Universidad Pontificia Bolivariana

Fundada en 1936

Sistemas numéricos

Vera Z. Pérez Ariza I.E.O, Ph. D
Facultad de Ingeniería Electrónica
Escuela de Ingenierías
vera.perez@upb.edu.co

Maryam del Mar Correa I.E.O, MSc.
Facultad de Ingeniería Electrónica
Escuela de Ingenierías
maryam.correa@upb.edu.co

Hernán D. Patarroyo S. I.E.O
Facultad de Ingeniería Aeronáutica
Escuela de Ingenierías
hernan.patarroyo@upb.edu.co

Sistemas Numéricos

La base de un sistema numérico es el número total de dígitos permitidos en dicho Sistema.

Los sistemas más usados en electrónica digital son:

- **Decimal** (base 10)

  Dígitos: **{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}**

- **Binario** (base 2)

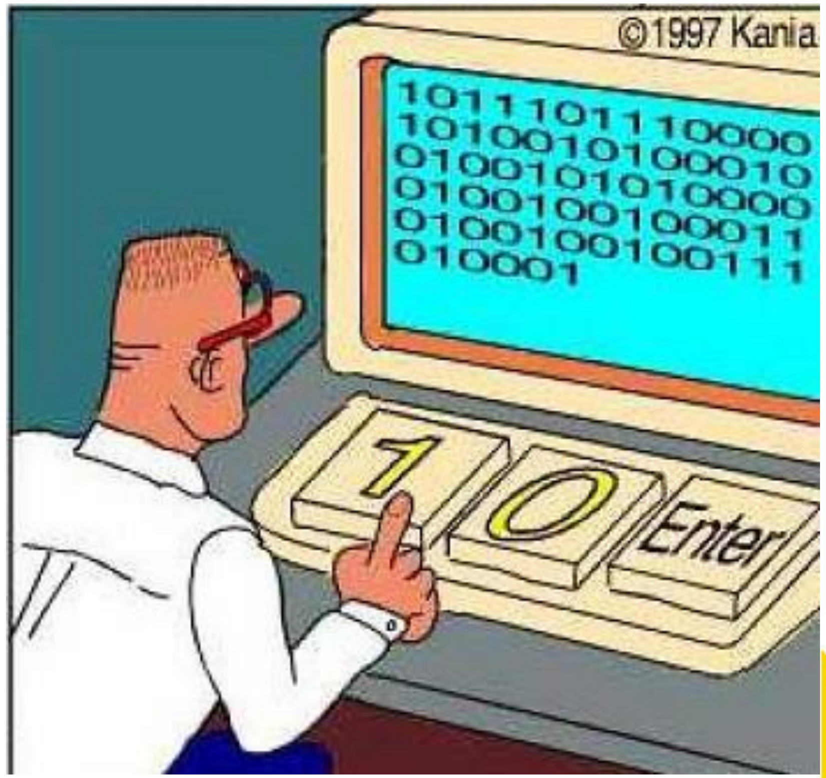
  Dígitos: **{0, 1}**

- **Octal** (base 8)

  Dígitos: **{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}**

- **Hexadecimal** (base 16)

  Dígitos: **{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F}**



Notaciones de un número

1. **Posicional**: La posición de cada dígito indica su peso o valor relativo. En general, un número se expresa posicionalmente como:

$$N = (\boxed{a_{n-1}}\underbrace{a_{n-2} \ldots a_2 a_1 a_0}_{\text{'n' número de dígitos enteros}}.\underbrace{a_{-1} a_{-2} a_{-3} \ldots \boxed{a_{-m}}}_{\text{'m' número de dígitos decimales}})_r$$

Base del número

Dígito más significativo

Dígito menos significativo

Separador entre los dígitos enteros y dígitos decimales (fraccionarios)

a_i Dígito entero, que va desde 0 hasta (n−1)

a_{-i} Dígito fraccionario o decimal, que va desde −1 hasta −m

Notaciones de un número

2. **Polinomial**: Cualquier número N con base r se puede escribirse como un polinomio de la forma:

$$N = \sum_{i=-m}^{n-1} a_i r^i$$

$$N = a_{n-1}r^{n-1} + \cdots + a_2r^2 + a_1r^1 + a_0r^0 + a_{-1}r^{-1} + a_{-2}r^{-2} + \cdots + a_{-m}r^{-m}$$

Notaciones de un número

Ejercicio:

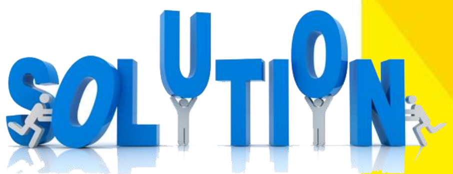
Para los mismos números: $(946.21)_{10}$ y $(FE0.ABC)_{16}$, expresarlos en su notación polinomial

$(946.21)_{10}$

$$946.21 = 9 \times 10^{2} + 4 \times 10^{1} + 6 \times 10^{0} + 2 \times 10^{-1} + 1 \times 10^{-2}$$

$(FE0.ABC)_{16}$

$$\mathrm{FE0}.ABC = F \times 16^{2} + E \times 16^{1} + 0 \times 16^{0} + \mathrm{A} \times 16^{-1} + B \times 16^{-2} + C \times 16^{-3}$$



Métodos de conversión entre sistemas

Universidad Pontificia Bolivariana

Fundada en 1936

1. Sustitución de la serie

Si se expande la serie:

$$N = \sum_{i=-m}^{n-1} a_i r^i$$

En un polinomio, un número A se puede convertir en un número B usando la notación polinómica, siguiendo estos pasos:

1. Se forma la representación en serie del número en la base de A usando el polinomio
2. Se evalúa el polinomio utilizando la aritmética de la base de B

Nota: Este método es ideal para convertir cualquier número al sistema decimal

Métodos de conversión entre sistemas

Universidad Pontificia Bolivariana
Fundada en 1936

Ejercicio:

Convertir:

1. $(101101)_2$ a base 10
2. $(23.7)_8$ a base 10
3. $(7FFF0250)_{16}$ a base 10

$(101101)_2 = 1x2^5 + 0x2^4 + 1x2^3 + 1x2^2 + 0x2^1 + 1x2^0$
$(101101)_2 = 32 + 0 + 8 + 4 + 0 + 1$
$(101101)_2 = (45)_{10}$

$(23.7)_8 = 2x8^1 + 3x8^0 + 7x8^{-1}$
$(23.7)_8 = 16 + 3 + 7/8$
$(23.7)_8 = 128/8 + 24/8 + 7/8$
$(23.7)_8 = 159/8$
$(23.7)_8 = (19.875)_{10}$

$(7FFF0250)_{16} = 7x16^7 + Fx16^6 + Fx16^5 + Fx16^4 + 0x16^3 + 2x16^2 + 5x16^1 + 0x16^0$
$(7FFF0250)_{16} = 7x16^7 + 15x16^6 + 15x16^5 + 15x16^4 + 0x16^3 + 2x16^2 + 5x16^1 + 0x16^0$
$(7FFF0250)_{16} = 1879048192 + 251658240 + 15728640 + 983040 + 0 + 512 + 80 + 0$
$(7FFF0250)_{16} = (2.147'418.704)_{10}$

Métodos de conversión entre sistemas

Universidad Pontificia Bolivariana
Fundada en 1936

2. División por la base:

Un número A se convierte a un número B, dividiendo A sucesivamente por la base B, hasta obtener un cociente de 0. Los residuos resultantes son los coeficientes del nuevo número en base B y su orden va desde el menor peso hasta el mayor peso.

Nota: Este método es ideal para convertir números del sistema decimal a otros sistemas

Métodos de conversión entre sistemas

Ejemplo: Convertir $(459)_{10}$ a base 8

$$459 \div 8 = 57,\quad 59,\quad 3 \;\; (a_0)$$

$$57 \div 8 = 7,\quad 1 \;\; (a_1)$$

$$7 \div 8 = 0,\quad 7 \;\; (a_2)$$

$$0 \;\; (a_3)$$

$$N = (0713)_8$$

Métodos de conversión entre sistemas

Universidad Pontificia Bolivariana
Fundada en 1936

Ejercicio:

Convertir:

1. $(949)_{10}$ a base 16
2. $(10245)_{10}$ a base 2

10245 | 2
1 5122 | 2
0 2561 | 2
1 1280 | 2
0 640 | 2
0 320 | 2
0 160 | 2
0 80 | 2
0 40 | 2
0 20 | 2
0 10 | 2
0 5 | 2
1 2 | 2
0 1

➡ $(10245)_{10} = (10100000000101)_2$

949 | 16
149 59 | 16
5 11 3

➡ $(949)_{10} = (3B5)_{16}$

Métodos de conversión entre sistemas

Universidad Pontificia Bolivariana
Fundada en 1936

3. Conversión entre bases múltiples

Consiste en agrupar los dígitos en grupos exponente de la base resultante, iniciando de derecha a izquierda para la parte entera y de izquierda a derecha para la parte fraccionaria o decimal.

Nota: Este método es ideal para convertir números entre sistemas binario, octal y hexadecimal.

Conformación de los grupos:

Binario → De a 1 dígito
Octal → De a 3 dígitos
Hexadecimal → De a 4dígitos

Métodos de conversión entre sistemas

Universidad Pontificia Bolivariana

Fundada en 1936

Ejemplo: Convertir $(7B6)_{16}$ a base 2

7B6

7	B	6
0111	1011	0110

$$N = (\underline{0111}\,\underline{1011}\,\underline{0110})_2$$

Métodos de conversión entre sistemas

Universidad Pontificia Bolivariana

Fundada en 1936

Ejercicios:

1. Convertir $(1010001101.101100111)_2$ a bases 8 y base 16

2. Convertir $(BC9A)_{16}$ a bases 2 y base 8

Métodos de conversión entre sistemas

Universidad Pontificia Bolivariana

Fundada en 1936

Ejercicios:

1. Convertir $(1010001101.101100111)_2$ a bases 8 y base 16

2. Convertir $(BC9A)_{16}$ a bases 2 y base 8

001|010|001|101|.|101|100|111 → 1215.547

0010|1000|1101|.|1011|0011|1000 → 28D.B38

B | C | 9 | A → |1011|1100|1001|1010

001|011|110|010|011|010 → 136232

Métodos de conversión entre sistemas

Universidad Pontificia Bolivariana

Fundada en 1936

4. Multiplicación por la base

Este método se usa únicamente para convertir las partes fraccionarias.

- Se multiplica tantas veces como hayan cifras decimales.
- Los enteros resultantes serán las nuevas cifras o coeficientes del número en la nueva base.
- Se puede multiplicar más veces sea necesario para obtener más cifras significativas, es decir, el proceso puede continuar hasta obtener una fracción cero o tener suficientes dígitos para una mayor precisión.

Nota: Este método es ideal para convertir números fraccionarios desde el sistema decimal a otros sistemas

Métodos de conversión entre sistemas

Universidad Pontificia Bolivariana

Fundada en 1936

Ejemplo: Convertir $(0.53478)_{10}$ a base 8

$0.53478 \times 8 = 4\,.\,27824 \Rightarrow a_{-1}$

$0.27824 \times 8 = 2\,.\,22592 \Rightarrow a_{-2}$

$0.22592 \times 8 = 1\,.\,80736 \Rightarrow a_{-3}$

$0.80736 \times 8 = 6\,.\,45888 \Rightarrow a_{-4}$

$0.45888 \times 8 = 3\,.\,67104 \Rightarrow a_{-5}$

$$N = (0.42163)_8$$

Coma flotante

Universidad Pontificia Bolivariana

Fundada en 1936

La representación de punto flotante (en inglés *floating point*) es una forma de notación científica usada en los computadores, con la cual se pueden representar números reales extremadamente grandes o pequeños de una manera muy eficiente y compacta, y con la que se pueden realizar operaciones aritméticas.

Coma flotante

Ejemplo: $-1{,}23456789 \times 10^3$

Notación Científica

- ✓ El coeficiente es: -1,23456789, tiene 9 dígitos significativos y está multiplicado por la base diez elevada a la 3.
- ✓ El signo del coeficiente indica si el número real representado por la notación científica es positivo o negativo.
- ✓ El valor de la potencia nos indica cuántas posiciones (cuántos dígitos) debe ser desplazada la coma del coeficiente para obtener el número real final.
- ✓ El signo de la potencia nos indica si ese desplazamiento de la coma debe hacerse hacia la derecha o hacia la izquierda. Una potencia positiva indica que el desplazamiento de la coma es hacia la derecha, mientras que un signo negativo indica que el desplazamiento debe ser hacia la izquierda. Particularmente, si el exponente es cero, la coma no se desplaza ninguna posición.
- ✓ El número real equivalente es: **-1234,56789**

Coma flotante

Número real	Notación científica
123 000 000 000 000 000 000,0	1,23 x 10^{20}
123 000 000,0	1,23 x 10^{8}
1230,0	1,23 x 10^{3}
123,0	1,23 x 10^{2}
12,3	1,23 x 10^{1}
1,23	1,23 x 10^{0}
0,123	1,23 x 10^{-1}
0,012 3	1,23 x 10^{-2}
0,001 23	1,23 x 10^{-3}
0,000 000 012 3	1,23 x 10^{-8}
0,000 000 000 000 000 000 012 3	1,23 x 10^{-20}

La representación en notación científica de los números reales es mucho más compacta cuando los números son muy grandes en magnitud, o cuando son de magnitud muy pequeña (cercanos a cero); por eso, es muy usada en ciencia, donde hay que lidiar con cifras enormes como la masa del Sol, $1{,}98892 \times 10^{30}$ kg, o muy pequeñas como la carga del electrón, $-1{,}602176487 \times 10^{-19}$ culombios… por eso se usa para la representación de números reales en el computador.

Coma flotante

Universidad Pontificia Bolivariana

Fundada en 1936

El estándar actual para la representación en coma flotante es el IEEE 754

- Es la norma o estándar técnico para computación en coma flotante, establecida en 1985 por el Instituto de Ingenieros Eléctricos y Electrónicos (IEEE).
- La norma abordó muchos problemas encontrados en las diversas implementaciones de coma flotante que las hacían difíciles de usar de forma fiable y portátil.
- Hoy por hoy, todas las unidades de coma flotante de hardware utilizan el estándar IEEE 754.
- La norma también es conocida como IEC 60559:1989, *Binary floating-point arithmetic for microprocessor systems*, donde originalmente el número de referencia era IEC 559:1989.
- La versión actual, IEEE 754-2008 publicada en agosto de 2008, incluye casi todo el estándar IEEE 754-1985 original y el estándar IEEE para aritmética de coma flotante independiente de la base (IEEE 854-1987).