

Algoritmo genético

Prof. Marcelo Dib Cruz

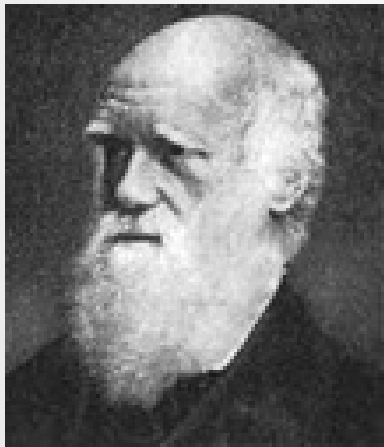
Algoritmos Genéticos

Algoritmos Genéticos

Criados por Holland (1975) baseiam-se nos processos observados na evolução natural. Similarmente à teoria biológica dos sistemas naturais, os melhores indivíduos sobrevivem e geram descendentes com suas características hereditárias.

Um pouco de Biologia

1859 - Charles Darwin publica o livro *“A Origem das Espécies”*:



“As espécies evoluem pelo princípio da seleção natural e sobrevivência do mais apto.”

Um pouco de Biologia



Gregor
Mendel



- 1865- Gregor Mendel apresenta experimentos do cruzamento genético de ervilhas.
 - ◆ Pai da genética.
- A Teoria da Evolução começou a partir da conceituação integrada da seleção natural com a Genética.

Um pouco de Biologia

- Segundo Darwin e sua Teoria da Evolução, os indivíduos mais capacitados para a competição por recursos são os que irão sobreviver em ambientes hostis.
- A capacidade de adaptação a um ambiente em mutação é essencial à sobrevivência das espécies e o conjunto de características de um indivíduo determina a sua capacidade de sobrevivência.
- Estas características, em geral, são determinadas pelo material genético individual e controladas por uma unidade básica chamada **gene** e um conjunto de genes forma um cromossomo

Um pouco de Biologia

- São as modificações que ocorrem no material genético das espécies que constituem a essência do processo de evolução.
- A evolução se dá através da ação em conjunto da seleção natural e da recombinação de material genético, durante a reprodução.
- Na natureza, a competição faz com que os indivíduos mais aptos tenham mais chances de sobreviver, enquanto os menos favorecidos tendem a desaparecer.

Um pouco de Biologia

- O mecanismo de seleção natural leva à sobrevivência dos genes mais aptos.
- O processo de evolução inicia-se na recombinação de material genético proveniente dos pais durante a reprodução, quando novas combinações de genes são geradas a partir das já existentes.
- A troca de material genético entre cromossomos durante a reprodução é chamada de *crossover*.

Um pouco de Biologia

- Pedacos dos cromossomos dos pais são trocados durante o *crossover*, possibilitando o surgimento de combinações mais “corretas” de genes e, conseqüentemente, de indivíduos mais capacitados.
- A repetição do processo de seleção e *crossover* ao longo das gerações permite a evolução contínua do material genético da espécie, aumentando a chance de gerar indivíduos que sobrevivam em um ambiente competitivo.

Algoritmos Genéticos

Características:

- Usam técnicas de aleatorização
- São robustos e de uso geral
- Trabalham unicamente com o valor da função objetivo (restrições podem ser incorporadas).
- Utilizam regras probabilísticas

Algoritmos Genéticos

Termos Utilizados:

- Indivíduo - Solução para um problema;
- População - Conjunto de soluções;
- Cromossomo - Codificação de uma solução;
- Aptidão/Fitness - Qualidade da solução;
- Alelo/Gene – Cada elemento que forma a solução, ou seja, um cromossomo é um conjunto de Genes;

Algoritmos Genéticos

- Eles operam sobre a representação codificada de soluções, equivalente ao material genético dos indivíduos na natureza.
- O AG de Holland codifica as soluções em cadeias de bits, onde cada solução é associada a uma medida de qualidade ou *fitness*.
- A medida de *fitness* reflete a qualidade de um indivíduo em relação aos demais. Quanto maior a medida de *fitness* de um indivíduo, maiores as suas chances de se reproduzir e sobreviver à próxima geração.

Algoritmos Genéticos

- Assim como na natureza, um mecanismo de seleção força a contínua evolução da qualidade das gerações.
- Inicialmente é gerada uma população formada por um conjunto aleatório de indivíduos que podem ser vistos como possíveis soluções do problema.
- Durante o processo evolutivo, esta população é avaliada: para cada indivíduo é dada uma nota, refletindo sua habilidade de adaptação a determinado ambiente.
- Uma porcentagem dos mais adaptados é mantida, enquanto os outros são descartados.

Algoritmos Genéticos

- Os membros mantidos pela seleção podem sofrer modificações em suas características fundamentais através de mutações e cruzamentos, gerando descendentes para a próxima geração.
- A recombinação de material genético é simulada através de um mecanismo de *crossover* que troca pedaços entre as cadeias de bits dos pais.
- Outra operação, chamada de mutação, provoca alterações esporádicas e randômicas nas cadeias de bits.

Algoritmos Genéticos

O projeto de um AG deve conter os componentes:

- Uma representação na forma de cromossomos das soluções potenciais do problema.
- Uma forma de criar uma população inicial de soluções válidas.
- O projeto de uma função de avaliação que classifique os indivíduos em função de sua aptidão.
- Operadores genéticos que alterem a composição dos filhos (*crossover* e *mutação*).
- A atribuição de valores aos diversos parâmetros usados pelos AG's (tamanho da população, probabilidade da aplicação dos operadores genéticos, critério de parada, etc.).

Algoritmos Genéticos

- Durante a geração t , o algoritmo mantém uma população de soluções potenciais (cromossomos)

$$P(t) = \{v_1, \dots, v_n\}.$$

- Cada solução v_i é avaliada para fornecer a medida de sua qualidade ou aptidão.
- Uma nova população $P(t+1)$ é então formada, selecionando-se, probabilisticamente, os cromossomos mais aptos de $P(t)$.
- Alguns dos membros desta nova geração sofrem transformações por meio de operações de *crossover* e mutação, de acordo com uma probabilidade pré-definida.

Algoritmos Genéticos

- As operações genéticas que serão aplicadas aos indivíduos escolhidos são:
 - Reprodução de um indivíduo através da inserção de outra cópia sua na população.
 - Recombinação de dois indivíduos existentes, usando a operação de crossover, para formar dois outros novos indivíduos.
 - Mutação aleatória de um gene, localizado em uma posição escolhida também aleatoriamente, criando um novo indivíduo.

Algoritmos Genéticos

ALGORITMO GENÉTICO SIMPLIFICADO

1. Seja P uma população inicial de indivíduos
2. Repita
 3. Obtenha novos indivíduos N a partir de P por
 4. Cruzamentos:
 5. Selecione pares de indivíduos em P
 6. Produza filhos de cada par
 7. Mutação:
 8. Selecione indivíduos de P
 9. Produza filhos de maneira assexuada
 10. Atualize P selecionando indivíduos de $P \cup N$
11. Até atingir critério de parada
12. Devolva indivíduo $e \in P$ mais adaptado

Algoritmos Genéticos

Nova Geração

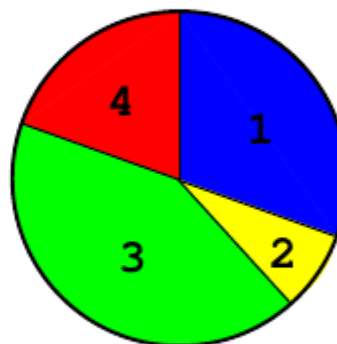
- Mantenha a população P com n elementos;
- Use probabilidade para escolher alguns elementos (e.g. método da roleta) ;
- Utilize cruzamento e mutação para gerar novos indivíduos;
- Remova da população os indivíduos menos adaptados;

Algoritmos Genéticos

Método da Roleta (Roulette Wheel)

Suponha que temos uma população de $n = 4$ indivíduos:

Item	Aptidão/Fitness	Chance de Escolha
1	150	30%
2	50	10%
3	200	40%
4	100	20%
Total	500	100%



A chance de escolher um indivíduo é proporcional à aptidão.

- Para gerar uma nova população com m indivíduos, sorteie (rode a roleta) m vezes (pode dar repetições).

Algoritmos Genéticos

Exemplos de codificação

Vetor de bits Cada bit pode representar um elemento que forma uma solução.

Cromossomo 1:

1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Cromossomo 2:

0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Permutação Usado para problemas com ordem, como o TSP.

Cromossomo 1:

1	4	2	8	5	7	6	9	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Cromossomo 2:

5	2	6	9	4	3	1	7	8
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Algoritmos Genéticos

Função de Aptidão/Fitness

- Função que quantifica o quão bom é uma solução (indivíduo) em relação aos outros.
- Em geral, a aptidão é o valor da solução.
- Quanto mais próximo da solução ótima, mais apta é a solução.

Algoritmos Genéticos

Seleção

- Baseada no princípio da sobrevivência do mais adaptado, um indivíduo é selecionado probabilisticamente, baseando-se no seu grau de adaptação.
- O interessante é que mesmo os pouco ou nada adaptados possuem alguma chance de se reproduzirem.

Algoritmos Genéticos

Seleção

- Seleção para Cruzamento/Crossover ou Mutação
- Selecione de maneira aleatória
- Seleção baseada na aptidão/fitness.
- Um mesmo indivíduo pode estar em vários cruzamentos ou várias mutações.

Algoritmos Genéticos

Cruzamento/Crossover

Cruzamento em 1 ponto:

Pai 1:

11111		1111111111
-------	--	------------

Pai 2:

00000		0000000000
-------	--	------------

Produzem os filhos:

Filho 1:

11111		0000000000
-------	--	------------

Filho 2:

00000		1111111111
-------	--	------------

Algoritmos Genéticos

Cruzamento/Crossover

Cruzamento em k pontos:

Pai 1:

111	11	11111	1111
-----	----	-------	------

Pai 2:

000	00	00000	0000
-----	----	-------	------

Produzem os filhos:

Filho 1:

111	00	11111	0000
-----	----	-------	------

Filho 2:

000	11	00000	1111
-----	----	-------	------

Os k pontos podem ser gerados aleatoriamente. Um filho pode ser gerado de vários pais.

Algoritmos Genéticos

Mutação

- ▶ Gera variabilidade na população, principalmente com aleatoriedade
- ▶ Em geral uma mutação é obtida por pequenas mudanças no indivíduo original

Por exemplo: Sortear posições no vetor de bits e trocar seus valores

Indivíduo:

1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0
---	---	----------	---	---	---	----------	---	---	---	---	----------	---	---	---

Mutação:

1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0
---	---	----------	---	---	---	----------	---	---	---	---	----------	---	---	---

Algoritmos Genéticos

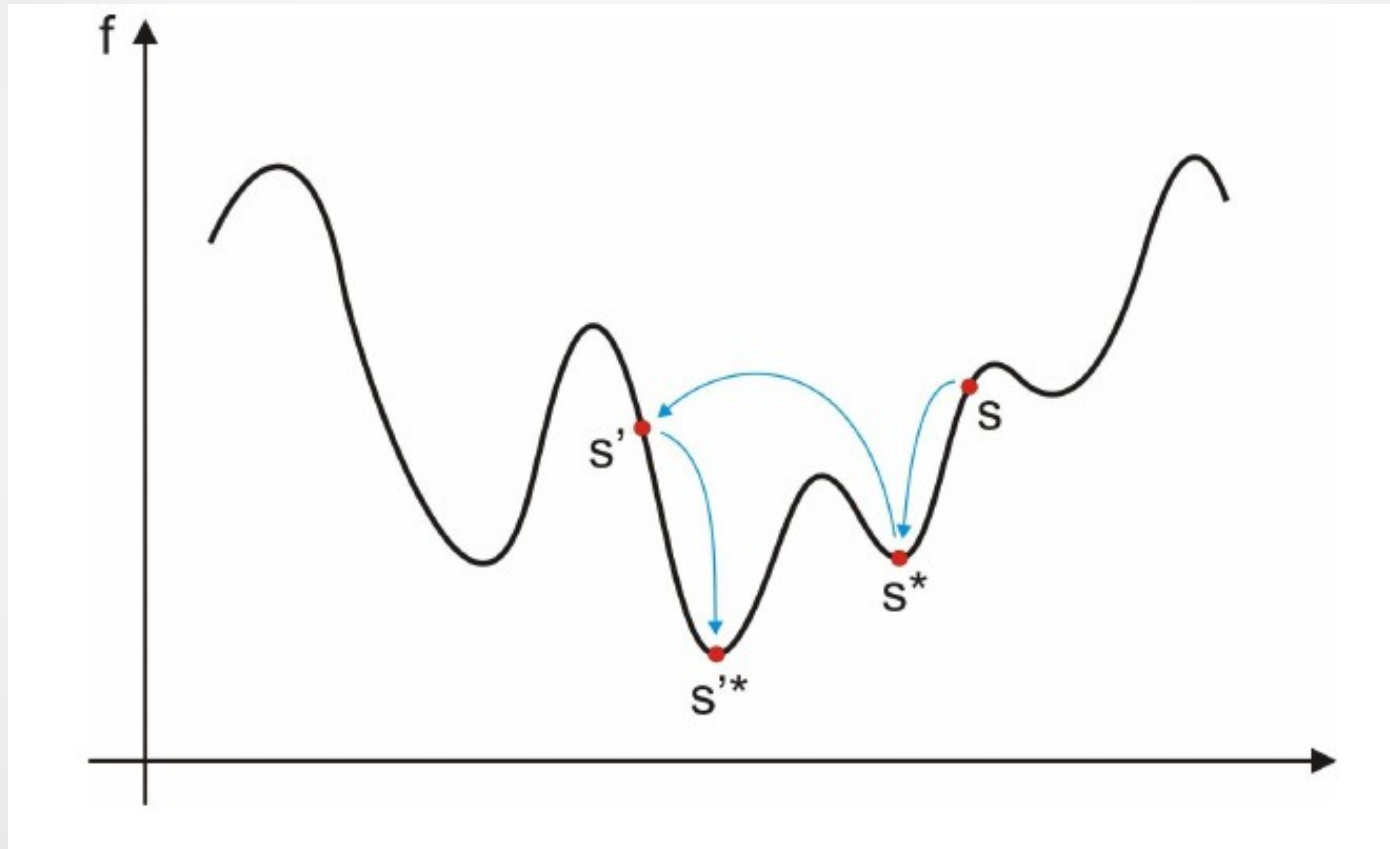
- O operador mutação atua ao nível de bit, usando uma probabilidade de troca de P_m .
- No exemplo, se $P_m=10\%$, quando um cromossomo for escolhido o mesmo é varrido bit a bit.
- Para cada bit desta, gera-se um número aleatório entre $[1,100]$.
- Se, por exemplo, o número for de 1 a 10, o bit é invertido, se não, ele é mantido.

Algoritmos Genéticos

- Combinados, os processos de seleção e recombinação realizam uma espécie de busca local nas proximidades dos melhores indivíduos da população.
- Sem mutação, os algoritmos genéticos fariam a busca usando somente a informação contida na população e não teriam como repor material genético perdido com a seleção e o *crossover*.

Algoritmos Genéticos

-



Algoritmos Genéticos

O algoritmo genético envolve passos probabilísticos em três pontos:

- Na criação da população inicial.
- Na seleção dos indivíduos que sofrerão as operações genéticas.
- Na escolha do ponto de mutação (na mutação) ou de corte (no *crossover*).

Algoritmos Genéticos

- **Parametros Genéticos**

- É importante analisar de que maneira alguns parâmetros influem no comportamento dos algoritmos genéticos.

- Tamanho da População
 - Taxa de Cruzamento
 - Taxa de Mutação
 - Numero de Gerações
 - Probabilidades.

Algoritmos Genéticos

Exemplo

- $\max x^2$ para $x \in \{0, 1, \dots, 31\}$
- Codificação com vetor de 5 bits
 - Indivíduo = 01101 ($x = 13$)
- População de tamanho $n = 4$
- Cruzamento com 1 ponto
- Seleção por roleta
- Inicialização aleatória

Algoritmos Genéticos

Seleção de indivíduos

No. do Indivíduo	População Inicial	Valor de x	Aptidão $f(x)$	Probab. na roleta	No. Vezes selecionado
1	01101	13	169	0,14	1
2	11000	24	576	0,49	2
3	01000	8	64	0,06	0
4	10011	19	361	0,31	1
Soma			1170	1	4
Média			293	0,25	1
Máximo			576	0,49	2

Algoritmos Genéticos

- Somando os valores da função objetivo individual de cada cadeia, chegamos ao valor 1170, a partir do qual encontramos a participação da função objetivo individual de cada cadeia (% do total).
- Para reproduzir um indivíduo precisamos selecionar dois pais.
- O processo de seleção inicia-se com a geração de um número aleatório $n \in [0,100)$.
- A seguir, consulta-se à qual elemento esse número n corresponde, na tabela de probabilidades acumuladas.
- 14 , 63 , 69 , 100

Algoritmos Genéticos

- Dessa maneira, cadeias com maior valor de função objetivo tem maior chance de serem selecionadas para sobreviver. O processo é repetido até que m indivíduos sejam reproduzidas.
- Supondo que os números gerados foram: 35; 66; 91
 - O número 35 está entre 14 e 63, logo corresponde ao indivíduo cadeia 11000;
 - 66 corresponde ao indivíduo 01000;
 - 91 corresponde ao indivíduo 10011

Algoritmos Genéticos

- O operador de cruzamento é agora aplicado mediante a seleção aleatória de q pares de cadeias, as quais trocarão material entre si (o valor de q depende do valor da taxa de *crossover*, P_c , definida).
- O cruzamento mais elementar consiste na escolha do ponto de cruzamento, representado por um número inteiro aleatório k entre 1 e tamanho_da_cadeia - 1.
- As cadeias podem manter a parte inicial e trocar entre si a parte posterior à posição k . Caso as cadeias selecionadas sejam 10011 e 00101 e $k=3$, então 100 | 11 e 001 | 01 trocarão material , gerando 10001 e 00111.

Algoritmos Genéticos

Cruzamento

No. do Indivíduo	Pares p/ Cruzamento	Ponto de Cruzamento	Filhos	x	Aptidão $f(x) = x^2$
1	0110 1	4	01100	12	144
2	1100 0	4	11001	25	625
2	11 000	2	11011	27	729
4	10 011	2	10000	16	256
Soma				1	1754
Média					439
Máximo					729

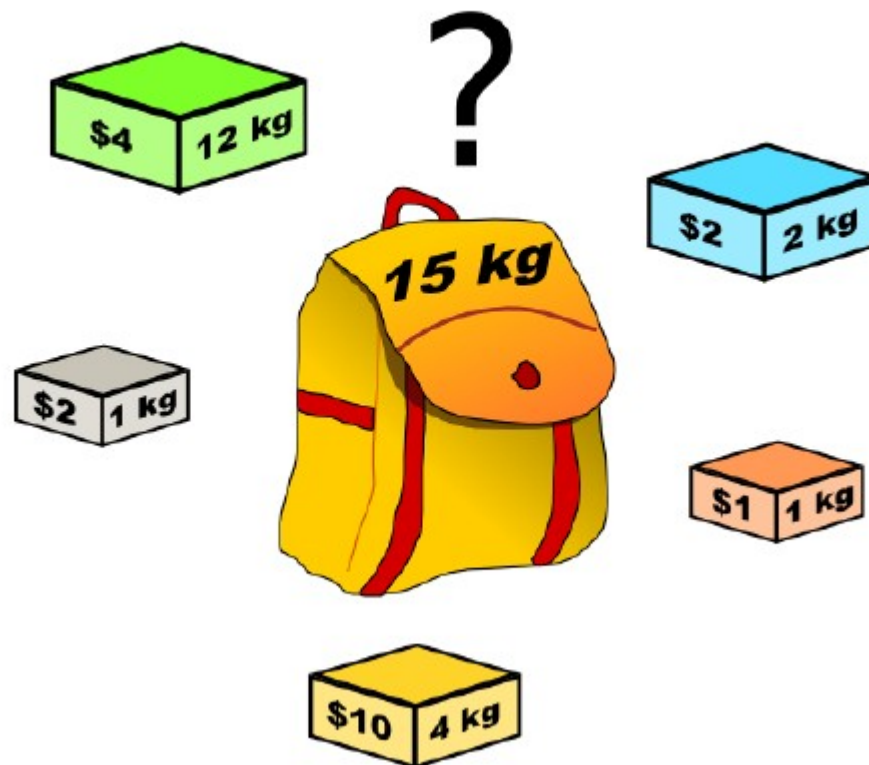
Algoritmos Genéticos

Mutação

No. do Indivíduo	Antes Mutação	Após Mutação	x	Aptidão $f(x) = x^2$
1	<u>0</u> 1101	<u>1</u> 1100	28	784
2	11000	11001	25	625
2	11000	11011	27	729
4	10 <u>0</u> 11	10 <u>1</u> 11	23	529
Soma				2667
Média				666,75
Máximo				784

Algoritmos Genéticos

O Problema da Mochila



Algoritmos Genéticos

Algoritmo Genético

- **Cromossomo**
 - A solução s (um vetor de uns e zeros) é naturalmente representada por um cromossomo binário.
- **Operadores binários padrão**
 - Crossover de 1-ponto (ou 2-pontos, etc)
 - Mutação (invertendo os bits)

Algoritmos Genéticos

Uma Instância do Problema da Mochila

Objeto (j)	1	2	3	4	5	6	7	8
Benefício (c_j)	3	3	2	4	2	3	5	2
Peso (w_j)	5	4	7	8	4	4	6	8

Capacidade da mochila: $b = 25$

11001110 (cromossomo válido)

peso = $5+4+4+4+6 = 23 \leq 25$

função objetivo = $3+3+2+3+5 = 16$

11111001 (inválido)

peso = $36 > 25$

Função objetivo = 16

Algoritmos Genéticos

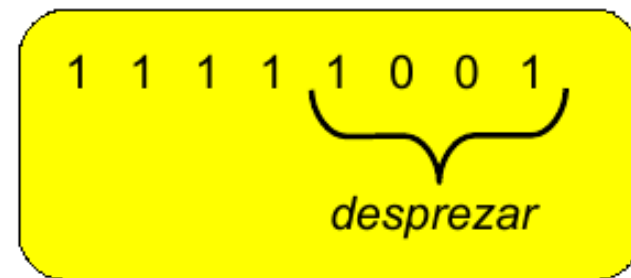
Reparando o Indivíduo

- Indivíduo inválido

- 1 1 1 1 1 0 0 1
- peso = 36 > 25
- Função objetivo = 16

- Indivíduo “reparado”

- 1 1 1 1 0 0 0 0
- Peso = 24 (ok!)
- Função objetivo = 12



visitar cada bit da esquerda para a direita e desprezar os bits que invalidam a solução.

Algoritmos Genéticos

Penalizando a Função Objetivo

Um exemplo de penalidade é:

$$f(s) = \sum_{j=1}^n c_j s_j - \alpha \times \max\left(0, \sum_{j=1}^n s_j w_j - b\right)$$

Onde α é um coeficiente de penalidade igual a:

$$\alpha = \sum_{j=1}^n c_j = 14$$

Objetos que ultrapassam a capacidade da mochila são penalizados.

Algoritmos Genéticos

Penalizando a Função Objetivo

- **Exemplo**

- 1 1 1 1 1 0 0 1
- peso = 36 > 25
- Função original = 16
- Função com penalidade = $16 - 14 \times (36 - 25) = -138$