

Regla	Nombre
$\neg\neg p = p$	doble negación
$false = \neg true$	definición de false
$\neg false = true$	negación de false

Tabla 1: Equivalencias de Falso / verdadero y doble negación

Regla	Nombre	Regla	Nombre
$p \vee false \equiv p$	identidad $\vee$	$p \wedge true \equiv p$	identidad de $\wedge$
$p \vee true \equiv true$	dominación $\vee$	$p \wedge false \equiv false$	dominación $\wedge$
$p \vee p \equiv p$	idempotencia $\vee$	$p \wedge p \equiv p$	idempotencia $\wedge$
$p \vee q \equiv q \vee p$	conmutatividad $\vee$	$p \wedge q \equiv q \wedge p$	conmutatividad $\wedge$
$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$	asociatividad $\vee$	$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$	asociatividad $\wedge$
$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$	distributividad $\vee/\wedge$	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	distributividad $\wedge/\vee$
$\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$	de Morgan $\vee$	$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$	de Morgan de $\wedge$
$p \vee (p \wedge q) \equiv p$	absorción $\vee/\wedge$	$p \wedge (p \vee q) \equiv p$	absorción de $\wedge/\vee$
$p \vee \neg p \equiv true$	Medio Excluido	$p \wedge \neg p \equiv false$	Contradicción
$\neg p \vee (p \wedge q) \equiv \neg p \vee q$	absorción- $\neg \vee / \wedge$	$\neg p \wedge (p \vee q) \equiv \neg p \wedge q$	absorción- $\neg \wedge / \vee$

Tabla 2: Equivalencias de  $\vee$  y de  $\wedge$

Regla	Nombre
$p \Rightarrow q \equiv \neg p \vee q$	Definición $\Rightarrow$
$p \equiv q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$	Definición $\equiv$
$(p \equiv q) \equiv (q \equiv p)$	Conmutatividad de $\equiv$
$((p \equiv q) \equiv r) \equiv (p \equiv (q \equiv r))$	Asociatividad de $\equiv$
$p \equiv p \equiv true$	Identidad
$p \equiv \neg p \equiv false$	Definición de false
$p \not\equiv q \equiv \neg(p \equiv q)$	Definición XOR
$p \Rightarrow q \equiv \neg q \Rightarrow \neg p$	contrapositiva
$p \vee q \equiv \neg p \Rightarrow q$	Definición de $\vee$ con $\Rightarrow$
$p \wedge q \equiv \neg(p \Rightarrow \neg q)$	Definición de $\wedge$ con $\Rightarrow$
$\neg(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \neg q$	Negación de $\Rightarrow$
$(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r) \equiv p \Rightarrow (q \wedge r)$	Distributividad izquierda $\Rightarrow / \wedge$
$(p \Rightarrow q) \vee (p \Rightarrow r) \equiv p \Rightarrow (q \vee r)$	Distributividad izquierda de $\Rightarrow / \vee$
$(p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r) \equiv (p \vee q) \Rightarrow r$	Distributividad derecha de $\Rightarrow / \wedge$ : al distribuir se cambia $\wedge$ por $\vee$
$(p \Rightarrow r) \vee (q \Rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \Rightarrow r$	Distributividad derecha de $\Rightarrow / \vee$ : al distribuir se cambia $\vee$ por $\wedge$
$p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \Rightarrow r$	Asociatividad izquierda de $\Rightarrow$ : al asociar se cambia $\Rightarrow$ por $\wedge$
$r \vee (p \equiv q) \equiv (r \vee p) \equiv (r \vee q)$	Distrib $\vee / \equiv$
$r \wedge (p \equiv q) \equiv (r \wedge p) \equiv (r \wedge q)$	Distrib $\wedge / \equiv$
$p \equiv q \equiv \neg p \equiv \neg q$	Contrapositiva $\equiv$
$\neg(p \equiv q) \equiv \neg p \equiv q$	Negación <sub>1</sub> $\equiv$
$\neg(p \equiv q) \equiv p \equiv \neg q$	Negación <sub>2</sub> $\equiv$
$p \equiv q \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$	Definición <sub>3</sub> $\equiv$
$p \equiv \neg q \equiv \neg p \equiv q$	negación
$p \not\equiv q \equiv (p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q)$	Definición <sub>2</sub> XOR

Tabla 3: Equivalencias de  $\Rightarrow$  y  $\equiv$

Regla	Nombre
$\frac{p}{p \Rightarrow q} \quad q$	Modus ponens
$\frac{\neg q}{p \Rightarrow q} \quad \neg p$	Modus tollens
$\frac{p \Rightarrow q}{q \Rightarrow r} \quad p \Rightarrow r$	transitividad
$\frac{p \vee q}{\neg q} \quad p$	Silogismo disjuntivo
$\frac{p}{p \vee q}$	suma
$\frac{p \wedge q}{p}$	simplificación
$\frac{p}{q} \quad p \wedge q$	Conjunción
$\frac{p \vee q}{\neg p \vee r} \quad q \vee r$	resolución
$\frac{X = Y}{E[z := X]} \quad E[z := Y]$	Leibniz
$\frac{p \equiv q}{p \Rightarrow q}$	Simplificación <sub>1</sub> del $\equiv$
$\frac{p \equiv q}{q \Rightarrow p}$	Simplificación <sub>2</sub> del $\equiv$
$\frac{p \equiv q}{\neg p \Rightarrow \neg q}$	Simplificación <sub>3</sub> del $\equiv$
$\frac{p \equiv q}{\neg q \Rightarrow \neg p}$	Simplificación <sub>4</sub> del $\equiv$
$\frac{p}{p \equiv q} \quad q$	Deduccion con $\equiv$ 1
$\frac{q}{p \equiv q} \quad p$	Deduccion con $\equiv$ 2
$\frac{\neg p}{p \equiv q} \quad \neg q$	Deduccion con $\equiv$ 3
$\frac{\neg q}{p \equiv q} \quad \neg p$	Deduccion con $\equiv$ 4

Tabla 4: Reglas de Inferencia

Regla	Nombre
$(\forall x R \vee Q : P) \equiv ((\forall x R : P) \wedge (\forall x Q : P))$	Partir el Rango $\forall$
$(\exists x R \vee Q : P) \equiv ((\exists x R : P) \vee (\exists x Q : P))$	Partir el Rango $\exists$
$(\forall x R : Q \wedge P) \equiv ((\forall x R : Q) \wedge (\forall x R : P))$	Distributividad $\forall$
$(\exists x R : Q \vee P) \equiv ((\exists x R : Q) \vee (\exists x R : P))$	Distributividad $\exists$
Si $P$ no depende de $x$ : $(\forall x R : Q \vee P) \equiv (\forall x R : Q) \vee P$	Distributividad $\vee/\forall$
$(\forall x R : P) \equiv (\forall x  : R \Rightarrow P)$	Trading- $\forall$
$(\exists x R : P) \equiv \neg(\forall x R : \neg P)$	de Morgan generalizada
$(\forall x R : P) \equiv \neg(\exists x R : \neg P)$	de Morgan generalizada <sub>2</sub>
$\neg(\forall x R : P) \equiv (\exists x R : \neg P)$	de Morgan generalizada <sub>3</sub>
$\neg(\exists x R : P) \equiv (\forall x R : \neg P)$	de Morgan generalizada <sub>4</sub>
$(\exists x R : P) \equiv (\exists x  : R \wedge P)$	Trading- $\exists$
$(\exists x R \wedge Q : P) \equiv (\exists x R : Q \wedge P)$	Trading- $\exists_1$
$(\forall x R \wedge Q : P) \equiv (\forall x R : Q \Rightarrow P)$	Trading- $\forall_1$
$(\forall x Q : R \Rightarrow P) \equiv (\forall x R : Q \Rightarrow P)$	Trading- $\forall_2$

Tabla 5: Equivalencias de cuantificadores

Nombre	Regla	Condición
Instanciación Universal	$\frac{(\forall x   : P)}{P[x := c]}$	Cualquier $c$ del dominio
Generalización Universal	$\frac{P[x := c]}{(\forall x   : P)}$	$c$ es un elemento ARBITRARIO del dominio
Instanciación Existencial	$\frac{(\exists x   : P)}{P[x := \hat{c}]}$	$\hat{c}$ es un elemento particular que hace que $P$ sea cierto.
Generalización Existencial	$\frac{P[x := c]}{(\exists x   : P)}$	$c$ cualquier elemento del dominio
Universal Modus Ponens	$\frac{(\forall x   P : Q) \quad P[x := c]}{Q[x := c]}$	Cualquier $c$ del dominio
Universal Modus Tollens	$\frac{(\forall x   P : Q) \quad \neg Q[x := c]}{\neg P[x := c]}$	Cualquier $c$ del dominio
Instanciación Universal <sub>2</sub>	$\frac{(\forall x   R : P)}{R[x := c] \Rightarrow P[x := c]}$	Cualquier $c$ del dominio
Generalización Universal <sub>2</sub>	$\frac{R[x := c] \Rightarrow P[x := c]}{(\forall x   R : P)}$	$c$ es un elemento ARBITRARIO del dominio
Instanciación Existencial <sub>2</sub>	$\frac{(\exists x   R : P)}{R[x := \hat{c}] \wedge P[x := \hat{c}]}$	$\hat{c}$ es un elemento particular que hace que $P$ y $Q$ sean ciertas
Generalización Existencial <sub>2</sub>	$\frac{R[x := c] \wedge P[x := c]}{(\exists x   R : P)}$	$c$ cualquier elemento del dominio
Silogismo $\forall$	$\frac{(\forall x   : P \vee Q) \quad \neg P[x := c]}{Q[x := c]}$	$c$ cualquier elemento del dominio
Silogismo $\forall_1$	$\frac{(\forall x   R : P \vee Q) \quad \neg P[x := c] \quad R[x := c]}{Q[x := c]}$	$c$ cualquier elemento del dominio

Tabla 6: Más Reglas de inferencia