ICE – Institutos de Ciências Exatas
DEMAT – Departamento de Matemática

CÁLCULO 1 - SEMANA 8/9

Prof. Roseli Alves de Moura

cresc./decres./

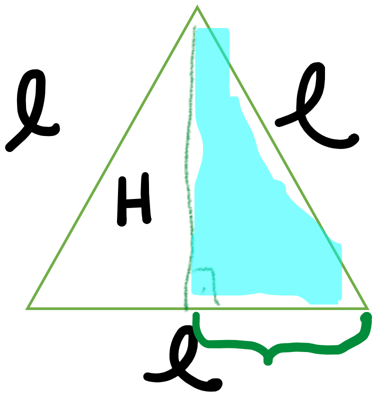
AULA DE EXERCÍCIOS APLICAÇÕES DERIVADAS – TAXA DE VARIAÇÃO E OTIMIZAÇÃO

$$f'(x) = \frac{dy}{dx} \to \text{Razões}$$

TAXA DE VARIAÇÃO

dist / tempo

1)Os lados de um triângulo equilátero se expandem uniformemente à razão de 2mm/min. Determinar a razão segundo a qual a área do triângulo varia quando o lado medir 0,6 m.



$$A = \frac{l \cdot H}{2}$$

$$\left(\frac{dA}{dt}\right) = ? \qquad l = 0,6\,m \qquad l = 600\,mm$$

$$\left(\frac{dl}{dt}\right) = 2\,\frac{mm}{min}$$

$$\left(\frac{l}{2}\right)^2 + H^2 = l^2$$

$$H = \frac{l\sqrt{3}}{2}$$

$$A = \left(l \cdot \frac{l\sqrt{3}}{2}\right) \cdot \frac{1}{2}$$

$$A = \frac{l^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot l^2$$

$$\frac{dA}{dt} = \frac{\cancel{2} \cdot \sqrt{3}}{\cancel{4}} \cdot l \cdot \frac{dl}{dt}$$

$$\frac{dA}{dt} = \frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} \cdot 600 \cdot (\cancel{2})$$

$$\frac{dA}{dt} = 600\sqrt{3}\,\frac{mm^2}{min}$$

Obs :

$$f(x) = x \qquad f(x) = 3x$$

$$f'(x) = 1 \qquad f'(x) = 3$$

$$\frac{dy}{dx} = 1 \qquad \frac{dy}{dx} = 3$$

TAXA DE VARIAÇÃO

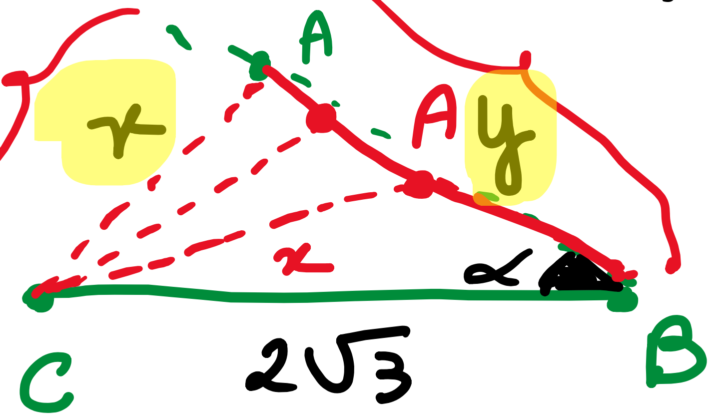
$\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

(2) No triângulo ABC, o ângulo interno correspondente ao vértice B é $\frac{\pi}{6} = 30° = \alpha$

O lado BC é constante e mede $2\sqrt{3}$ cm

O lado AB aumenta uniformemente à razão de $0{,}02$ cm/min

Se, num dado instante, o lado que está aumentando estiver medindo 2 cm, determinar, neste instante a variação do terceiro lado AC



$$\left(\frac{dy}{dt}\right) = 0{,}02 \text{ cm/min}$$

$$\left(\frac{dx}{dt}\right) = ?$$

$y = 2$ cm

Lei dos Cossenos: $x^2 = y^2 + (2\sqrt{3})^2 - \underbrace{2.y.2\sqrt{3}.\cos\frac{\pi}{6}}$

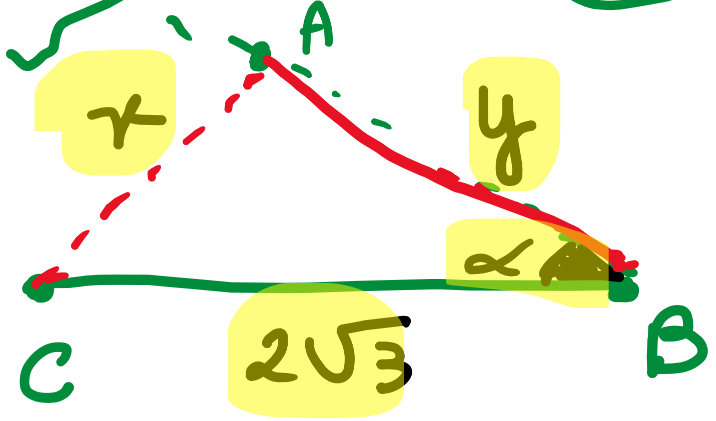
$f(x) = \sqrt{f}$

$f'(x) = \dfrac{1}{2.\sqrt{f}} \cdot f'$

$x^2 = y^2 + 12 - 4\sqrt{3}^{\,2}\, y \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}$

$x^2 = y^2 + 12 - 6y$

$x = \sqrt{y^2 + 12 - 6y}$



$\dfrac{dx}{dt} = \dfrac{1}{2\sqrt{y^2+12-6y}} \cdot (2y-6) \cdot \dfrac{dy}{dt}$

$\dfrac{dx}{dt} = \dfrac{1}{2\sqrt{2^2+12-6.2}} \cdot (2.2-6) \cdot (0{,}02) = \dfrac{-\cancel{2}}{\cancel{2}.\sqrt{4}} \cdot \dfrac{\cancel{2}}{100}$

$= -1/100$

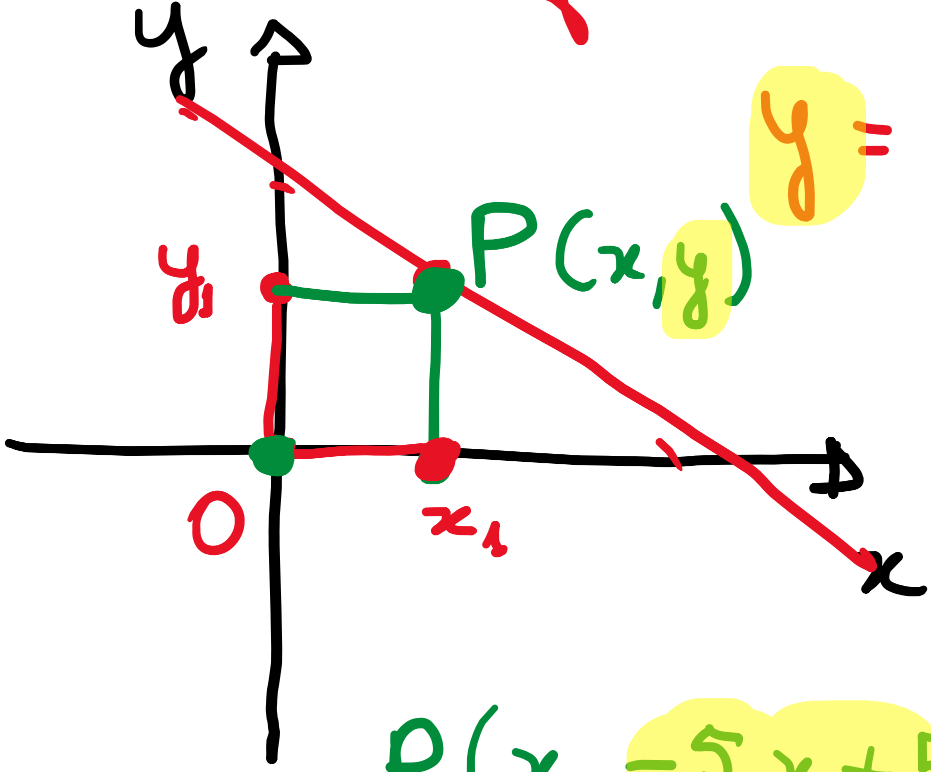
$$\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{-1}{100} \text{ cm/min}$$

OTIMIZAÇÃO

2)Um retângulo de lados paralelos aos eixos cartesianos tem a origem O como um dos seus vértices e estão inscrito na região limitada pelas retas f(x) = -5/2 x + 5, x = 0 e y = 0. Sabendo que o vértice que se opõe à origem estão sobre o gráfico de f, determine a área máxima deste retângulo.

$$f(x) = -\frac{5}{2}x + 5$$

$$A = x \cdot y$$



$$y = -\frac{5}{2}x + 5$$

$$P\left(x, -\frac{5}{2}x + 5\right)$$

$$A = x \cdot \left(-\frac{5}{2}x + 5\right)$$

$$A = -\frac{5}{2}x^2 + 5x$$

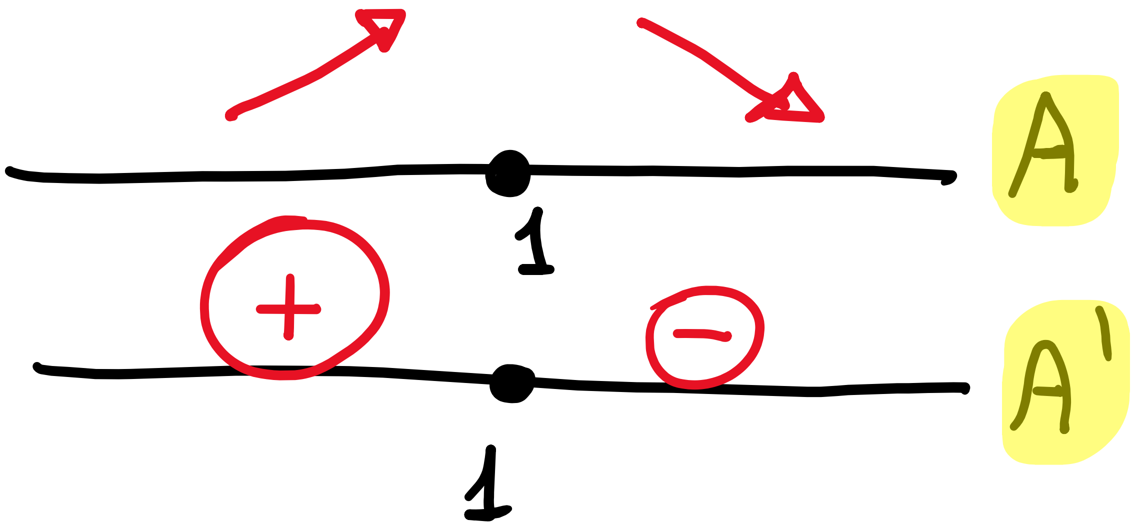
$$A' = -\frac{5}{\cancel{2}} \cdot \cancel{2} \cdot x + 5$$

$$A' = -5x + 5$$

OTIMIZAÇÃO

2)Um retângulo de lados paralelos aos eixos cartesianos tem a origem O como um dos seus vértices e estão inscrito na região limitada pelas retas $f(x) = -5/2\,x + 5$, $x = 0$ e $y = 0$. Sabendo que o vértice que se opõe à origem estão sobre o gráfico de f, determine a área máxima deste retângulo.

$A' = 0$

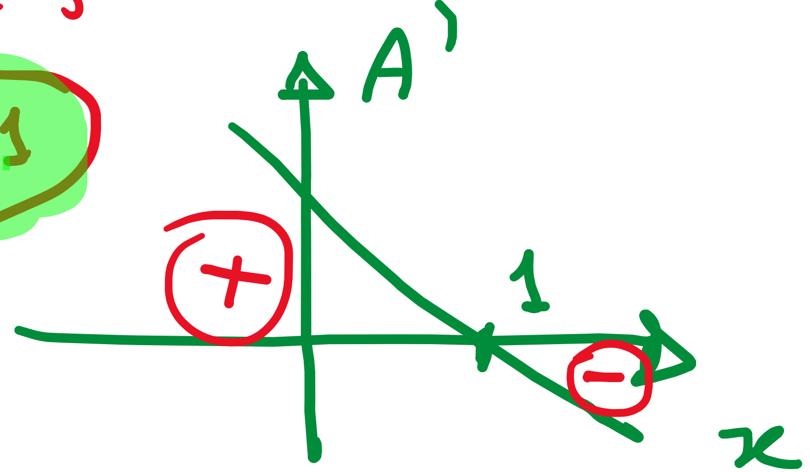


$A' = -5x + 5$

$0 = -5x + 5$

$5x = 5$

$x = 1$



$x = 1$ é máx

$A = -\frac{5}{2}x^2 + 5x = -\frac{5}{2} + 5 = \frac{5}{2}$

$$\therefore \quad A_{máx} = \frac{5}{2} \text{ u.a.}$$

Prova Real: $A' = -5x + 5$

$A'' = \boxed{-5}$

$\cap \quad \cap \quad \cap$ $\quad A$

$- \quad - \quad -$ $\quad A''$