C:\Users\haller\Desktop\Logo_HFU.tif

Dokumentation

des

Projektstudiums

**Physikalische Simulation starrer Körper**

|  |  |
| --- | --- |
| Betreuer: | Prof. Dr. Dirk Eisenbiegler |
| Vorgelegt von: | Daniel Wagner, 259256 |
|  | Manuel Maringolo, 260683 |
|  | Lukas Brausch, 260418 |
|  | Sebastian Hoffmann, 259316 |
|  | Dimitrios Stüber, 257744 |
| Zeitraum: | SS19 - WS19/20 |

# Abstract

[Englisch, 100 -120 Worte]

[Deutsch, 100 – 120 Worte]

# Inhaltsverzeichnis

[Abstract II](#_Toc60935988)

[Inhaltsverzeichnis III](#_Toc60935989)

[1 Einleitung 1](#_Toc60935990)

[2 Physikalische Grundlagen und Begriffe 2](#_Toc60935991)

[2.1 Inertialsystem 2](#_Toc60935992)

[2.2 Translatorische Bewegung 2](#_Toc60935993)

[2.2.1 Kinematik der Translation 2](#_Toc60935994)

[2.2.2 Masse 3](#_Toc60935995)

[2.2.3 Kraft 3](#_Toc60935996)

[2.2.4 Impuls 3](#_Toc60935997)

[2.2.5 Kraftstoß 4](#_Toc60935998)

[2.2.6 Translationsbewegungsenergie 4](#_Toc60935999)

[2.2.7 Impulssatz 4](#_Toc60936000)

[2.3 Punktmasse 4](#_Toc60936001)

[2.4 Rotationsbewegung 4](#_Toc60936002)

[2.4.1 Kinematik der Rotation 4](#_Toc60936003)

[2.4.2 Trägheitsmoment 5](#_Toc60936004)

[2.4.3 Drehmoment 5](#_Toc60936005)

[2.4.4 Drehimpuls 6](#_Toc60936006)

[2.4.5 Drehstoß 6](#_Toc60936007)

[2.4.6 Rotationsbewegungsenergie 6](#_Toc60936008)

[2.4.7 Drallsatz 6](#_Toc60936009)

[2.5 Starre Körper 6](#_Toc60936010)

[2.6 Stoß 7](#_Toc60936011)

[2.6.1 Ideal elastischer Stoß 7](#_Toc60936012)

[2.6.2 Ideal unelastischer Stoß 7](#_Toc60936013)

[2.6.3 Realer Stoß 7](#_Toc60936014)

[2.6.4 Exzentrische Stoß 7](#_Toc60936015)

[3 Der Physolator 9](#_Toc60936016)

[4 Physikalische Lernaufgab 10](#_Toc60936017)

[5 Physikalische Simulation starrer Körper 11](#_Toc60936018)

[5.1 Ein starrer Körper 11](#_Toc60936019)

[5.1.1 Attribute starrer Körper 11](#_Toc60936020)

[5.2 Stoßerkennung 11](#_Toc60936021)

[5.3 Stoßbehandlung 11](#_Toc60936022)

[5.4 Kräfte 11](#_Toc60936023)

[5.5 Rollen 11](#_Toc60936024)

[5.6 Rutschen 11](#_Toc60936025)

[6 Spiele auf Basis der Simulation 12](#_Toc60936026)

[7 Ausblick 13](#_Toc60936027)

[8 Fazit 14](#_Toc60936028)

[Literaturverzeichnis 15](#_Toc60936029)

[Abbildungsverzeichnis 16](#_Toc60936030)

[Stichwortverzeichnis 17](#_Toc60936031)

[Eidesstattliche Erklärung 18](#_Toc60936032)

[A. [Anhang] 19](#_Toc60936033)

# Einleitung

# Physikalische Grundlagen und Begriffe

## Inertialsystem

In der Physik ist ein Inertialsystem ein Bezugssystem, in dem jeder Körper, auf den keine Kräfte wirken, oder wo die Summe der Kräfte gleich Null ist, entweder in Ruhe verharrt oder sich unbeschleunigt geradlinig durch den Raum bewegt.

[https://de.wikipedia.org/wiki/Inertialsystem]

## Translatorische Bewegung

Bei einer Translation erfahren alle Punkte eines Körpers dieselbe Verschiebung im Bezugssystem. Somit besitzt ein freier Körper auf der Ebene zwei Freiheitsgrade der Translation.

### Kinematik der Translation

Die folgenden Ableitungsverhältnisse der Kinematik, der Lehre von geometrischer Bewegung ohne Kräfte, sind entscheidend für das Verständnis der physikalischen Simulation.

#### Ort

Der Ort eines Körpers wird durch den Vektor beschrieben und die Einheit ist der Meter (m). Das Weg-Zeit-Gesetzt ist eine Funktion , die jedem Zeitpunkt einen Ort zuordnet.

#### Geschwindigkeit

Die Geschwindigkeit ist die zeitliche Änderung des Ortes. Es gilt daher wobei der Punkt eine gebräuchliche Kurznotation für also eine Ableitung nach der Zeit ist.

Der Betrag in der Ebene ist

#### Beschleunigung

Die Beschleunigung ist die zeitliche Änderung der Geschwindigkeit. Es gilt daher

[https://de.wikipedia.org/wiki/Translation\_(Physik)]

### Masse

Die Masse ist in der klassischen Mechanik eine Erhaltungsgröße, man unterscheidet dabei zwischen Träger und schwerer Masse. Dabei kann davon ausgegangen werden, dass schwere und träge Masse dieselbe physikalische Größe sind, somit Betragsgleich sind. Die Einheit ist das Kilogramm (kg) und das Formelzeichen ein m.

In diesem Projekt ist insbesondere die träge Masse von Interesse da Gravitationskräfte zwischen Körpern nicht betrachtet werden sollen.

#### Trägheit (Träge Masse)

Aufgrund seiner Masse setzt ein Körper einer Kraft, die seine Geschwindigkeit ändert, einen Widerstand entgegen. Man kann somit die Trägheit auch als eine Art Beharrungsvermögen verstehen in einem Bewegungszustand zu verharren.

#### Grav**itationsladung (Schwere Masse)**

Zwei Körper ziehen sich gegenseitig an. Die Kraft wirkt entlang der Verbindungslinie und ist zu den Massen der Körper proportional.

[https://de.wikipedia.org/wiki/Masse\_(Physik)]

### Kraft

Die Kraft kann in der klassischen Mechanik als eine vektorielle Größe aufgefasst werden, welche einen Körper beschleunigt oder bremst. Das Formelzeichen ist ein F und die Einheit ist das Newton. Es gilt .

Nach dem Superpositionsprinzip gilt für einen Körper, auf den mehrere Kräfte wirken .

[https://de.wikipedia.org/wiki/Kraft]

### Impuls

Der physikalische Impuls kann umgangssprachlich vielleicht als „Wucht“ aufgefasst werden. Somit ist der Impuls eines Körpers größer je höher seine Geschwindigkeit oder seine Masse ist (). Das Formelzeichen ist ein p und die Einheit ist die Newtonsekunde. Es gilt daher .

### Kraftstoß

Eine Kraft, die über eine Dauer auf einen Körper wirkt, führt zu einer Impulsänderung, die man Kraftstoß nennt. Das Formelzeichen ist ein I und die Einheit natürlich äquivalent zum Impuls das Newtonmeter. Ist die Kraft über das Zeitintervall konstant gilt somit . Im Allgemeinen ist die Kraft aber Zeitabhängig und der Kraftstoß muss über Integration ermittelt werden.

### Translationsbewegungsenergie

In der klassischen Mechanik ist die Translationsbewegungsenergie abhängig von Masse und Geschwindigkeit des Körpers. Die Formel zur Berechnung ist . Die Einheit ist das Joule .

### Impulssatz

Die zeitliche Änderung eines Impulses entspricht der einwirkenden äußeren Kraft. Somit gilt und im Falle einer konstanten Masse .

## Punktmasse

Eine Punktmasse ist die größte Vereinfachung eines realen Körpers in der Physik. Die gesamte Masse ist dabei in einem Punkt, der Punktmasse, konzentriert.

Die Punktmasse besitzt translatorische Freiheitsgrade, aber aufgrund der fehlenden Eigenschaften wie Abmessungen, Volumen oder Form keine Rotationsfreiheitsgrade.

Zur Beschreibung werden daher nur die Masse, die Koordinaten und die Translatorischen Größen benötigt. Die Punktmasse bewegt sich wie durch die Kinematik festgelegt.

## Rotationsbewegung

### Kinematik der Rotation

Die Kinematik der Rotation ist parallel zur Kinematik der Translation aufzufassen.

#### Winkel

Der Drehwinkel Phi φ gibt die Drehung aus der Ausgangsposition des Körpers an. Im Bogenmaß (rad) entspricht 0 Grad , 180 Grad , 360 Grad . Das Winkel-Zeit-Gesetzt ist eine Funktion die jedem Zeitpunkt einen Winkel zuordnet.

#### Winkelgeschwindigkeit

Die Winkelgeschwindigkeit Omega wird in der Einheit angegeben. Er zeigt auf wie schnell sich ein Winkel mit der Zeit ändert. Der Betrag ist die Ableitung des Winkels nach der Zeit, somit gilt . In der euklidischen Ebene kann man sich auf die Betrachtung des Betrags beschränken da der Vektor immer senkrecht auf der Ebene stehen würde.

#### Winkelbeschleunigung

Die Winkelbeschleunigung Alpha wird in der Einheit angegeben. Sie ist die zeitliche Änderung der Winkelgeschwindigkeit. Es gilt .

### Trägheitsmoment

Das Trägheitsmoment hat das Formelzeichen I und die Einheit . Diese Einheit ist, äquivalent zur trägen Masse für die translatorische Bewegung, entscheidend für die Rotationsbewegung. Das Trägheitsmoment ist abhängig von der Massenverteilung zur Drehachse. Für die zweidimensionale Darstellung ist es daher die Massenverteilung in Abhängigkeit zum Masseschwerpunkt.

Für eine Punktmasse, die sich um einen Rotationspunkt dreht, vereinfacht sich das Integral, was im allgemeinen Fall für die Berechnung betrachtet werden muss, zu:

[https://de.wikipedia.org/wiki/Tr%C3%A4gheitsmoment]

### Drehmoment

Das Drehmoment, oder Kraftmoment, ist für Rotationsbewegung dasselbe wie die Kraft für translatorische Bewegungen. Die Einheit ist das Newtonmeter und das Formelzeichen ein . Es bezeichnet also die Drehwirkung eines Kräftesystems auf einen Körper und kann dessen Drehung beschleunigen oder bremsen.

Ist der Ortsvektor der Angriffspunkt einer Kraft im Bezugssystem des Drehmoments dann gilt . Daher steht der Vektor senkrecht auf der durch und aufgespannten Ebene und entspricht somit der Richtung der Drehachse. Findet die Physik wie in dieser Simulation nur in der euklidischen Ebene statt dann ist die aufgespannte Ebene zwangsläufig die xy-Ebene. Eine Drehachse existiert ebenfalls nicht da Rotationen um einen Punkt stattfinden.

### Drehimpuls

Der Drehimpuls auch Drall genannt hat die Einheit Joulesekunden . Er berechnet sich durch und bezieht sich auf den Bezugspunkt der Drehbewegung. Der Drehimpuls eines Systems ist die Summe der Drehimpulse seiner Komponenten .

Bei einem starren Körper mit Masseschwerpunkt und den Komponenten bzw. Massepunkten kann dies auch als wobei die Schwerpunktgeschwindigkeit des Körpers ist. Im Allgemeinen besteht der Körper natürlich aus unendlich vielen Massepunkten und es ergibt sich ein Integral.

### Drehstoß

Der Drehstoß entsteht durch ein Drehmoment und dessen Einwirkungsdauer auf einen Körper. Die Einheit des Drehstoßes ist . Ist das Drehmoment im Zeitintervall konstant dann gilt . Im Allgemeinen Fall muss der Drehstoß über Integration bestimmt werden.

### Rotationsbewegungsenergie

Die Rotationsbewegungsenergie berechnet sich in der euklidischen Ebene durch . Die Einheit ist das Joule .

### Drallsatz

Der Drallsatz ist ein Gesetz, welches besagt, dass zur Änderung des Drehimpulses eines Körpers ein Drehmoment an ihm wirken muss. Es gilt und bei konstantem I gilt .

## Starre Körper

Der starre Körper ist eine Modellvorstellung in der klassischen Mechanik welche nicht vollständig der „realen Welt“ entspricht. Wie das Adjektiv „starr“ andeutet ist ein starrer Körper nicht verformbar. Jedes beliebige Paar von Punkten innerhalb des Körpers hat zu jedem beliebigen Zeitpunkt den gleichen Abstand zueinander und somit sind alle Formen von Deformation ausgeschlossen. Durch diese Eigenschaft sind starre Körper ideal geeignet, um eine einfache Mechanik zu simulieren in welcher Körper unter dem Einfluss von Kräften keine Verformungen aufweisen. Der starre Körper kann nur eine Translatorische Bewegung oder eine Rotationsbewegung um eine Achse bzw. einen Drehpunkt ausführen.

[https://de.wikipedia.org/wiki/Starrer\_K%C3%B6rper]

## Stoß

Ein Stoß ist das zusammentreffen von zwei oder mehr Körpern, die für eine kurze Zeit Kräfte aufeinander auswirken die ihren Bewegungszustand ändern. In einem Inertialsystem gelten für Stöße der Impulserhaltungssatz und auch die Energieerhaltung. Allerdings beschränkt sich die Energie nicht nur auf mechanische Formen.

### Ideal elastischer Stoß

Beim ideal elastischen Stoß bleibt die gesamte Energie in Bewegungsenergie erhalten. Keine Energie geht in Deformation, Wärme und Ähnliches über.

### Ideal unelastischer Stoß

Beim ideal unelastischen Stoß wird der maximal mögliche Anteil kinetischer Energie in innere Energie umgewandelt. Daraus folgt, dass zwei Körper nach dem Stoß mit gleicher Geschwindigkeit weitergleiten und somit quasi aneinanderhaften.

### Realer Stoß

Beim realen Stoß vermischen sich elastischer und unelastischer Stoß. Dieser Fall ist der häufigste und wird durch die Stoßzahl k beschrieben. Dabei gilt entspricht dem ideal unelastischen Stoß und dem ideal elastischen Stoß.

### Exzentrische Stoß

Der exzentrische Stoß behandelt allgemeine Stoßvorgänge zweier starrer Körper in der euklidischen Ebene. Daraus folgt, dass der Stoß in unendlich kurzer Zeit stattfindet und dabei andere Kräfte, Lageänderungen oder Deformationen keine Rolle spielen. Bekannt sein müssen Geschwindigkeit, Winkelgeschwindigkeit, Masse, Trägheitsmoment und Position der beiden Körper und berechnet werden sollen die neuen Geschwindigkeiten und Winkelgeschwindigkeiten nach dem Stoß. Außerdem muss die Stoßzahl (Restitutionskoeffizient) des Stoßes bekannt sein.

#### Stoßkoordinatensystem

Für die Berechnung ist es wichtig, die Größen Geschwindigkeit und Ort in das Stoßkoordinatensystem zu transformieren. Der Stoßpunkt ist dabei der Ursprung des Stoßkoordinatensystems. Der Stoßpunkt kann Beispielsweise eine Ecke sein, die auf eine Kante trifft oder der Berührungspunkt zweier Kreise. Außerdem Besitz jeder Stoß auch eine Berührungsebene bzw. Berührungslinie. Die Berührungslinie kann z.B. die Kante sein, auf die eine Ecke stößt, oder die Tangente an der Stelle wo zwei Kreise aufeinanderstoßen. Die y-Achse des Stoßkoordinatensystems liegt auf dieser Berührungslinie und somit entspricht die x-Achse der Stoßnormale. Somit existiert für jeden Stoß ein Stoßkoordinatensystem.

#### Berechnung

Zur Berechnung werden zuerst die Geschwindigkeiten und Orte der Körper in das Stoßkoordinatensystem überführt. Der kürzeste Abstand vom Ort zur Stoßnormalen (x-Achse) wird als Zwischenvariable c benannt. Gegeben sind also . Zuerst berechnet man den Kraftstoß:

und daraufhin lassen sich die neuen Geschwindigkeiten berechnen über:

,

,

Wie man sieht ist die y-Komponente gleichbleibend. Die neuen Winkelgeschwindigkeiten sind dann:

letztendliche müssen die Geschwindigkeiten zurück ins Inertialsystem transformiert werden. Damit ist der exzentrische Stoß vollzogen.

[http://wandinger.userweb.mwn.de/LA\_Dynamik\_2/v4.pdf]

# Der Physolator

# Physikalische Lernaufgab

# Physikalische Simulation starrer Körper

## Ein starrer Körper

Ein einzelner starrer Körper in der Simulation ist eine Instanz der Klasse starrer Körper. Die Klasse starrer Körper beinhaltet die Attribute und Methoden, die zur Simulation der starren Körper benötigt werden.

### Attribute starrer Körper

Zur eindeutigen Bezeichnung der Körper bekommt ein starrer Körper eine eindeutige ID eine UIN.

Der starre Körper verfügt für die physikalische Simulation über Masse, Ort, Geschwindigkeit, Beschleunigung, Trägheitsmoment, Winkel, Winkelgeschwindigkeit und Winkelbeschleunigung. Über Annotations wird dem Physolator bekannt gegeben, wie die Ableitungsverhältnisse zwischen den Größen sind damit dieser zur Laufzeit entsprechende Werte errechnen kann. Die Ableitungsverhältnisse sind dabei und wie bereits im Grundlagen-Teil ausgeführt.

#### Form

Außerdem besitzt jeder Körper eine Form deren Massemittelpunkt durch den Ort definiert ist. Diese Form bezieht sich dabei auf das Koordinatensystem, das durch Ort und Winkel gegeben ist. Die Form wird über eine eigene abstrakte Form-Klasse dargestellt, von welcher spezielle Formen abgeleitet werden können. Im Rahmen der Entwicklung des Projektes wurden Kreisformen und Polygonformen implementiert. Jede abgeleitete Klasse muss die Methoden zur Bestimmung des Trägheitsmomentes und die Methode zum Zeichnen der Form anbieten.

## Stoßerkennung

## Stoßbehandlung

## Kräfte

## Rollen

Rollen ist eine Kombination aus translatorischer und Rotationsbewegung, welche auf runde Körper gleichzeitig angewendet werden.

Rollt ein runder Körper auf einer Ebene, so wirkt auf diesem die Reibkraft in entgegengesetzte Richtung der Geschwindigkeit . Diese ist durch die Parameter Gravitationskonstante , Masse und Reibungskonstante wie folgt definiert:

Um daraus die Beschleunigung , welche den Körper in Bewegung versetzt, zu erhalten wird diese mit dem zweiten Newti‘schen Axiom gleichgesetzt.

### Zustandsübergang Fliegen zu Rollen

Ein runder Körper wechselt seinen Zustand von fliegen zu rollen, wenn die vertikale Geschwindigkeit nach einem Stoß gleich ist.

Da der Stoß in einem Stoßkoordinatensystem berechnet wird, betrachten wir hierfür stattdessen die darin berechnete horizontale Geschwindigkeit. Da dieser Wert nie exakt sein wird, haben wir uns für einen Schwellwert von entschlossen. Wenn die neue horizontale Geschwindigkeit kleiner als ist, wechselt der runde Körper in den Zustand Rollen. Dadurch erfährt er neune physikalische Zusammenhänge, welche sich auf das Inertialsystem beziehen.

### Horizontale Ebene

Findet dieser Zustandswechsel auf einer horizontalen Ebene statt, so wird der horizontale Anteil der Reibkraft bestimmt. Der vertikale Anteil davon sowie von der Geschwindigkeit und Beschleunigung ist 0, da sich bei einem rollenden Körper auf einer horizontalen Ebene die Geschwindigkeit nur in horizontaler Richtung ändert.

Nun wenden wir das Newtische Axiom auf die soeben berechnete x-Komponente der Reibkraft an und formen diese nach a um. Somit haben wir die letzte benötige Komponente für die translatorische Bewegung des rollenden Körpers bestimmt. Geschwindigkeit und Position bestimmt der Physolator durch die Ableitungsbeziehungen zwischen , und selbstständig.

Um nun die Rotationsbewegung korrekt bestimmen zu können, genügt es uns, die Winkelbeschleunigung zu berechnen. Hierzu nutzen wir den physikalischen Zusammenhang aus der Winkelbeschleunigung , der Beschleunigung und dem Kreisradius .

Die Rotationsgeschwindigkeit sowie der Drehwinkel werden aus den Ableitungsbeziehungen zu bestimmt.

### Schiefe Ebene

Beginnt der runde Körper nun auf einer schiefen Ebene das Rollen, so muss zunächst deren Winkel zur horizontalen bestimmt werden. Hierzu nutzen wir die Kräftebeziehungen zwischen der Gewichtskraft

,

der Normalkraft

,

der Hangabtriebskraft

Und der Rollreibungskraft

. Hierbei ist die Masse des Körpers, wiederum die Gravitationsbeschleunigung, der Winkel der schiefen Ebene und der Rollreibungskoeffizient.

Da die Hangabtriebskraft den Körper parallel zur schiefen Ebene abwärts beschleunigt und die Rollreibungskraft ihr entgegen wirkt, bilden wir hieraus die resultierende Kraft .

Um nun wieder die translatorische Beschleunigung und die Rotationsbeschleunigung zu ermitteln, gehen wir analog zur horizontalen Ebene vor.

## Rutschen

# Spiele auf Basis der Simulation

# Ausblick

# Fazit

# Literaturverzeichnis

Fügen Sie hier ihre verwendete Literatur ein. Beachten Sie dabei die Vorgaben zu den Zitierstilen

# Abbildungsverzeichnis

Das Abbildungsverzeichnis muss vor der Finalen Abgabe entfernt werden, wenn keine Abbildungen in die Arbeit eingefügt wurden.

# Stichwortverzeichnis

Das Stichwortverzeichnis ist optional. Wenn Sie kein Stichwortverzeichnis in Ihrer Arbeit verwenden wollen können Sie dieses Kapitel entfernen!

# Eidesstattliche Erklärung

Ich versichere, dass ich die vorstehende Arbeit selbständig verfasst und hierzu keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel verwendet habe. Alle Stellen der Arbeit die wörtlich oder sinngemäß aus fremden Quellen entnommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht.

Die Arbeit wurde bisher in gleicher oder ähnlicher Form in keinem anderen Studiengang als Prüfungsleistung vorgelegt oder an anderer Stelle veröffentlicht.

Ich bin mir bewusst, dass eine falsche Erklärung rechtliche Folgen haben kann.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

[Ort, Datum Name]

Auch hier müssen die Platzhalter mit den korrekten Daten ersetzt werden.

# [Anhang]

Der Anhang ist optional. Wenn Sie keinen Anhang in Ihrer Arbeit verwenden wollen können Sie dieses Kapitel entfernen!