

Задача 7

Дан массив чисел. За $O(\log n)$ в online обрабатывать запросы:

- посчитать сумму кубов чисел на отрезке $[L, R]$
- прибавить x ко всем числам на отрезке $[L, R]$
- получить значение i -го числа.

Решение:

Дерево отрезков, в узлах хранения значение,
его квадрат, его куб, если узел - лист, и
сумму значений всех элементов на подотрезке,
сумму квадратов всех элементов на подотрезке,
сумму кубов ^{элементов} на подотрезке, если не лист.

T.e.

$$x^3+y^3+z^3+a^3, x^2+y^2+z^2+a^2, x+y+z+a.$$

$$\begin{array}{cc}
 x^3, y^3, x^2y^2, x+y & z^3, a^3, z^2a^2, z+a \\
 \swarrow \quad \searrow & \swarrow \quad \searrow \\
 x^3, x^2, x & y^3, y^2, y \quad z^3, z^2, z \quad a^3, a^2, a
 \end{array}$$

1) Сумма кубов на отрезке - как обычно.

2) по формуле: $(x+y)^3 = x^3 + y^3 + 3yx^2 + 3y^2x$, т.е.

~~Смачано криво: ошаво~~

Пусть a - ширина кубов узла
 b - - - квадратов
 c - значение, тогда

новое значение для i подстроки добавляем s на $[L, R]$:

$$a[i] = a[i] + s^3 \cdot (R - L + 1) + 3s^2 c[i] + 3sb[i]$$

$$b[i] = b[i] + 2sc[i] + (R - L + 1)s^2$$

$$c[i] = c[i] + (R - L + 1)s$$

и таким же образом обновляем значения
в узлах выше при выходе из функции
рекурсии.

3) Аналогично, как и в обычном дереве
отрезков.