

Lista 7 de Exercícios:

1. Calcule os limites:

- a. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x+e^x}{x-e^y}$
- b. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2x+5}{xy-4}$
- c. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2+y^2}$
- d. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$
- e. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^2+x^3}{x^3+yx^2}$
- f. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2x^3}{x^2+y^2}$
- g. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{9x^{10}}{7x^2+5y^4}$
- h. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{5x^{76}}{y^8+x^{66}}$
- i. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{|x|+|y|}$
- j. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2xy^2}{9x^2+31y^2}$
- k. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}$
- l. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2+y}{x^2+y^2}$
- m. $\lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} \frac{xyz}{x^3+y^3+z^3}$
- n. $\lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} \frac{x^2y^5+x^3y^4-z^7}{x^7+y^7+z^7}$
- o. $\lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} \frac{3x^2}{x^2+y^2+z^2}$

2. Diga se as funções são contínuas na origem:

- a. $f(x, y, z) = \begin{cases} \frac{x^2+y^2-z^2}{x^2+y^2+z^2}, & (x, y, z) \neq (0,0,0) \\ 0, & (x, y, z) = (0,0,0) \end{cases}$
- b. $f(x, y, z) = \begin{cases} \frac{4x^2y^2z^2}{3x^6+2y^6+z^6}, & (x, y, z) \neq (0,0,0) \\ 0, & (x, y, z) = (0,0,0) \end{cases}$
- c. $f(x, y, z) = \frac{e^x+e^y}{\cos x + \sin y}$
- d. $f(x, y, z) = \begin{cases} \frac{xyz}{x^3+y^3+z^3}, & (x, y, z) \neq (0,0,0) \\ 3, & (x, y, z) = (0,0,0) \end{cases}$
- e. $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{|x|+|y|}, & (x, y) \neq (0,0) \\ 0, & (x, y) = (0,0) \end{cases}$
- f. $f(x, y) = \begin{cases} \frac{2x^2y}{3x^2+3y^2}, & (x, y) \neq (0,0) \\ 3, & (x, y) = (0,0) \end{cases}$
- g. $f(x, y) = \begin{cases} \frac{2x^2y}{3x^2+3y^2}, & (x, y) \neq (0,0) \\ 0, & (x, y) = (0,0) \end{cases}$
- h. $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2}, & (x, y) \neq (0,0) \\ 0, & (x, y) = (0,0) \end{cases}$
- i. $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2+y^2}, & (x, y) \neq (0,0) \\ 1, & (x, y) = (0,0) \end{cases}$
- j. $f(x, y) = \begin{cases} \frac{7x^4y}{3x^4+3y^4}, & (x, y) \neq (0,0) \\ 0, & (x, y) = (0,0) \end{cases}$
- k. $f(x, y) = \begin{cases} (x^2+y^2) \frac{1}{\sin(x^2+y^2)}, & (x, y) \neq (0,0) \\ 0, & (x, y) = (0,0) \end{cases}$
- l. $f(x, y) = 7x^4y$

3. Encontre as derivadas parciais em relação a x e y (e z se for o caso):

a. $f(x, y) = \text{sen}(x + 3y^2)$

b. $f(x, y) = e^x + 9y^8$

c. $f(x, y) = \ln(xy + x^2)$

d. $f(x, y) = e^{2xy} + \text{sen}\left(\frac{x^2+y}{x^3y^3}\right)$

e. $f(x, y, z) = \frac{\text{sen}(x+y+z)}{\cos(x-y-z)}$

f. $f(x, y) = \text{sen}(\cos(\text{sen}(x^3 + y^5)))$

g. $f(x, y) = xe^z + x - y$

h. $f(x, y) = \frac{x+y}{\sqrt{y^2-x^2}}$

4. Calcule as derivadas parciais no ponto (1,2):

$$f(x, y) = \frac{x+y}{\sqrt{y^2-x^2}}$$

5. Calcule as derivadas parciais no ponto (2,1,0):

$$f(x, y) = xe^z + x - y$$

6. Verifique se as funções são diferenciáveis em $(0,0)$:

a. $f(x, y) = xy$

b. $f(x, y) = x^3 + 4y^2$

c. $f(x, y) = xycos(x + y)$

d. $f(x, y) = x^{1/3} + cosy$

e. $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2}, & se (x, y) \neq (0,0) \\ 0, & se (x, y) = (0,0) \end{cases}$

f. $f(x, y) = \begin{cases} \frac{2x^2y^2}{5x^2+5y^2}, & se (x, y) \neq (0,0) \\ 0, & se (x, y) = (0,0) \end{cases}$

g. $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^9}{x^2+y^2}, & se (x, y) \neq (0,0) \\ 0, & se (x, y) = (0,0) \end{cases}$

h. $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3-y^2}{x^2+y^2}, & se (x, y) \neq (0,0) \\ 0, & se (x, y) = (0,0) \end{cases}$

i. $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^{10}y^{10}}{x^{10}+y^{10}}, & se (x, y) \neq (0,0) \\ 0, & se (x, y) = (0,0) \end{cases}$