Cálculo 2
Prof.: Montauban

Lista 8

Exercício 1: Calcule a derivada da composta $f(\sigma(t))$, usando a regra da cadeia:

a) $f(x,y) = ye^x + xe^y,\ \sigma(t) = (\cos t, sent)$

b) $f(x,y) = (x^2+y^2)\ln\sqrt{x^2+y^2},\ \sigma(t) = (e^t, e^{-t})$

c) $f(x,y) = x^3 + 2xy,\ \sigma(t) = (t, t^2)$

d) $f(x,y) = ysen(xy),\ \sigma(t) = (t, \ln t)$

e) $f(x,y) = xye^{2xy},\ \sigma(t) = (1, t^2)$

Exercício 2:

a) Determine uma equação do plano tangente e uma equação da reta normal ao hiperbolóide de equação $x^2 - 2y^2 - 4z^2 = 10$ no ponto $(4,-1,1)$.

b) Determine uma equação do plano tangente e uma equação da reta normal à superfície de equação $x^2 + y^2 - 4z^2 = 4$ no ponto $(2,2,1)$.

c) Determine uma equação do plano tangente e uma equação da reta normal à superfície de equação $x^2 + y^2 + 9z^2 = 11$ no ponto $(1,1,1)$.

Exercício 3: Mostre que todos em os pontos da interseção da semiesfera de equação $x^2+y^2+z^2 = 16$, $z \geq 0$, com o cone $z = \sqrt{x^2+y^2}$, os vetores normais a essas superfícies são ortogonais.

Exercício 4: Determine o ponto, situado no primeiro octante, da superfície de equação $x^2 + 3y^2 + \dfrac{3z^2}{2} = 18$ no qual a reta normal é perpendicular ao plano $x + y + z = 10$.

Exercício 5: Considere o elipsóide de equação $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 21$. Encontre as equações dos planos tangentes a essa superfície que são paralelos ao plano $x + 4y + 6z = 30$.

Exercício 6: Considere a curva C de interseção das superfícies de $x^2 - 2xz + y^2 z = 3$ e $3xy - 2yz = -2$. Determine:

a) Um vetor tangente a C em $(1,-2,1)$.

b) Os pontos do hiperbolóide $x^2 + y^2 - z^2 + 12 = 0$ onde o plano tangente é perpendicular ao vetor encontrado no item a.

Exercício 7: Encontre a derivada direcional no ponto P_o, na direção do vetor u, nos seguintes casos:

a) $f(x, y) = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$, $P_o = (0, 1),\ u = (2, 2)$.

b) $f(x, y) = e^{x^2 - y^2}$, $P_o = (1, 1),\ u = (1, 3)$.

c) $f(x, y, z) = \ln(x^2 + y^2 + z^2)$, $P_o = (1, 2, 3),\ u = (1, -1, -1)$.

d) $f(x, y, z) = sen(xy) + \cos(yz)$, $P_o = (1, 0, -1),\ u = (-1, 2, 2)$.

Exercício 8: Considere a função $f(x, y) = x^2 + y^2 - 2y$ e o ponto $P_o = (2, 2)$. Determine:

a) A taxa de variação f em P_o na direção do vetor $(1, 1)$.

b) A taxa de variação f em P_o na direção do vetor tangente $g'(t)$ à curva $g(t) = (t, t^2 - t)$ em $(3, 6)$.

c) A direção na qual a taxa de variação de f em P_o é máxima.

Exercício 9: As superfícies de equações:

$F(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 3 = 0$ e $G(x, y, z) = x^2 + 2x + y^2 - 4 = 0$

têm como interseção uma curva C que passa pelo ponto $P_o = (1, 1, 1)$.

a) Encontre as taxas de variação de F e G na direção de um vetor tangente a C em P_o.

b) Encontre a direção na qual a taxa de variação de G em P_o é máxima. Qual é essa taxa.