ICE– Institutos de Ciências Exatas
DEMAT – Departamento de Matemática

CÁLCULO 1 – SEMANA 9 - INTEGRAIS

Componente Curricular:
IC241 - CÁLCULO I (90h) - Turma: 02 (2020.1)
IC241 - CÁLCULO I (90h) - Turma: 07 (2020.1)
Prof. Roseli Alves de Moura

INTEGRAIS IMEDIATAS

Utilizando a tabela de Integrais montada da seção anterior e as propriedades:

Propriedade 1)

$$\int k.\,f(x)dx = k.\int f(x)dx$$

Propriedade 2)

$$\int (f(x) \pm g(x))dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$$

Exemplos- Calcule as integrais imediatas.

a) $I = \int (2 + 3x^2 + 5.\,2^x)\, dx$

Resolução:

$$I = \int 2\, dx + \int 3x^2\, dx + \int 5.\,2^x\, dx$$

$$I = 2\int dx + 3\int x^2\, dx + 5\int 2^x\, dx$$

$$I = 2x + \cancel{3}\frac{x^3}{\cancel{3}} + 5\frac{2^x}{\ln 2} + C$$

$$I = 2x + x^3 + \frac{5}{\ln 2}2^x + C$$

Portanto:

$$I = \int (2 + 3x^2 + 5.2^x)\,dx = 2x + x^3 + \frac{5}{\ln 2}2^x + C$$

$$\text{b) } I = \int \left(2e^x - \frac{2}{x^3} + \sqrt{x}\right) dx$$

<u>Resolução</u>:

$$I = \int 2e^x\,dx - \int \frac{2}{x^3}\,dx + \int \sqrt{x}\,dx$$

$$I = 2\int e^x\,dx - 2\int \frac{1}{x^3}\,dx + \int \sqrt{x}\,dx$$

Reescrevendo a segunda integral através da propriedade $\frac{1}{x^n} = x^{-n}$ e a terceira integral pela propriedade $\sqrt[m]{x^n} = x^{\frac{n}{m}}$

$$I = 2\int e^x\,dx - 2\int x^{-3}\,dx + \int x^{\frac{1}{2}}\,dx$$

$$I = 2e^x - 2\frac{x^{-3+1}}{(-3+1)} + \frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + C$$

$$I = 2e^x \cancel{-2}\frac{x^{-2}}{\cancel{(-2)}} + \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C$$

$$I = 2e^x + x^{-2} + \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + C$$

$$I = 2e^x + \frac{1}{x^2} + \frac{2}{3}\sqrt[2]{x^3} + C$$

Logo:

$$I = \int \left(2e^x - \frac{2}{x^3} + \sqrt{x}\right) dx = 2e^x + \frac{1}{x^2} + \frac{2}{3}\sqrt[2]{x^3} + C$$

$$c)\ I = \int \left(\frac{-5}{x} - \frac{10}{x^{\frac{3}{2}}} + 5\right) dx$$

<u>Resolução</u>:

$$I = \int \frac{-5}{x} dx - \int \frac{10}{x^{\frac{3}{2}}} dx + \int 5\, dx$$

$$I = -5 \int \frac{1}{x} dx - 10 \int \frac{1}{x^{\frac{3}{2}}} dx + 5 \int dx$$

Usando $\frac{1}{x^n} = x^{-n}$

$$I = -5 \int \frac{1}{x} dx - 10 \int x^{-\frac{3}{2}} dx + 5 \int dx$$

$$I = -5 \ln|x| - 10 \frac{x^{-\frac{3}{2}+1}}{\left(-\frac{3}{2}+1\right)} dx + 5x + C$$

$$I = -5 \ln|x| - 10 \frac{x^{-\frac{1}{2}}}{\left(-\frac{1}{2}\right)} + 5x + C$$

$$I = -5 \ln|x| - 10.(-2)x^{-\frac{1}{2}} + 5x + C$$

ou

$$I = -5\ln|x| + 20x^{-\frac{1}{2}} + 5x + C$$

$$I = -5\ln|x| + \frac{20}{x^{\frac{1}{2}}} + 5x + C$$

$$I = -5\ln|x| + \frac{20}{\sqrt{x}} + 5x + C$$

Logo:

$$I = \int \left(\frac{-5}{x} - \frac{10}{x^{\frac{3}{2}}} + 5\right) dx = -5\ln|x| + \frac{20}{\sqrt{x}} + 5x + C$$

$$d)\ I = \int \left(2cosx + 19sec^2x - \frac{12}{1+x^2}\right) dx$$

<u>Resolução</u>:

$$I = \int 2\cos x \, dx + \int 19\sec^2 x \, dx - \int \frac{12}{1+x^2} dx$$

$$I = 2\int \cos x \, dx + 19\int \sec^2 x \, dx - 12\int \frac{1}{1+x^2} dx$$

$$I = 2\mathrm{sen}x + 19\mathrm{tg}x - 12\mathrm{arctg}x + C$$

Logo:

$$I = \int \left(2\cos x + 19\sec^2 x - \frac{12}{1+x^2}\right) dx \quad = 2\mathrm{sen}x + 19\mathrm{tg}x - 12\mathrm{arctg}x + C$$