

CÁLCULO 1 - SEMANA 6

Componente Curricular:

IC241 - CÁLCULO I (90h) - Turma: 02 (2020.1)

IC241 - CÁLCULO I (90h) - Turma: 07 (2020.1)

Prof. Roseli Alves de Moura

REGRA DA CADEIA – TABELA E EXERCÍCIOS

TABELA DE FUNÇÕES DERIVADAS (ENCADEAMENTO)

Função	Função Derivada
$y(x) = a, a \in \mathbb{R}$	$y'(x) = 0$
$y(x) = f(x)^n$	$y'(x) = n \cdot f(x)^{n-1} \cdot f'(x)$
$y(x) = a^{f(x)}, a > 0 \text{ e } a \neq 1$	$y'(x) = a^{f(x)} \cdot \ln a \cdot f'(x)$
$y(x) = e^{f(x)}$	$y'(x) = e^{f(x)} \cdot f'(x)$
$y(x) = \log_b f(x), b > 0 \text{ e } b \neq 1$	$y'(x) = \frac{f'(x)}{f(x)} \cdot \log_b e$
$y(x) = \ln f(x)$	$y'(x) = \frac{f'(x)}{f(x)}$
$y(x) = \operatorname{sen} f(x)$	$y'(x) = \cos f(x) \cdot f'(x)$
$y(x) = \cos f(x)$	$y'(x) = -\operatorname{sen} f(x) \cdot f'(x)$
$y(x) = \operatorname{tg} f(x)$	$y'(x) = \sec^2 f(x) \cdot f'(x)$
$y(x) = \operatorname{cotg} f(x)$	$y'(x) = -\operatorname{cosec}^2 f(x) \cdot f'(x)$
$y(x) = \sec f(x)$	$y'(x) = \sec f(x) \cdot \operatorname{tg} f(x) \cdot f'(x)$
$y(x) = \operatorname{cosec} f(x)$	$y'(x) = -\operatorname{cosec} f(x) \cdot \operatorname{cotg} f(x) \cdot f'(x)$
$y(x) = \operatorname{arcsen} f(x)$	$y'(x) = \frac{f'(x)}{\sqrt{1 - f(x)^2}}$

$y(x) = \arccos f(x)$	$y'(x) = \frac{-f'(x)}{\sqrt{1 - f(x)^2}}$
$y(x) = \arctg f(x)$	$y'(x) = \frac{f'(x)}{1 + f(x)^2}$
$y(x) = \operatorname{arccotg} f(x)$	$y'(x) = \frac{-f'(x)}{1 + f(x)^2}$
$y(x) = \operatorname{arcsec} f(x)$	$y'(x) = \frac{f'(x)}{f(x) \cdot \sqrt{f(x)^2 - 1}}$
$y(x) = \operatorname{arccosec} f(x)$	$y'(x) = \frac{f'(x)}{f(x) \cdot \sqrt{f(x)^2 - 1}}$

EXERCÍCIOS: Calcule $f'(x)$:

1) $f(x) = \ln(\sin 2x)$

Resolução: $y' = \frac{1}{\sin 2x} \cdot \cos 2x \cdot 2 = 2 \frac{\cos 2x}{\sin 2x} = 2 \cot 2x$

2) $f(x) = \sin \sqrt{x}$

Resolução: $f'(x) = \cos \sqrt{x} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{\cos \sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$

3) $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$

Resolução: $f'(x) = e^{\frac{1}{x}} \left(-\frac{1}{x^2}\right) = -\frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}$

4) $f(x) = \cos(\ln x)$

Resolução: $f'(x) = -\frac{\sin(\ln x)}{x}$

5) $f(x) = 2^{\ln x}$

Resolução: $f'(x) = \frac{2^{\ln x} \ln 2}{x}$

6) $y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{x+1}{x-1} \right)$

Resolução: $y = \frac{1}{2} [\ln(x+1) - \ln(x-1)]$.

Logo $y' = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-1} \right] = \frac{1}{2} \cdot \frac{x-1-x-1}{x^2-1} = -\frac{1}{x^2-1}$

7) $y = x\sqrt{4+x^2} + 4\ln(x + \sqrt{4+x^2})$

Resolução: $y' = \sqrt{4+x^2} + \frac{x^2}{\sqrt{4+x^2}} + \frac{4}{x + \sqrt{4+x^2}} \left[1 + \frac{x}{\sqrt{4+x^2}} \right] = 2\sqrt{4+x^2}$

$$8) \quad y = \frac{1}{2} \tan^2 x + \ln(\cos x)$$

$$\text{Resolução: } y' = \tan x \cdot \sec^2 x - \frac{\sin x}{\cos x} = \tan x (\sec^2 x - 1) = \tan^3 x$$

$$9) \quad y = \sin(2x) - 2x \cdot \cos(2x)$$

$$\text{Resolução: } y' = 2 \cos(2x) - 2 \cos(2x) + 4x \sin(2x) = 4x \sin(2x)$$

$$10) \quad y = \frac{x}{2} [\sin(\ln x) - \cos(\ln x)]$$

$$\text{Resolução: } y' = \frac{1}{2} [\sin(\ln x) - \cos(\ln x)] + \frac{x}{2} \left[\frac{\cos(\ln x)}{x} + \frac{\sin(\ln x)}{x} \right] = \sin(\ln x)$$

$$11) \quad y = \arctan(\ln x)$$

$$\text{Resolução: } y' = \frac{1}{x\sqrt{1+\ln^2 x}}$$

$$12) \quad y = \ln(\arcsen x) + \frac{1}{2} \ln^2 x + \arcsen(\ln x)$$

$$\text{Resolução: } y' = \frac{1}{\arcsen x \sqrt{1+x^2}} + \frac{\ln x}{x} + \frac{1}{x\sqrt{1+\ln^2 x}}$$

$$13) \quad y = x \arcsen x + \sqrt{1-x^2}$$

$$\text{Resolução: } y' = \arcsen x + \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} - \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsen x$$

$$14) \quad y = \cos(\arcsen x)$$

$$\text{Resolução: } y' = -\sin(\arcsen x) \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = -\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$15) \quad y = \arcsen \sqrt{x}$$

$$\text{Resolução: } y' = \frac{1}{|\sqrt{x}| \sqrt{(\sqrt{x})^2 - 1}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{2|x|\sqrt{x-1}}$$

$$16) \quad y = \arcsen \cot\left(\frac{1}{x}\right) + \arctan x$$

$$\text{Resolução: } y' = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{x}\right)^2} \cdot \frac{1}{x^2} + \frac{1}{1+x^2} = \frac{2}{1+x^2}$$

$$19) \quad y = \ln[\arccos x] + e^{\arctan 2x}$$

$$\text{Resolução: } y' = \frac{-1}{\arccos x \sqrt{1-x^2}} + \frac{2e^{\arctan 2x}}{1+4x^2}$$

$$20) \quad y = \frac{x \arcsen x}{\sqrt{1-x^2}} + \ln \sqrt{1-x^2}$$

$$\text{Resolução: } y' = \frac{(\arcsen x + \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}) \sqrt{1-x^2} - x \arcsen x \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}}{1-x^2} + \frac{-x}{1-x^2} = \frac{\arcsen x}{(1-x^2)^{3/2}}$$

$$22) \quad y = \arctan \left[\frac{x \operatorname{sen} a}{1 - x \cos a} \right]$$

$$\text{Resolução: } y' = \frac{1}{1 + \left[\frac{x \operatorname{sen} a}{1 - x \cos a} \right]^2} \frac{\operatorname{sen} a(1 - x \cos a) - x \operatorname{sen} a(-\cos a)}{(1 - x \cos a)^2} = \frac{\operatorname{sen} a}{1 - 2x \cos a + x^2}$$