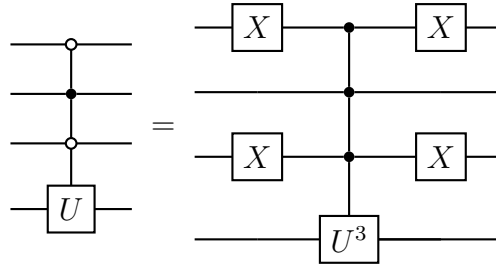


QUANTUM COMPUTING

Tema 2

- Termen limită: 14 ianuarie 2022

1. (30 puncte) Scrieți un program care verifică dacă următoarele circuite sunt echivalente (aproximativ)



Primul circuit aplică U doar dacă primii trei qubiți sunt în starea $|010\rangle$.

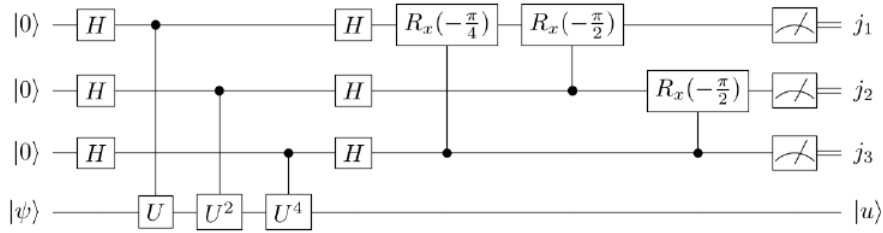
Input: Orice matrice unitară U de 2×2 , $U = \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix}$.

Output: Răspunsul: Da sau Nu (hint: comparați cu precizia).

Testați programul pentru $U \in \{X, Y, Z, H, S\}$

2. (30 puncte) Estimarea fazei pentru 3 - biți

Se consideră următorul circuit



Implementați circuitul de mai jos pentru $U = R_y(\theta)$, unde $\theta = 4\pi * 0.j_1j_2j_3$, iar j_1, j_2, j_3 sunt trei decimale în baza 2 (le alegeți voi). Putem observa că $\frac{\theta}{4\pi}$ este faza asociată pentru $|u\rangle = -|i\rangle$, deoarece

$$R_y(\theta)(-|i\rangle) = -e^{i\frac{\theta}{2}}|i\rangle = -e^{2\pi i \frac{\theta}{4\pi}}|i\rangle$$

Rulați circuitul pentru input-ul $|\psi\rangle = -|i\rangle$ în simulatorul qasm. Afișați rezultatele.

3. (40 puncte)

- a) (20 puncte) Construiți o funcție care calculează $a^x \bmod N$, unde a, x, N sunt parametri dați la intrare. Calculați valoarea funcției pentru $x = 1, 2, \dots, 100$, $N = 55$, $a = 9$. Reprezentați grafic punctele obținute.
- b) (20 puncte) Presupunem că avem un black box care calculează o funcție periodică, adică o funcție pentru care

$$f(x) = f(y) \text{ dacă și numai dacă } x = y \bmod r$$

Scrieți un program care găsește perioada unei funcții f utilizând transformata Fourier cuantică.

Referințe:

- Găsirea perioadei utilizând QFT:
 - <https://courses.edx.org/c4x/BerkeleyX/CS191x/asset/chap5.pdf>
 - <https://prod-edxapp.edx-cdn.org/assets/coursewarev1/02762cac43ea5adecc3078b4ccd/c4x/BerkeleyX/CS-191x/asset/chap6.pdf>