

Lista 4 de Exercícios:

1. Para cada uma das curvas no \mathbb{R}^2 , faça um esboço e calcule uma parametrização da reta tangente e da reta normal nos pontos dados:
 - a. $\sigma(t) = (t, t^2), t \in \mathbb{R}$ em $t = 2$.
 - b. $\sigma(t) = (\cos t, \sin t), t \in [0, 2\pi)$ em $t = \pi$.
 - c. $\sigma(t) = (\cos t, 2\sin t), t \in [0, 2\pi)$ em $t = \pi/2$.
 - d. $\sigma(t) = (t^3, t), t \in \mathbb{R}$ em $t = 1$.
 - e. $x^2 + y^2 = 9$ em $(3, 0)$.
 - f. $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 1$ em $(3, -2)$.
 - g. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 1$ em $(-1, -1)$.
 - h. $x = y^2$ em $(1, -1)$.
 - i. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ em $(0, 3)$.
 - j. $\frac{(x-1)^2}{1} + \frac{y^2}{9} = 1$ em $(1, -3)$.
 - k. $\sigma(t) = (2\cos t, 1 + 2\sin t), t \in [0, 2\pi)$ em $(\sqrt{3}, 2)$.
2. Se $\sigma'(t) = (t^2 + 1, t), t \in \mathbb{R}$ e $\sigma(0) = (1, 3)$, encontre $\sigma(t)$.
3. A astróide $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 2^{\frac{2}{3}}$ tem equações paramétricas $x = 2\cos^3 t$ e $y = 2\sin^3 t, t \in [0, 2\pi)$. Escreva a equação da reta tangente à astróide no ponto correspondente a $t = \frac{\pi}{4}$.
4. Seja C a curva parametrizada por $\sigma(t) = (\cos t, \sin t, 1 - 2\sin t), t \in [0, 2\pi)$.
 - a. Determine $\sigma'(t)$.
 - b. Determine uma parametrização da reta tangente em $(-1, 0, 1)$.
5. Faça um esboço das curvas no \mathbb{R}^3 definidas pelas seguintes parametrizações:
 - a. $\sigma(t) = (1, 2, t), t \in \mathbb{R}$.
 - b. $\sigma(t) = (t, t, t), t \in \mathbb{R}$.
 - c. $\sigma(t) = (2\cos t, 3\sin t, 4), t \in \mathbb{R}$.
 - d. $\sigma(t) = (2\cos t, 4, 3\sin t), t \in \mathbb{R}$.
 - e. $\sigma(t) = (t + 1, t, t - 1), t \in \mathbb{R}$.
 - f. $\sigma(t) = (1 + t, 2 - t, t - 5t), t \in \mathbb{R}$.
 - g. $\sigma(t) = (1 + 2\cos t, 2 + 4\sin t, 9), t \in \mathbb{R}$.
 - h. $\sigma(t) = (\cos t, 3 + \sin t, 1), t \in \mathbb{R}$.
 - i. $\sigma(t) = (1, \cos t, \sin t), t \in \mathbb{R}$.
 - j. $\sigma(t) = (\cos t, -1, \sin t), t \in \mathbb{R}$.
 - k. $\sigma(t) = (4, 2\cos t, \sin t), t \in \mathbb{R}$.
 - l. $\sigma(t) = (1, 2, t + 1), t \in \mathbb{R}$.
 - m. $\sigma(t) = (1, 2t, t), t \in \mathbb{R}$.
 - n. $\sigma(t) = (1 + 3\cos t, 2 + 8\sin t, 5), t \in \mathbb{R}$.
 - o. $\sigma(t) = (t, 2, t), t \in \mathbb{R}$.
 - p. $\sigma(t) = (3\cos t, 4, 3\sin t), t \in \mathbb{R}$.
 - q. $\sigma(t) = (t, 2t - 1, t + 2), t \in \mathbb{R}$.
 - r. $\sigma(t) = (1 - t, 2 - t, t - 1), t \in \mathbb{R}$.

6. Esboce o gráfico dos planos abaixo, e dê um vetor normal de cada um.

- a. $x = 2$.
- b. $y = 3$.
- c. $x = 4$.
- d. $z = -4$.
- e. $x + 2y - 6 = 0$.
- f. $3x - 2z - 12 = 0$.
- g. $2x + y + 5z = 0$.
- h. $x + y + z = 1$.
- i. $x + y = 7$.
- j. $x + z = 2$.
- k. $y + z = 3$.
- l. $x + 2y + 2z = 2$.
- m. $y = 2$.
- n. $x = 2 - z + y$.
- o. $x = 2 - 6y$.

7. Esboce o gráfico de cada um dos cilindros abaixo:

- a. $x^2 + (y - 2)^2 = 4$.
- b. $y^2 + z^2 = 16$.
- c. $(x + 1)^2 + (y - 6)^2 = 4$.
- d. $x^2 = 9z$.
- e. $y = |z|$.
- f. $x^2 - 4y = 0$.
- g. $x^2 + y^2 = 1$.
- h. $x^2 + z^2 = 9$.
- i. $x^2 = y^2$.
- j. $x^2 = (y - 1)^2$.
- k. $x^3 = y$.
- l. $y = \operatorname{sen} x$.
- m. $y = x^2$.