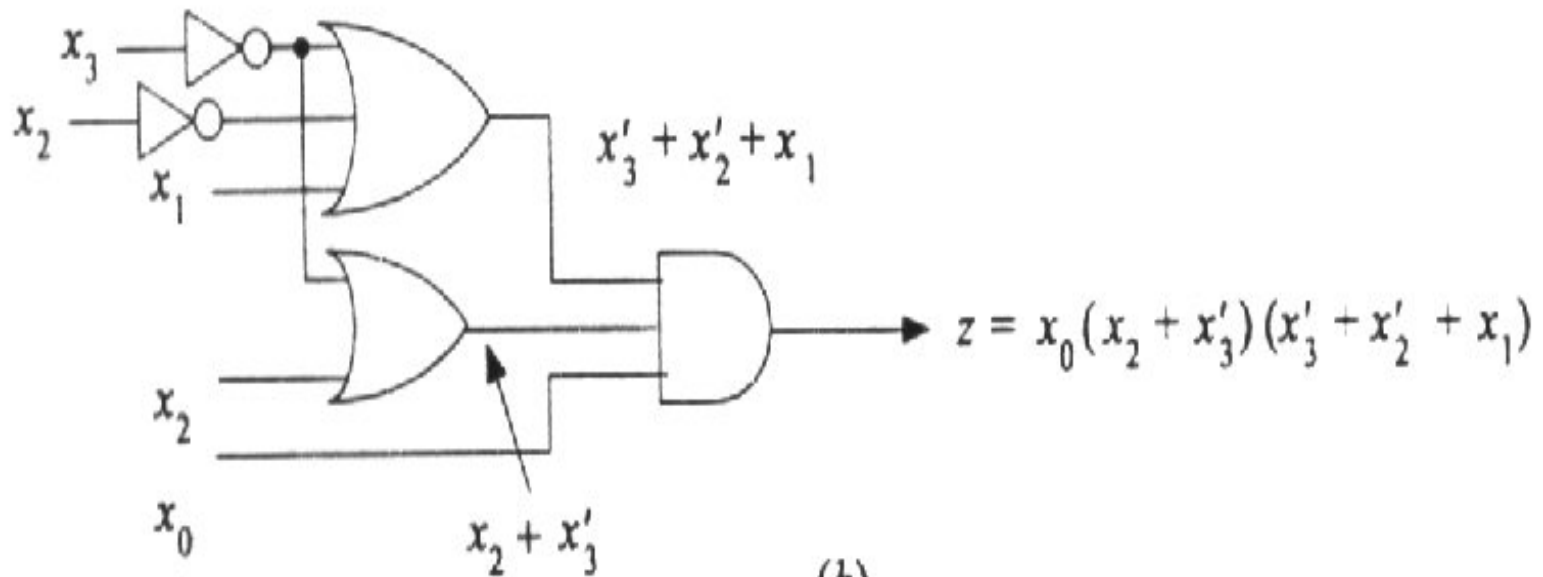
Ha  $2^n$  maxTermos de  $n$  variáveis

$x_2 \ x_1 \ x_0$	$M_0$ $(x_2 + x_1 + x_0)$	$M_1$ $(x_2 + x_1 + \bar{x}_0)$	$M_2$ $(x_2 + \bar{x}_1 + x_0)$	$M_3$ $(x_2 + \bar{x}_1 + \bar{x}_0)$	$M_4$ $(\bar{x}_2 + x_1 + x_0)$	$M_5$ $(\bar{x}_2 + x_1 + \bar{x}_0)$	$M_6$ $(\bar{x}_2 + \bar{x}_1 + x_0)$	$M_7$ $(\bar{x}_2 + \bar{x}_1 + \bar{x}_0)$
0 0 0	0	1	1	1	1	1	1	1
0 0 1	1	0	1	1	1	1	1	1
0 1 0	1	1	0	1	1	1	1	1
0 1 1	1	1	1	0	1	1	1	1
1 0 0	1	1	1	1	0	1	1	1
1 0 1	1	1	1	1	1	0	1	1
1 1 0	1	1	1	1	1	1	0	1
1 1 1	1	1	1	1	1	1	0	0

## Síntese com produto de somas



(a)



(b)

## Síntese com produto de somas

A	B	C	P	P'	P''
0	0	0	0	1	0
0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1
1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	1	1

Note que, se fizermos o E da coluna P' com a coluna P'', obteremos exatamente a coluna P. Portanto:

$$P = P' \cdot P''$$

$$P = (A+B+C) \cdot (\bar{A}+B+C)$$

Repare que no caso de produto de somas os parêntesis são obrigatórios



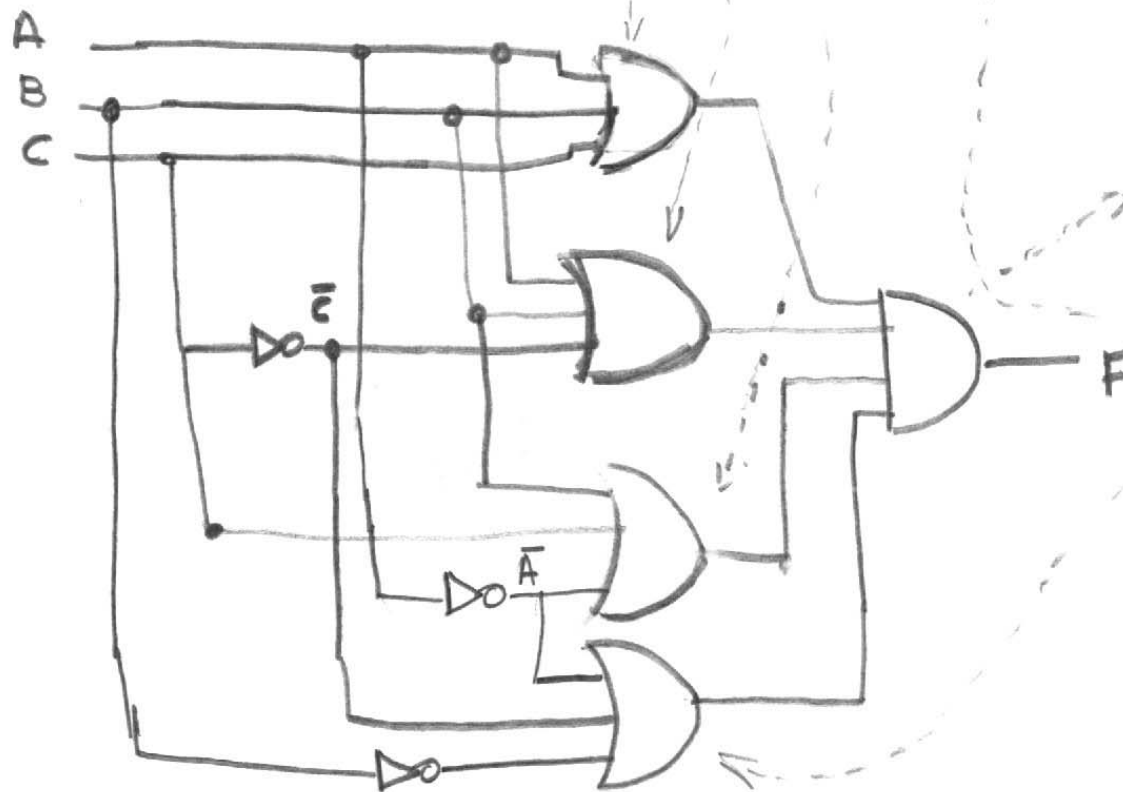
## Síntese com produto de soma

A	B	C	F	
0	0	0	0	→ $A+B+C$
0	0	1	0	→ $A+B+\bar{C}$
0	1	0	1	
0	1	1	1	
1	0	0	0	→ $\bar{A}+B+C$
1	0	1	1	
1	1	0	1	
1	1	1	0	→ $\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}$

$$F = (A+B+C) \cdot (A+B+\bar{C}) \cdot (\bar{A}+B+C) \cdot (\bar{A}+\bar{B}+\bar{C})$$

Síntese com produto de soma

$$F = (A+B+C)(A+B+\bar{C})(\bar{A}+B+C)(\bar{A}+\bar{B}+\bar{C})$$



Produto: porta lógica  
AND, com 4 entradas  
pois tem-se 4 termos  
da soma.

## Síntese com produto de somas

Lista dos possíveis maxtermos para uma função de 3 entradas

A	B	C	maxtermos
0	0	0	$A+B+C$
0	0	1	$A+B+\bar{C}$
0	1	0	$A+\bar{B}+C$
0	1	1	$A+\bar{B}+\bar{C}$
1	0	0	$\bar{A}+B+C$
1	0	1	$\bar{A}+B+\bar{C}$
1	1	0	$\bar{A}+\bar{B}+C$
1	1	1	$\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}$

# Síntese com produto de somas

$$E(\underline{x}) = \prod M(\{j \mid f(j) = 0\})$$

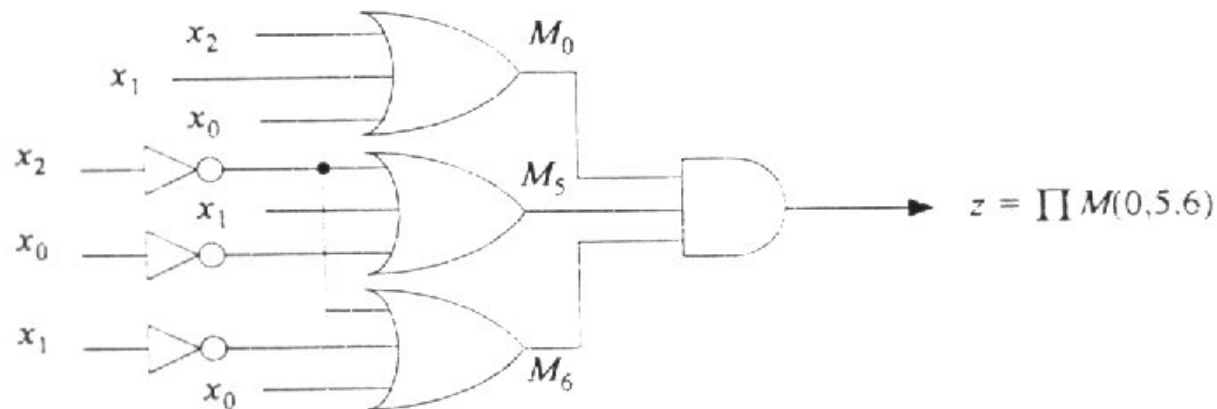
O produto de maxtermos

$$E(x_2, x_1, x_0) = (x_2 + x_1 + x_0)(x'_2 + x_1 + x'_0)(x'_2 + x'_1 + x_0)$$

também pode ser denotado usando-se a notação- $M$  por

$$\begin{aligned} E(x_2, x_1, x_0) &= M_0 \cdot M_5 \cdot M_6 \\ &= \prod M(0, 5, 6) \end{aligned}$$

Uma rede de portas para esta expressão é mostrada na Figura 2.14.



**Figura 2.14** Rede de portas correspondente a  $E(x_2, x_1, x_0) = \prod M(0, 5, 6)$ .