ICE – Institutos de Ciências Exatas
DEMAT – Departamento de Matemática

CÁLCULO 1 - SEMANA 3

Componente Curricular:
IC241 - CÁLCULO I (90h) - Turma: 02 (2020.1)
IC241 - CÁLCULO I (90h) - Turma: 07 (2020.1)
Prof. Roseli Alves de Moura

CONTINUIDADE

Def. 1 - Uma função definida em $x = a$ $[\exists f(a)]$ se, e somente se, existe o limite de f em $x = a$ e ainda vale a condição: $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$.

Def.2 - Uma função continua num intervalo aberto I se for contínua em cada ponto desse intervalo. Uma função é contínua num intervalo fechado $[a,b]$ se for contínua nos pontos internos e nas extremidades do intervalo ocorrer $\lim_{x \to a^+} f(x) = f(a)$ e $\lim_{x \to b^-} f(x) = f(b)$.

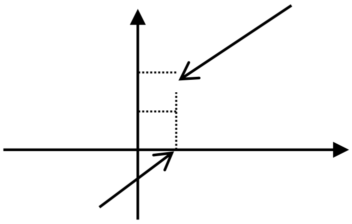
Exercícios:

1) Verificar a se a função $f(x) = \begin{cases} x + \dfrac{|x-1|}{x-1} & se \;\; x \neq 1 \\ 1 \; se \;\; x = 1 \end{cases}$ é ou não contínua no ponto de abscissa x=1.

Resolução: 1^0. $f(1) = 1$

2^0. $\lim_{x \to 1^-} f(x) = 0$

$\lim_{x \to 1^+} f(x) = 2$



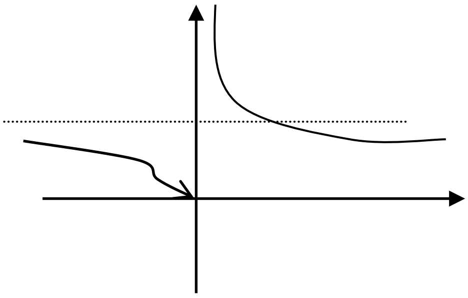
Como os limites laterais são diferentes implica que a função não tem limite no ponto e, consequentemente, que ela não é contínua em x=1 (tem saltos nesse ponto). Também não é contínua a esquerda e a direita de x=1.

2) Redefina a função $f(x) = \dfrac{1-\cos x}{x.senx}$ para seja contínua no ponto de abscissa $x = 0$.

Resolução: $\lim_{x \to 0} \dfrac{1-\cos x}{x.senx} \cdot \dfrac{1+\cos x}{1+\cos x} = \lim_{x \to 0} \dfrac{senx}{x(1+\cos x)} = \dfrac{1}{2}$

Resposta: $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1-\cos x}{x.senx}, & se \;\; x \neq 0 \\ \dfrac{1}{2} & se \;\; x = 0 \end{cases}$

3) Seja $f(x)=\begin{cases} e^{\frac{1}{x}} & se \;\; x\neq 0 \\ 0 & se \;\; x=0 \end{cases}$. A função f é contínua em x=0?



Resolução:
1^0) f(0)=0

2^0) $\lim\limits_{x\to 0^+} e^{1/x}=e^{\lim\limits_{x\to 0^+} 1/x}=+\infty$

$\lim\limits_{x\to 0^-} e^{1/x}=e^{\lim\limits_{x\to 0^-} 1/x}=0=f(0)$

A função não é contínua em x = 0. Porém, é contínua a esquerda de zero.

4) Seja $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2-1}{|x-1|}, & se \;\; x\neq 1 \\ 2, & se \;\; x=1 \end{cases}$.

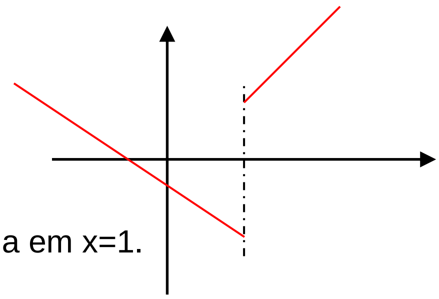
a) Determine, se existir, $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$

b) Esboce o gráfico de f e verifique se ela é contínua em x=1.

Resolução:

a) $\lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{x^2-1}{|x-1|}=\lim\limits_{x\to 1^-}[-(x+1)]=-2$

$\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{x^2-1}{|x-1|}=\lim\limits_{x\to 1^+}(x+1)=2=f(1)$



Portanto, a função não tem limite em x=1.

b) Contínua só a direita de x=1. Portanto, não é contínua em x=1.