Definiendo la ortogonalidad entre dos vectores

Por: Daniel Servín

Sean $\vec{v} = (x, y), \vec{u} = (a, b) \in R^2$, se dice que $\vec{a}$ es ortogonal a $\vec{b}$ si se cumple que:

$$||\vec{v} + \vec{u}|| = ||\vec{v} - \vec{u}||$$

Cabe mencionar que, las barras verticales no indican valor absoluto, indican la norma de un vector. En este caso, las normas o magnitudes que nos interesan son las de los vectores que resultan de la suma vectorial y la resta vectorial entre $\vec{v}$ y $\vec{u}$, las cuales deben ser iguales

- Entonces, la suma vectorial se ejecuta así:

$$\vec{v} + \vec{u} = (x + a, y + b)$$

- Para fines prácticos, establezcamos un vector resultante de la suma vectorial:
-
$$\vec{r} = \vec{v} + \vec{u}$$

  Nótese que las coordenadas, por ende, del vector resultante $\vec{r}$ son $(x + a, y + b)$, esto es,

$$\vec{r} = (x + a, y + b)$$

  .

- Lo cual simplificaremos así:

$$\vec{r} = (x_r, y_r)$$

  Nótese que: $x_r = x + a$ y $y_r = y + b$.

- Para calcular la norma de un vector en función de la abscisa y la ordenada, es:

$$||\vec{v}|| = \sqrt{(x)^2 + (y)^2}$$

  Que es justamente el teorema de pitágoras

- En nuestro caso, para $\vec{r}$:

$$||\vec{r}|| = \sqrt{(x_r)^2 + (y_r)^2}$$

- Declararemos, entonces, un vector resultante de la resta vectorial que sea $\vec{r_2}$ tal que:

$$\vec{r_2} = \vec{v} - \vec{u}$$

$$\vec{r_2} = (x - a, y - b)$$

  Lo mismo, nótese que $x_{r2} = x - a$ y $y_{r2} = y - b$

- Teniendo así que:

$$\vec{r_2} = (x_{r2}, y_{r2})$$

- La norma de $\vec{r_2}$ es:

$$||\vec{r_2}|| = \sqrt{(x_{r2})^2 + (y_{r2})^2}$$

- Procedemos, entonces, a establecer que:

$$||\vec{r}|| = ||\vec{r_2}||$$

  Si eso se cumple, entonces nuestros vectores son ortogonales, es decir, que el ángulo entre ellos es de 90° o $\frac{\pi}{2}$ rad

Definición de compadre ortogonal

Sea $\vec{v} = (x, y) \in R^2$, se define a su compadre ortogonal:

$$\vec{v}^{\perp} = (-y, x)$$