C:\Users\haller\Desktop\Logo_HFU.tif

Dokumentation

des

Projektstudiums

**Physikalische Simulation starrer Körper**

|  |  |
| --- | --- |
| Betreuer: | Prof. Dr. Dirk Eisenbiegler |
| Vorgelegt von: | Daniel Wagner, 259256 |
|  | Manuel Maringolo, 260683 |
|  | Lukas Brausch, 260418 |
|  | Sebastian Hoffmann, 259316 |
|  | Dimitrios Stüber, 257744 |
| Zeitraum: | SS19 - WS19/20 |

# Abstract

[Englisch, 100 -120 Worte]

[Deutsch, 100 – 120 Worte]

# Inhaltsverzeichnis

[Abstract II](#_Toc63411284)

[Inhaltsverzeichnis III](#_Toc63411285)

[1 Einleitung 1](#_Toc63411286)

[2 Physikalische Grundlagen und Begriffe 2](#_Toc63411287)

[2.1 Inertialsystem 2](#_Toc63411288)

[2.2 Translatorische Bewegung 2](#_Toc63411289)

[2.2.1 Kinematik der Translation 2](#_Toc63411290)

[2.2.2 Masse 3](#_Toc63411291)

[2.2.3 Kraft 3](#_Toc63411292)

[2.2.4 Impuls 3](#_Toc63411293)

[2.2.5 Kraftstoß 4](#_Toc63411294)

[2.2.6 Translationsbewegungsenergie 4](#_Toc63411295)

[2.2.7 Impulssatz 4](#_Toc63411296)

[2.3 Punktmasse 4](#_Toc63411297)

[2.4 Rotationsbewegung 4](#_Toc63411298)

[2.4.1 Kinematik der Rotation 4](#_Toc63411299)

[2.4.2 Trägheitsmoment 5](#_Toc63411300)

[2.4.3 Drehmoment 5](#_Toc63411301)

[2.4.4 Drehimpuls 6](#_Toc63411302)

[2.4.5 Drehstoß 6](#_Toc63411303)

[2.4.6 Rotationsbewegungsenergie 6](#_Toc63411304)

[2.4.7 Drallsatz 6](#_Toc63411305)

[2.5 Starre Körper 6](#_Toc63411306)

[2.6 Stoß 7](#_Toc63411307)

[2.6.1 Ideal elastischer Stoß 7](#_Toc63411308)

[2.6.2 Ideal unelastischer Stoß 7](#_Toc63411309)

[2.6.3 Realer Stoß 7](#_Toc63411310)

[2.6.4 Exzentrische Stoß 7](#_Toc63411311)

[2.7 Kräfte 9](#_Toc63411312)

[2.7.1 Gewichtskraft 9](#_Toc63411313)

[2.7.2 Hangabtriebskraft 9](#_Toc63411314)

[2.7.3 Normalkraftkomponente 9](#_Toc63411315)

[2.7.4 Rollreibungskraft 9](#_Toc63411316)

[2.7.5 Haftreibung 10](#_Toc63411317)

[2.7.6 Gleitreibung 10](#_Toc63411318)

[2.7.7 Resultierende Kraft 10](#_Toc63411319)

[3 Der Physolator 11](#_Toc63411320)

[4 Physikalische Lernaufgab 12](#_Toc63411321)

[5 Physikalische Simulation starrer Körper 13](#_Toc63411322)

[5.1 Ein starrer Körper 13](#_Toc63411323)

[5.1.1 Attribute starrer Körper 13](#_Toc63411324)

[5.1.2 Form 13](#_Toc63411325)

[5.2 Stoßerkennung 13](#_Toc63411326)

[5.3 Stoßbehandlung 13](#_Toc63411327)

[5.4 Rollen 14](#_Toc63411328)

[5.4.1 Zustandsübergang Fliegen zu Rollen 14](#_Toc63411329)

[5.4.2 Richtungswechsel 18](#_Toc63411330)

[5.5 Trockene Reibung 18](#_Toc63411331)

[5.5.1 Zustandsbestimmung Fliegen zu trockener Reibung 18](#_Toc63411332)

[5.5.2 Horizontale Ebene 20](#_Toc63411333)

[5.5.3 Schiefe Ebene 20](#_Toc63411334)

[5.5.4 Richtungswechsel 20](#_Toc63411335)

[6 Spiele auf Basis der Simulation 22](#_Toc63411336)

[7 Ausblick 23](#_Toc63411337)

[8 Fazit 24](#_Toc63411338)

[Literaturverzeichnis 25](#_Toc63411339)

[Abbildungsverzeichnis 26](#_Toc63411340)

[Stichwortverzeichnis 27](#_Toc63411341)

[Eidesstattliche Erklärung 28](#_Toc63411342)

[A. [Anhang] 29](#_Toc63411343)

# Einleitung

# Physikalische Grundlagen und Begriffe

## Inertialsystem

In der Physik ist ein Inertialsystem ein Bezugssystem, in dem jeder Körper, auf den keine Kräfte wirken, oder wo die Summe der Kräfte gleich Null ist, entweder in Ruhe verharrt oder sich unbeschleunigt geradlinig durch den Raum bewegt.

[https://de.wikipedia.org/wiki/Inertialsystem]

## Translatorische Bewegung

Bei einer Translation erfahren alle Punkte eines Körpers dieselbe Verschiebung im Bezugssystem. Somit besitzt ein freier Körper auf der Ebene zwei Freiheitsgrade der Translation.

### Kinematik der Translation

Die folgenden Ableitungsverhältnisse der Kinematik, der Lehre von geometrischer Bewegung ohne Kräfte, sind entscheidend für das Verständnis der physikalischen Simulation.

#### Ort

Der Ort eines Körpers wird durch den Vektor beschrieben und die Einheit ist der Meter (m). Das Weg-Zeit-Gesetzt ist eine Funktion , die jedem Zeitpunkt einen Ort zuordnet.

#### Geschwindigkeit

Die Geschwindigkeit ist die zeitliche Änderung des Ortes. Es gilt daher wobei der Punkt eine gebräuchliche Kurznotation für also eine Ableitung nach der Zeit ist.

Der Betrag in der Ebene ist

#### Beschleunigung

Die Beschleunigung ist die zeitliche Änderung der Geschwindigkeit. Es gilt daher

[https://de.wikipedia.org/wiki/Translation\_(Physik)]

### Masse

Die Masse ist in der klassischen Mechanik eine Erhaltungsgröße, man unterscheidet dabei zwischen Träger und schwerer Masse. Dabei kann davon ausgegangen werden, dass schwere und träge Masse dieselbe physikalische Größe sind, somit Betragsgleich sind. Die Einheit ist das Kilogramm (kg) und das Formelzeichen ein m.

In diesem Projekt ist insbesondere die träge Masse von Interesse da Gravitationskräfte zwischen Körpern nicht betrachtet werden sollen.

#### Trägheit (Träge Masse)

Aufgrund seiner Masse setzt ein Körper einer Kraft, die seine Geschwindigkeit ändert, einen Widerstand entgegen. Man kann somit die Trägheit auch als eine Art Beharrungsvermögen verstehen in einem Bewegungszustand zu verharren.

#### Grav**itationsladung (Schwere Masse)**

Zwei Körper ziehen sich gegenseitig an. Die Kraft wirkt entlang der Verbindungslinie und ist zu den Massen der Körper proportional.

[https://de.wikipedia.org/wiki/Masse\_(Physik)]

### Kraft

Die Kraft kann in der klassischen Mechanik als eine vektorielle Größe aufgefasst werden, welche einen Körper beschleunigt oder bremst. Das Formelzeichen ist ein F und die Einheit ist das Newton. Es gilt .

Nach dem Superpositionsprinzip gilt für einen Körper, auf den mehrere Kräfte wirken .

[https://de.wikipedia.org/wiki/Kraft]

### Impuls

Der physikalische Impuls kann umgangssprachlich vielleicht als „Wucht“ aufgefasst werden. Somit ist der Impuls eines Körpers größer je höher seine Geschwindigkeit oder seine Masse ist (). Das Formelzeichen ist ein p und die Einheit ist die Newtonsekunde. Es gilt daher .

### Kraftstoß

Eine Kraft, die über eine Dauer auf einen Körper wirkt, führt zu einer Impulsänderung, die man Kraftstoß nennt. Das Formelzeichen ist ein I und die Einheit natürlich äquivalent zum Impuls das Newtonmeter. Ist die Kraft über das Zeitintervall konstant gilt somit . Im Allgemeinen ist die Kraft aber Zeitabhängig und der Kraftstoß muss über Integration ermittelt werden.

### Translationsbewegungsenergie

In der klassischen Mechanik ist die Translationsbewegungsenergie abhängig von Masse und Geschwindigkeit des Körpers. Die Formel zur Berechnung ist . Die Einheit ist das Joule .

### Impulssatz

Die zeitliche Änderung eines Impulses entspricht der einwirkenden äußeren Kraft. Somit gilt und im Falle einer konstanten Masse .

## Punktmasse

Eine Punktmasse ist die größte Vereinfachung eines realen Körpers in der Physik. Die gesamte Masse ist dabei in einem Punkt, der Punktmasse, konzentriert.

Die Punktmasse besitzt translatorische Freiheitsgrade, aber aufgrund der fehlenden Eigenschaften wie Abmessungen, Volumen oder Form keine Rotationsfreiheitsgrade.

Zur Beschreibung werden daher nur die Masse, die Koordinaten und die Translatorischen Größen benötigt. Die Punktmasse bewegt sich wie durch die Kinematik festgelegt.

## Rotationsbewegung

### Kinematik der Rotation

Die Kinematik der Rotation ist parallel zur Kinematik der Translation aufzufassen.

#### Winkel

Der Drehwinkel Phi φ gibt die Drehung aus der Ausgangsposition des Körpers an. Im Bogenmaß (rad) entspricht 0 Grad , 180 Grad , 360 Grad . Das Winkel-Zeit-Gesetzt ist eine Funktion die jedem Zeitpunkt einen Winkel zuordnet.

#### Winkelgeschwindigkeit

Die Winkelgeschwindigkeit Omega wird in der Einheit angegeben. Er zeigt auf wie schnell sich ein Winkel mit der Zeit ändert. Der Betrag ist die Ableitung des Winkels nach der Zeit, somit gilt . In der euklidischen Ebene kann man sich auf die Betrachtung des Betrags beschränken da der Vektor immer senkrecht auf der Ebene stehen würde.

#### Winkelbeschleunigung

Die Winkelbeschleunigung Alpha wird in der Einheit angegeben. Sie ist die zeitliche Änderung der Winkelgeschwindigkeit. Es gilt .

### Trägheitsmoment

Das Trägheitsmoment hat das Formelzeichen I und die Einheit . Diese Einheit ist, äquivalent zur trägen Masse für die translatorische Bewegung, entscheidend für die Rotationsbewegung. Das Trägheitsmoment ist abhängig von der Massenverteilung zur Drehachse. Für die zweidimensionale Darstellung ist es daher die Massenverteilung in Abhängigkeit zum Masseschwerpunkt.

Für eine Punktmasse, die sich um einen Rotationspunkt dreht, vereinfacht sich das Integral, was im allgemeinen Fall für die Berechnung betrachtet werden muss, zu:

[https://de.wikipedia.org/wiki/Tr%C3%A4gheitsmoment]

### Drehmoment

Das Drehmoment, oder Kraftmoment, ist für Rotationsbewegung dasselbe wie die Kraft für translatorische Bewegungen. Die Einheit ist das Newtonmeter und das Formelzeichen ein . Es bezeichnet also die Drehwirkung eines Kräftesystems auf einen Körper und kann dessen Drehung beschleunigen oder bremsen.

Ist der Ortsvektor der Angriffspunkt einer Kraft im Bezugssystem des Drehmoments dann gilt . Daher steht der Vektor senkrecht auf der durch und aufgespannten Ebene und entspricht somit der Richtung der Drehachse. Findet die Physik wie in dieser Simulation nur in der euklidischen Ebene statt dann ist die aufgespannte Ebene zwangsläufig die xy-Ebene. Eine Drehachse existiert ebenfalls nicht da Rotationen um einen Punkt stattfinden.

### Drehimpuls

Der Drehimpuls auch Drall genannt hat die Einheit Joulesekunden . Er berechnet sich durch und bezieht sich auf den Bezugspunkt der Drehbewegung. Der Drehimpuls eines Systems ist die Summe der Drehimpulse seiner Komponenten .

Bei einem starren Körper mit Masseschwerpunkt und den Komponenten bzw. Massepunkten kann dies auch als wobei die Schwerpunktgeschwindigkeit des Körpers ist. Im Allgemeinen besteht der Körper natürlich aus unendlich vielen Massepunkten und es ergibt sich ein Integral.

### Drehstoß

Der Drehstoß entsteht durch ein Drehmoment und dessen Einwirkungsdauer auf einen Körper. Die Einheit des Drehstoßes ist . Ist das Drehmoment im Zeitintervall konstant dann gilt . Im Allgemeinen Fall muss der Drehstoß über Integration bestimmt werden.

### Rotationsbewegungsenergie

Die Rotationsbewegungsenergie berechnet sich in der euklidischen Ebene durch . Die Einheit ist das Joule .

### Drallsatz

Der Drallsatz ist ein Gesetz, welches besagt, dass zur Änderung des Drehimpulses eines Körpers ein Drehmoment an ihm wirken muss. Es gilt und bei konstantem I gilt .

## Starre Körper

Der starre Körper ist eine Modellvorstellung in der klassischen Mechanik welche nicht vollständig der „realen Welt“ entspricht. Wie das Adjektiv „starr“ andeutet ist ein starrer Körper nicht verformbar. Jedes beliebige Paar von Punkten innerhalb des Körpers hat zu jedem beliebigen Zeitpunkt den gleichen Abstand zueinander und somit sind alle Formen von Deformation ausgeschlossen. Durch diese Eigenschaft sind starre Körper ideal geeignet, um eine einfache Mechanik zu simulieren in welcher Körper unter dem Einfluss von Kräften keine Verformungen aufweisen. Der starre Körper kann nur eine Translatorische Bewegung oder eine Rotationsbewegung um eine Achse bzw. einen Drehpunkt ausführen.

[https://de.wikipedia.org/wiki/Starrer\_K%C3%B6rper]

## Stoß

Ein Stoß ist das zusammentreffen von zwei oder mehr Körpern, die für eine kurze Zeit Kräfte aufeinander auswirken die ihren Bewegungszustand ändern. In einem Inertialsystem gelten für Stöße der Impulserhaltungssatz und auch die Energieerhaltung. Allerdings beschränkt sich die Energie nicht nur auf mechanische Formen.

### Ideal elastischer Stoß

Beim ideal elastischen Stoß bleibt die gesamte Energie in Bewegungsenergie erhalten. Keine Energie geht in Deformation, Wärme und Ähnliches über.

### Ideal unelastischer Stoß

Beim ideal unelastischen Stoß wird der maximal mögliche Anteil kinetischer Energie in innere Energie umgewandelt. Daraus folgt, dass zwei Körper nach dem Stoß mit gleicher Geschwindigkeit weitergleiten und somit quasi aneinanderhaften.

### Realer Stoß

Beim realen Stoß vermischen sich elastischer und unelastischer Stoß. Dieser Fall ist der häufigste und wird durch die Stoßzahl k beschrieben. Dabei gilt entspricht dem ideal unelastischen Stoß und dem ideal elastischen Stoß.

### Exzentrische Stoß

Der exzentrische Stoß behandelt allgemeine Stoßvorgänge zweier starrer Körper in der euklidischen Ebene. Daraus folgt, dass der Stoß in unendlich kurzer Zeit stattfindet und dabei andere Kräfte, Lageänderungen oder Deformationen keine Rolle spielen. Bekannt sein müssen Geschwindigkeit, Winkelgeschwindigkeit, Masse, Trägheitsmoment und Position der beiden Körper und berechnet werden sollen die neuen Geschwindigkeiten und Winkelgeschwindigkeiten nach dem Stoß. Außerdem muss die Stoßzahl (Restitutionskoeffizient) des Stoßes bekannt sein.

#### Stoßkoordinatensystem

Für die Berechnung ist es wichtig, die Größen Geschwindigkeit und Ort in das Stoßkoordinatensystem zu transformieren. Der Stoßpunkt ist dabei der Ursprung des Stoßkoordinatensystems. Der Stoßpunkt kann Beispielsweise eine Ecke sein, die auf eine Kante trifft oder der Berührungspunkt zweier Kreise. Außerdem Besitz jeder Stoß auch eine Berührungsebene bzw. Berührungslinie. Die Berührungslinie kann z.B. die Kante sein, auf die eine Ecke stößt, oder die Tangente an der Stelle wo zwei Kreise aufeinanderstoßen. Die y-Achse des Stoßkoordinatensystems liegt auf dieser Berührungslinie und somit entspricht die x-Achse der Stoßnormale. Somit existiert für jeden Stoß ein Stoßkoordinatensystem.

#### Berechnung

Zur Berechnung werden zuerst die Geschwindigkeiten und Orte der Körper in das Stoßkoordinatensystem überführt. Der kürzeste Abstand vom Ort zur Stoßnormalen (x-Achse) wird als Zwischenvariable c benannt. Gegeben sind also . Zuerst berechnet man den Kraftstoß:

und daraufhin lassen sich die neuen Geschwindigkeiten berechnen über:

,

,

Wie man sieht ist die y-Komponente gleichbleibend. Die neuen Winkelgeschwindigkeiten sind dann:

letztendliche müssen die Geschwindigkeiten zurück ins Inertialsystem transformiert werden. Damit ist der exzentrische Stoß vollzogen.

[http://wandinger.userweb.mwn.de/LA\_Dynamik\_2/v4.pdf]

## Kräfte

### Gewichtskraft

Die Gewichtskraft wirkt ständig auf jeden Köper und wirkt auf der Erde in die Richtung des Erdmittelpunkts. Definiert ist die aus der Schwerebeschleunigung (im Fall der Erde, wird mit dem Näherungswert gerechnet) und der Masse .

### Hangabtriebskraft

Die Hangabtriebskraft ist eine auf den Körper wirkende Kraft, welche parallel zur schiefen Ebene hangabwärts gerichtet ist. Diese ist definiert durch die Gewichtskraft und den Winkel der schiefen Ebene zur Horizontalen wie folgt:

### Normalkraftkomponente

Die Normalkraftkomponente steht immer senkrecht zur Schiefen Ebene nach unten und beschreibt, mit welcher Kraft der Körper auf die schiefe Ebene gedrückt wird. Sie besteht aus der Gewichtskraft und dem Winkel der schiefen Ebene zur Horizontalen .

Liegt der Körper auf einer horizontalen Ebene so gilt

.

### Rollreibungskraft

Die Rollreibung wirkt auf einen Körper, wenn eines seiner runden Kreisteile auf einer schiefen Ebene rollt. Sie wirkt immer entgegengesetzte der Geschwindigkeit . Da diese proportional zur Normalkraft ist gilt:

ist der Rollwiderstandskoeffizient. Dieser hängt von der Materialkombination von Körper und schiefer Ebene ab.

### Haftreibung

Durch die Haftreibung wird das Rutschen eines Körpers auf einer Oberfläche verhindert. Sie tritt auf, wenn sich zwei Körper relativ zueinander nicht bewegen. Diese gilt, solange ist. Gilt dies nicht, so greift die Gleitreibung.

Definiert ist sie die Haftreibungskonstante und der Normalkraftkomponente .

ist abhängig von der Materialpaarung von den beiden Körpern.

### Gleitreibung

Bewegt sich zwei Körper relativ zueinander, so entsteht zwischen ihnen Gleitreibung . Diese ist definiert durch die Materialpaarung abhängigen Gleitreibungskoeffizienten und der Normalkraftkomponenten .

Dies gilt, solange . Andernfalls gilt die Haftreibung.

### Resultierende Kraft

Die resultierende Kraft gibt die Differenz der in Bewegungsrichtung wirkenden Kräfte und der entgegengesetzten Kräfte an. Sie zeigt an, mit welcher Kraft ein Körper schlussendlich bewegt wird.

# Der Physolator

# Physikalische Lernaufgab

# Physikalische Simulation starrer Körper

## Ein starrer Körper

Ein einzelner starrer Körper in der Simulation ist eine Instanz der Klasse starrer Körper. Die Klasse starrer Körper beinhaltet die Attribute und Methoden, die zur Simulation der starren Körper benötigt werden.

### Attribute starrer Körper

Zur eindeutigen Bezeichnung der Körper bekommt ein starrer Körper eine eindeutige ID eine UIN.

Der starre Körper verfügt für die physikalische Simulation über Masse, Ort, Geschwindigkeit, Beschleunigung, Trägheitsmoment, Winkel, Winkelgeschwindigkeit und Winkelbeschleunigung. Über Annotations wird dem Physolator bekannt gegeben, wie die Ableitungsverhältnisse zwischen den Größen sind damit dieser zur Laufzeit entsprechende Werte errechnen kann. Die Ableitungsverhältnisse sind dabei und wie bereits im Grundlagen-Teil ausgeführt.

### Form

Außerdem besitzt jeder Körper eine Form deren Massemittelpunkt durch den Ort definiert ist. Diese Form bezieht sich dabei auf das Koordinatensystem, das durch Ort und Winkel gegeben ist. Die Form wird über eine eigene abstrakte Form-Klasse dargestellt, von welcher spezielle Formen abgeleitet werden können. Im Rahmen der Entwicklung des Projektes wurden Kreisformen und Polygonformen implementiert. Jede abgeleitete Klasse muss die Methoden zur Bestimmung des Trägheitsmomentes und die Methode zum Zeichnen der Form anbieten.

Polygon

Kreis

### Status

Die Variable

state

eines Körpers zeigt seinen Aktuellen Status an.

FLYING – Fliegen

Ist der Status auf FLYING gesetzte, so bewegt sich der Körper durch die Luft, ggf. mit Gravitation.

STOPPED – Stoppen

Der Status STOPPED zeigt an, dass sich der Körper nicht mehr bewegt. Er steht also still.   
Dabei werden translatorische Bewegung und Beschleunigung sowie Rotationsgeschwindigkeit und -beschleunigung auf -gesetzt.

ROLLING – Rollen

Das Rollen wird durch den Status ROLLING signalisiert.

SLIDUNG – Trockene Reibung

Erfährt ein Körper trockene Reibung so wird dies durch den Status SLIDUNG dargestellt. Körper in diesem Status erfahren keine Rotationsgeschwindigkeit und -beschleunigung.

## Stoßerkennung

## Stoßbehandlung

## Rollen

Rollen ist eine Kombination aus translatorischer und Rotationsbewegung, welche auf runde Körper gleichzeitig angewendet werden. Dies betrifft bei uns Kreise.

### Zustandsübergang Fliegen zu Rollen

Ein runder Körper wechselt seinen Zustand von fliegen zu rollen, wenn die vertikale Geschwindigkeit nach einem Stoß gleich ist.

Da der Stoß in einem Stoßkoordinatensystem berechnet wird, betrachten wir hierfür stattdessen die darin berechnete horizontale Geschwindigkeit. Diese entspricht der vertikalen Geschwindigkeit im Inertialsystem. Da dieser Wert nie exakt sein wird, haben wir uns für einen Schwellwert von entschieden. Wenn die neuberechnete horizontale Geschwindigkeit kleiner als ist, wechselt der runde Körper in den Zustand Rollen. Dadurch erfährt er neune physikalische Zusammenhänge, welche sich auf das Inertialsystem beziehen.

Zunächst wird unabhängig von der Art der Ebene der Körper um nach oben gesetzt. Somit ist gewährleistet, dass der Körper keine weiteren Stöße mit der Ebene eingeht.

Tritt dieser Fall ein, so unterscheiden wir, ob der Stoß mit einer horizontalen oder einer schiefen Ebene durchgeführt wurde.

Horizontale Ebene

Findet dieser Zustandswechsel auf einer horizontalen Ebene statt, so wird der horizontale Anteil der Rollreibung bestimmt. Der vertikale Anteil davon , sowie von der Geschwindigkeit und Beschleunigung ist 0, da sich bei einem rollenden Körper auf einer horizontalen Ebene die Geschwindigkeit nur in horizontaler Richtung ändert.

Nun wenden wir das zweite Newtonsche Axiom auf die soeben berechnete x-Komponente der Rollreibung an und formen diese nach um. Somit haben wir die letzte benötige Komponente für die translatorische Bewegung des rollenden Körpers bestimmt. Geschwindigkeit und Position bestimmt der Physolator durch die Ableitungsbeziehungen zwischen , und selbstständig.

Der Code hierfür:

rb.Fr.x = -9.81 \* rb.m \* friction \* (-signum(rb.v.x));

rb.v.y = 0;

rb.a.set(rb.Fr.x / rb.m, 0);

Um nun die Rotationsbewegung korrekt bestimmen zu können, genügt es uns, die Winkelbeschleunigung zu berechnen. Hierzu nutzen wir den physikalischen Zusammenhang aus der Winkelbeschleunigung , der Beschleunigung und dem Kreisradius .

Die Rotationsgeschwindigkeit sowie der Drehwinkel werden aus den Ableitungsbeziehungen zu bestimmt.

Stoppen

Ein Körper kann in seiner Rollbewegung zum Stoppen kommen. Dies passiert, wenn er auf einer Horizontalen die Geschwindigkeit erlangt. In diesem Fall erlangt er den Status

STOPPED

.

if (direction == BodyDirection.LEFT && v.x > 0 || direction == BodyDirection.RIGHT && v.x < 0) {  
 state = BodyState.STOPPED;

}

Schiefe Ebene

Findet der Zustandswechsel von Fliegen zu Rollen stattdessen auf einer schiefen Ebene statt, so betrachten wir die Differenz auf Hangabtriebskraft und der Rollreibung , welche die resultierende Kraft ergibt.

Diese zeigt an, mit welcher Kraft der Kreis die schiefe Ebene nach unten rollt.

Bestimmung der Hangabtriebskraft

Um diese durchzuführen wird zunächst die Hangabtriebskraft nach 2.7.2 bestimmt. Zuvor ist eine Fallunterscheidung notwendig. Je nach Neigungsrichtung der der schiefen Ebene, muss al erstes die Gewichtskraft entweder im oder gegen den Uhrzeigersinn gedreht werden. Dieser Vektor ist nun parallel zur Schiefen Ebene abwärtsgerichtet.

angle

beschreibt den Winkel der schiefen Ebne zur horizontalen.

if (collisionEdge.x > 0 && collisionEdge.y > 0)  
rb.Fh.set(rotateVector2D(rb.Fg, toRadians(-90) + angle));  
else if (collisionEdge.x > 0 && collisionEdge.y < 0)  
rb.Fh.set(rotateVector2D(rb.Fg, toRadians(-90) - angle));

Im Folgenden wird dieser Vektor normiert und der Variable

FhN

zugewiesen.

Vector2D FhN = VectorMath.normalize(rb.Fh);

Nun wird mit Hilfe der Länge des Vektors FgA und Definition der Hangabtriebskraft die Länge deren Vektors

FgAsin

bestimmt.

double FgA = VectorMath.abs(rb.Fg);  
double FgAsin = FgA \* sin(angle);

Diese wird nun mit Hinzunahme des normierten Vektors der Hangabtriebskraft multipliziert. Daraus erhält man die Hangabtriebskraft des rollenden Körpers.

rb.Fh.set(VectorMath.mult(FgAsin, FhN));

Bestimmung der Normalkraftkomponente

Im folgenden Schritt wird die in 2.7.3 definierte Normalkraftkomponente bestimmt. Hierzu wird zunächst der orthogonale Vektor zur schiefen Ebene bestimmt. Dazu wird der Vektor der Gewichtskraft um den zuvor bestimmten Winkel -angle gedreht. Das Ergebnis wird bereits der Variable der Gewichtskraft zugewiesen und sogleich normiert.

rb.Fn.set(rotateVector2D(rb.Fg, -angle));  
Vector2D FnN = VectorMath.normalize(rb.Fn);

Nun wird, der in 5.4.3.2 bestimmte betrag der Gewichtskraft FgA erneut verwendet, um die Länge des Vektors der Normalkraftkomponente. Hierzu wird die Definition aus 2.7.3 verwendet.

double FgAcos = FgA \* cos(angle);  
rb.Fn.set(VectorMath.mult(FgAcos, FnN));

Bestimmung der Rollreibung

Für die Bestimmung der Rollreibung wird nun die die Länge FnA, also der Betrag, der Normalkraftkomponente ermittelt. Nun müssen die die x- und y-Komponente (Frx und Fry) separat bestimmt werden. Dies geschieht durch, die in der Kräftezerlegung erkennbaren, trigonometrischen Funktionen. Da die Reibung zu Beginn des Status ROLLING in die entgegengesetzte Richtung der Hangabtriebskraft zeigt, werde die soeben ermittelten Komponenten mit Hilfe der -signum()-Funktion und der entsprechenden Komponente der Hangabtriebskraft multipliziert.   
Frx und Fry können nun dem Vektor Fr des Körpers zugewiesen werden.

double FnA = VectorMath.abs(rb.Fn);  
double Frx = FnA \* cos(angle) \* friction \* (-signum(rb.Fh.x));  
double Fry = FnA \* sin(angle) \* friction \* (-signum(rb.Fh.y));

rb.Fr.set(Frx, Fry);

Bestimmung der resultierenden Kraft

Die resultierende Kraft wird nach der Definition in 2.7.7 errechnet.

Die als Kräfte in Bewegungsrichtung gilt ausschließlich die Hangabtriebskraft.   
In entgegengesetzte Richtung wirkt stattdessen nur die Rollreibung.

rb.Fres.set(VectorMath.sub(rb.Fh, rb.Fr));

Bestimmung der Rotationsbewegung

Um die Rotationsbewegung zu bestimmen, muss ausschließlich die Winkelbeschleunigung errechnet werden. Hierfür wird der Betrag der der Beschleunigung durch den Radius des Kreises geteilt.

rb.alpha = rb.a.abs() / rb.shape.getRadius();

Rotationsbeschleunigung und Drehwinkel werden durch die Ableitungsbeziehungen selbstständig bestimmt.

Bestimmung der translatorischen Bewegung

Zum Schluss wird nun die Translation bestimmt. Dafür wird das weite Newtonsche Axiom verwendet und nach der Beschleunigung umgeformt.

Für die Kraft F wird die resultierende Kraft Fres eingesetzt. m ist die Masse des rollenden Körpers. Dies muss für diese Rechnung wird für die x- und y-Komponente separat durchgeführt werden. Somit erhält man den Code:

rb.a.x = rb.Fh.x / rb.m;   
rb.a.y = rb.Fh.y / rb.m;

Beschleunigung und Position werden wiederum durch die Ableitungsbeziehungen selbstständig ermittelt.

### Richtungswechsel

Rollt der Körper eine schiefe Ebene nach oben, so wird er durch die Hangabtriebskraft ausgebremst und ändert seine Bewegungsrichtung, wenn die x-Komponente der der der Geschwindigkeit ihr Vorzeichen ändert.   
Dieses Verhalten wurde innerhalb der f()-Methode des RigidBodies implementiert.

Hierbei wechseln die x-Komponente der Hangabtriebs und die x-Komponente der Rollreibung ihre Vorzeichen.

## Trockene Reibung

Grundsätzlich gilt, dass nur Körper mit Kanten trockene Reibung erfahren können. Im Zustand der trockenen Reibung gewinnt ein Körper keine Rotation. Höchstens kann er eine Translatorische Bewegung parallel zum Untergrund erfahren.

Analog zur Rollbewegung wirken auf den Körper mit trockener Reibung ebenso die Gewichtskraft, Normalkraft und Hangabtriebskraft. Statt der Rollreibung wirkt hingegen die in 2.7.5 beschriebene Haftreibung oder die in 2.7.6 definierte Gleitreibung.

### Zustandsbestimmung Fliegen zu trockener Reibung

Ein Körper wechselt seinen Zustand von fliegen zu trockener Reibung kann sich nur bilden, wenn eine seiner Kanten parallel auf eine weiter, eines anderen Körpers, trifft. Zusätzlich muss der resultierende Geschwindigkeitsanteil nach dem Stoß, senkrecht relativ zur Ebene sein.

Da der Stoß in einem Stoßkoordinatensystem berechnet wird, betrachten wir hierfür wieder horizontale Geschwindigkeit nach dem Stoß. Da dieser Wert nie exakt sein wird, haben wir uns für einen Schwellwert von entschlossen.

Im nächsten Schritt wird überprüft, ob eine Kante des Körpers parallel zur schiefen Ebene ist. Hierzu werden die beiden benachbarten Eckpunkte (, ) der Stoßecke (), welche gleichzeitig der Stoßpunkt ist, des Körpers ermittelt.   
Im nächsten Schritt werden die Vektoren zwischen Stoßpunkt und der jeweiligen benachbarten Ecke ermittelt:

Nun werden die die Winkel und zwischen den soeben berechneten Vektoren und dem Richtungsvektor des Untergrunds ermittelt. Sie werden im Gradmaß angegeben.   
Ferner werden diese beiden Winkel überprüft, ob einer dieser gleich oder ist. Bei der Parallelität spielt es nämlich keine Rolle, ob der Winkel oder beträgt. In beiden Fällen sind die Vektoren parallel zueinander.   
Da die Körper bei diesem Vergleich optisch bereits parallel sind, mathematisch aber noch nicht, musste die Variable eingeführt werden. Sie bewirkt, dass die Winkel und einen Spielraum von besitzen dürfen, damit diese auch mathematisch als parallel angesehen werden. Somit ergeben sich hierfür die Intervalle

und

.

if (angleEdgeToPre >= -delta && angleEdgeToPre <= delta || angleEdgeToPre >= 180 - delta && angleEdgeToPre <= 180 + delta) {   
 rb\_p.slidingEdge = (edgeToPre);  
 return true;  
} else if (angleEdgeToNext >= -delta && angleEdgeToNext <= delta || angleEdgeToNext >= 180 - delta && angleEdgeToNext <= 180 + delta) {  
 rb\_p.slidingEdge = (edgeToNext);  
 return true;  
}

Zunächst wird unabhängig von der Art der Ebene der Körper um nach oben gesetzt. Somit ist gewährleistet, dass der Körper keine weiteren Stöße ohne externe Krafteinwirkung mit der Ebene eingeht.   
Im selben Zug bekommt der Körper den Zustand

SLIDING

zugewiesen, welcher bewirkt, dass die Rotationsbeschleunigung und -geschwindigkeit -gesetzt werden. Somit behält der Körper, während er trockene Reibung erfährt, die Parallelität zu seinem Untergrund.

Ebenso wird analysiert, ob zwischen den beiden Körpern der Haftreibungskoeffizient oder der Gleitreibungskoeffizient wirkt. Um diese Unterscheidung vornehmen zu können wir ein Schwellwert der für den Betrag der Geschwindigkeit gesetzt. Dieser beträgt .   
Ist der Betrag der Geschwindigkeit größer als der Schwellwert, so wird der Gleitreibungskoeffizient zur Berechnung der hier wirkenden Gleitreibung verwendet. Andernfalls wird durch den Haftreibungskoeffizient die Haftreibung berechnet.

if (rb.v.abs() <= 0.01)   
 friction = rb.mu\_h;   
else   
 friction = rb.mu;

#### Horizontale Ebene

Die Berechnung der der nötigen Parameter für eine erfolgreiche physikalische Simulation erfolgen für die trockene Reibung analog zur Rollbewegung. Diese wird in 5.4.1.1 erläutert.

#### Schiefe Ebene

Auch hier verläuft die Bestimmung analog zur Rollbewegung. Diese wird in 5.4.1.2 beschrieben.

Ist nun der Betrag der Hangabtriebskraft größer als der der Haftreibung, so bewegt sich der Körper mit wirkender Gleitreibung parallel zur schiefen Ebene herab.   
Andernfalls bleibt der Körper still und es wirkt Haftreibung.

### Richtungswechsel

Erfährt ein Körper trockene Reibung und bewegst sich dabei eine schiefe Ebene nach ob, so kommt dieser zu dem Punkt, dass der Betrag dessen Geschwindigkeit gleich ist.

Wenn die Hangabtriebskraft an diesem Zeitpunkt größer, als die Haftreibung ist, so bewegt sich der Körper auf der Schiefen Ebene nach unten und erfährt Gleitreibung.

Ist die Hangabtriebskraft aber keiner als die Haftreibung, so bleibt der Körper an diesem Punkt feststehen.

## Von der Ebene Fallen

Besitzt ein Körper den Status ROLLING oder SLIDING so kann es passieren, dass dieser sich dabei über das Ende einer Ebene hinausbewegt. Ist der Körperschwerpunkt dabei außerhalb der Ebene, ändert er seinen Zustand in FLYING. Gleichzeitig wird die horizontale Beschleunigung auf 0 und die vertikale Beschleunigung auf die Gewichtskraft gesetzt.

rb.state = BodyState.FLYING;  
rb.a.set(0, rb.g);

### Kreis

Ist der Körper ein Kreis so wird seine vertikale Geschwindigkeit um erhöht. Somit wird ein Trippeln an der Kante verhindert.

### Polygon

Ist der Körper hingegen ein Polygon, so wird zunächst ein Wert aus der Geschwindigkeit und der Kantenlänge des Körpers ermittelt. Dieser Wert wird im Anschluss der vertikalen Geschwindigkeit zugewiesen, um ebenso ein Trippeln zu verhindern.

Außerdem ist wird das Kippen eines Polygons an einer Kante simuliert, indem dieses, je nachfallender Richtung der schiefen Ebene, entweder eine positive oder negative Rotationsgeschwindigkeit zugewiesen wird.

double edgeLength = rb.slidingEdge.abs();  
double v = rb.v.abs();  
if(edgeLength >= v) {  
 rb.v.y = edgeLength/v/10;  
}else {  
 rb.v.y = v/edgeLength/10;  
}  
if (rb.r.x > impactEdge.x1 && rb.r.x > impactEdge.x2) {  
 rb.omega = -1;  
} else {  
 rb.omega = 1;  
}

# Spiele auf Basis der Simulation

# Ausblick

# Fazit

# Literaturverzeichnis

Fügen Sie hier ihre verwendete Literatur ein. Beachten Sie dabei die Vorgaben zu den Zitierstilen

# Abbildungsverzeichnis

Das Abbildungsverzeichnis muss vor der Finalen Abgabe entfernt werden, wenn keine Abbildungen in die Arbeit eingefügt wurden.

Es konnten keine Einträge für ein Abbildungsverzeichnis gefunden werden.

# Stichwortverzeichnis

#### Keine Indexeinträge gefunden.

Das Stichwortverzeichnis ist optional. Wenn Sie kein Stichwortverzeichnis in Ihrer Arbeit verwenden wollen können Sie dieses Kapitel entfernen!

# Eidesstattliche Erklärung

Ich versichere, dass ich die vorstehende Arbeit selbständig verfasst und hierzu keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel verwendet habe. Alle Stellen der Arbeit die wörtlich oder sinngemäß aus fremden Quellen entnommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht.

Die Arbeit wurde bisher in gleicher oder ähnlicher Form in keinem anderen Studiengang als Prüfungsleistung vorgelegt oder an anderer Stelle veröffentlicht.

Ich bin mir bewusst, dass eine falsche Erklärung rechtliche Folgen haben kann.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

[Ort, Datum Name]

Auch hier müssen die Platzhalter mit den korrekten Daten ersetzt werden.

# [Anhang]

Der Anhang ist optional. Wenn Sie keinen Anhang in Ihrer Arbeit verwenden wollen können Sie dieses Kapitel entfernen!