14.5 Exercícios

1–6 □ Use a Regra da Cadeia para determinar dz/dt ou dw/dt.

1. $z = x^2y + xy^2, \quad x = 2 + t^4, \quad y = 1 - t^3$

2. $z = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad x = e^{2t}, \quad y = e^{-2t}$

3. $z = \operatorname{sen} x \cos y, \quad x = \pi t, \quad y = \sqrt{t}$

4. $z = x \ln(x + 2y), \quad x = \operatorname{sen} t, \quad y = \cos t$

5. $w = xe^{y/z}, \quad x = t^2, \quad y = 1 - t, \quad z = 1 + 2t$

6. $w = xy + yz^2, \quad x = e^t, \quad y = e^t \operatorname{sen} t, \quad z = e^t \cos t$

7–12 □ Utilize a Regra da Cadeia para determinar $\partial z/\partial s$ e $\partial z/\partial t$.

7. $z = x^2 + xy + y^2, \quad x = s + t, \quad y = st$

8. $z = x/y, \quad x = se^t, \quad y = 1 + se^{-t}$

9. $z = \operatorname{arctg}(2x + y), \quad x = s^2t, \quad y = s \ln t$

10. $z = e^{xy} \operatorname{tg} y, \quad x = s + 2t, \quad y = s/t$

11. $z = e^r \cos \theta, \quad r = st, \quad \theta = \sqrt{s^2 + t^2}$

12. $z = \operatorname{sen} \alpha \ \operatorname{tg} \beta, \quad \alpha = 3s + t, \quad \beta = s - t$

13. Se $z = f(x, y)$, onde f é diferenciável $x = g(t)$, $y = h(t)$, $g(3) = 2$, $g'(3) = 5$, $h(3) = 7$, $h'(3) = -4$, $f_x(2, 7) = 6$, e $f_y(2, 7) = -8$, determine dz/dt quando $t = 3$.

14. Seja $W(s, t) = F(u(s, t), v(s, t))$, onde F, u, e v são diferenciáveis, $u(1, 0) = 2$, $u_s(1, 0) = -2$, $u_t(1, 0) = 6$, $v(1, 0) = 3$, $v_s(1, 0) = 5$, $v_t(1, 0) = 4$, $F_u(2, 3) = -1$ e $F_v(2, 3) = 10$. Determine $W_s(1, 0)$ e $W_t(1, 0)$.

15. Suponha que f seja uma função diferenciável de x e y, e $g(u, v) = f(e^u + \operatorname{sen} v, e^u + \cos v)$. Use a tabela de valores para calcular $g_u(0, 0)$ e $g_v(0, 0)$.

	f	g	f_x	f_y
(0, 0)	3	6	4	8
(1, 2)	6	3	2	5

16. Suponha que f seja uma função diferenciável de x e y, e $g(r, s) = f(2r - s, s^2 - 4r)$. Use a tabela de valores do Exercício 15 para calcular $g_r(1, 2)$ e $g_s(1, 2)$.

17–20 □ Utilize o grafo da árvore para escrever a Regra da Cadeia para o caso dado. Assuma que todas as funções sejam diferenciáveis.

17. $u = f(x, y)$, onde $x = x(r, s, t)$, $y = y(r, s, t)$

18. $w = f(x, y, z)$, onde $x = x(t, u)$, $y = y(t, u)$, $z = z(t, u)$

19. $v = f(p, q, r)$, onde $p = p(x, y, z)$, $q = q(x, y, z)$, $r = r(x, y, z)$

20. $u = f(s, t)$, onde $s = s(w, x, y, z)$, $t = t(w, x, y, z)$

21–26 □ Utilize a Regra da Cadeia para determinar as derivadas parciais indicadas.

21. $z = x^2 + xy^3, \quad x = uv^2 + w^3, \quad y = u + ve^w$;

$\dfrac{\partial z}{\partial u}, \dfrac{\partial z}{\partial v}, \dfrac{\partial z}{\partial w}$ quando $u = 2$, $v = 1$, $w = 0$

22. $u = \sqrt{r^2 + s^2}, \quad r = y + x \cos t, \quad s = x + y \operatorname{sen} t$;

$\dfrac{\partial u}{\partial x}, \dfrac{\partial u}{\partial y}, \dfrac{\partial u}{\partial t}$ quando $x = 1$, $y = 2$, $t = 0$

23. $R = \ln(u^2 + v^2 + w^2), \quad u = x + 2y, \quad v = 2x - y, \quad w = 2xy$;

$\dfrac{\partial R}{\partial x}, \dfrac{\partial R}{\partial y}$ quando $x = y = 1$

24. $M = xe^{y - z^2}, \quad x = 2uv, \quad y = u - v, \quad z = u + v$;

$\dfrac{\partial M}{\partial u}, \dfrac{\partial M}{\partial v}$ quando $u = 3$, $v = -1$

25. $u = x^2 + yz, \quad x = pr \cos \theta, \quad y = pr \operatorname{sen} \theta, \quad z = p + r$;

$\dfrac{\partial u}{\partial p}, \dfrac{\partial u}{\partial r}, \dfrac{\partial u}{\partial \theta}$ quando $p = 2$, $r = 3$, $\theta = 0$

26. $Y = w \ \operatorname{tg}^{-1}(uv), \quad u = r + s, \quad v = s + t, \quad w = t + r$;

$\dfrac{\partial Y}{\partial r}, \dfrac{\partial Y}{\partial s}, \dfrac{\partial Y}{\partial t}$ quando $r = 1$, $s = 0$, $t = 1$

27–30 □ Utilize a Equação 6 para determinar dy/dx.

27. $\sqrt{xy} = 1 + x^2y$

28. $y^5 + x^2y^3 = 1 + ye^{x^2}$

29. $\cos(x - y) = xe^y$

30. $\operatorname{sen} x + \cos y = \operatorname{sen} x \cos y$

31–34 □ Utilize as Equações 7 para determinar $\partial z/\partial x$ e $\partial z/\partial y$.

31. $x^2 + y^2 + z^2 = 3xyz$

32. $xyz = \cos(x + y + z)$

33. $x - z = \operatorname{arctg}(yz)$

34. $yz = \ln(x + z)$

35. A temperatura em um ponto (x, y) é $T(x, y)$, medida em graus Celsius. Um inseto rasteja de modo que sua posição depois de t segundos seja dada por $x = \sqrt{1 + t}$, $y = 2 + \frac{1}{3}t$, onde x e y são medidas em centímetros. A função temperatura satisfaz $T_x(2, 3) = 4$ e $T_y(2, 3) = 3$. Quão rápido a temperatura aumenta no caminho do inseto depois de três segundos?

36. A produção de trigo em um determinado ano W depende da temperatura média T e da quantidade anual de chuva R. Cientistas estimam que a temperatura média anual está crescendo à taxa de 0,15 °C/ano, e a quantidade anual de chuva está decrescendo à taxa de 0,1 cm/ano. Eles também estimam que, no corrente nível de produção, $\partial W/\partial T = -2$ e $\partial W/\partial R = 8$.

(a) Qual é o significado do sinal dessas derivadas parciais?

(b) Estime a taxa de variação corrente da produção de trigo dW/dt.

37. A rapidez da propagação do som através do oceano com salinidade de 35 partes por milhar foi modelada pela equação

$$C = 1449{,}2 + 4{,}6T - 0{,}055T^2 + 0{,}00029T^3 + 0{,}016D$$

onde C é a rapidez do som (em metros por segundo), T é a temperatura (em graus Celsius) e D é a profundidade abaixo