**מבני נתונים – תרגיל מעשי 2 – Binomial Heap**

**תיעוד**

**חלק ניסויי**

1. להלן פירוט הטבלה המתארת את המדדים עבור שלושת הניסויים.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **ניסוי** | **מספר סידורי** | **זמן ריצה (מילישניות)** | **מספר החיבורים הכולל** | **מספר העצים בסיום** | **סכום דרגות הצמתים שנמחקו** |
| **ראשון** | 1 | 3 | 723 | 5 | - |
| 2 | 0 | 2182 | 4 |
| 3 | 2 | 6555 | 5 |
| 4 | 7 | 19675 | 7 |
| 5 | 7 | 59040 | 8 |
| 6 | 20 | 177134 | 12 |
|  | | | | | |
| **שני** | 1 | 4 | 2474 | 6 | 1995 |
| 2 | 5 | 8397 | 6 | 6946 |
| 3 | 11 | 29323 | 5 | 24955 |
| 4 | 29 | 98071 | 6 | 84956 |
| 5 | 39 | 321556 | 8 | 282199 |
| 6 | 140 | 1076242 | 9 | 958154 |
|  | | | | | |
| **שלישי** | 1 | 1 | 723 | 5 | 697 |
| 2 | 4 | 2182 | 5 | 2156 |
| 3 | 5 | 6555 | 5 | 6529 |
| 4 | 16 | 19675 | 5 | 19649 |
| 5 | 28 | 59040 | 5 | 59014 |
| 6 | 37 | 177134 | 5 | 177108 |

1. ראשית, ננתח את זמן הריצה האסימפטוטי של כל אחד מהניסויים כפונקציה של .
   1. בניסוי הראשון – נבחין כי ביצענו בסך הכל הכנסות לערימה. כנדרש, זמן הריצה של פעולת ה-Insert לינארי במספר הספרות שהשתנו בייצוג הבינארי של גודל הערימה אחרי ההכנסה ביחס למצב לפניה. על כן, עלות Amortized של פעולת Insert שקולה לעלות Amortized של פעולת Increment במונה בינארי. בהתאם, כפי שראינו בתרגול, כחלק מרצף של פעולות Increment בלבד, עלות זו היא . בהתאם נסיק שעלות סדרה של פעולות Insert לערימה הבינומית היא .
   2. בניסוי השני – ביצענו מספר זהה של הכנסות רציפות לניסוי הראשון, ולכן עלות ההכנסות היא . לאחר מכן ביצענו פעולות Delete-Min. נבחין כי סדרת המחיקות הללו, שקולה למיון של n/2 האיברים הקטנים ביותר בערימה, לכן עלות סדרת הפעולות הללו היא בשל החסם התחתון על בעיית המיון, וגם בגלל שעלות כל פעולת Delete-Min היא WC, וביצענו בסך הכל פעולות כאלה. לכן בסה"כ נסיק כי זמן הריצה האסימפטוטי של הניסוי היא .
   3. בניסוי השלישי – גם כאן ביצענו מספר זהה של הכנסות רציפות לניסוי הראשון, ולכן עלות ההכנסות היא . נוכיח כי עלות מחיקה בודדת בניסוי זה היא , נעשה זאת ע"י הוכחה שהמחיקות בניסוי זה אינן גורמות ליצירת חיבורים חדשים כלל. נבחין כי במהלך בניית העץ, תמיד נשמרת האינווריאנטה שהבן שדרגתו מינימלית של כל צומת ממפתח הוא צומת ממפתח , זאת משום שהבן שדרגתו מינימלית הוא הבן הראשון שחובר לצומת בהתאם לסדר הוספת הבנים בבניית הערימה (מכניסים את הבן הבא בעמדה השמאלית ביותר). בנוסף, נבחין כי כלל המפתחות של הצמתים בעץ מדרגה קטנים מכלל המפתחות של הצמתים בעץ מדרגה גדולה מ- , גם זאת בהתאם לסדר ההכנסה מגדול לקטן. לכן לאורך כל סדרת המחיקות, האיבר המינימלי הוא השורש של תת-העץ בעל הדרגה הנמוכה ביותר בערימה. בהתאם, לכל אורך סדרת המחיקות לא נדרשים חיבורים חדשים, אלא רק פעולות בזמן קבוע. על כן נסיק שסדרת המחיקות מתבצעת בסיבוכיות .

עתה נתאר את הקשר בין מספר העצים הסופי () מספר החיבורים () וסכום דרגות הצמתים שנמחקו ().

1. בניסוי הראשון – מספר העצים הסופי שווה למספר האחדות בייצוג הבינארי של סכום מספר העצים ומספר החיבורים, שמייצג כמובן את כמות האיברים בערימה.
2. בניסוי השני –
3. בניסוי השלישי – מתקיימת הנוסחה: . כמות החיבורים לאחר ההכנסה היא כמות החיבורים שניתקנו ועוד כמות החיבורים הקיימת בעץ לאחר המחיקות. סכום הדרגות של הצמתים שנמחקו הוא גם מספר החיבורים אשר ניתקנו. זאת משום שבמחיקת צומת מדרגה k אנו מנתקים את k החיבורים שלו עם k בניו. בעץ הסופי נותרו איברים ב- עצים. כך שסכום החיבורים אשר נותרו הוא .

עתה ננמק את סכום דרגות הצמתים שמחקנו עבור הניסוי השלישי. כפי שהראינו קודם לכן, סכום דרגות הצמתים שמחקנו בניסוי השלישי הוא בדיוק מספר האיברים שמחקנו פחות מספר העצים.