#### Hochschule für Technik und Wirtschaft Berlin

### Internationaler Studiengang Medieninformatik

#### Masterarbeit

von

#### Daniel Schneider

# Photogrammetrie zur Platzierung von standortbezogenen dynamischen Inhalten in AR

Photogrammetry for placement of location-based dynamic content in AR

### Hochschule für Technik und Wirtschaft Berlin Fachbereich Informatik, Kommunikation und Wirtschaft

#### Studiengang Internationaler Studiengang Medieninformatik

#### **Masterarbeit**

von

#### Daniel Schneider

# Photogrammetrie zur Platzierung von standortbezogenen dynamischen Inhalten in AR

Photogrammetry for placement of location-based dynamic content in AR

Bearbeitungszeitraum: von 13.05.2019

bis 16.09.2019

1. Prüfer: Prof. Dr. Tobias Lenz

2. Prüfer: Prof. Dr. Klaus Jung

Fachbereich Informatik, Kommun	ikation und Wirtschaft			
Eigenständigkeitserklärung				
Name und Vorname				
der Studentin/des Studenten:	Schneider, Daniel			
Studiengang:	Internationaler Studiengang Medieninformatik			
Ich bestätige, dass ich die Master	rarbeit mit dem Titel:			
Photogrammetrie zur Platzieru	ng von standortbezogenen dynamischen Inhalten in AR			
O	anderweitig für Prüfungszwecke vorgelegt, keine lellen oder Hilfsmittel benutzt sowie wörtliche und ennzeichnet habe.			
Datum: 30. Juli 2019				
Unterschrift:				

Hochschule für Technik und Wirtschaft Berlin

#### Hochschule für Technik und Wirtschaft Berlin Fachbereich Informatik, Kommunikation und Wirtschaft

#### Masterarbeit Zusammenfassung

Studentin/Student (Name, Vorname): Schneider, Daniel

Studiengang: Internationaler Studiengang Me-

dieninformatik

Aufgabensteller, Professor: Prof. Dr. Tobias Lenz

Durchgeführt in (Firma/Behörde/Hochschule): HTW Berlin

Betreuer in Firma/Behörde:

Ausgabedatum: 13.05.2019 Abgabedatum: 16.09.2019

Titel:

# Photogrammetrie zur Platzierung von standortbezogenen dynamischen Inhalten in AR

Zusammenfassung:

"Zusammenfassung"

Schlüsselwörter: Photogrammetrie, AR, standortbezogene Daten, Android, Java, SfM, SLAM

# Inhaltsverzeichnis

1	Mot	tivation	1
2	Aug 2.1 2.2 2.3	Augmented Reality - Software Development Kits	3 4 4 5 5 6 6 7
3	Pho 3.1 3.2 3.3	togrammetrie   Einführung in die Photogrammetrie   Bündelblockausgleich   Nicht-lineare Methode der kleinsten Quadrate   3.3.1 Gauß-Newton-Verfahren   3.3.2 Levenberg-Marquardt Methode	11 11 12 13 14 15
4	Sim 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5	Extended Kalman Filter - SLAM	17 20 21 22 22 24
5	<b>Verg</b> 5.1 5.2	gleich der Verfahren Ähnlichkeiten und Unterschiede	<ul><li>25</li><li>25</li><li>25</li></ul>
6	<b>Imp</b> 6.1	Verwendete Hard und Software	26 26 26 26 26 26 26

	6.2	Implentierung	26						
7	7.1	istest Anwendungsbeispiele	27						
8	8.1	tere Verfahren  Depth Map mit Dual Camera							
9	Zusammenfassung und Ausblick								
Lit	Literaturverzeichnis								
Ał	Abbildungsverzeichnis								

Inhaltsverzeichnis vii

### 1 Motivation

Photogrammetrie ist "die Wissenschaft und Technologie der Gewinnung von Informationen über die physische Umwelt aus Bildern, mit einem Schwerpunkt auf Vermessung, Kartierung und hochgenauer Messtechnik". (Heipke, 2017, S.5 [1]) Die Photogrammetrie beschäftigt sich mit der Rekonstruktion von dreidimensionalen Daten aus zweidimensionalen Informationsträgern, wie Bildern oder Laserscan Daten. Dabei gehen diese Daten alle auf das Prinzip der Aufnahme der elektromagnetischen Strahlung zurück. Bei Bildern ist das die Helligkeits und Farbverteilung, bei Laserscans, Entfernungsbilder, beziehungsweise Punktwolken. Die Disziplin der Photogrammetrie ist dabei dem Bereich der Fernerkundung zuzuordnen, die sich mit der Auswertung von geometrischen oder semantischen Informationen beschäftigt. Beides sind Fachbereiche, die sich über die Jahrzehnte entwickelt haben und sich dem Gebiet der Geodäsie zuordnen lassen. Die Geodäsie erfasst Geoinformationen über die Erde, die dann beispielsweise mit Kartographie visualisiert werden können. Das große Potenzial der Bereitstellung und Gewinnung von dreidimensionalen Daten, in verschiedenen Maßstäben aus Bildern, war in der Photogrammetrie eine der wichtigsten Stärken der Technologie, seit Beginn. Photogrammetrie wird tatsächlich von Raumsonden im All bis hin zur Mikroskopie eingesetzt. Auch wenn die Kartenerstellung das Kernanwendung war, haben sich nicht-topographische Anwendungen, seit der Einführung digitaler Kameras stark expandiert. Dazu zählt zum Beispiel die hochpräzise industrielle Messtechnik, die Architektonische Photogrammetrie, medizinische und forensische Bildgebung und Analyse und eine Reihe weiterer Verfahren. (vgl. [26] S.1)

Das Gebiet der Computer Vision, das sich großteils parallel mit der Photogrammetrie entwickelt hat, verfolgt den gleichen Ansatz und ist inhaltlich sehr stark mit der digitalen Photogrammetrie verbunden. Das Forschungsziel der Computer Vision ist es, anhand von zeidimensionalen Bilddaten die geometrischen Informationen von dreidimensionalen Objekten, wie Form, Position, räumlicher Lage, Bewegung oder ähnliche Daten zu gewinnen. Unter diesem Gesichtspunkt gibt es sehr viele Gemeinsamkeiten zwischen Computer Vision und digitaler Photogrammetrie. (vgl. [25] S.1) Nachdem sich Photogrammetrie und Computer Vision lange unabhängig voneinander entwickelt

haben, ist Photogrammetrie heute als Grundlage von Computer Vision anerkannt. (vgl. [1] S. 5-7)

Durch die Entwicklung der Technik und der damit eingehenden Steigerung der Rechenpower im mobilen Bereich, haben sich die Bereiche, in denen Photogrammetrie eingesetzt werden kann vergrößert. Im Rahmen dieser Arbeit soll evaluiert werden, ob photogrammetrische Verfahren für Augmented Reality Anwendungen im Bereich von Smarthphones eingesetzt werden können, um in Echtzeit aus Videodaten die dreidimensionalen Beschaffenheit der gefilmten Objekte zu rekonstruieren. Dazu wird die photogrammetrische Pipeline analysiert und mit aktuellen Verfahren verglichen.

Im Rahmen dieser Arbeit ist ebenfalls eine auf Android basierende Anwendung erstellt worden, welche eine der neuen Technologien im Bereich Augmented Reality implementiert.

Daniel Schneider

# 2 Augmented Reality

Im Gegensatz zu "Virtual Reality" (VR), welche eine interaktive, dreidimensionale, computergenerierte, immersive Umgebung schafft, in die eine Person versetzt wird, erlaubt "Augmented Reality" (AR) die Überblendung von digitalen Medieninformationen über die Wahrnehmung der echten Welt. Dadurch fällt AR in die Definition von "Mixed Reality" (MR).

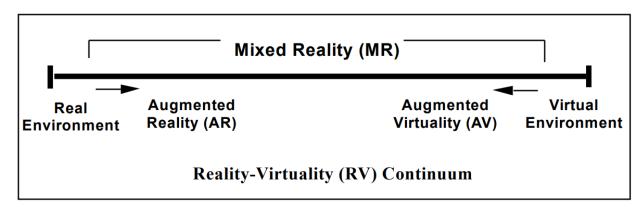


Abbildung 2.1: Das Realität - Virtualität Kontinuum, Bildquelle [11]

Im Rahmen dieser Arbeit wird sich, wenn der Begriff Augmented Reality (AR) verwendet wird, auf Monitor basierte, nicht immersive Geräte bezogen, da sich in der Analyse der Verfahren und der Implementation einer AR Anwendung, auf Smartphones bezogen wird. Diese Anzeigesysteme werden auch als "window-on-the-world" bezeichnet, da computergenerierte Bilder oder Informationen digital über das Echtzeit Kamera Bild überlagert werden. (vgl. [11] S.284)

#### 2.1 Augmented Reality - Software Development Kits

"Software Development Kits"(SDK) oder auch Frameworks, sind Werkzeuge und Bibliotheken, welche eine Programmierumgebung und Basistechnologien liefern, um

Programme zu entwickeln. Im Bereich von Augmented Reality umfassen Frameworks meistens die drei Hauptkomponenten: (vgl. [12] S.3)

- **Recognition**: Erkennung von Bildern, Objekten, Gesichtern oder Räumen, auf welche die virtuellen Objekte oder Informationen überlagert werden können.
- Tracking: Echtzeit-Lokalisierung der erkannten Objekte und Berechnung der lokalen Position des Gerätes zu diesen.
- **Rendering**: Überlagerung der virtuellen Medieninformationen über das Bild und Anzeige der generieren Mixed Reality.

#### 2.1.1 Marktübersicht - Software Development Kits

Die folgende Tabelle gibt eine Übersicht an gängigen SDKs, und deren Plattformkompatibilität.

	Vuforia	Wikitude	Metaio	ARToolKit	Kudan	EasyAR	MaxST	ARCore	ARKit
Android	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	х
iOS	✓	✓	✓	✓	<b>√</b>	✓	<b>√</b>	<b>√</b>	<b>√</b>
Windows	✓	<b>√</b>	✓	✓	х	✓	✓	х	х

Bis auf das von Apple entwickelte ARKit, sind alle hier genannten Frameworks für Android verwendbar. Weiterhin unterstützen alle das Betriebsystem iOS, sowie Windows, bis auf Kudan, ARCore und ARKit. Im praktischen Teil dieser Arbeit werden mehrere dieser Software Development Kits auf der Android Plattform verwendet, getestet und analysiert.

#### 2.2 Voraussetzungen für Augmented Reality

Augmented Reality Anwendungen haben hohe Anforderungen an die Rechnenpower der Technik, die Verarbeitungsgeschwindigkeit der Algorithmen und Robustheit der verwendeten Verfahren. (vgl. [18] S.1)

- Hohe räumliche Genauigkeit: 6 "Degrees of Freedom" (Freiheitsgrade) in Position und Ausrichtung.
- **Sehr geringer Jitter (Zittern)**: Das Rauschen im Tracking System muss minimal gehalten werden.

- Hohe Aktualisierungsraten: mindestens 30Hz, besser mehrere 100Hz.
- **Sehr geringer Lag**: Die Verzögerung von Messung bis zur Trackerausgabe muss minimal sein.

• Volle Mobilität: Bewegungsfreiheit für den Nutzer: Keine Kabel, kein eingeschränkte Umfang an Bedienmöglichkeiten.

Erst durch die Entwicklung der Technik in den letzten zwei Jahrzehnten und einer damit eingehenden Steigerung der Rechenpower von mobilen Geräten hat sich Augmented Reality auf Smartphones durchsetzen können.

#### 2.3 Arten des Augmented Reality Trackings

Das Erkennen der Umgebung und die Lokalisierung der Kamera (Camera Pose Estimation), ist der ausschlaggebende Schritt zur Realisierung von Augmented Reality. Erst dies erlaubt die Projektion von digitalen Modellen in der richtigen Position auf den echten Bildern. Präzise und robuste Kamerapositionsdaten sind eine Grundvoraussetzung für eine Vielzahl an Anwendungen, wie dynamischer Szenenanalyse und Interpretation, 3D-Szenestrukturerkennung und Videodatenkompression. Augmented Reality Umgebungen sind ein Hauptanwendungsgebiet der Kameralokalisierung, da ein eingeschränkter Arbeitsbereich hohe Anforderungen an die Robustheit und Schnelligkeit stellt. Es existieren viele verschiedene Ansätze um die Kameralokalisierung im Raum zu lösen. Das Problem wird als nichtlineares Problem betrachtet und wird meistens durch die "Method of least squares" (Methode der kleinsten Quadrate) oder nichtlineare Optimierungsalgorithmen gelöst, typischerweise durch das Gauß-Newton oder Levenberg-Marquardt Verfahren. (vgl. [17] S.1) Im Folgenden werden die vier gängigsten Ansätze zur Lösung dieses Tracking Problems erläutert.

#### 2.3.1 Referenzmarken-basiertes Tracking

Markerbasiertes Tracking war lange Zeit eine der häufigsten verwendeten Techniken um Augmented Realtiy zu realisieren. Dies liegt in der einfachen Erkennung der typischerweise schwarz-weißen Marker mit hohem Kontrast. Dadurch kann neben der Relation des Geräts zum Marker auch relativ einfach die Entfernung und der Winkel berechnet werden. Der Nachteil liegt in der Limitierung der Anwendungsgebiete, in denen diese Technik verwendet werden kann, da Marker immer im Sichtfeld der

Kamera lokalisiert sein müssen und nicht von anderen Objekten verdeckt werden dürfen. Weiterhin müssen immer externe Ressourcen verwendet werden um diese Marker zu erstellen, zu registrieren und zu verwenden, was bei der Verwendung der Anwendung und damit der Nutzerfreundlicheit, immer mit einem Mehraufwand verbunden ist. (vgl. [13] S.13)

#### 2.3.2 Hybrid-basiertes Tracking

Hybrid basiertes Tracking verwendet mehrere Datenquellen wie das Global Positioning System (GPS), Kompass oder Beschleunigungssensoren zur Bestimmung der Orientierung und Lokalisierung des Geräts. Dabei wird per GPS der Standort des Geräts bestimmt, um Objekte in der Nähe zu identifizieren, die augmentiert werden sollen. Mit Hilfe des Kompasses kann dann ein Pfad erstellt und überprüft werden, ob die Orientierung des Geräts auch in diese Richtung zeigt. Der Beschleunigungssensor bestimmt die Ausrichtung des Geräts mithilfe der Gravitation. Durch die Vereinigung all dieser Informationen kann berechnet werden, was im Sichtfeld ergänzt werden soll, ohne dass eine Auswertung und Verarbeitung des realen aufgenommen Bildes stattzufinden hat. Anschließend werden die Informationen über das Kamerabild gelegt. (vgl. [13] S.13)

(Evtl bessere quellen für ref und hybrid)

#### 2.3.3 Modell-basiertes Tracking

Beim Modell-basiertem Tracking wird ein rekursiver Algorithmus verwendet. Hierbei wird die vorherige Kameraposition als Grundlage für die Berechnung der aktuellen Kameraposition verwendet. Durch die Rekursivität ist dieses Verfahren nicht sehr rechenintensiv und benötigt eine relativ geringe Prozessorleistung. Weiterhin kann zwischen verschiedenen Merkmalen unterschieden werden, welche für das Tracking verwendet werden. Bei der kantenbasierten Methode wird versucht ein dreidimensionales Wireframe mit den Kanten des Objekts in der realen Welt zuzuordnen



Abbildung 2.2: Kantenbasiertes rekursives Tracking, Bildquelle [14] S.3

Außerdem sind Ansätze wie "optical flow based tracking", was zeitliche Informationen, entnommen aus der Bewegung der Projektion des Objekts relativ zur Bildebene verwendet, sowie texturbasierte Ansätze verbreitet. (vgl. [14] S.1-2)

#### 2.3.4 Natürliches Feature Tracking

Natürliches Feature Tracking ist ein bildbasiertes Verfahren und kann die Position des Gerätes zur Umgebung, ohne das Wissen über einen vorherigen Zustand, bestimmen. Diese Methode ist in der Regel sehr rechenintensiv und benötigt hohe Prozessorleistung. (vgl. [14] S.1-2) Diese Technik verwendet die Merkmale von Objekten in der echten Welt und erkennt die natürlichen Eigenschaften dieser. Diese Merkmale werden Features genannt und sind typischerweise, basierend auf einem mathematischem Algorithmus, sehr gut unterscheidbar und außern sich in der Form von Ecken, Kanten oder starke Kontrasten. Die Feature Deskriptoren eines Bildes werden zur späteren Erkennung gespeichert. Anhand des gespeicherten Datensets aus Merkmalen kann dann erkannt werden, ob ein Bild den gleichen Inhalt zeigt, unabhängig von Entfernung, Orientierung, Beleuchtungsintensität, Rauschen oder Verdeckung. (vgl. [13] S.13) Es gibt eine Vielzahl an natürlichen Feature Tracking und Matching Systemen, wie SIFT (Scale-Invariant Feature Transform), SURF (Speeded Up Robust Features), FAST (Features from Accelerated Segment Test), BRIEF (Binary Robust Independent Elementary Features) oder ORB (Oriented FAST and Rotated BRIEF). Diese unterscheiden sich hauptsächlich durch die erkannten Bildmerkmale im Videobild und dem erzeugtem

Modell der Umgebung, die verfolgt werden soll. Die Grundsätzliche Pipeline kann wie in Abbildung 2.3 dargestellt, beschrieben werden.

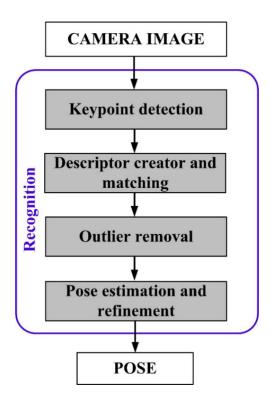


Abbildung 2.3: Tracking Pipeline Bildquelle [15]

Die Erstellung und das Matching der Deskriptoren hängt von der Wahl des Deskriptorssystems ab. Bei SIFT beispielsweise schätzt der Algorithmus die dominante Orientierung des Keypoints mit Hilfe von Gradienten, kompensiert die erkannte Orientierung und beschreibt abschließend die Keypoints in Bezug zu den Gradienten der Umgebung. Die erkannten Deskriptoren werden in eine Datenbank gespeichert, in welcher dann, während des Echtzeit Trackings, auf Gemeinsamkeiten geprüft werden kann. (vgl. [15] S.28-29)

FAST hat eine ähnliche Vorgehensweise, ist jedoch um ein vielfaches schneller als SIFT. Wie in Abbildung 2.4 zu sehen ist, arbeitet der ursprüngliche Segementtest mit einem Kreis von 16 Pixeln um den Eckenkandidaten p.

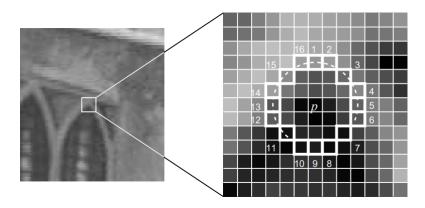


Abbildung 2.4: 12 Punkt Segment Test für die Eckenerkennung [19]

Der Detektor klassifiziert p als Ecke, wenn es ein Set von n zusammenhängenden Pixeln im Kreis gibt, die alle heller als der Kandidat  $I_p$ , addiert mit einem Grenzwert t, oder alle dunkler als  $I_p - t$  sind. n ist zwölf, da dies einen High Speed Test ermöglicht, mit dem eine große Anzahl an Nicht-Ecken schnell ausgeschlossen werden kann. Der Test untersucht nur die vier Pixel 1, 5, 9 und 13. Wenn p eine Ecke ist, dann müssen mindestens drei der vier Pixel heller als  $I_p + t$  oder dunkler als  $I_p - t$  sein. Wenn dies nicht zutrifft, ist p keine Ecke. (vgl. [19] S.4-5)

"Outlier removal" oder auch die Ausreißerbeseitigung besteht aus einer Reihe von Techniken zur Entfernung von unerwünschten, falsch erkannten Keypoints, beginnend mit günstigen Methoden (einfache geometrische Tests) und abschließend mit teuren, homographie basierten Tests. (vgl. [15] S.28-29)

Die planare Homographie bezieht sich auf die dreidimensionale Lage zwischen zwei Bildebenen. Betrachtet man das erst Set and korrespondierender Punkte, (x,y) im ersten Bild und (x',y') im zweiten. Dann bildet die Homographie H diese wie folgt ab.

$$s \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$
(2.1)

Die Homographiematrix ist eine 3x3 Matrix mit 8 DoF (Degrees of Freedom). Sie wird standardmäßig normalisiert mit:

$$h_3 3 = 1$$
 (2.2)

oder

$$h^{2}_{11} + h^{2}_{12} + h^{2}_{13} + h^{2}_{21} + h^{2}_{22} + h^{2}_{23} + h^{2}_{31} + h^{2}_{32} + h^{2}_{33} = 1$$
 (2.3)

Homographie wird in vielen Anwendungsbereichen, wie Panoramaerstellung, Bildausrichtung, perspektivischer Entzerrung oder für die Schätzung der Kameraposition in Augmented Reality verwendet. (vgl. [16]) Die Resultate der Homographie werden als Ausgangspunkt für die "Pose Estimation" (Positionsschätzung) der Kamera verwendet. Eric Marchand et al. [15] beschreiben die Positionsschätzung als Problem, welches ursprünglich in der Photogrammetrie ihren Ursprung fand und als "Space Resection" bekannt ist. Sie definieren sie folgendermaßen. "given a set of correspondences between 3D features and their projections in the images plane, pose estimation consists in computing the position and orientation of the camera".

http://sci-hub.tw/10.1109/TVCG.2015.2513408!!!! <- sehr gute quelle

Abschließend wird, basierend auf dem Gauß-Newton-Verfahren eine Reduzierung des "re-projection error" erreicht. Typischerweise sind zwei bis vier Wiederholungen genug. (vgl. [15] S.28-29)

#### 2.4 Photogrammetrie vs. SLAM für Augmented Reality

In diesem Kapitel wurde eine Einführung in Augmented Reality, deren Vorraussetzungen und aktuellen Umsetzungen dargelegt. Im folgenden Teil dieser Arbeit wird Photogrammetrie, sowie SLAM (Simultaneous Localisation and Mapping), welches von den meisten Augmented Reality SDKs inzwischen verwendet wird, beschrieben. Anschließend wird ein Vergleich der beiden Verfahren durchgeführt, um Gemeinsamkeiten, Unterschiede, sowie Möglichkeiten und Schwächen der einzelnen Verfahren aufzuzeigen und in Kontext zu bringen. Anschließend wird evaluiert ob photogrammetrische Verfahren in Kontext der Augmented Reality eingesetzt werden können.

# 3 Photogrammetrie

#### 3.1 Einführung in die Photogrammetrie

Das Grundprinzip der Messung mit Kameras ist einfach. Licht breitet sich mit einer bestimmten Wellenlänge, in annähernd geraden Strahlen aus. Diese Strahlen werden vom Sensor der Kamera aufgenommen, sodass diese die Richtungen im dreidimensionalen Raum misst. Der grundlegende geometrische Zusammenhang der Photogrammetrie ist somit die Zentralprojektion, die sich mathematisch durch die Kollinearitätsgleichung beschreiben lässt. Ein dreidimensionaler Punkt in der echten Welt, sein Bild in der Kamera und das Projektionszentrum müssen alle auf einer geraden Linie liegen. (vgl. [20] S.1) Das fundamentale photogrammetrische Problem besteht in der Bestimmung von internen und externen Ausrichtungsparametern der Kamera und der Messung von Objekt und Raumkoordinaten der aufgenommenen Fotografien.

• Interne Orientierung: Bei der internen Orientierung werden Kameraparameter gemessen und ausgewertet. Dazu wird die "principle distance" (Brennweite) und der "principle point" (Optisches Zentrum) betrachtet.

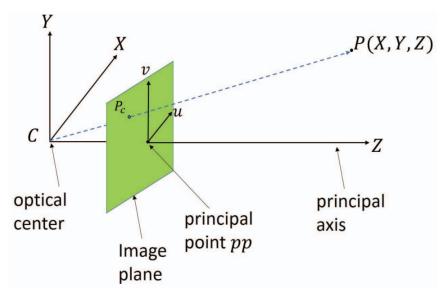


Abbildung 3.1: Kamera Kalibierungsmodell, Bildquelle [21]

Weiterhin müssen Parameter, welche die Verzeichnung, also die nicht maßstabsgetreue Abbildung von Objekten, betrachtet werden. Diese Parameter, die beispielsweise in der Objektivkorrektur verwendet werden, müssen, um die interne Orientierung der Kamera genau abzubilden, mit in die Berechnung einfließen.

• Externe Orientierung: Bei der externen Orientierung wird versucht die genaue räumliche dreidimensionale Lage der Kamera zum Zeitpunkt der Belichtung des Bildes zu rekonstruieren. Für die Bestimmung der Orientierung von ein oder mehreren Fotos, können verschiedene Methoden verwendet werden. Dies kann in Teilschritten (relative und absolute Orientierung) oder gleichzeitig (Bündelblockausgleich) durchgeführt werden. (vgl. [22] S.616)

Khalid El-AShmawy [23] beschreibt die Verwendung von Strahlenbündel, die durch Fotos generiert werden, als zweifelsfrei den flexibelsten Ansatz zur Blockbildung, Blockanpassung und für Photogrammetrie im Allgemeinen und mit den besten Ergebnissen. In der Nahbereichsphotogrammetrie, bei der mehrstufige und konvergente Konfigurationen möglich sind, ist der Bündelansatz in seiner stärksten Form vertreten.

Der Ausgleich der Strahlenbündel in einem Set an Fotos beinhaltet die Rotation und Translation von jedem Bündel im Raum in eine Position, in der alle Strahlen sich an der korrekten Position im Objektraum schneiden. (vgl. [23] S.66)

#### 3.2 Bündelblockausgleich

Das Verfahren des Bündelblockausgeleichs, verwendet die Methoden der "collinearity condition" (Kollinearitätsbedingung), der "coplanarity condition" (Koplanaritätsbedingung) oder die Methode der direkten linearen Transformation. Die gewünschten Parameter aller Fotos werden gleichzeitig durch eine iterative Wiederholung der "least square" Methode (Methode der kleinsten Quadrate) angepasst und korrigiert. Die Iterationen sind durch die nicht-Linearität der Konditionsgleichungen notwendig. Die Resulate des Bündelblockausgleichs aller Fotos sind dann die Ergebnisse der externen Orientierung der Kamera für jedes einzelne Foto. Weiterhin ergibt sich eine Auflistung der Objektraumkoordinaten der gemessenen Punkte aller Fotos, sowie deren gemessene statische Genauigkeit. (vgl. [23] S.66-67)

http://sci-hub.tw/https://doi.org/10.3846/20296991.2015.1051335 http://sci-hub.tw/10.1111/0031-868X.00210

#### 3.3 Nicht-lineare Methode der kleinsten Quadrate

Die "Method of Least Squares" (Methode der kleinsten Quadrate) ist eine sehr leistungsfähige und flexible Technik, um alle Arten von Datenabgleichsproblemen zu lösen. Das Verfahren wird eingesetzt, um eine parametrisierbare Funktion an ein Datenset von Messwerten anzupassen, durch Minimierung der Summe des quadratischen Fehlers zwischen Funktion und Datenpunkten. Die verschiedenen Werkzeuge dieser Methode können auch eingesetzt werden, um beispielsweise die Korrelationsqualität der Messdaten zu bewerten. Gleichzeitig ermöglicht das System die Stabilisierung und Verbesserung der Korrelation, durch die Berücksichtigung geometrischer Randbedingungen. Wenn die anzupassende Funktion nicht linear ist, ist das Problem der kleinsten Quadrate ebenfalls nicht linear. Nichtlineare Lösungen der Methode der kleinsten Quadrate reduzieren iterativ die Summe der quadratischen Fehler zwischen Funktion und Messwerten, durch eine Abfolge von Aktualisierungen der Parameterwerte. (vgl. [29] S.1, [32] S.1)

In den folgenden Abschnitten werden verschiedene Methoden zur Bestimmung der externen Kameraparameter während des Bündelblockausgleichs vorgestellt. Die Methode der kleinsten Quadrate ist dabei essentiell für die Anwendbarkeit dieser Algorithmen, weswegen diese sowie das Gauss-Newton und das Levenberg-Marquardt Verfahren vorgestellt wird.

Die nicht lineare Methode der kleinsten Quadrate ist ein Standardoptimierungsproblem und wird definiert als [30] :

minimiere: 
$$\sum_{i=1}^{m} f_i(x)^2 = ||f(x)||^2$$
 (3.1)

Wobei:

 $f_1(x), ..., f_m(x)$  differenzierbare Funktionen einer Vektorvariablen x sind.

f eine Funktion von  $\mathbf{R}^n$  zu  $\mathbf{R}^m$  mit den Komponenten  $f_i(x)$  ist:

$$f(x) = \begin{bmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \\ \vdots \\ f_m(x) \end{bmatrix}$$
(3.2)

Das Ziel ist es ein x zu finden, dass  $||f(x)||^2$  minimiert. In unserem Fall, der Positionsbestimmung von Objekten im Raum mit der Grundlage mehrerer Kamerabilder, kann f folgendermaßen aufgestellt werden:

Das **Kameramodell** wird beschrieben durch die Parameter:  $a \in \mathbb{R}^{2\times 3}$ ,  $b \in \mathbb{R}^2$ ,  $c \in \mathbb{R}^3$ ,  $d \in \mathbb{R}$  welche die Position und Orientierung charakterisieren. Ein Objekt an Position  $x \in \mathbb{R}^3$  erzeugt ein Bild an der Position  $x' \in \mathbb{R}^2$  auf der Bildebene.

$$x\prime = \frac{1}{c^T x + d} (Ax + b) \tag{3.3}$$

 $c^Tx + d > 0$ , wenn das Objekt vor der Kamera ist. Angenommen ein Objekt an Position  $x_{ex}$  wird von l Kameras betrachtet. (Beschrieben durch  $a_i, b_i, c_i, d_i$ ) Das Bild des Objekts in der Bildebene von Kamera i ist an Position:

$$y_i = \frac{1}{c_i^T x_{ex} + d_i} (A_i x_{ex} + b_i) + v_i$$
 (3.4)

Wobei  $v_i$  der Mess- oder Quantisierungsfehler ist. Das Ziel ist es nun die dreidimensionale Position  $e_{ex}$  von den l Beobachtungen  $y_1, ..., y_l$  zu schätzen.

**Nicht-lineare Methode der kleinsten Quadrate:** Berechne die Schätzung von  $\hat{x}$  durch die Minimierung von (vgl. [30] S.5-6):

$$\sum_{i=1}^{l} ||y_i = \frac{1}{c_i^T x_{ex} + d_i} (A_i x_{ex} + b_i) + v_i||^2$$
(3.5)

#### 3.3.1 Gauß-Newton-Verfahren

Das Gauß-Newton Verfahren ist eine Technik zur Lösung der nicht linearen Methode der kleinsten Quadrate. Das Verfahren besteht aus einer Folge von linearen Annäherungen der kleinsten Quadrate an das nicht lineare Problem, bei dem jedes einzelne durch einen direkten oder iterativen Prozess gelöst wird. (vgl. [31] S.1) Gegeben ist die Definition der Problemstellung der kleinsten Quadrate, siehe (3.1). Beginnend mit einer anfänglichen Schätzung  $x^{(1)}$ , werden weitere Näherungslösungen k = 1, 2, ... berechnet (vgl. [30] S.16-17).

Dazu wird f um  $x^{(k)}$  linearisiert:

$$\overline{f}(x; x^{(k)}) = f(x^{(k)}) + Df(x^{(k)})(x - x^{(k)})$$
(3.6)

Ersetze die affine Annäherung  $\overline{f}(x; x^{(k)})$  für f im Problem der kleinsten Quadrate (3.1):

$$minimiere: ||\overline{f}(x; x^{(k)})||^2$$
(3.7)

Die Lösung dieses linearen Problems wird nun als  $x^{(k+1)}$  verwendet.

Das Problem der kleinsten Quadrate ist in Wiederholung *k* des Gauß-Newton Verfahrens gelöst:

minimiere: 
$$||f(x^{(k)}) + Df(x^{(k)})(x - x^{(k)})||^2$$
 (3.8)

Wenn  $Df(x^{(k)})$  linear unabhängige Spalten hat, wird die Lösung gegeben durch:

$$x^{k+1} = x^{(k)} - \left(Df(x^{(k)})^T Df(x^{(k)})\right)^{-1} Df(x^{(k)})^T f(x^{(k)})$$
(3.9)

Der Gauß-Newton Schritt  $\Delta x^{(k)} = x^{(k+1)} - x^{(k)}$  ist:

$$\Delta x^{(k)} = -\left(Df(x^{(k)})^T Df(x^{(k)})\right)^{-1} Df(x^{(k)})^T f(x^{(k)})$$

$$= -\frac{1}{2} \left(Df(x^{(k)})^T Df(x^{(k)})\right)^{-1} \nabla g(x^{(k)})$$
(3.10)

Wobei  $\nabla g(x)$  der Gradient der Kosten für nichtlineare kleinste Quadrate ist.

Das Gauß-Newton Verfahren eignet sich besonders gut für die Verarbeitung von großen Datenmengen mit hoher Varianz. Im Vergleich zum Newton-Verfahren ist der Algorithmus attraktiver, da er keine Auswertung der zweiten Ableitungen in der Hesse-Matrix der Zielfunktion benötigt. (vgl.[31] S.1, [30] S.16-17)

#### 3.3.2 Levenberg-Marquardt Methode

Die Levenberg-Marquardt Methode wurde 1944 von Kenneth Levenberg [33] veröffentlicht, in den 1960er Jahren von Donald Marquardt wiederentdeckt und wurde entwickelt um nicht lineare Probleme der kleinsten Quadrate zu lösen. Der Algorithmus kombiniert zwei Minimierungsmethoden: "Gradient descent" (Gradientenverfahren) und das Gauß-Newton Verfahren. Beim Gradientenverfahren wird die Summe der

quadratischen Fehler durch die Aktualisierung der Parameter in Richtung der steilsten Richtung zum Minimum hin reduziert. Das Levenberg-Marquardt Verfahren verhält sich wie das Gradientenverfahren, wenn die Parameter weit von ihrem optimalen Wert entfernt sind und wie das Gauß-Newton Verfahren, wenn die Parameter nahe an ihrem optimalen Wert liegen. Es wechselt also adaptiv die Parameterupdates zwischen den beiden Verfahren. (vgl. [32] S.1)

Der Algorithmus befasst sich mit zwei Problembereichen des Gauß-Newton Verfahrens:

- ullet Wie aktualisiert man  $x^{(k)}$ , wenn die Spalten von  $Df(x^{(k)})$  linear Abhängig sind.
- Wie verfährt man, wenn das Gauß-Newton Update  $||f(x)||^2$  nicht reduziert.

Das Verfahren wird mathematisch wie folgt beschrieben:

Berechnung von  $x^{(k+1)}$  durch Lösung eines normalisierten Problem der kleinsten Quadrate:

minimiere: 
$$||\overline{f}(x; x^{(k)})||^2 + \lambda^{(k)}||x - x^{(k)}||^2$$
 (3.11)

 $\overline{f}(x;x^{(k)})$  ist dabei wie in Gleichung 3.6 gegeben. Mit  $\lambda^{(k)}>0$  gibt es immer eine eindeutige Lösung.

Das normalisierte Problem der kleinsten Quadrate wird in Iteration k gelöst:

minimiere: 
$$||f(x^{(k)}) + Df(x^{(k)})(x - x^{(k)})||^2 + \lambda^{(k)}||x - x^{(k)}||^2$$
 (3.12)

Die Lösung ist gegeben durch:

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - \left(Df(x^{(k)})^T Df(x^{(k)}) + \lambda^{(k)} I\right)^{-1} Df(x^{(k)})^T f(x^{(k)})$$
(3.13)

Der Levenberg-Marquardt Schritt  $\Delta x^{(k)} = x^{(k+1)} - x^{(k)}$  ist:

$$\Delta x^{(k)} = -\left(Df(x^{(k)})^T Df(x^{(k)}) + \lambda^{(k)} I\right)^{-1} Df(x^{(k)})^T f(x^{(k)})$$

$$= -\frac{1}{2} \left(Df(x^{(k)})^T Df(x^{(k)}) + \lambda^{(k)} I\right)^{-1} \nabla g(x^{(k)})$$
(3.14)

Für  $\lambda^{(k)} = 0$  ist das der Gauß-Newton Schritt; für große  $\lambda(k)$ :

$$\Delta x^{(k)} \approx -\frac{1}{2} \lambda^{(k)} \nabla g(x^{(k)}) \tag{3.15}$$

Es gibt verschiedene Strategien um  $\lambda^{(k)}$  anzupassen:

- Nach Iteration k, berechne Lösung  $\hat{x}$  von Gleichung (3.11)
- Wenn  $||f(\hat{x})||^2 < ||f(x^{(k)})||^2$ , verwende  $x^{(k+1)} = \hat{x}$  und verringere  $\lambda$

• Wenn  $||f(\hat{x})||^2 > ||f(x^{(k)})||^2$ , lasse x gleich (verwende  $x^{(k+1)} = x^{(k)}$ ), und erhöhe  $\lambda$  (vgl. [30] S.19-21)

# 3.3.3 Bestimmung der externen Kameraparameter mit der Kollinearitätsbedingung

Die gleichzeitige Anpassung verwendet die Kollinearitätsbedingung um zwei Gleichungen für jeden gemessenen Bildpunkt aufzustellen. Die Lösung all dieser Gleichungen erfolgt dann nach der Methode der kleinesten Quadrate. Die Bedingung der Kollinearität sagt aus, dass ein Objektpunkt P, sein Bildpunkt p und das perspektivische Zentrum O, alle auf der gleichen Geraden liegen müssen. Mathematisch wird die Bedingung wie folgt ausgedrückt [24]:

$$x_{p} = -f \frac{(X_{p} - X_{O})m_{11} + (Y_{p} - Y_{O})m_{12} + (Z_{p} - Z_{O})m_{13}}{(X_{p} - X_{O})m_{31} + (Y_{p} - Y_{O})m_{32} + (Z_{p} - Z_{O})m_{33}}$$

$$y_{p} = -f \frac{(X_{p} - X_{O})m_{21} + (Y_{p} - Y_{O})m_{22} + (Z_{p} - Z_{O})m_{23}}{(X_{p} - X_{O})m_{31} + (Y_{p} - Y_{O})m_{32} + (Z_{p} - Z_{O})m_{33}}$$
(3.16)

Dabei sind  $x_p$  und  $y_p$  die korrigierten Foto Koordinaten,  $X_p, Y_p, Z_p$  die Objektpunktkoordinaten von  $P, X_O, Y_O, Z_O$  die Koordinaten des perspektivischen Zentrums O, f die kalibrierte Brennweite der Kamera und  $m_{ij}$  die Elemente der Orientierungsmatrix M des Fotos.

Die linearisierte Form der Gleichung, für die Lösung der Methode der kleinsten Quadrate, wird gegeben als ([23] S.67):

$$V + B \cdot \triangle = \varepsilon \tag{3.17}$$

Wobei:

 $\bullet$  der Korrekturvektor zu dem aktuellen Werteset, für die unbekannten Werte (innere und äußere Orientierung, Objektkoordinaten der Punkte) der iterativen Lösung ist.

• *B* die Matrix der partiellen Ableitungen von Gleichung (3.1), in Bezug auf die Unbekannten ist.

- *V* der Korrekturvektor zu den Beobachtungen ist.
- $\varepsilon$  der Abweichungsvektor ist.

El-Ashmawy [23] schlägt weitere Beschränkungen vor, indem ergänzende Beobachtungsgleichungen berücksichtigt werden, die sich aus den a priori Kenntnissen der Raumkoordinaten der Objekte der Kontrollpunkte in Gleichung (3.2) ergeben. Solche zusätzlichen Gleichungen können wie folgt beschrieben werden:

$$V^c - \triangle^c = \varepsilon^c \tag{3.18}$$

Wobei:

- $\bullet$   $\triangle^c$  der Vektor der beobachtbaren Korrekturen zu den Objektkoordinaten der Kontrollpunkte ist.
- $\varepsilon^c$  der Abweichungsvektor zwischen Beobachtungswerten und aktuellen (in iterativer Lösung) Werten der Objektkoordinaten der Kontrollpunkte ist.

Beobachtungsgleichungen können dann durch das Zusammenführen von Gleichung (3.2) und (3.3) erhalten werden. Die grundlegenden Voraussetzungen an den Bündelblockausgleich sind die Schätzungen der Parameter für innere und äußere Orientierung der Kamera. Weiterhin können die - je nach spezifischem Ansatz - Schätzungen für die Objekt und Raumkoordinaten aller Kontrollpunkte nützlich sein. Deshalb sollte ein Bündelverfahren immer eine praktikable Methode enthalten, mit der die ungefähren geschätzten initialen Werte ermittelt werden können. Dieses Vorwissen sorgt nicht nur für eine reduzierte Anzahl an Iterationen, sondern resultiert auch in schnelleren und genaueren Ergebnissen. (vgl. [23] S.67)

# 3.3.4 Bestimmung der externen Kameraparameter mit der Koplanaritätsbedingung

Die Koplanaritätsbedingung impliziert, dass die beiden perspektivischen Zentren von zwei Aufnahmen, ein beliebiger Objektpunkt und die entsprechenden Bildpunkte auf den beiden Fotos, alle in einer gemeinsamen Ebene liegen müssen (vgl. Abbildung 3.2). Die Koplanaritätsbedingung kann wie folgt dargestellt werden ([25] S.1204):

$$F_{i} = \begin{vmatrix} b_{X} & b_{Y} & b_{Z} \\ X_{1} & Y_{1} & Z_{1} \\ X_{2} & Y_{2} & Z_{2} \end{vmatrix} = 0$$
(3.19)

Dabei sind  $b_X$ ,  $b_Y$ ,  $b_Z$  die Komponenten des Basisvektors b und  $X_1$ ,  $Y_1$ ,  $Z_1$  sowie  $X_2$ ,  $Y_2$ ,  $Z_2$  sind die Komponenten des Vektors  $\vec{R}_1$  (von  $O_1$  zu P) respektive  $\vec{R}_2$  (von  $O_2$  zu P).

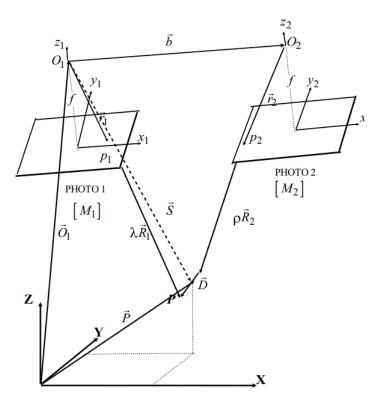


Abbildung 3.2: Koplanaritätsbedinung, Bildquelle [23]

Das mathematische Modell besteht aus vier skalaren Gleichungen:

$$X_{p} - (X_{O_{1}} + 0.5(b_{X} + \lambda \cdot X_{1} + p \cdot X_{2})) = 0.0$$

$$Y_{p} - (Y_{O_{1}} + 0.5(b_{Y} + \lambda \cdot Y_{1} + p \cdot Y_{2})) = 0.0$$

$$Z_{p} - (Z_{O_{1}} + 0.5(b_{Z} + \lambda \cdot Z_{1} + p \cdot Z_{2})) = 0.0$$

$$D_{Y} = \lambda \cdot X_{1} - p \cdot X_{2} - b_{Y} = 0.0$$
(3.20)

Wobei  $X_{O_1}$ ,  $Y_{O_1}$ ,  $Z_{O_1}$  die Objektkoordinaten der ersten Kameraposition während der Belichtung sind und  $\lambda$  und p die Skalierungsfaktoren der entsprechenden Positionsvektoren  $\vec{r_1}$  und  $\vec{r_2}$  im Kameraraum sind.

Die linearisierte Form von Gleichung (3.5), mit ebenfalls von El-Ashmawy [23] vorgeschlagenen zusätzlichen Beschränkungen, für das Verfahren der kleinsten Quadrate, wird gegeben als:

$$A \cdot V + B \cdot \triangle = \varepsilon$$

$$V^{c} - \wedge^{c} = \varepsilon^{c}$$
(3.21)

Wobei:

- \( \triangle \) der Korrekturvektor zu dem aktuellen Werteset, f\( \text{ur} \) die unbekannten Werte (innere und \( \text{außere} \) Orientierung, Objektkoordinaten der Punkte) der iterativen L\( \text{osung} \) ist.
- *A* die Matrix der partiellen Ableitungen von Gleichung (3.5), in Bezug auf die Beobachtungen (korrigierte Foto-Koordinaten auf den linken und rechten Fotos, des gleichen Objektpunkts) ist.
- *B* die Matrix der partiellen Ableitungen von Gleichung (3.5), in Bezug auf die Unbekannten ist.
- *V* der Korrekturvektor zu den Beobachtungen ist.
- $\varepsilon$  der Abweichungsvektor ist.

Zur Verwendung der iterativen Lösung der kleinsten Quadrate, ist die Berechnung der Ausgangswerte von Unbekannten, wie beim Verfahren mit der Kollinearitätsbedinung, notwendig. (vgl. [23] S.68)

# 3.3.5 Bestimmung der externen Kameraparameter mit der Direct Linear Transformation Methode

Das "direkte lineare Transformationsverfahren" (DLT) modelliert die Transformation zwischen Bildkoordinatensystem und Objektkoordinatensystem als lineare Funktion und wurde von Abdel-Aziz und Karara [28] eingeführt. Die direkte lineare Transformation kann aus den Kollinearitätsgleichungen abgeleitet werden und lassen sich mathematisch wie folgt ausdrücken ([27] S.72)

$$x = \frac{L_1X + L_2Y + L_3Z + L_4}{L_9X + L_{10}Y + L_{11}Z + 1}$$

$$y = \frac{L_5X + L_6Y + L_7Z + L_8}{L_9X + L_{10}Y + L_{11}Z + 1}$$
(3.22)

Wobei x, y die Bildkoordinaten,  $L_1, ..., L_{11}$  die Transformationskoeffizienten und X, Y, Z die Objektkoordinaten des Punktes sind. Die Werte der inneren und externen Kameraparameter werden dann berechnet durch:

$$\begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} L_1 & L_2 & L_3 \\ L_5 & L_6 & L_7 \\ L_9 & L_{10} & L_{11} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} L_4 \\ L_8 \\ 1.0 \end{bmatrix}$$
(3.23)

$$x_{0} = (L_{1}L_{9} + L_{2}L_{10} + L_{3}L_{11})/(L^{2}_{9} + L^{2}_{10} + L^{2}_{11});$$

$$y_{0} = (L_{5}L_{9} + L_{6}L_{10} + L_{7}L_{11})/(L^{2}_{9} + L^{2}_{10} + L^{2}_{11});$$

$$\omega = tan^{-1}(-L_{10}/L_{11});$$

$$\phi = sin^{-1}(-L_{9}\sqrt{(L^{2}_{9} + L^{2}_{10} + L^{2}_{11})})$$

$$\kappa = cos^{-1}((x_{0}L_{9} - L_{1})/(cos\phi\sqrt{(x_{0}L_{9} - L_{1})^{2} + (x_{0}L_{10} - L_{2})^{2} + (x_{0}L_{11} - L_{3})^{2}});$$

$$f = (x_{0}L_{9})/(cos\kappa \cdot \phi\sqrt{L^{2}_{9} + L^{2}_{10} + L^{2}_{11}})$$
(3.24)

Wobei  $X_0, Y_0, Z_0, \omega, \phi, \kappa$  die externen Kameraparameter,  $x_0, y_0$  die Bildkoordinaten des optischen Zentrums und f die Brennweite ist.

Das direkte lineare Transformationsverfahren hat lange Zeit in den Bereichen Photogrammetrie, Computer Vision, Robotik und Biomechanik Verwendung gefunden. Dies liegt an der linearen Formulierung der Beziehung zwischen Objekt- und Bildkoordinaten. Weiterhin können Bildkoordinaten in einem nicht-orthogonalem System, mit unterschiedlichen Skalen ausgedrückt werden und die Position des Koordinatensystems kann unbekannt, sowie die Brennweite beliebig sein und von Bild zu Bild variieren. (vgl. [27] S.72)

#### 3.3.6 Feature Matching

#### 3.3.7 Image Matching

state of art source

#### 3.3.8 Structure from Motion

6.2 Structure from motion

http://sci-hub.tw/https://doi.org/10.1007/s10462-012-9365-8

#### 3.3.9 Depth Maps

### 3.4 Photogrammetrie für Smartphones

# 3.5 Evaluierung der photogrammetrischen Technologie für Echtzeit AR Anwendungen

# 4 Simultaneous Localisation and Mapping

Simultaneous Localisation and Mapping, kurz SLAM, ist das Problem der Auswertung einer unbekannten Umgebung und Erstellung einer Map, während gleichzeitig die lokale Position innerhalb dieser Map bestimmt wird. Die Lösung dieses SLAM Problems war vorallem in der Robotik eine fundamentale Aufgabe der letzten zwei Jahrzehnte. Dabei ist SLAM ein Alltagsproblem: Das Problem der räumlichen Erkundung. Jeder Mensch und jedes Tier hat dieses Verfahren gemeistert und benutzt es unterbewusst zur Navigation in unserer Realität. Die Lösung dieses Problems, wenn es für einen Roboter automatisiert ausgeführt werden soll, ist dagegen sehr komplex. Durch das Meistern dieser Technik kann man Roboter wirklich autonom steuern. Bei SLAM wird die Bewegung des Objekts an sich durch den Raum und die Position aller zur positionsbestimmung notwendigen Merkmale berechnet, ohne auf vorheriges Wissen, über Position oder Lage im Raum, Kenntniss zu haben. (vgl. [2] S. 1-2)

Dabei benötigt der Roboter mindestens einen exterozeptiven Sensor um äußere Informationen zu sammeln. SLAM besteht aus drei grundlegenden Operationen, die iterativ pro Zeitintervall ausgeführt werden.

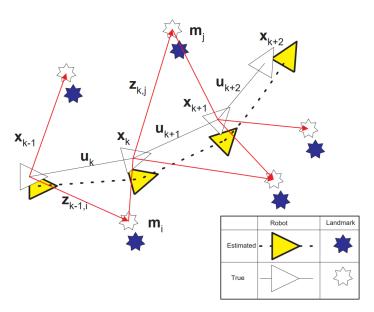
**Der Roboter bewegt** sich und erreicht eine neue Position in der Umwelt. Diese Bewegung erzeugt, durch unvermeidbares Rauschen und Fehler, Ungewissheit über die wirkliche Position des Roboters. Eine automatisierte Lösung benötigt ein mathematisches Modell für diese Bewegung. Dies ist das "*Motion Model*"

Der Roboter entdeckt neue Features in seiner Umgebung, welche in die Umgebungskarte aufgenommen werden müssen. Diese Features heißen "Landmarks". Da die Position der Landmarks, durch Fehler in den exterozeptiven Sensoren und die Position des Roboters ungewiss ist, müssen diese beiden Faktoren passend arrangiert werden. Eine automatisierte Lösung benötigt ein mathematisches Modell, das die Position der Landmarks anhand er Sensordaten bestimmt. Dies ist das "Inverse Oberservation Model"

Der Roboter entdeckt Landmarks, die schon gemappt wurden und verwendet diese um seine eigene Position, sowie die aller Landmarks zu korrigieren. Diese Operation reduziert die Unsicherheit über den Standort des Roboters, sowie der Landmarks. Die automatisierte Lösung erfordert ein mathemathisches Modell, um die Werte der Messungen aus den prognostizierten Positionen der Landmarks und der Position des Roboters zu berechnen. Dies ist das "Direct Observation Model"

Mit diesen drei Modellen ist es möglich eine automatisierte Lösung für SLAM zu entwerfen. Diese Lösung muss diese drei Modelle verbinden und alle Daten korrekt und oganisiert halten, sowie die korrekten Entscheidungen bei jedem Schritt machen. (vgl. [4] S.2-3)

Eine erfolgreiche Lösung des SLAM Problems setzt weiterhin die Lösung des "Loop Closure Detection"Problems vorraus. Dabei müssen bereits besuchte Orte in der beliebig großen Map erkannt werden. Wegen der möglichen Komplexität von großen Maps ist es auch eins der größten Hindernisse, wenn es um die Skalierbarkeit der Lösung geht. Wichtig ist, dass die Loop Closure Detection keine Falsch-Positiven Ergebnisse liefert, da dies die Integrität und Korrektheit der kompletten Map beeinflusst. (vgl. [10] S.4)

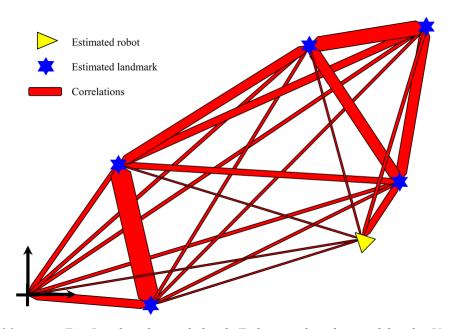


**Abbildung 4.1:** Das SLAM Problem: Die wahren absoluten Positionen der extrahierten Features sind nie wirklich bekannt. Bildquelle [2]

Wie in Abbildung 3.1. erkennbar ist, bewegt sich ein Roboter durch eine unbekannte Umgebung und nimmt mit seinem Sensor Features der näheren Objekte (Landmarks) auf. Wobei **x**k der Vektor des Roboters, **u**k der Bewegungsvektor, **m**i der Vektor des

Landmarks und  $\mathbf{z}ik$  die Oberservation eines Landmarks durch den Roboter zur Zeit k sind. Wie man sehen kann, ist der Fehler zwischen echten und geschätzten Landmarks, bei allen geschätzten Landmarks ähnlich, was an der initialen Betrachtung der Umgebung liegt. Zu diesem Zeitpunk wird nur das erste Feature erkannt. Daraus kann man schließen, dass die Fehler in der Schätzung der Landmarkpositionen korrelieren. Praktisch bedeutet dies, dass die relative Position zweier Landmarks,  $\mathbf{m}i$  -  $\mathbf{m}j$  zueinander sehr genau sein kann, auch wenn die absolute Position sehr ungenau ist.

Je mehr Landmarks in das Modell aufgenommen werden, desto gleichbleibend besser wird das Modell der relativen Positionen, egal wie sich der Roboter bewegt. Dieser Prozess wird in Abbildung 3.2. veranschaulicht.



**Abbildung 4.2:** Die Landmarks sind durch Federn verbunden, welche die Korrelation zwischen ihnen darstellen. Bildquelle [2]

Während sich der Roboter durch die Umgebung bewegt, werden die Korrelationen stetig aktualisiert. Je mehr Beobachtungen über die Umwelt gemacht werden, desto steifer werden die Federn in diesem Modell. Im Nachhinein werden neue Beobachtungen von Landmarks durch das ganze Netzwerk propagiert und je nach Input, kleinere oder größere Anpassungen vorgenommen.

Lösungen für das SLAM Problem benötigen eine angemessene Repräsentation für die Observierungen der Landmarks, welche eine konsistente und schnelle Berechnung ermöglichen. Die geläufigste Repräsentation besteht in der Form einer Zustandsraumdarstellung mit Gaußschen Rauschen, was zur Verwendung des "Extended Kalman

Filter"(EKF) führt. (vgl. [2] S. 2-4)

Weitere gängige Lösungen für das SLAM Problem sind "Maximum Likelihood Techniques", "Sparse Extended Information Filters"(SEIFs) und "Rao Blackwellized Particle Filters"(RBPFs). (vgl. [7] S. 2)

#### 4.1 Extended Kalman Filter - SLAM

Der Kalman Filter ist eine Schätzfunktion für das "linear-quadratic-problem", welches das Problem der Schätzung des augenblicklichen Zustands eines linearen dynamischen Systems, gestört durch weißes Rauschen, darstellt. Der Kalman Filter wird auch dazu benutzt um die mögliche Zukunft von dynamischen Systemen vorherzusagen, die von Menschen nicht kontrolliert werden können, wie zum Beispiel die Flugbahn von Himmelskörpern, oder der Kurs von gehandelten Rohstoffen. (vgl. [5] S.1)

Der Kalman Filter besteht aus drei Schritten. Zuerst wird eine Messung vorhergesagt, welche dann mit der realen Messung verglichen wird. Die resultierende Differenz wird mit der Varianz der Messung gewichtet, um daraus eine neue Schätzung des Zustands zu erhalten. (vgl. [8] S.13) Der Kalman Filter lässt sich jedoch nur auf lineare Systeme anwenden. Der EKF verwedet für die Vorhersage der Messungen und der Zustände hingegen nichtlineare Funktionen. (vgl. [8] S.16-17)

Bei Extended Kalman Filter - SLAM ist die Map ein großer Stapel an Vektor und Sensordaten, sowie Zuständen von Landmarks.

$$x = \begin{bmatrix} R \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R \\ L_1 \\ \dots \\ L_n \end{bmatrix} \tag{4.1}$$

R ist der Zustand des Roboters und  $M=(L_1,...,L_n)$  ist das Set an Zuständen der Landmarks. Bei EKF wird die Map durch eine gaußsche Variable modelliert, die den Mittelwert und die Kovarianzmatrix des Zustandsvektors verwendet, die jeweils durch  $\overline{x}$  und P beschrieben werden. Das Ziel ist es die Map  $\{\overline{x},P\}$  zu allen Zeiten auf dem aktuellsten Stand zu halten.

$$\overline{x} = \begin{bmatrix} \overline{R} \\ \overline{M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{R} \\ \overline{L_1} \\ \dots \\ \overline{L_n} \end{bmatrix} \qquad P = \begin{bmatrix} P_{RR} & P_{RM} \\ P_{MR} & P_{MM} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{RR} & P_{RL1} & \dots & P_{RLn} \\ P_{L1R} & P_{L1L1} & \dots & P_{L1Ln} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{LnR} & P_{LnL1} & \dots & P_{LnLn} \end{bmatrix}$$
(4.2)

Diese Map, die als stochastische Map bezeichnet wird, wird durch die Vorhersageund Korrekturprozesse des EKF in Stand gehalten. Um eine echte Erkundung der Umgebung zu erreichen, wird der EKF Algorithmus mit einem extra Schritt der Landmark Erkennung und Initialisierung gestartet, bei dem neue Landmarks der Map hinzugefügt werden. Die Landmark Initialisierung erfolgt durch eine Umkehrung der Bewertungsfunktion und der Verwendung dieser und der Ableitungsmatrix, um die beobachteten Landmarks und die benötigten Co- und Crossvarianzen für den Rest der Map zu berechnen. Diese Beziehungen werden dann an den Zustandsvektor und die Kovarianzmatrix angehängt. (vgl. [4] S.6-7)

Eine zentrale Einschränkung des EKF basierten SLAM Ansatzes ist die Komplexität der Berechnung. Sensor-Updates benötigen Zeit, quadratisch zur Anzahl der Landmarks K, die zu berechnen sind. Diese Komplexität ergibt sich aus der Tatsache, dass die vom Kalman-Filter verwaltete Kovarianzmatrix  $O(K^2)$  Elemente enthält, die alle aktualisiert werden müssen, auch wenn nur ein einzelnes Landmark beobachtet wurde. Diese Komplexität limitiert die Anzahl an Landmarks, die durch diesen Ansatz verarbeitet werden konnen, auf ein paar Hunderte, während natürliche Umgebungsmodelle häufig Millionen von Features enthalten. (vgl. [6] S.1)

http://www.iri.upc.edu/people/jsola/JoanSola/objectes/curs\_SLAM/SLAM2D/SLAM% 20course.pdf

#### 4.2 ORB-SLAM

#### **TODO**

http://www.willowgarage.com/sites/default/files/orb\_final.pdf

https://arxiv.org/pdf/1502.00956.pdf https://arxiv.org/pdf/1610.06475.pdf

#### 4.3 FAST-SLAM

Fast-SLAM (Fast SLAM 1.0) zerlegt das SLAM-Problem in ein Lokalisierungsproblem des Roboters und eine Reihe von Landmark Schatzungsproblemen, die auf der Schätzung der Roboterposition beruhen. Fast-SLAM verwendet einen modifizierten Partikelfilter zur Schätzung der "A-posteriori-Wahrscheinlichkeit"für die Roboterposition. Partikelfilter sind vom Prinzip her ähnlich wie Kalman Filter. Diese werden auch zur Schätzung von Zuständen verwendet, können aber viele verschiedene mögliche Zustände betrachten. Diese Anzahl an Zuständen wird Partikel genannt. Jedes Partikel besitzt wiederum Kalman-Filter, welche die Positionen der Landmarks schätzen, abhängig von der Pfadschätzung. Eine naive Implementation dieser Idee führt zu einem Algorithmus, der O(MK) Zeit benötigt, wobei M die Anzahl an Partikeln im Partikel Filter und K die Anzahl an Landmarks ist. Mit der Verwendung einer Baumstruktur kann die Laufzeit von FastSLAM auf O(MlogK) reduziert werden, was diesen Algorithmus deutlich schneller als EKF basierte SLAM ALgortihmen macht. (vgl. [6] S.1-2, [8] S.18-19)

Bei Fast-SLAM werden nicht nur die unterschiedlichen geschätzten Positionen verwendet, sondern auch verschiedene Maps der Umgebung betrachtet. Da verschiedenste Maps mit verschieden Warscheinlichkeiten der geschätzten Positionen betrachtet werden, können Fehler in der Map, die sich durch falsche gemessene oder geschätzte Positionen ergeben, durch die Anzahl an verschieden Maps relativieren. Es können sich im Laufe der Zeit Maps, die vorher weniger wahrscheinliche Positionen hatten, als richtig herausstellen. (vgl. [8] S.23)

Fast-SLAM 2.0 ist eine weiterentwickelte Variante von Fast-SLAM. Hierbei wird eine Vorauswahl getroffen, berechnet durch einen weiteren Kalman Filtern, in wie weit und mit welcher Varianz die Partikel um den Mittelpunkt verteilt werden. Es ergibt sich eine bessere Auswahl des Mittelpunktes und des Streuradius für den Partikelfilter als in Fast-SLAM 1.0. Diese Methodik reduziert die Anzahl an Partikel und generierten Maps, ist demnach auch schneller berechnet. (vgl. [8] S.29-30)

### 4.4 SLAM für mobiles Augumented Reality

Das Ziel von Augumented Reality ist es virtuelle Objekte oder Informationen in die echte Welt zu integrieren, um den Benutzer zusätzliche Informationen in die betrachtete Szene zu liefern. Dazu ist es notwendig, die echte und die virtuelle Welt präzise

aneinander auszurichten. Dann kann für jeden Frame aus der Sequenz des Videobildes die genaue Position des mobilen Gerätes bestimmt werden. Um dieses Ziel des exakten Matchings von Realität und generierter virtueller Realität zu erreichen, ist "Camera Localization", also die Lokalisierung der Kamera im dreidimensionalen Raum, anhand von aufgenommenen zweidimensionalen Daten, die Schlüsseltechnologie für alle Augumented Reality Anwendungen. (vgl. [3] S.1) Weiterhin ist es wichtig die Umgebung zu kartographieren, um Projektionsflächen für virtuelle dreidimensionale Objekte zu finden. Eine mögliche Lösung für dieses Problem ist die Verwendung von SLAM. In den letzten 20 Jahren hat sich bei SLAM ein Trend gezeigt, bei dem Kameras als einzige exterozeptive Sensoren verwendet werden. Der Hauptgrund dafür ist die Fähigkeit eines kamerabasierten Systems, Tiefeninformationen, Farben, Texturen und Helligkeiten zu erkennen, was Robotern beispielsweise Objekt- oder Gesichtserkennung ermöglicht. Darüber hinaus sind Kameras preiswert, leicht und haben einen geringen Stromverbrauch. (vgl. [9] S.57) Erst in den letzten Jahren hat sich SLAM in Alltagsanwendungen profilieren können, hauptsächlich wegen dem Aufkommen von Smartphones. Smartphones sind mobil und haben die nötige Rechenleistung um SLAM Aufgaben in Echtzeit auszuführen. Dies hat zu einer Erweiterung der Forschungsmöglichkeiten von SLAM geführt und hat es zu einer robusteren Technologie gemacht. Weiterhin verfügen Smartphones über eine ganze Reihe an Sensoren, wie Beschleunigungssensoren, Gyroskop, Magentometer oder GPS, mit denen die visuellen Daten ergänzt werden können, um die Map genauer und weniger anfällig für innere Drifteffekte zu machen, was jedoch wieder eigene komplexe Probleme bei der Verbindung von verschiedenen Sensordaten mit sich bringt. (vgl. [10] S.4)

Folgende Tabelle gibt eine Übersicht an Software Development Kits, die SLAM implementiert haben.

	Vuforia	Wikitude	Metaio	ARToolKit	Kudan	EasyAR	MaxST	ARCore	ARKit
SLAM	✓	✓	✓	Х	✓	✓	✓	✓	<b>√</b>
Open Source	X	x	X	✓	х	X	х	✓	X

Die Verwendung von SLAM im mobilen Bereich hat jedoch einige Probleme zu meistern. Durch die Ungenauigkeiten der absoluten Lokalisierung, ist es schwierig kontextsensitive Augmentation zu erzeugen. Auch wenn es möglich ist bekannte Objekte im Raum während des Trackings zu bestimmen, und die Information um diese herum zu zeigen, ist es fast unmöglich den gesamten Raum einer Szenerie zu bestimmen. Das zweite Problem liegt in der Ergonomie und Benutzbarkeit der Anwendung durch den Endbenutzer. Typischerweise soll ein Endverbraucher keinem komplexem Protokoll folgen müssen, um sich selbst in der Szene zu lokalisieren. Das System benötigt also

eine Verfahren zur schnellen und robusten Lokalisierung im Raum. (vgl. [3] S.1)

 $https://hal.\,inria.fr/hal-00994756/document\,https://pdfs.semanticscholar.org/00f4/41387f04f40aad6491ce23bdeb0ece17d12e.pdf$ 

file:///C:/Users/Daniel/Downloads/AIREVSLAMSurvey.pdf

#### 4.5 SLAM als Core für viele AR APIs

file:///C:/Users/Daniel/Downloads/COMPARATIVESTUDYOFAUGMENTEDREALITY.pdf

# 5 Vergleich der Verfahren

- 5.1 Ähnlichkeiten und Unterschiede
- 5.2 Analyse der Echtzeitfähigkeit

# 6 Implementation einer AR Anwendung für Android

Im Rahmen dieser Arbeit ist eine Applikation für Android entstanden.

- 6.1 Verwendete Hard und Software
- **6.1.1** Ar Core
- 6.1.2 Sceneform
- 6.1.3 Google Location Service
- 6.1.4 Dexter
- **6.1.5** Volley
- 6.2 Implentierung

## 7 Praxistest

- 7.1 Anwendungsbeispiele
- 7.2 Benchmarks
- 7.3 Tests

## 8 Weitere Verfahren

8.1 Depth Map mit Dual Camera

8.2 ???

# 9 Zusammenfassung und Ausblick

Fortschritte in der Photogrammetrie sind viel zu sehr mit den Fortschritten der Computer Vision verflochten, als dass die Konvergenz der beiden Disziplinen sich umkehren wird. Photogrammetrie und Computer Vision haben die Extraktion und Rekonstruktion von Daten aus Bildmaterial zu unterschiedlichen Zeiten und mit unterschiedlichen Zielen begonnen. Als sich dann 3D-Modelle als Referenzziel herausstellten, wurde der Austausch von Ansätzen und Techniken zwischen den Disziplinen vorangetrieben. (vgl. [26] S.9) Dies hat dazu geführt, dass Photogrammetrie und Computer Vision verfahrenstechnisch kaum mehr unterscheidbar sind.

- [1] Heipke, C. (2017), "Photogrammetrie und Fernerkundung", 1.Auflage, Berlin: Springer Verlag, S. 5-7.
- [2] Hugh Durrant-Whyte, Tim Bailey (2006), Simultaneous Localisation and Mapping (SLAM): Part I The Essential Algorithms. URL: https://people.eecs.berkeley.edu/~pabbeel/cs287-fa09/readings/Durrant-Whyte\_Bailey\_SLAM-tutorial-I.pdf (Zuletzt abgerufen am 09.07.2019)
- [3] P. Martin, E. Marchand, P. Houlier, I. Marchal. Mapping and re-localization for mobile augmented reality. IEEE Int. Conf. on Image Processing, Oct 2014, Paris, France. URL: https://hal.inria.fr/hal-00994756/document (Zuletzt abgerufen am 09.07.2019)
- [4] Joan Sol'a, (2014), Simulataneous localization and mapping with the extended Kalman filter. URL: http://www.iri.upc.edu/people/jsola/JoanSola/objectes/curs\_SLAM/SLAM2D/SLAM%20course.pdf (Zuletzt aufgerufen am 10.07.2019)
- [5] Mohinder S. Grewal, Angus P. Andrews (2001), Kalman Filtering: Theory and Practice with MATLAB. URL: http://staff.ulsu.ru/semoushin/\_index/\_pilocus/\_gist/docs/mycourseware/13-stochmod/2-reading/grewal.pdf (Zuletzt aufgerufen am 10.07.2019)
- [6] M. Montemerlo, S. Thrun, D. Koller, B. Wegbreit (2002). FastSLAM: A Factored Solution to the Simultaneous Localization and Mapping Problem. URL: http://robots.stanford.edu/papers/montemerlo.fastslam-tr.pdf (Zuletzt aufgerufen am 11.07.2019)
- [7] G. Grisetti, G.D. Tipaldi, C. Stachniss, W. Burgard, D. Nardi (2007). Fast and accurate SLAM with Rao-Blackwellized particle filters. URL: http://srl.informatik.uni-freiburg.de/publicationsdir/grisettiRAS07.pdf (Zuletzt aufgerufen am 11.07.2019)
- [8] M. Mengelkoch (2007). Implementieren des FastSLAM Algorithmus zur Kar-

- tenerstellung in Echtzeit. URL: https://kola.opus.hbz-nrw.de/opus45-kola/frontdoor/deliver/index/docId/183/file/sa-00.pdf (Zuletzt aufgerufen am 11.07.2019)
- [9] J. Fuentes-Pacheco, J. Ruiz-Ascencio, J.M. Rendón-Mancha (2012). Visual simultaneous localization and mapping: a survey. In: J.M. Artif Intell Rev (2015) 43: 55. Springer Netherlands. DOI: https://doi.org/10.1007/s10462-012-9365-8
- [10] J. Halvarsson, (2018), Using SLAM-based technology to improve directional navigation in an Augmented Reality game. URL: http://umu.diva-portal.org/smash/get/diva2:1245293/FULLTEXT01.pdf (Zuletzt aufgerufen am 11.07.2019)
- [11] P. Milgram, H. Takemura, A. Utsumi, F. Kishino (1994), Augmented Reality: A class of displays on the reality-virtuality continuum. URL: http://etclab.mie.utoronto.ca/publication/1994/Milgram\_Takemura\_SPIE1994.pdf (Zuletzt aufgerufen am 16.07.2019)
- [12] A. Hanafi, L. Elaachak, M. Bouhorma (2019), A comparative Study of Augmented Reality SDKs to Develop an Educational Application in Chemical Field. DOI: 10.1145/3320326.3320386
- [13] D. Amin, S. Govilkar (2015), Comparative Study of Augmented Reality SDK's. International Journal on Computational Sciences & Applications (IJC-SA) Vol.5, No.1, February 2015 URL: https://pdfs.semanticscholar.org/e752/17e8897cb46b466d6ba83e909cca4ecff8f2.pdf (Zuletzt aufgerufen am 16.07.2019)
- [14] M. Lowney, A. S. Raj (2016), Model Based Tracking for Augmented Reality on Mobile Devices. URL: https://web.stanford.edu/class/ee368/Project\_Autumn\_1617/Reports/report\_lowney\_raj.pdf (Zuletzt aufgerufen am 16.07.2019)
- [15] S. Ćuković, M. Gattullo, F. Pankratz, G. Devedzic, E. Carrabba, K. Baizid (2015), Marker Based vs. Natural Feature Tracking Augmented Reality Visualization of the 3D Foot Phantom. URL: https://www.researchgate.net/publication/278668320\_Marker\_Based\_vs\_Natural\_Feature\_Tracking\_Augmented\_Reality\_Visualization\_of\_the\_3D\_Foot\_Phantom (Zuletzt aufgerufen am 17.07.2019)
- [16] Basic concepts of the homography explained with code. URL: https://docs.opencv.org/3.4.1/d9/dab/tutorial\_homography.html (Zuletzt aufgerufen am 17.07.2019)
- [17] M. Maidi, J.Y. Didier, F. Ababsa, M. Mallem (2008), A performance study for camera pose estimation using visual marker based tracking. URL:

- https://www.academia.edu/13152554/A\_performance\_study\_for\_camera\_pose\_estimation\_using\_visual\_marker\_based\_tracking (Zuletzt aufgerufen am 18.07.2019)
- [18] A. Pinz, M. Brandner, H. Ganster, A. Kusej, P. Lang, M. Ribo (2002) Hybrid Tracking for Augmented Reality. URL: https://www.researchgate.net/publication/229025765\_Hybrid\_tracking\_for\_augmented\_reality (Zuletzt aufgerufen am 18.07.2019)
- [19] E. Rosten, T. Drummond (2006) Machine learning for high-speed corner detection. URL: https://www.edwardrosten.com/work/rosten\_2006\_machine.pdf (Zuletzt aufgerufen am 18.07.2019)
- [20] K. Schindler (2014) Mathematical Foundations of Photogrammetry. URL: https://ethz.ch/content/dam/ethz/special-interest/baug/igp/photogrammetry-remote-sensing-dam/documents/pdf/math-of-photogrammetry.pdf (Zuletzt aufgerufen am 19.07.2019)
- [21] A.S. Alturki, J.S. Loomias (2016) Camera Principal Point Estimation from Vanishing Points. DOI: 10.1109/NAECON.2016.7856820 (Zuletzt aufgerufen am 19.07.2019)
- [22] P. Grussenmeyer, O. Al Khalil (2002) Solutions for Exterior Orientation in Photogrammetry: A Review. Photogrammetric Record, 17(100):615-634. URL: https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00276983/document (Zuletzt aufgerufen am 19.07.2019)
- [23] K.L.A. El-Ashmawy (2015). A comparison study between collinearity condition, coplanarity condition, and direct linear transformation (DLT) method for camera exterior orientation parameters determination. Geodesy and Cartography, 41(2), 66–73. URL:https://journals.vgtu.lt/index.php/GAC/article/view/2837/2334 (Zuletzt aufgerufen am 19.07.2019)
- [24] E.E. Elnima (2015) A solution for exterior and relative orientation in photogrammetry, a genetic evolution approach. Journal of King Saud University Engineering Sciences. URL: https://core.ac.uk/download/pdf/82822280.pdf (Zuletzt aufgerufen am 22.07.2019)
- [25] C. Li, Y. Zhao (2012) Approach of Camera Relative Pose Estimation Based on Epipolar Geometry. Information Technology Journal, 11: 1202-1210. URL: https://

- scialert.net/fulltext/?doi=itj.2012.1202.1210&org=11 (Zuletzt aufgerufen am 22.07.2019)
- [26] G. Forlani, R. Roncella, C. Nardinocchi (2015) Where is photogrammetry heading to? State of the art and trends. Rendiconti Lincei, 26(S1), 85–96. DOI:10.1007/s12210-015-0381-x (Zuletzt aufgerufen am 24.07.2019)
- [27] K. L. El-Ashmawy (2018) Using direct linear Transformation (DLT) Method for aerial Photogrammetry Applications. Geodesy and Cartography 2018 Volume 44 Issue 3: 71–79. URL: https://journals.vgtu.lt/index.php/GAC/article/download/1629/5048 (Zuletzt aufgerufen am 24.07.2019)
- [28] Y.I. Abdel-Aziz, H. M. Karara (1971) Direct linear transformation into object space coordinates in close-range photogrammetry. In Proceedings Symposium on Close Range Photogrammetry (pp. 1-18). Urbana, Illinois
- [29] A. W. Gruen (1985) Adaptive least Squares Correlations: A powerful Image Matching Technique. URL: https://www.researchgate.net/publication/265292615\_Adaptive\_Least\_Squares\_Correlation\_A\_powerful\_image\_matching\_technique (Zuletzt aufgerufen am 24.07.2019)
- [30] L. Vandenberge (2018) 13.Nonlinear least squares. URL: http://www.seas.ucla.edu/~vandenbe/133A/lectures/nlls.pdf (Zuletzt aufgerufen am 24.07.2019)
- [30] S. Boyd (2016) Nonlinear Least Squares. URL: https://stanford.edu/class/ee103/lectures/nlls\_slides.pdf (Zuletzt aufgerufen am 24.07.2019)
- [31] S. Gratton, A. S. Lawless, N. K. Nichols (2007) Approximate Gauss-Newton Methods for Nonlinear Least Squares Problems. URL: https://www.researchgate.net/publication/220133629\_Approximate\_Gauss-Newton\_Methods\_for\_Nonlinear\_Least\_Squares\_Problems (Zuletzt aufgerufen am 30.07.2019)
- [32] H. P. Gavin (2019) The Levenberg-Marquardt algorithm for nonlinear least squares curve-fitting problems. URL: http://people.duke.edu/~hpgavin/ce281/lm.pdf (Zuletzt aufgerufen am 30.07.2019)
- [33] K. Levenberg (1944) A method for the solution of certain non-linear problems in least squares. URL: https://www.ams.org/journals/qam/1944-02-02/S0033-569X-1944-10666-0/ (Zuletzt aufgerufen am 30.07.2019)

# Abbildungsverzeichnis

2.1	Das Realität - Virtualität Kontinuum, Bildquelle [11]	3
2.2	Kantenbasiertes rekursives Tracking, Bildquelle [14] S.3	7
2.3	Tracking Pipeline Bildquelle [15]	8
2.4	12 Punkt Segment Test für die Eckenerkennung [19]	9
3.1	Kamera Kalibierungsmodell, Bildquelle [21]	11
4.1	Das SLAM Problem: Die wahren absoluten Positionen der extrahierten	
	Features sind nie wirklich bekannt. Bildquelle [2]	18
4.2	Die Landmarks sind durch Federn verbunden, welche die Korrelation	
	zwischen ihnen darstellen. Bildquelle [2]	19