

15.

a. Teniendo la ecuación $\int_0^x (5 - e^u) du = 2$, para poder obtener la ecuación de la forma $f(x) = 0$, debemos seguir los siguientes pasos:

- Sabiendo por criterio de la regla de la suma que :

$$\int f(x) \pm g(x) = \int f(x) \pm \int g(x) dx$$

$$- \int 5 du - \int e^u du$$

$$- \int 5 du = 5u$$

$$- \int e^u du = e^u$$

Tenemos que la solución a nuestra integral :

$$5u - e^u]_0^x$$

- Ahora calculando los límites de integración, para poder obtener la ecuación de la forma $f(x) = 0$

$$- \lim_{u \rightarrow 0+} (5u - e^u) = -1$$

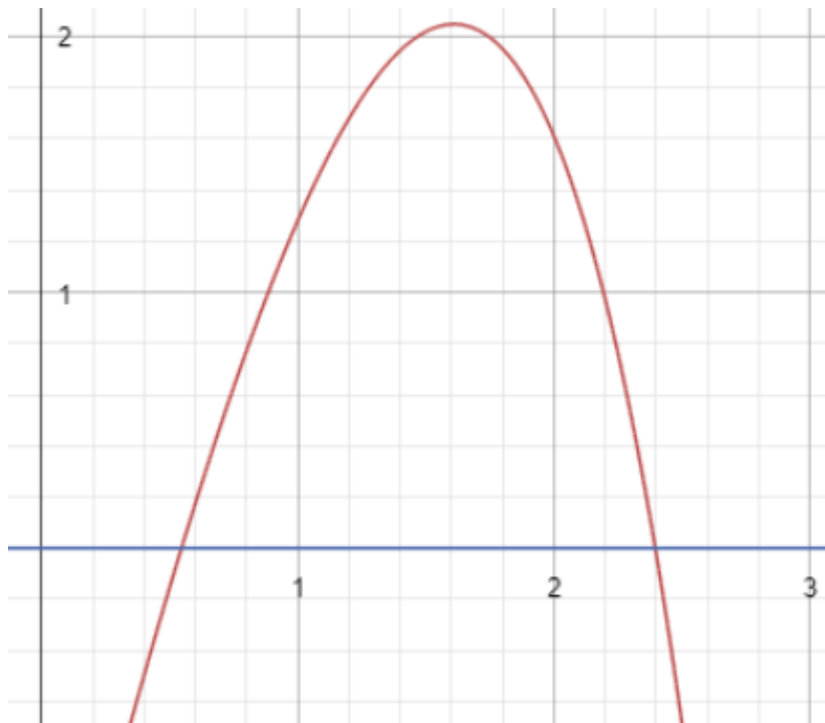
$$- \lim_{u \rightarrow x-} (5u - e^u) = 5x - e^x$$

$$\int_0^x (5 - e^u) du - 2 = 5x - e^x + 1 - 2$$

Lo que nos da una ecuación de la forma:

$$5x - e^x - 1 = 0$$

b.



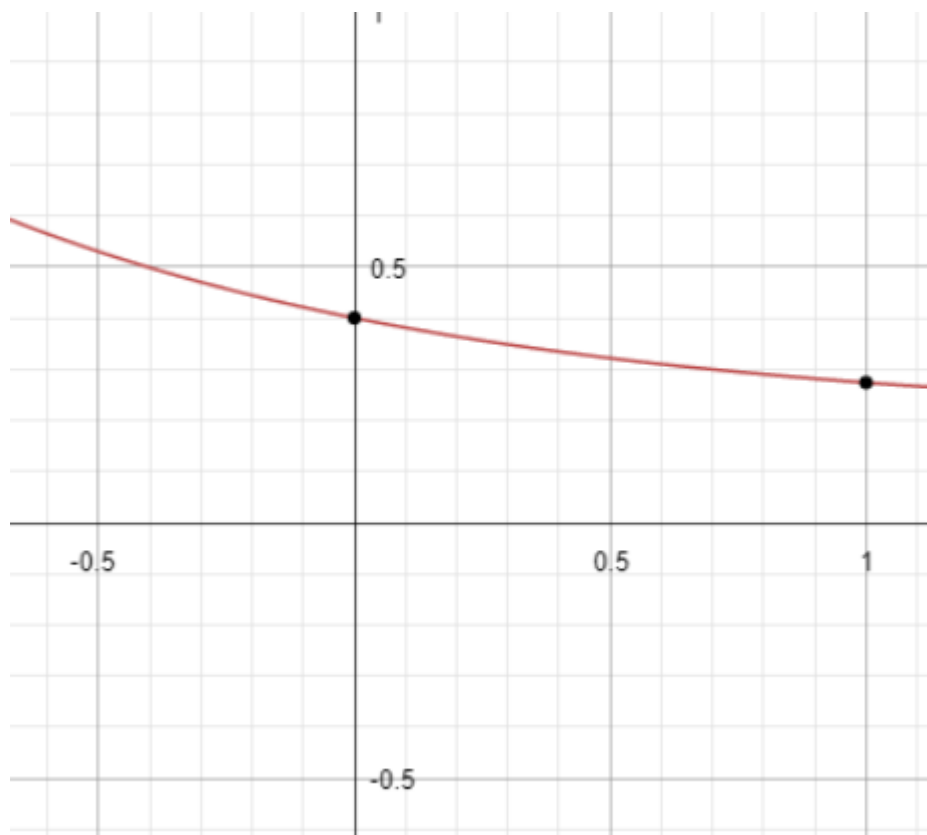
c. Según el método de punto fijo debemos encontrar una función $g(x)$ tal que $x = g(x)$, para nuestra función $5x - e^x - 1 = 0$:

- Debemos despejar x de la función $f(x)$, para que tenga una sola raíz :

$$- e^x + 1 = 5x$$

$$- x = \frac{1}{5}(e^{-x} + 1)$$

- Lo cual, graficamente nos da:



- En nuestra función cuando $x = 0$, la parte derecha es $\frac{2}{5}$.
- Si $x \rightarrow \infty$ la parte derecha de nuestra función $g(x)$ es $\frac{1}{5}$.
- Tomando en cuenta los dos criterios anteriores, por teorema de método de punto fijo, obtenemos la derivada de la función $g(x)$:

$$- \frac{dg}{dx} = \frac{1}{5}(e^{-x} + 1)$$

$$- \frac{dg}{dx} = -\frac{e^{-x}}{5}$$

- Resolvemos las desigualdades con la derivada de $g(x)$:

$$- \frac{e^{-x}}{5} < 1, \text{ nuestra función } g(x) \text{ tiende a } \frac{1}{5}$$

$$- \frac{e^{-x}}{5} = 0, \text{ nuestra función } g(x) \text{ tiende a } \frac{2}{5}$$

Por lo tanto nuestro intervalo de convergencia para poder calcular una de las dos raíces de nuestra función es $[0, \frac{4}{5}]$.

d.

| x | g(x) | Cumplimiento del criterio |
|----------|-----------|---------------------------|
| 0 | 0.4 | No lo cumple |
| 0.4 | 0.334064 | No lo cumple |
| 0.334064 | 0.343202 | No lo cumple |
| 0.343202 | 0.341899 | No lo cumple |
| 0.341899 | 0.3420840 | No lo cumple |

El error de truncamiento para la última iteración con resultado de $g(x) = 0.3420840$ esta dada por :

$$Et = 0.3 - 0.7$$

$$Et = 0.4$$