

LÓGICA FUZZY

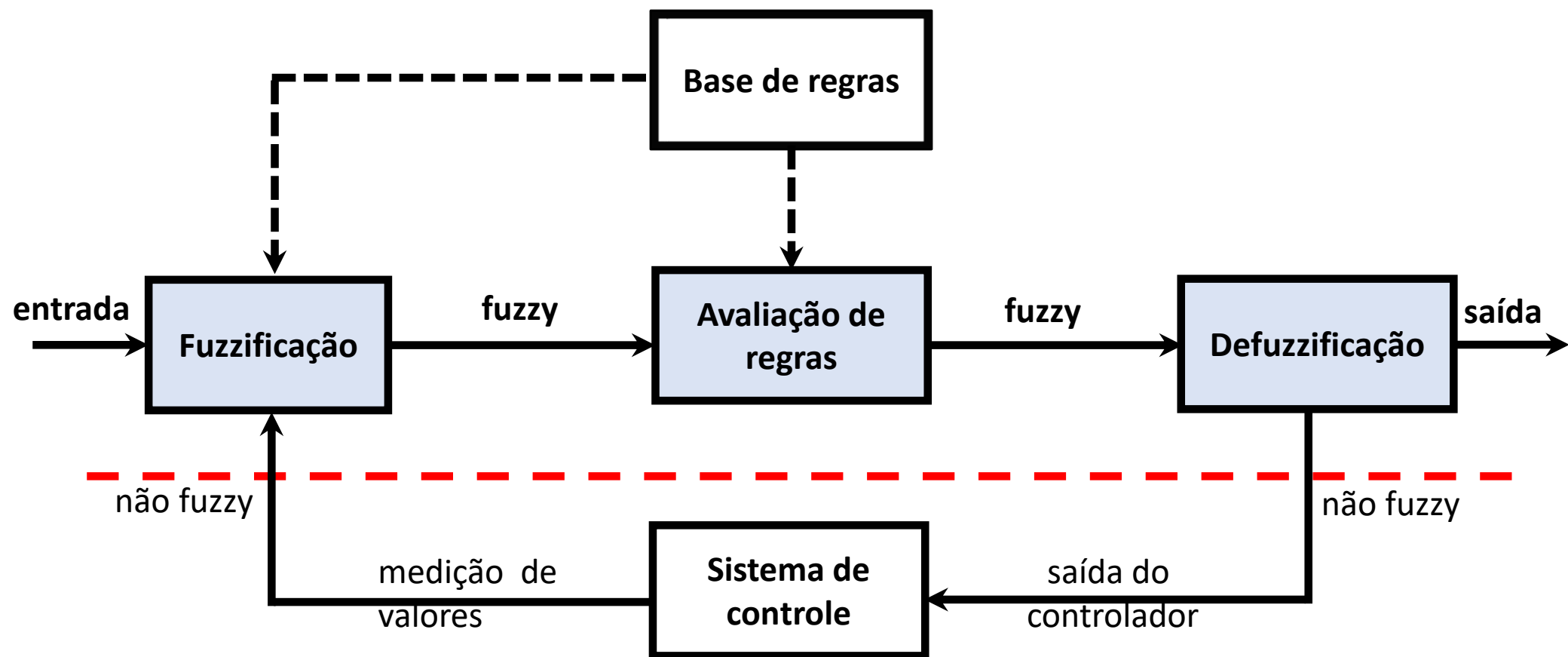
Jorge Zavaleta

zavaleta.jorge@gmail.com

zavaleta@pet-si.ufrj.br

Rio de janeiro, 2020

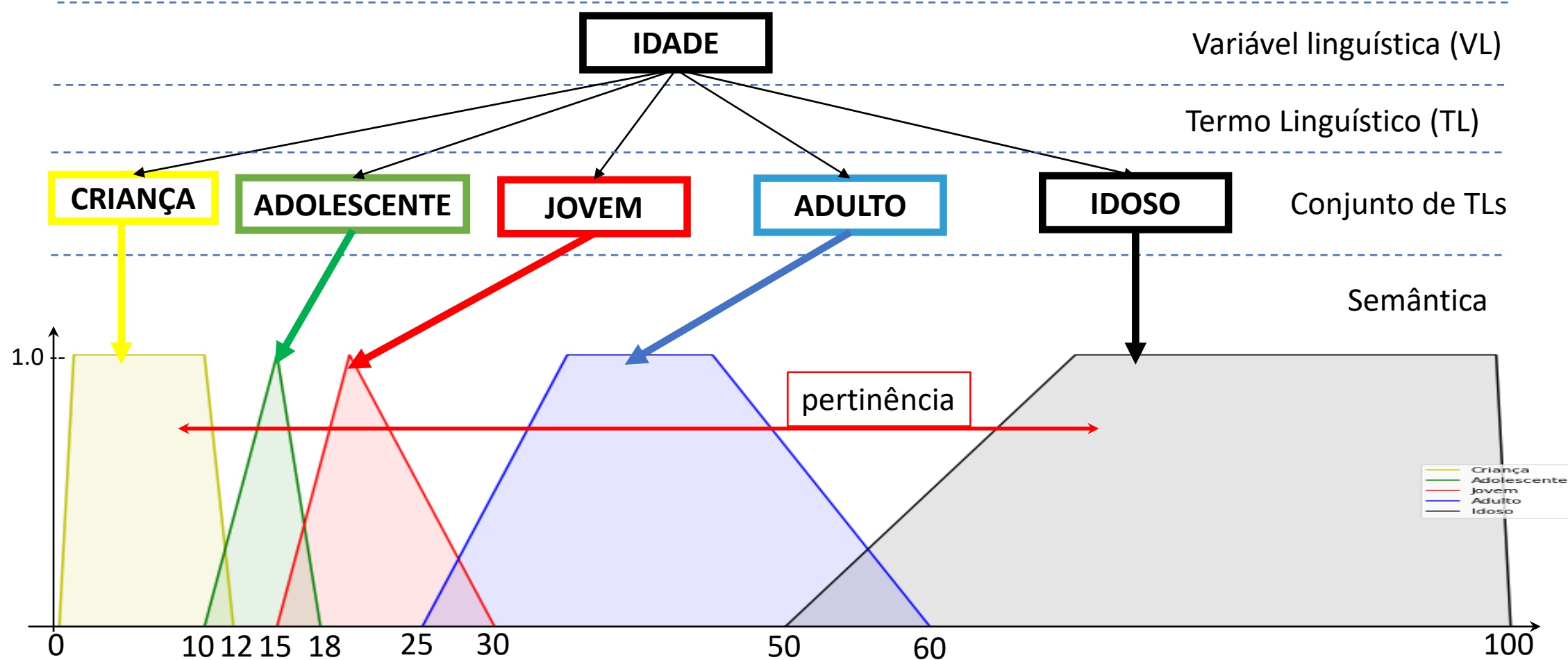
Sistema de Controle Fuzzy



Fuzzificação

- **Variável Linguística (VL)** é uma variável cujos argumentos são números fuzzy e geralmente palavras modeladas por conjuntos fuzzy
- Por exemplo, argumentos da VL: **IDADE** podem ser **CRIANÇA**, **ADOLESCENTE**, **JOVEM**, **ADULTO**, e **IDOSO**, tais argumentos são chamados de TERMOS LINGUÍSTICOS/VALORES FUZZY (TL)
- Cada TL é modelado usando a sua própria **função de pertinência (FP)**
- **FP: triangular, trapezoidal, gaussiana, sigmoidal, bell e outras.**
- Exemplos de VL:
 - temperatura, velocidade, distância, altura, etc.

Fuzzificação



Inferência de Regras Fuzzy (if /then)

- Cada regra fuzzy if/then tem a forma:

if x is A then y is B

- Cada regra fuzzy tem uma **relação de implicação**

- **Inferência Fuzzy:**

- GMP (Generalized Modus Ponens)

if x is A then y is B
 x is A'

 y is B'

- GMT (Generalized Modus Tolens)

if x is A then y is B
 y is B'

 x is A'

Algoritmo Fuzzy

- Um algoritmo fuzzy é um procedimento para modelar uma tarefa representada como uma coleção de regras fuzzy *if/then*
- As regras são definidas sobre o mesmo espaço da relação e são conectadas pelo conetivo *ELSE (quando for necessário)*

R1 : if x is A1 AND y is B1 then z is C1 ELSE

R2 : if x is A2 OR y is B2 then z is C2

R . :

RN-1: if x is A(N-1) AND y is B(N-1) then z is C(N-1)

RN : if x is AN AND y is BN then z is CN



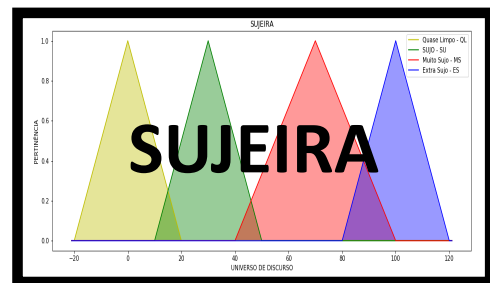
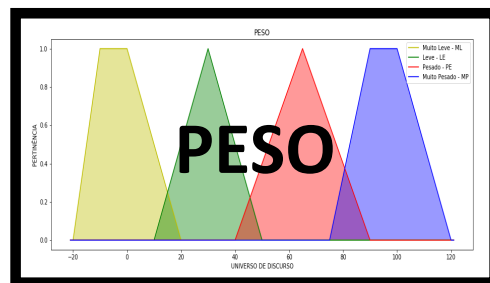
Defuzzificação - Métodos

- Depois da entrada ao controlador fuzzy ser processada pelo algoritmo de controle (avaliação de regras), o resultado é uma **saída** fuzzy.
- A conversão de saída fuzzy em um valor **crisp** é chamada de **Defuzzificação**
- A **escolha** do método de **Defuzzificação** pode ter um impacto significativo sobre a **velocidade** e **acurácia** de um controlador fuzzy
- Os métodos usados com maior frequência são:
 - *Centroid ou Center of Area* (centroide) – COA
 - *Center of Sums* (COS)
 - *Mean of Maxima* (MOM)

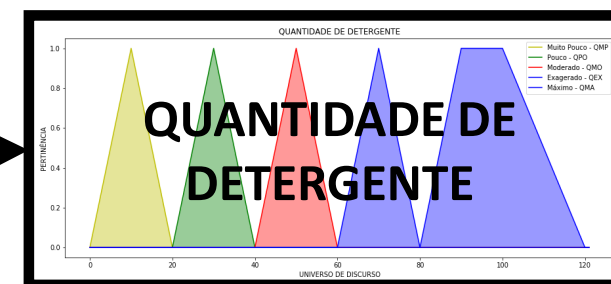
Exemplo: Lava Roupas

- **Objetivo:**
 - Automatizar o funcionamento de uma máquina de lavar roupas de modo a economizar água, eletricidade, detergente, etc.
- **Formulação e Variáveis do Problema:**
 - Conhecido o peso aproximado das roupas e quão sujas elas estão, determinaremos a quantidade de detergente a ser aplicada.
 - ✓ Variáveis independentes: Peso e sujeira.
 - ✓ Variável dependente: Quantidade de detergente.

Solução: Lava Roupas - SCF



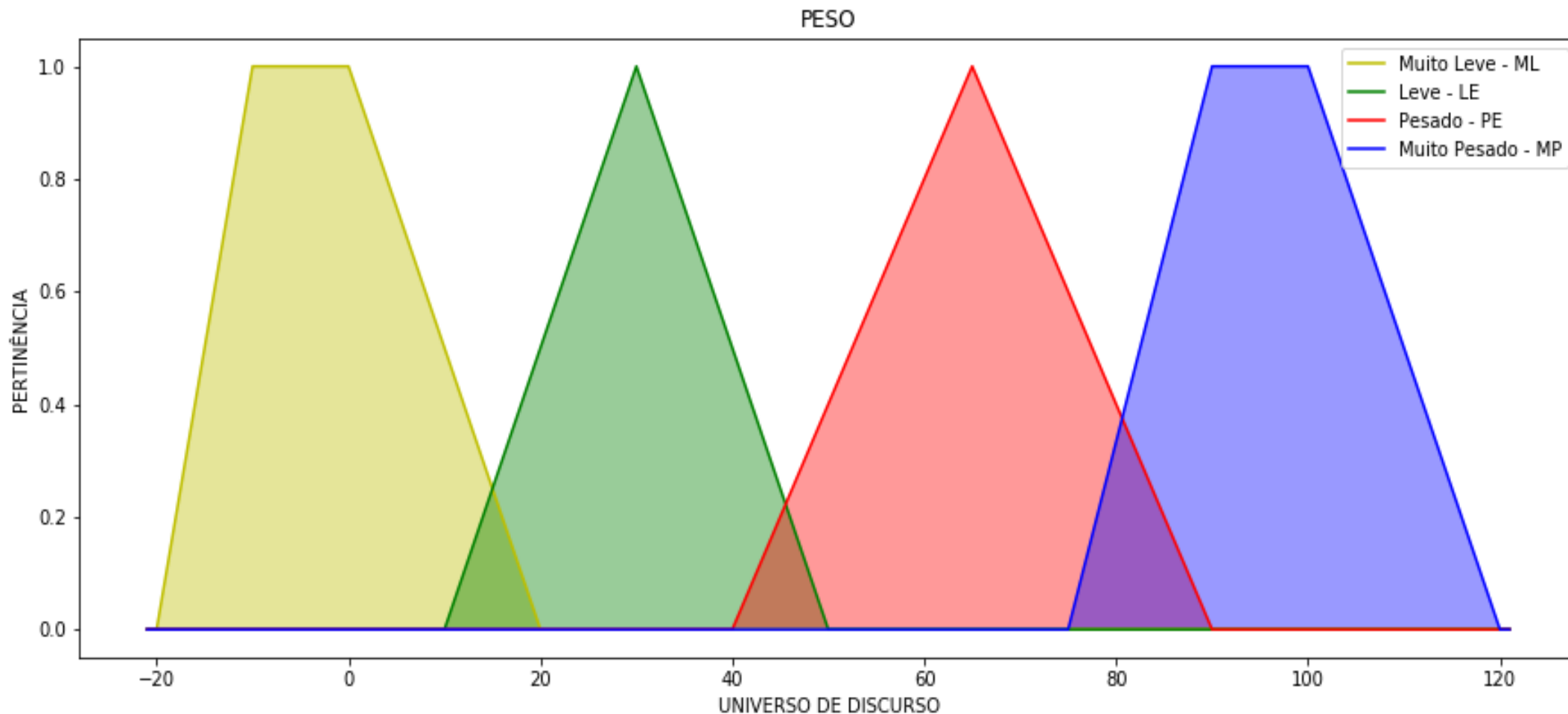
REGRAS



Fuzzificação - Peso

1. Definir as VLs e os TLs e logo os conjuntos *fuzzy* para as VLs (variáveis independentes):
 - **Peso = {Muito Leve (ML), Leve (LE), Pesado (PE), Muito Pesado (MP)}**
2. Definir os conjuntos fuzzy para cada TL da VL = Peso
 - **$p = [-20,120]$ – universo de discurso**
 - $\emptyset_{ML}(p) = \text{trapmf}(p; -20,-10,0,20)$
 - $\emptyset_{LE}(p) = \text{trimf}(p; 10,30,50)$
 - $\emptyset_{PE}(p) = \text{trimf}(p; 40,65,90)$
 - $\emptyset_{MP}(p) = \text{trapmf}(p; 75,90,100,120)$

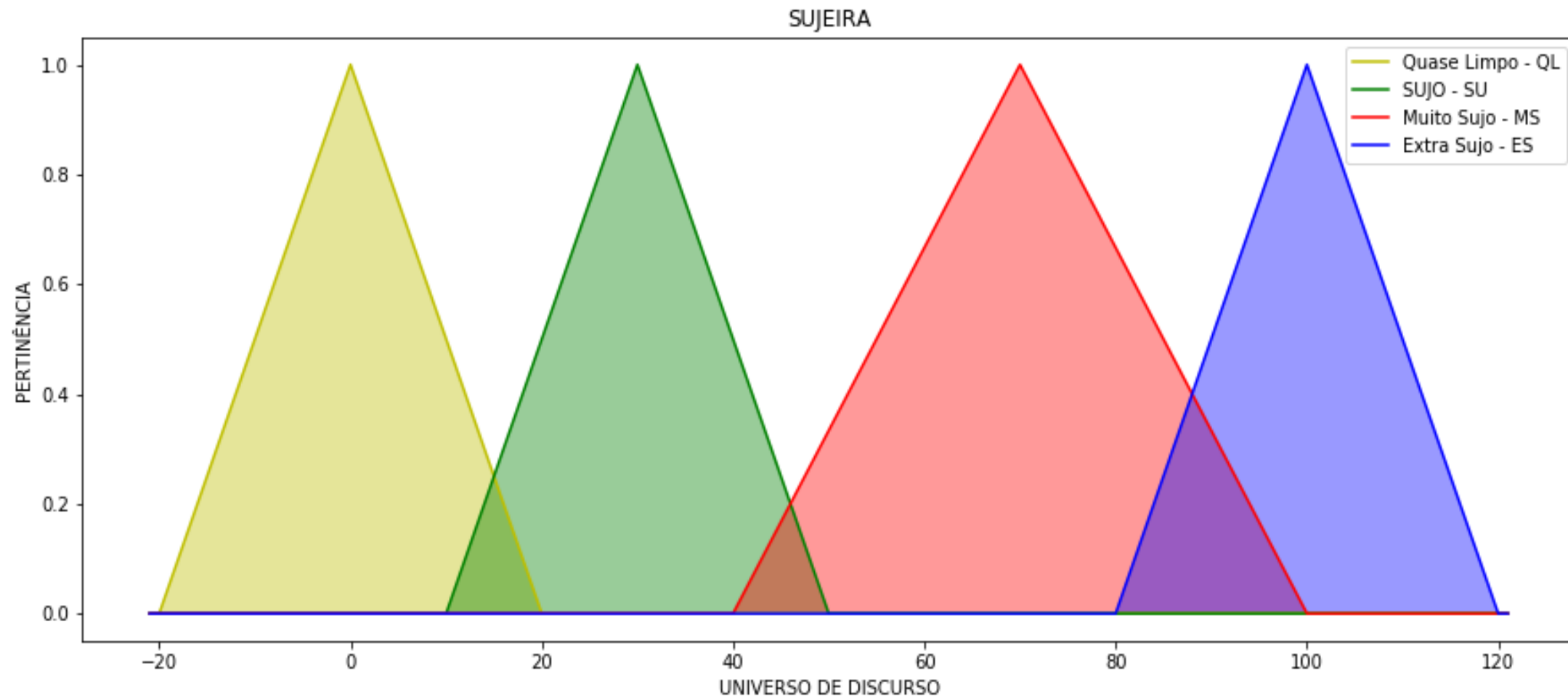
Fuzzificação - Peso



Fuzzificação - Sujeira

- VL: Sujeira = {Quase Limpo (**QL**), Sujo (**SU**), Muito Sujo (**MS**), Extra Sujo (**ES**)}
- Definir os conjuntos fuzzy para cada TL da VL = Sujeira
 - $s = [-20, 120]$ – universo de discurso
 - $\emptyset_{QL}(s) = \text{trimf}(s; -20, 0, 20)$
 - $\emptyset_{SU}(s) = \text{trimf}(s; 10, 30, 50)$
 - $\emptyset_{MS}(s) = \text{trimf}(s; 40, 70, 100)$
 - $\emptyset_{ES}(s) = \text{trimf}(s; 80, 100, 120)$

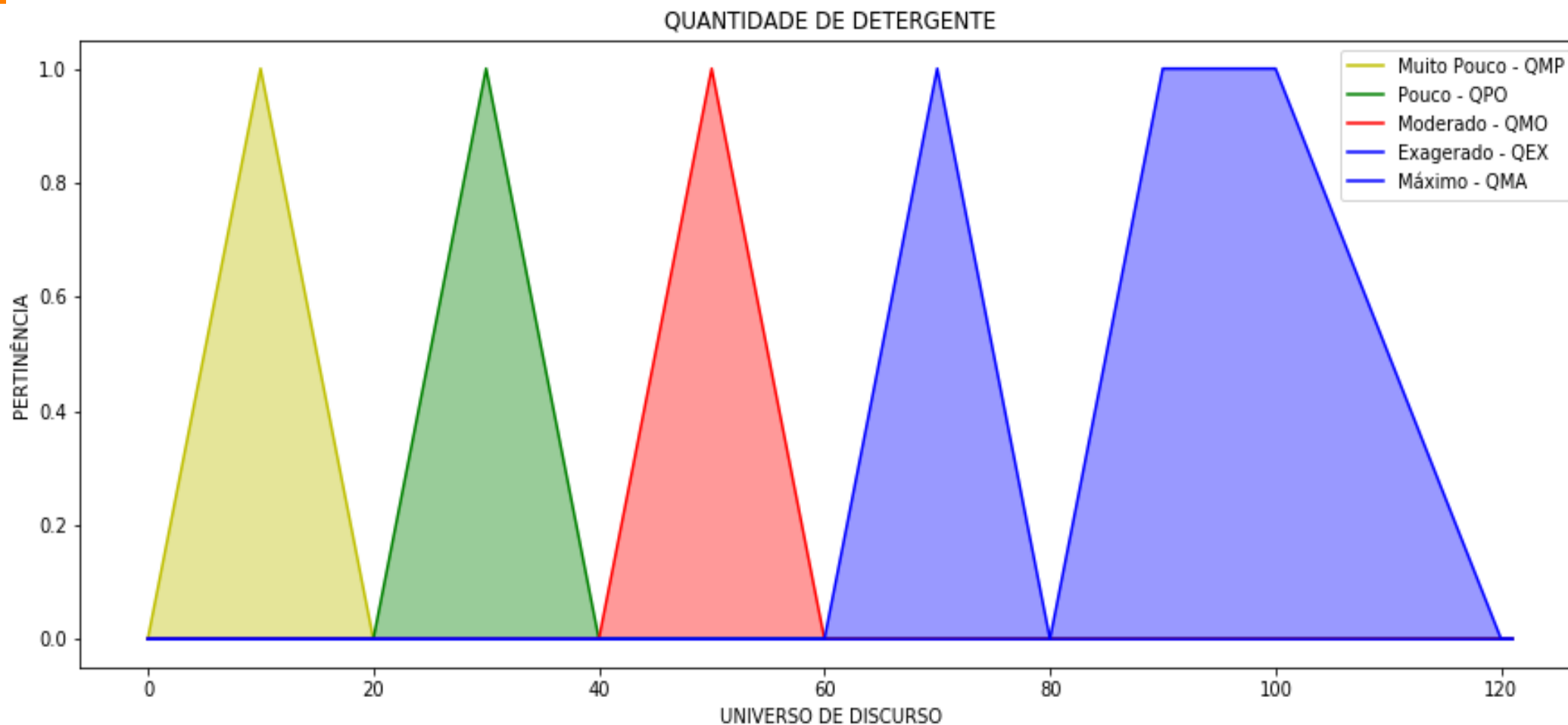
Fuzzificação - Sujeira



Fuzzificação – Quantidade de detergente (QD)

- VL: QD = {Muito Pouco (**QMP**), Pouco (**QPO**), Moderado (**QMO**), Exagerado (**QEX**), Máximo (**QMA**)}
- Definir os conjuntos fuzzy para cada TL da VL = QD
 - $q = [0, 120]$ – universo de discurso
 - $\emptyset_{QMP}(q) = \text{trimf}(q; 0, 10, 20)$
 - $\emptyset_{QPO}(q) = \text{trimf}(q; 20, 30, 40)$
 - $\emptyset_{QMO}(q) = \text{trimf}(q; 40, 50, 60)$
 - $\emptyset_{QEX}(q) = \text{trimf}(q; 60, 70, 80)$
 - $\emptyset_{QMA}(q) = \text{trapmf}(q; 80, 90, 100, 120)$

Fuzzificação – Quantidade de detergente (QD)



Base de Regras Fuzzy

- **Forma:** *SE antecedente ENTÃO consequente*
- R1: SE o peso é **muito leve** e a sujeira é **quase limpo**,
ENTÃO a quantidade de detergente é **muito pouco**.
- R2: SE o peso é **muito** e a sujeira é **sujo**,
ENTÃO a quantidade de detergente é **pouco**.
- R3: ...
- ...
- R15: ...
- R16: SE o peso é **muito pesado** e a sujeira é **extremadamente sujo**,
ENTÃO a quantidade de detergente é **máximo**.

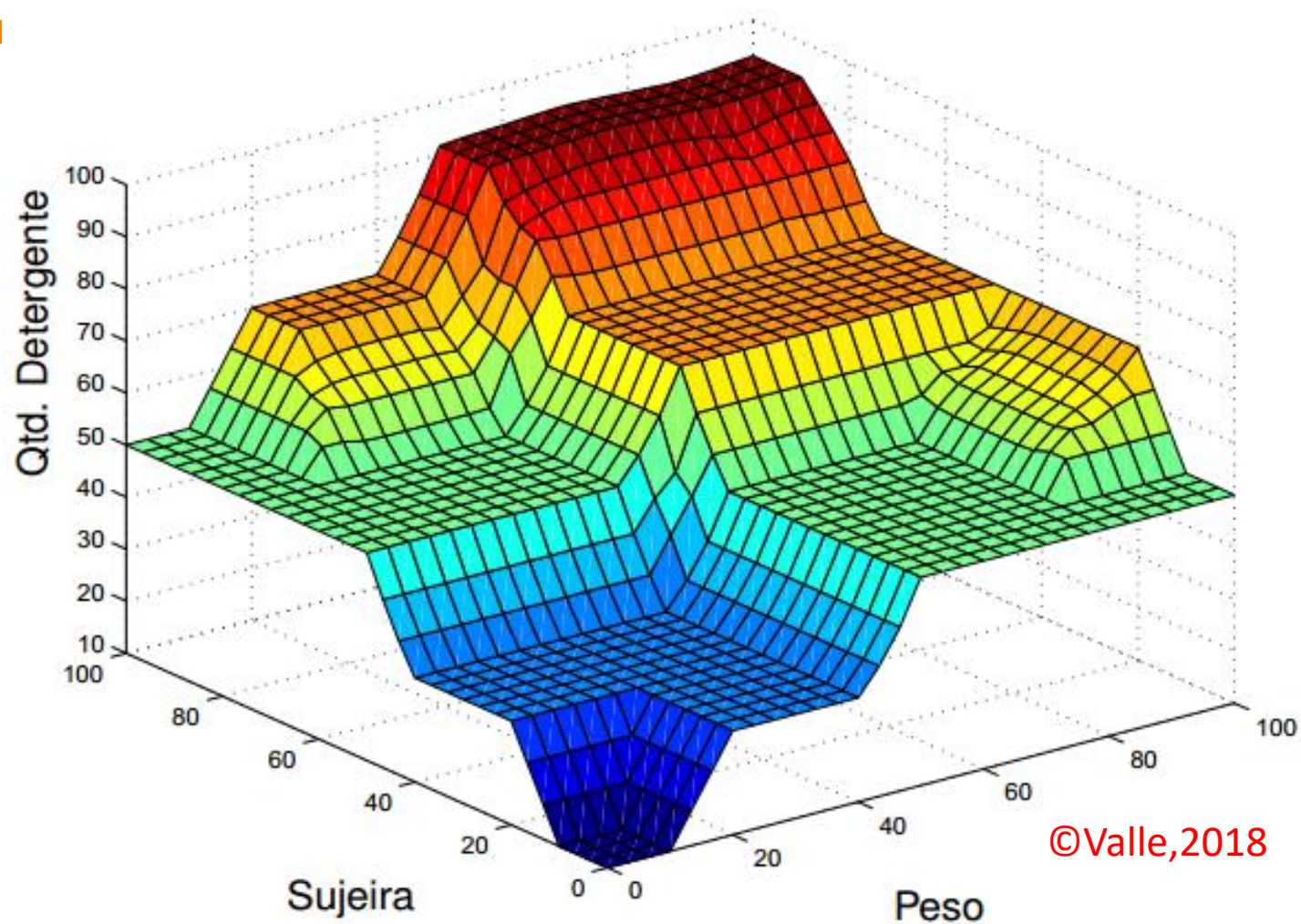
Base de Regras Fuzzy

- **Forma:** *SE antecedente ENTÃO consequente*
- R1: SE o peso é **ML** e a sujeira é **QL**,
ENTÃO a quantidade de detergente é **QMP**.
- R2: SE o peso é **ML** e a sujeira é **SU**,
ENTÃO a quantidade de detergente é **QPO**
- R3: ...
- ...
- R15: ...
- R16: SE o peso é **MP** e a sujeira é **ES**,
ENTÃO a quantidade de detergente é **QMA**.

Base de Regras Fuzzy

		S	SUJEIRA			
P	j	k	1: QL	2: SU	3: MS	4: ES
P E S O	1 : ML		QMP	QPO		
	2 : LE					
	3 : PE					
	4 : MP					QMA

Gráfico da Máquina de Lavar Roupa



Método de Inferência - exemplo

- Para peso $p = 10$ e o nível de sujeira $s = 15$. Determinar o quantidade de detergente da seguinte forma:
- Calculamos a ativação de cada regra da seguinte forma:
- $R_i = \emptyset_{P_j}(p) \wedge \emptyset_{S_k}(s), \forall i = 1, \dots, 16, j, k=1, \dots, 4$ (ANTECEDENTE)
- Para a ativação da primeira regra ($i=1, j=k=1$) é:
- $R_1 = \emptyset_{P_1}(10) \wedge \emptyset_{S_1}(15) = ML(10) \wedge QL(15) = 0.5 \wedge 0.25 = 0.25$
- Analogamente, a ativação da segunda regra ($i=2, j=1, k=2$) é:
- $R_2 = \emptyset_{P_1}(10) \wedge \emptyset_{S_2}(15) = ML(10) \wedge SU(15) = 0.5 \wedge 0.25 = 0.25$
- Trabalho: Calcular para as 14 regras faltantes !!!!!

Método de Inferência - exemplo

$$\text{trimf}(x, a, b, c) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, \frac{c-x}{c-b}\right), 0\right)$$

$$\text{trapmf}(x, a, b, c, d) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, 1, \frac{d-x}{d-c}\right), 0\right)$$

- $\emptyset_{ML}(\mathbf{x}) = \text{trapmf}(\mathbf{x}; a, b, c, d)$
- $\emptyset_{ML}(\mathbf{10}) = \text{trapmf}(\mathbf{10}; -20, -10, 0, 20)$
- $V1 = \max(\min((10+20)/(-10+20), 1, (20-10)/(20-0)), 0)$
- $V1 = \max(\min(3, 1, 0.5), 0) = \max(0.5, 0) = \mathbf{0.5}$

Método de inferência

- O conjunto fuzzy da quantidade de detergente (QD) é determinado através da união dos conjuntos fuzzy obtidos tomando o **mínimo** entre o **antecedente** da regra **R_i** e a função de pertinência do **consequente** da regra,

$$\emptyset_{QD} = \bigcup_{i=1}^{16} (W_i \wedge \emptyset_{Qi})$$

- em que $Qi \in \{\text{QMP, QPO, QMO, QEX, QMA}\}$.
- Este é um exemplo do método de inferência de Mamdani!

Método de inferência

- Regra 1: *antecedente* = $ML(10) \wedge QL(15) = 0.5 \wedge 0.25 = 0.25$
- $\emptyset_{QD} = (0.25 \wedge \emptyset_{QMP}) \cup (0.25 \wedge \emptyset_{QPO})$
- ...

Defuzzificação

- Finalmente, transformamos o conjunto *fuzzy* que representa a quantidade de detergente em um valor real.
- Esse processo é chamado **defuzzificação**
- O conjunto fuzzy ϕ_{QD} pode ser transformado em um número real usando o **centro de área**, também chamado **centroide**
- No caso discreto é dado por:

$$q = \frac{\sum_{j=1}^n q_j \phi_{QD}(q_j)}{\sum_{j=1}^n \phi_{QD}(q_j)}$$



Sistema de controle fuzzy - Resumo

- Um sistema baseado em regras fuzzy contém três componentes:
 - **Dicionário**, que define conjuntos fuzzy sobre as variáveis.
 - **Base de regras**, que estabelece uma relação entre as variáveis.
 - **Método de inferência**, usado para determinar a saída dado uma certa entrada.
- Eventualmente, pode-se acrescentar uma quarta componente, chamada **defuzzificação**, que transforma uma saída fuzzy em um número real ou um conjunto clássico.

Exercício – Modelar um Sistema Controle Fuzzy

- **Objetivo:**
 - Modelar a ultrapassagem de um obstáculo por um carro. O obstáculo deve estar sempre na frente do carro em três posições: Esquerda, Centro ou Direita. O carro deve estar a uma distancia d , em relação à obstáculo. O carro deve desviar do obstáculo.
- Variáveis de entrada: posição do obstáculo e distância.
- Variável de saída: ângulo de rotação das rodas do carro.