UFRRJ
UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO

ICE – Institutos de Ciências Exatas
DEMAT – Departamento de Matemática

# CÁLCULO 1 – GABARITO ATIVIDADE 3

*Prof. Roseli Alves de Moura*

**1) (2,0 pontos)** Determinar a derivada f '(x) de $f(x) = arctg\left(\frac{x+7}{1-7x}\right)$, e simplificar o resultado.

$$f'(x) = \frac{\dfrac{1-7x-(x+7).(-7)}{(1-7x)^2}}{1+\left(\dfrac{x+7}{1-7x}\right)^2} = \frac{\dfrac{1-\cancel{7x}+\cancel{7x}+49}{\cancel{(1-7x)^2}}}{\dfrac{(1-7x)^2+(x+7)^2}{\cancel{(1-7x)^2}}}$$

$$f'(x) = \frac{50}{1-\cancel{14x}+49x^2+x^2+\cancel{14x}+49}$$

$$f'(x) = \frac{50}{50+50x^2} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

**2)(2,0 pontos)** Determinar as equações da reta tangente e da reta normal em relação à curva $f(x) = \sqrt{5-x}$, e que **contenha** o ponto (9,0).

$$f'(x) = \frac{-1}{2\sqrt{5-x}} \;;\; m_{rt} = \frac{-1}{2\sqrt{5-x_0}} \;;\; P(x_0, \sqrt{5-x_0})$$

$$y - y_0 = m_{rt} \cdot (x - x_0)$$

$$0 - \sqrt{5-x_0} = \frac{-1}{2\sqrt{5-x_0}} \cdot (9 - x_0)$$

$$-2(\sqrt{5-x_0})^2 = -9 + x_0$$

$$-10 + 2x_0 = -9 + x_0$$

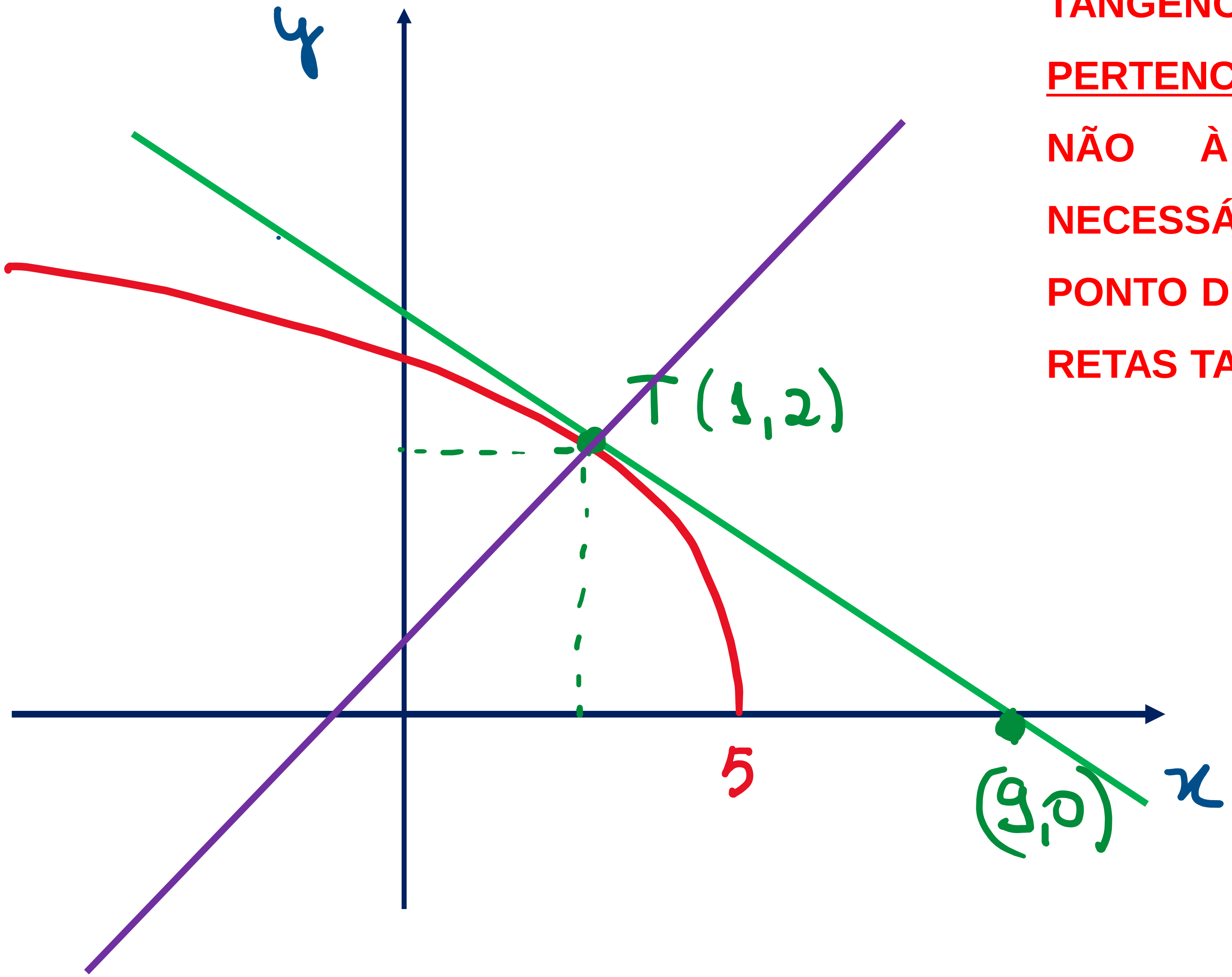
$$x_0 = 1 \Rightarrow P(1,2) \text{ e } m_{rt} = -\frac{1}{4}$$

Logo, RT:

$$y - 2 = -\frac{1}{4}(x - 1)$$

$$y = -\frac{x}{4} + \frac{9}{4}$$

(Reta Tangente)




**OBSERVAÇÃO EX.2 – O PONTO FORNECIDO NÃO ERA O PONTO DE TANGÊNCIA, SOMENTE UM PONTO QUE PERTENCIA À RETA TANGENTE (MAS NÃO À CURVA). POR ISSO É NECESSÁRIO PRIMEIRO ENCONTRAR O PONTO DE TANGÊNCIA PARA DEPOIS AS RETAS TANGENTE E NORMAL.**

**2)(2,0 pontos)** Determinar as equações da reta tangente e da reta normal em relação à curva $f(x) = \sqrt{5-x}$, e que contenha o ponto (9,0).

(cont.)

Se $m_{RT} = -\frac{1}{4} \Rightarrow m_{RT} = 4$

$$y - 2 = 4(x - 1)$$

$$y = 4x - 4 + 2$$

$$y = 4x - 2$$ (Reta Normal)

**3)(2,0 pontos)** Sendo $f(x) = \sqrt{2x^2+5}$, obter a derivada de f(x) usando a definição de derivada.

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} =$$

$$\lim_{h \to 0} \frac{\sqrt{2(x+h)^2+5} - \sqrt{2x^2+5}}{h} \cdot \frac{\left(\sqrt{2(x+h)^2+5} + \sqrt{2x^2+5}\right)}{\left(\sqrt{2(x+h)^2+5} + \sqrt{2x^2+5}\right)}$$

$$\lim_{h \to 0} \frac{2(x+h)^2+5 - (2x^2+5)}{h \cdot \left(\sqrt{2(x+h)^2+5} + \sqrt{2x^2+5}\right)} = \lim_{h \to 0} \frac{4xh + 2h^2}{h\left(\sqrt{2(x+h)^2+5} + \sqrt{2x^2+5}\right)}$$

$$\lim_{h \to 0} \frac{2\cancel{h}(2x+h)}{\cancel{h}\left(\sqrt{2(x+h)^2+5} + \sqrt{2x^2+5}\right)} \Rightarrow f'(x) = \frac{2x}{\sqrt{2x^2+5}}$$

**4) (2,0 pontos)** Verificar, a partir da análise dos intervalos do domínio de f(x) = ln $\left(\frac{3}{x+2} - x\right)$, o **comportamento da função, nas vizinhanças de x** próximo e maior que - 3, ou seja, $\lim\limits_{x \to -3^+} f(x)$.

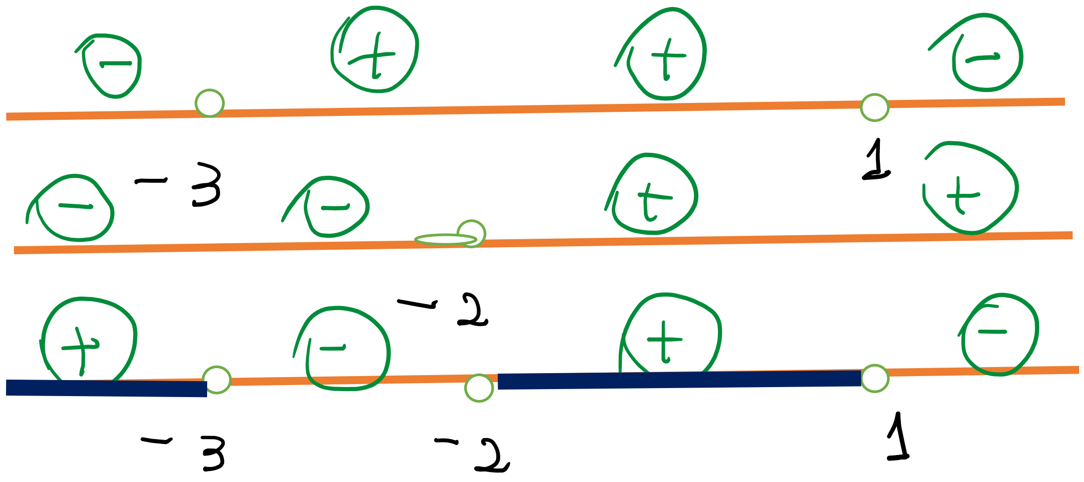
$$\text{Dom } f(x) = \left\{ x \in \mathbb{R} \,/\, \frac{3}{x+2} - x > 0 \text{ e } x+2 \neq 0 \right\}$$

$$\frac{3}{x+2} - x > 0$$

$$\frac{N}{D} = \frac{-x^2 - 2x + 3}{x+2} > 0$$

$$N: -x^2 - 2x + 3 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm 4}{-2} = \begin{cases} -3 \\ 1 \end{cases}$$




A função não é definida quando $x \to -3^+$ (há uma assíntota vertical )

**5) (2,0 pontos)** Supondo que $f(0) = -10$ e $f'(x) \leq 4$ para todos os valores de $x$. Quão grande $f(3)$ pode ser?

$$Y - Y_0 = f'(x) \cdot (x - x_0)$$

$$f(3) - f(0) = f'(3) \cdot (3 - 0)$$

$$f(3) - (-10) = f'(3) \cdot (3)$$

$$3 f'(3) = f(3) - (-10) \leq 12$$

$$f(3) \leq 12 - 10$$

$$f(3) \leq 2$$

Se $f'(x) \leq 4$

$$\Rightarrow 3 f'(x) \leq 12$$