

Jens Kahlenberg

Daniel Smith

2024-10-17

Intro

Kapitel 2 - Einordnung

Cash Flow Projection Model (kurz: CFPM)

Betrachtet man die Geldflüsse zum Zeitpunkt des Abschlusses eines Lebensversicherungsvertrags, so stellt man fest, dass eine neue Police für das Unternehmen wirtschaftlich eine Investition darstellt. Denn: Im Geschäftsjahr, in dem die Police zugeht, bewirkt diese üblicherweise einen Verlust, der darin begründet ist, dass bei Vertragsabschluss Provisionen für die erfolgreiche Vertragsvermittlung gezahlt werden, die eingehenden Beiträge der Kunden in ebendiesem Geschäftsjahr jedoch i.d.R. deutlich niedriger als die Höhe der ausgezahlten Provisionen sind.

Embedded Value (kurz: EV)

Definiert als die Summe aller künftigen Gewinne des Unternehmens, ausgedrückt im heutigen Geld. -> *Barwertbetrachtung*

Stochastische Bewertung

Barwertbetrachtung:

Unterstellt man eine risikofreie Zinsstrukturkurve (z.B. die jährlichen Renditen Schweizer Staatsanleihen), so kann man durch Diskontierung den heutigen Wert einer Auszahlung K_0 in n Jahren ermitteln. Was diese Betrachtung jedoch nicht berücksichtigt, sind Schwankungen auf den Kapitalmärkten und ihr Einfluss auf den Wert des Portfolios.

Weshalb sind Kapitalmarktschwankungen überhaupt relevant für die Bewertung von Versicherungspolice? Die Art der Beziehung zwischen Versicherer und Versicherungsnehmer ist asymmetrisch. Während der Kunde den Vertrag stornieren kann, kann dies der Versicherer nicht. Der Kunde in vielen aufgeschobenen Rentenversicherungen entscheiden, ob dieser am Ende der Aufschubsdauer das erreichte Kapital ausbezahlt bekommt oder sich eine Leibrente ausbezahlen möchte; der Versicherer wird dazu nicht gefragt. Ebenso kann der Kunde einer planmäßigen Beitragserhöhung widersprechen; und der Versicherer muss die Entscheidung des Kunden akzeptieren. Diese Asymmetrien laufen unter der Bezeichnung **Optionen und Garantien**. -> verhält sich wie ein *Finanzderivat*! Googeln, wie Finanzderivat definiert ist!!!

Und ähnlich wie bei Derivaten erfolgen künftige Zahlungsströme nicht vorherbestimmt (man sagt auch deterministisch), sondern sie sind abhängig von einer oder mehreren schwankenden Größen wie Zinshöhen oder Aktienkursen, deren Wert wiederum von der Entwicklung der Kapitalmärkte abhängt.

für Lebensversicherer:

Die wesentlichen künftigen Zahlungsströme bestehen aus Prämien, Leistungen, Kosten, Dividenden und Steuern!

Zwei Sichtweisen:

1. Aktionärssicht (Blickrichtung des Eigentümers)

- > Wert des Portfolios steht im Vordergrund
- > Barwert der (zukünftigen) Dividenden berechnen
- > Barwert gewöhnlich als **Present Value of Future Profits** (kurz: **PVFP**)

2. Kundensicht

- > Höhe der Verpflichtungen gegenüber Kunden im Vordergrund
- > Barwert der Auszahlungen (Leistungen und Kosten) abzüglich der Einzahlungen (Prämien) berechnen
- > Resultierende Betrag: **Best Estimate (of) Liabilities** (kurz: **BEL**)

stochastisches (Unternehmens-)Modell (kurz: SUM)

Auszahlungsmuster für Dividenden hochkomplex und Schwankungen der Kapitalmärkte können nicht direkt abgeleitet werden, da viel zu komplex. -> keine analytische Formel

Idee: **Monte-Carlo-Simulationen** basierend auf tausenden Simulationen von Zinsen, Aktien und anderen Kapitalgrößen

Diesen Kapitalmarktgrößen liegen stochastische Differenzialgleichungen zugrunde, welche die Dynamik von diesen beschreibt.

- > siehe Abschnitt 2.3. in [Jens] Komponenten eines stochastischen Unternehmensmodells für weitere Details!!

Solvency 2

Solvency II ist eine Sammlung von europaweiten Regelungen, welche den Versicherungsunternehmen u.a. feste Vorgaben zur Berechnung der Solvabilität macht.

Solvabilität: Verhältnis zwischen den verfügbaren Eigenmitteln und demjenigen Verlust, der (modellmäßig) nur einmal in 200 Jahren auftreten kann. Sind die Eigenmittel höher als der Verlust in einem derart verheerenden Ereignis, kann das Unternehmen eine solch ungünstige Situation aus eigener Kraft überstehen — es ist also solvent.

Die BEL beschreibt den besten Schätzer (Englisch „best estimate“) für die in den bestehenden Policen enthaltenen Zusagen bzw. Verpflichtungen (Englisch „liabilities“) den Versicherungsnehmern gegenüber. Solvency II fordert speziell von den Lebensversicherern, die BEL als Barwert der Auszahlungen abzüglich des Barwertes der Einnahmen zu berechnen.

Seit der Einführung von Solvency II soll die Reserve marktnah ermittelt werden. Daraus folgt, dass die Entwicklung der Kapitalanlagen, die künftigen Überschusszuteilungen an Kunden und die möglichen Handlungen der Versicherungsnehmer (bspw. Stornierung, Beitragsfreistellung, Kapitalabfindung statt Rentenauszahlung) realistisch geschätzt werden. Wie oben bereits dargelegt, erfolgt diese Schätzung mithilfe von vielen Monte-Carlo-Simulationen, um im Mittel den besten Schätzer für die Verpflichtungen zu gewinnen.

Die meisten Risiken aus der Solvency II-Risikolandkarte eines Lebensversicherungsunternehmens werden mithilfe von stochastischen Unternehmensmodellen bewertet: sowohl die Marktrisiken, d.h. Aktienentwicklung, Immobilienentwicklung, Zinsbewegung, Zinsvolatilität, Währungsschwankungen, Ausfall von Anleihen, als auch die versicherungstechnischen Risiken Biometrie (Sterblichkeit einschließlich Katastrophen, Langlebigkeit, Invalidität), Kosten und Storno.

Kapitel 3 - Grundlagen der Lebensversicherung

Was ist Versicherung bzw. eine Versicherung?

- > Grundlegenden Begriffen vertraut gemacht und wesentliche Details von Versicherungen vorgestellt

Risikotransfer

Versicherung stellen einen Risikotransfer dar.

Die wichtigsten, durch Lebensversicherungen gedeckten Risiken sind Tod und Invalidität sowie das Langlebigkeitsrisiko. Daneben gibt es noch Versicherungsschutz für Risiken wie Pflegebedürftigkeit oder den Eintritt schwerer Krankheiten (Dread Disease).

Warum ist das Risiko beim Versicherungsunternehmen besser aufgehoben ist als bei der einzelnen Person selbst?

- auf den ersten Blick: größere Finanzstärke
- Hauptgrund: **mathematischer Grund** -> **sog. Risikoausgleich im Kollektiv**
Die Tatsache, dass der Versicherer viele gleichartige Risiken übernimmt, führt nämlich zu Ausgleichseffekten in seinem Bestand an Versicherungen. Dies bedeutet, dass sich die zufällige Schwankung in der Höhe der zu zahlenden Schadenleistungen bei zunehmender Anzahl gleichartiger Verträge reduziert und somit stabiler, **für den Lebensversicherer besser kalkulierbar wird.**

Rechnungsgrundlagen

Die bestehende Auflage, Reserven in ausreichender Höhe zu stellen, impliziert insbesondere, vorsichtige Annahmen über diejenigen Größen zu treffen, welche einen Einfluss auf die Entwicklung des Vertrags haben, nämlich:

Zins,

Biometrie,

Kosten.

Diese drei Einflussfaktoren werden unter dem Begriff **Annahmen** bzw. **Rechnungsgrundlagen** zusammengefasst.

Rechnungsgrundlagen 1. Ordnung

entsprechen den vorsichtigen Annahmen über die drei vorgenannten Größen. Sie werden für die Berechnung von Prämien und Reserven verwendet, wobei es zwei voneinander abweichende Sätze von Annahmen für die Prämien- und Reserveberechnung geben kann.

-> Rechnungsgrundlagen 1. Ordnung googlen!!

Rechnungsgrundlagen 2. Ordnung

spiegeln die tatsächliche Erfahrung des Versicherers wider bzw. das, was der Versicherer als realistischen „Schadenverlauf“ erwartet.

Wie wir in Kap. 10 sehen werden, führen Unterschiede in den Rechnungsgrundlagen 1. und 2. Ordnung zur Entstehung von Überschüssen, welche ihrerseits den Versicherten wieder zugute kommen.

-> Rechnungsgrundlagen 2. Ordnung googlen und Link zu Kap 10 später einführen!!

Standard-Versicherungen

Im Folgenden werden die gängigsten Produkte der Lebensversicherung und ihre Charakteristika beschrieben.

Unterscheidungskriterien:

Versorgungsschicht: siehe Abschnitt 3.3. -> bezieht sich auf Deutschland, nicht Schweiz!

Produkte bzw. **Produktarten:** gibt es Produkte zur Absicherung des Todesfallrisikos, des Erlebensfall- oder Langlebighkeitsrisikos sowie des Invaliditätsrisikos

Tarife -> **Tarifstufe** oder **Kostenstufe** -> **Tarifgeneration**

Vertragsteil: Hauptversicherung vs. Zusatzversicherung

Hauptversicherung: rechtlich eigenständiger Versicherungsvertrag -> bildet die Hauptkomponente einer Versicherung

Zusatzversicherung: Anbündelung einer Zusatzkomponente an eine Hauptversicherung dar, mit der ein zusätzlicher Versicherungsschutz eingeschlossen wird. Eine Zusatzversicherung bildet eine rechtliche Einheit mit der Hauptversicherung und kann i.d.R. allein, ohne die Hauptversicherung, nicht fortbestehen. Dies bedeutet, dass bei Beendigung der Hauptversicherung auch die Zusatzversicherung endet. Umgekehrt kann

eine Zusatzversicherung für sich allein jedoch durchaus gekündigt werden, ohne dass die Hauptversicherung erlischt.

Geschäftsart: Einzelgeschäft oder Kollektivgeschäft

Risikolebensversicherung Die Risikolebensversicherung gewährt Versicherungsschutz ausschließlich für den Todesfall. Nennt man häufig auch **reinen Todesfallversicherung**.

Versicherungsart: Stirbt versicherte Person innerhalb der Versicherungsdauer, so wird eine Todesfallleistung (=vereinbarte Versicherungssumme) fällig. Bei einer lebenslangen Risikolebensversicherung wird die Versicherungsleistung folglich in jedem Fall ausgezahlt.

Vertragsteil: Risikolebensversicherungen können als Haupt- und als Zusatzversicherungen abgeschlossen werden.

Tarife: Das Leistungsspektrum derartiger Versicherungen umfasst sowohl Tarife mit gleichbleibender (konstanter) Versicherungssumme als auch Tarife mit einer planmäßig steigenden und/oder fallenden Versicherungssumme. Die Veränderung kann entweder linear, prozentual oder nach einem anderen Muster erfolgen.

Differenzierungen nach Risikomerkmale: Bei Risikolebensversicherungen findet häufig eine Differenzierung nach zusätzlichen sterblichkeitsbeeinflussenden Risikomerkmale statt. So gibt es bspw. Unterscheidungen nach dem Raucherstatus (Raucher oder Nichtraucher) oder nach dem Akademiker-Status (Akademiker oder Nicht-Akademiker), die auch in Kombination auftreten können und somit zu einer Aufsplittung in homogenere Zielgruppen führen. Derartige Tarife werden auch als **Preferred Lives-Tarife** bezeichnet, da die Prämien für die bevorzugten Personengruppen (z.B. nicht rauchende Akademiker) deutlich reduziert ausfallen.

Verbundene Leben: Risikolebensversicherungen können auch auf verbundene Leben abgeschlossen werden. Bei Tod einer der versicherte Personen wird die Versicherungssumme fällig, jedoch nur ein einziges Mal, d.h. wenn die erste oder die letzte VP verstirbt. Derartige Versicherungen dienen der gegenseitigen Absicherung der jeweils anderen versicherte Personen.

Kapitallebensversicherung reine Erlebensfallversicherung: Beim Erleben des Ablaufs der Versicherungsdauer wird die Versicherungssumme auszahlt.

→ historisches Relikt, das in dieser Reinform heute kaum noch zu finden ist

gemischte Versicherung: Kombination aus der reinen Todesfall- und der reinen Erlebensfallversicherung: Bei Tod innerhalb der Versicherungsdauer wird eine Todesfallleistung fällig; überlebt die VP jedoch bis zum Ende der Versicherungsdauer, wird eine Erlebensfallleistung ausgezahlt.

Beachte:

Klassisch stimmen die für den Todes- und den Erlebensfall versicherten Summen überein. Angeboten werden inzwischen jedoch auch Varianten mit voneinander abweichender Todes- und Erlebensfallsumme. Dabei kann das Verhältnis dieser beiden Größen konstant sein oder im Laufe der Versicherungsdauer variieren. Bspw. kann die Todesfallsumme zu Vertragsbeginn gegenüber der Erlebensfallsumme abgesenkt sein und gegen Ende der Versicherungsdauer auf die Erlebensfallsumme ansteigen. Denkbar ist auch, dass die Todesfallsumme anfänglich höher ist als die Erlebensfallsumme und linear auf diese absinkt. Es lassen sich nahezu beliebige Leistungsspektren konstruieren.

kapitalbildende Lebensversicherung vs Kapitallebensversicherung

Es sei angemerkt, dass der Begriff kapitalbildende Lebensversicherung keineswegs gleichbedeutend mit dem der Kapitallebensversicherung ist. Vielmehr ist ersterer ein **Oberbegriff für alle diejenigen Lebensversicherungen, bei denen in nicht unerheblichem Maße ein Kapital gebildet werden muss, um die als sehr wahrscheinlich einzustufende Auszahlung der Versicherungsleistung durchführen zu können**. Demnach gehören die Kapitallebensversicherung und die Rentenversicherung zu den kapitalbildenden Versicherungen, während Risikolebens- und Berufsunfähigkeitsversicherung nicht dazu zählen, sondern unter dem Begriff Risikoversicherung zusammengefasst werden.

Termfix-Versicherung

Abschnitt 3.6.4 in Jens

Rentenversicherung

3.6.5 in Jens

Hinterbliebenenrentenversicherung

3.6.6 in Jens

Berufs-/Erwerbsunfähigkeitsversicherung

3.6.7 Berufs-/Erwerbsunfähigkeitsversicherung in Jens

Fondsgebundene Lebens- oder Rentenversicherung

3.6.8 Fondsgebundene Lebens- oder Rentenversicherung in Jens

Versicherungsmathematische Notation

Versicherungsmathematische Notation

Elementare Finanzmathematik

Zinsrechnung

Zins: Der Zins kann als Preis für die Übernahme eines Risikos und/oder als Preis für das Leihen von Geld angesehen werden.

Grund für Zins:

1. **Kreditausfallrisiko:** Risiko, dass der Kunde zahlungsunfähig wird
2. **Opportunitätskosten:** Kosten aufgrund der entgangenen Möglichkeit, den als Kredit gewährten Betrag anderweitig zu investieren

Notation:

K_t Kapitalwachstumsfunktion

t Zeiteinheit (standardmässig in Jahren)

p.a. per annum

i Zinssatz p.a.

Wie werden bereits angefallene Zinsen behandelt?

1. **Zinseszinsrechnung:** bereits angefallene (und nicht ausgezahlte) Zinsen in den Folgeperioden wieder mitverzinst
2. **einfache Verzinsung:** die anfallenden Zinsen schlichtweg angesammelt werden

Wann werden die Zinsen gutgeschrieben?

1. **nachschüssigen Verzinsung**
2. **vorschüssige Verzinsung**

Modell:

Einfache Verzinsung: $K_t = K_0 \cdot (1 + t \cdot i)$

Zinseszins: $K_t = K_0 \cdot (1 + i)^t$

Wichtigste Definitionen Diskontfaktor: $v = \frac{1}{1+i}$ Welcher Betrag muss zum Zeitpunkt $t = 0$ investiert werden, damit sich nach einem Jahr der normierte Betrag der Höhe 1 ergibt?

Aufzinsungsfaktor: $r = 1 + i$

effektiver Zinssatz: (pro Zeiteinheit) i , falls der Einheitsbetrag 1 nach t Zeiteinheiten auf $(1 + i)^t$

Beispiel: Bei einem Investment, welches sich über t Jahre erstreckt, werden in den einzelnen Jahren (i.d.R. unterschiedliche) Zinssätze gewährt, i.e. i_1, \dots, i_t . Interessiert man sich nun für die erzielte durchschnittliche Verzinsung, so sucht man den Effektivzinssatz i für den genannten Zeitraum.

Fall 1: **Zinseszins**

In diesem Fall lautet der Ansatz

$$K_0 \cdot (1 + i_1) \cdot \dots \cdot (1 + i_t) \stackrel{!}{=} K_0 \cdot (1 + i)^t$$

Den effektiven Zinssatz i erhält man somit als geometrisches Mittel der Aufzinsungsfaktoren, i.e.

$$1 + i = \left(\prod_{j=1}^t (1 + i_j) \right)^{\frac{1}{t}}$$

Fall 1: **Einfache Verzinsung**

In diesem Fall lautet der Ansatz

$$K_0 \cdot (1 + i_1 \dots + i_t) \stackrel{!}{=} K_0 \cdot (1 + t \cdot i)$$

Den effektiven Zinssatz i erhält man somit als arithmetisches Mittel der Aufzinsungsfaktoren, i.e.

$$i = \frac{1}{t} \sum_{j=1}^t i_j$$

effektiver Diskontsatz: (pro Zeiteinheit) $d = 1 - v = \frac{i}{1+i} = iv$

Beachte: Die Angabe des Effektivzinssatzes i oder des Effektivdiskontsatzes d zueinander äquivalent:

$$1 + i = \left(\frac{1}{1 - d} \right)^{-1} = \left(1 - \frac{d}{1 + i} \right)^{-1} = (1 - d)^{-1}$$

Nominelle Verzinsung Bislang wurde angenommen, dass die Zinsen nur einmal pro Zeiteinheit, d.h. am Ende eines Jahres, fällig werden.

Im Folgenden entfallen auf eine Zeiteinheit (Jahr) k Zinsperioden, welche jeweils eine Länge von $\frac{1}{k}$ des Jahres haben. Folglich werden k -Mal pro Jahr Zinsen (nachschüssig) fällig. Diese Art der Zinsfälligkeit bezeichnet man als **unterjährig Verzinsung**.

Die nachfolgenden Definitionen gewährleisten, dass der Zinsertrag über die gesamte Zeiteinheit mit der Summe der in den zugehörigen Zinsperioden erfolgenden Zinszahlungen übereinstimmt.

Der **nominelle Zinssatz** oder auch **Nominalzinssatz** $i^{(k)}$ pro Zeiteinheit wird durch folgende Gleichung definiert:

$$1 + i = \left(1 + \frac{i^{(k)}}{k} \right)^k$$

Anders ausgedrückt:

Ein nomineller Zinssatz von $i^{(k)}$ p.a. wird in k gleich großen Teilzahlungen (Raten) unterjährig ausgeschüttet. Er stimmt mit einem effektiven Zinssatz von $\frac{i^{(k)}}{k}$ pro $\frac{1}{k}$ eines Jahres überein.

Beachte: Für $k = 1$ stimmen effektiver und nomineller Zinssatz überein.

Analog existiert auch ein **nomineller Diskontsatz**, welcher mit $d^{(k)}$ bezeichnet und mittels des effektiven Diskontsatzes d definiert wird, nämlich

$$1 - d = \left(1 - \frac{d^{(k)}}{k}\right)^k.$$

Und wegen $1 + i = (1 - d)^{-1}$ gilt:

$$\left(1 + \frac{i^{(k)}}{k}\right)^k = \left(1 - \frac{d^{(k)}}{k}\right)^{-k}$$

Stetige Verzinsung 4.1.6 Stetige Verzinsung

Zahlungsströme (cash flows)

Die Mehrheit der finanziellen Zahlungsvorgänge, insbesondere alle hier betrachteten Zahlungsschemata, lassen sich unter dem gemeinsamen Dach eines Zahlungsstroms darstellen. Die Zeiteinheit beträgt, sofern nichts anderes gesagt wird, wiederum 1 Jahr, und die Verzinsung erfolgt nachschüssig (sowie ggf. unterjährig).

(diskreter) Zahlungsstrom: ist eine Serie von Zahlungen $z(t_j)$, welche zu diskreten Zeitpunkten t_j mit $j \in \{0, \dots, J\}$ gemacht werden. Die Zahlungen $z(t_j)$ können positiv, negativ oder auch Null sein. In vielen Fällen ist $t_j = j$, so dass die Zahlungen äquidistant, d.h. in gleichen Abständen, über die Zeitachse verteilt sind — jedoch ist das nicht notwendigerweise der Fall.

Bewertung und Äquivalenz von Zahlungsströmen Auf Basis eines effektiven Zinssatzes von i p.a. wird der **Wert des Zahlungsstroms** zu einem ausgewählten Zeitpunkt t^* ($t_0 \leq t^* \leq t_J$) definiert als (vom Englischen „cash flow“)

$$CF(t^*; i) = \sum_{j=0}^J z(t_j) \cdot (1 + i)^{t^* - t_j}.$$

Der **Barwert (present value)** des Zahlungsstroms zum Zinssatz i , in Zeichen: **PV (i)** (vom Englischen „present value“), ist der Wert des Zahlungsstroms zum Zeitpunkt $t^* = t_0$, d.h.

$$PV(i) := CF(t_0; i) = \sum_{j=0}^J z(t_j) \cdot (1 + i)^{t_0 - t_j}.$$

Der **Endwert (terminal value)** des Zahlungsstroms zum Zinssatz i , in Zeichen: **TV (i)** ist der Wert des Zahlungsstroms zum Zeitpunkt $t^* = t_J$, d.h.

$$TV(i) := CF(t_J; i) = \sum_{j=0}^J z(t_j) \cdot (1 + i)^{t_J - t_j}.$$

Es gilt für drei Zeitpunkte s , t und t^* :

$$\begin{aligned} CF(t; i) &= (1 + i)^{t-s} \cdot CF(s; i) \\ CF(t; i) &= (1 + i)^{t-s} \cdot CF(s; i) \\ CF(t^*; i) &= (1 + i)^{t^*} \cdot PV(i) \\ TV(i) &= (1 + i)^{t_J} \cdot PV(i) \\ PV(i) &= v^{t_J} \cdot TV(i) \end{aligned}$$

Spezielle Zahlungsströme Für diese speziellen Bar- und Endwerte hat sich eine besondere Notation entwickelt, welche sich auch in der Versicherungsmathematik in sehr ähnlicher Form wiederfinden wird.

Die Zeiteinheit betrage weiterhin 1 Jahr, und der jährliche (effektive) Zinssatz sei i p.a.

Die jährlichen Zahlungen haben jeweils die normierte Höhe 1 (sofern nichts anderes gesagt wird).

Einmalzahlung Eine **Einmalzahlung** ist eine Zahlung, die einmalig zu einem vorab festgelegten Zeitpunkt geleistet wird.

Einmalzahlung nach n Jahren:

Zugehöriger Zahlungsstrom: $J = n, j \in \{0, \dots, n\}$ mit $z(t_j) = 0$ für $t_j = 0, \dots, n-1$ und $z(n) = 1$.

Zugehöriger Barwert: $PV(i) = CF(0; i) = v^n$

Zugehöriger Endwert: $TV(i) = CF(n; i) = 1$

Einmalzahlung sofort:

Zugehöriger Zahlungsstrom: $J = n, j \in \{0, \dots, n\}$ mit $z(0) = 1$ und $z(t_j) = 0$ für $t_j = 1, \dots, n$.

Zugehöriger Barwert: $PV(i) = CF(0; i) = 1$

Zugehöriger Endwert: $TV(i) = CF(n; i) = (1+i)^n$

Zeitrenten Da die Zahlungen deterministisch sind, handelt es sich bei den folgenden Zahlungsschemata um Zeitrenten.

Die Rentenzahlungen können entweder vorschüssig zu Beginn oder nachschüssig, d.h. am Ende des jeweiligen Jahres, erfolgen.

(temporäre) Zeitrente, vorschüssig:

Eine n Jahre lang vorschüssig zahlbare (temporäre) Zeitrente (der Höhe 1).

Zugehöriger Zahlungsstrom: $J = n, j \in \{0, \dots, n\}$ mit $z(t_j) = 1$ für $t_j = 1, \dots, n-1$ und $z(n) = 1$.

Zugehöriger Barwert: $PV(i) = CF(0; i) = 1 + v + v^2 + \dots + v^{n-1} = \frac{1-v^n}{1-v} = \frac{1-v^n}{d}$

Dieser Barwert wird als **vorschüssiger Rentenbarwertfaktor** bezeichnet. Symbol:

$$\ddot{a}_{\overline{n}|} = \frac{1-v^n}{d}$$