Tarea 1

Corrección Parcia 1

1) Dada la siguiente ecuación, representela en el espacio de estados y encuentre la respectiva función de transferencia.

$$\dddot{x} + \ddot{x} + 2\dot{x} + x = 2f(t)$$

$$\Rightarrow \dddot{x} + \ddot{x} + 2\dot{x} + x = 2f(t)$$

$$x = s^0 = x_1$$

$$\dot{x} = s^1 = \dot{x}_1 = x_2$$

$$\ddot{x} = s^2 = \dot{x}_2 = x_3$$

$$\dddot{x} = s^3 = \dot{x}_3$$

$$\Rightarrow U(s)\left[s^3 + s^2 + 2s + 1\right] = 2f(s)$$

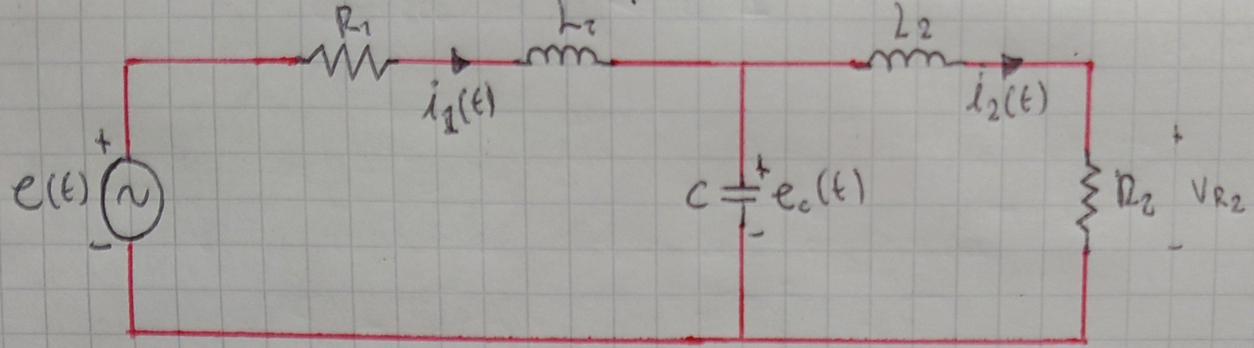
$$\Rightarrow \frac{U(s)}{f(s)} = \frac{2}{s^3 + s^2 + 2s + 1}$$

$$\Rightarrow \dot{x}_3 = 2U\left[7x_3 + x_2 + x_1\right) x - 1$$

$$\dot{x}_3 = 2u - x_3 - 2x_2 - x_1$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} u$$

2) Encontrar una expresión en el espacio de estados para el siguiente sistema. Considere una salida de voltaje en R_2



$$i_c = C\frac{\partial V_c}{\partial t} \quad ; \quad V_c = L\frac{\partial i_L}{\partial t}$$

$$i_1 + i_3 + i_2 \qquad V_{R2} + V_{L2} = V_c$$

$$x_2 = Cx_1 + x_3 \qquad V_{R2} = V_c + V_{L2} \qquad V_c = x_1$$

$$\dot{x}_1 = \frac{x_2}{C} - \frac{x_3}{C} \qquad V_{R2} = x_1 + L\dot{x} \qquad \dot{V}_c = \dot{x}_1$$

$$L_1 = x_2 \qquad i_1 = \dot{x}_2$$

$$L_2 = x_3 \qquad \dot{i}_2 = \dot{x}_3$$

$$V_c = V_{in} - V_{R1} - V_{L1}$$

$$x_1 = V_{in} - R_1 x_2 - L_1\dot{x}_2$$

$$L_2 R_2 = x_1 - L_2\dot{x}_3$$

$$\dot{x}_2 = \frac{V_{in}}{L_1} - \frac{R_1 x_2}{L_1} - \frac{x_1}{L_1}$$

$$R_2 x_3 = x_1 - L_2\dot{x}_3$$

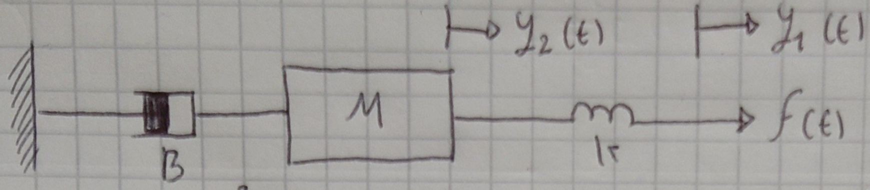
$$\Rightarrow V_{R2} = L_2 R_2 \qquad \dot{x}_3 = \frac{x_1}{L_2} - \frac{R_2}{L_2}x_3$$

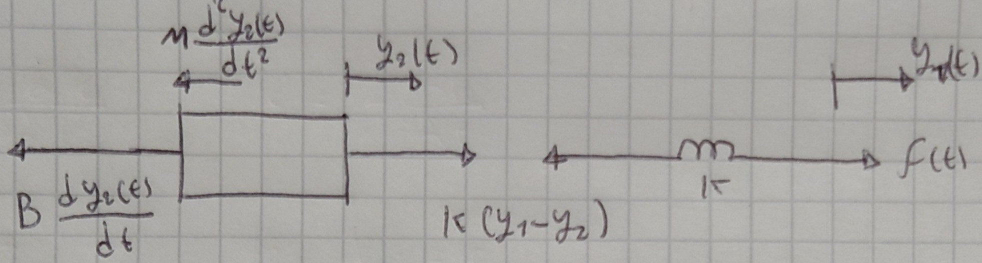
$$V_{R2} = x_3 R_2$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{RC} & -\frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L_1} & 1/L_1 & 0 \\ 1/L_2 & 0 & -\frac{R_2}{L_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L_1} \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{in} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow V_{R2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

3) Encontrar una expresión en el espacio de estados valida para el siguiente sistema. Considere que la salida corresponde a los desplazamientos Y_1 y Y_2





$\sum f_x = 0$

$x_1 = q_1$

$M \dfrac{d^2 y_2(t)}{dt^2} = M\ddot{x}_1 \qquad y_2 = x_1 \qquad \dot{x}_1 = q_2$

$\ddot{x}_1 = \dot{q}_2$

$B\dfrac{d y_2(t)}{dt} = B\dot{x}_1$

$k(y_1 - y_2) = k(x_2 - x_1)$

$M\ddot{x}_1 + B\dot{x}_1 = k(x_2 - x_1)$

$k(y_1 - y_2) = f(t) \Rightarrow k(x_2 - x_1) = f$

$kx_2 - kx_1 = f \Rightarrow x_2 = \dfrac{f + kx_1}{k}$

$M\ddot{x}_1 + B\dot{x}_1 = \dfrac{kf}{k} + kx_1 - x_1$

$\ddot{x}_1 = (kx_1 - x_1 + f + B\dot{x}_1)\dfrac{1}{m}$

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{k-1}{m} & \frac{B}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} [F]$$