

Probabilidad y estadística

Práctica 3

Variables aleatorias discretas - Distribuciones Binomial y de Poisson

1. Clasifique las siguientes variables aleatorias como discretas o continuas:
 - (a) X : “el número de accidentes automovilísticos por año en la ciudad de La Plata”
 - (b) Y : “el tiempo en horas que tarda en quemarse una lamparita”
 - (c) Z : “la cantidad de leche en litros que una vaca específica produce anualmente”
 - (d) W : “el número de huevos que una gallina pone mensualmente”
 - (e) N : “el número de permisos de construcción que emiten cada mes en una ciudad”
 - (f) Q : “el peso del grano producido por acre”
2. Un embarque de 10 automóviles extranjeros contiene 4 que tienen ligeras manchas de pintura. Si una agencia recibe 6 de estos automóviles al azar, sea X : “n° de automóviles que la agencia compra con manchas de pintura”.
 - (a) Hallar la f.d.p. de X
 - (b) Determine la probabilidad de que se obtengan:
 - i. 0 autos con manchas de pinturas
 - ii. 2 autos con manchas de pinturas
 - iii. A lo sumo 2 autos con manchas de pinturas
 - iv. Al menos 2 autos con manchas de pinturas
3. La distribución de probabilidad de X : “n° de imperfecciones por 10 metros de una tela sintética en rollos continuos de ancho uniforme”, está dada por:

x	1	2	3	4	5
$p(x)$	0.4	0.2	0.2	0.1	0.1

- (a) Hallar la función de distribución acumulada de X
 - (b) Determine $F(2)$ y $F(3.1)$
4. Para las variables aleatorias de los ejercicios 2 y 3, hallar $E(X)$, $E(X^2)$ y $V(X)$.
 5. En cierto servicio telefónico, la probabilidad de que una llamada sea contestada en menos de 30 segundos es 0.75. Suponga que las llamadas son independientes.
 - (a) Si una persona llama 10 veces, ¿cuál es la probabilidad de que exactamente 9 de las llamadas sean contestadas en un espacio de 30 segundos?
 - (b) Si una persona llama 20 veces, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 16 de las llamadas sean contestadas en un espacio de 30 segundos?
 - (c) Si una persona llama 20 veces, ¿cuál es el número promedio de llamadas que serán contestadas en menos de 30 segundos?
 6. Se lanza una moneda cuatro veces. Calcular la probabilidad de que salgan más caras que cecas.
Sugerencia: Resolver usando la distribución binomial

7. El número de solicitudes de asistencia recibido por un servicio de remolque de vehículos es un proceso de Poisson con tasa de 4 por hora.
 - (a) Calcule la probabilidad de que se reciban 10 solicitudes entre las 16 y las 17 hs.
 - (b) Si los operadores de las grúas se toman un descanso de 30 min. Cuál es la probabilidad de que no se pierda ninguna llamada de asistencia durante ese período?
8. El número de visitas esperado en una determinada página web por día sigue una distribución de Poisson de media 8.
 - (a) ¿Cuál es la probabilidad de que en un día se reciban más de 4 visitas?
 - (b) ¿Cuál es la probabilidad de que en un día se reciban entre 7 y 10 visitas (ambos incluidos)?
 - (c) ¿Cuál es la probabilidad de que al escoger al azar una semana laboral (de lunes a viernes), haya 3 días con más de 4 visitas? (Sugerencia: considerar Y : "n° de días en la semana laboral con más de 4 visitas").
9. La probabilidad de que en un día haya un accidente en una cierta curva de la ruta 9 es del 10%.
 - (a) ¿Cuántos accidentes se espera que sucedan en 10 días? (Definir bien la variable aleatoria utilizada y justificar).
 - (b) ¿Cuál es la probabilidad de que hayan, como mucho, 3 accidentes en 10 días?
 - (c) ¿Qué distribución adopta esta variable aleatoria si el número de días aumenta mucho? (Por ejemplo si analizamos dos años).
10. Cada año, en la ciudad de San Juan se registran, en promedio, 24 sismos de magnitudes mayores a 5 en la escala de Richter. Si sabemos que el número de sismos con estas características sigue una distribución de Poisson.
 - (a) ¿Cuántos sismos de magnitud mayor a 5 se espera que ocurran en un mes?
 - (b) ¿Cuál es la probabilidad de que en un mes ocurran más de 3 sismos de magnitud mayor a 5?
 - (c) En un intervalo de 6 meses ¿Cuál es la probabilidad de que en exactamente 2 meses hubo una ocurrencia de más de 3 sismos de magnitud mayor a 5?
11. (opcional) En EEUU se toman 3 ciudades, Chicago, Nueva York y Albuquerque. Los porcentajes de hispanohablantes en cada ciudad es de 20 %, 35 % y 60 % respectivamente. Se toman 12 personas al azar de cada ciudad para armar juntas electorales. Se quiere estudiar la probabilidad de que en la junta haya distintos números de personas hispanohablantes, por lo que se requiere hacer un gráfico para cada ciudad de la función de distribución binomial para las 3 ciudades. Realizar estos gráficos.

Ayudas: En Python, la siguiente línea de comandos da $P(Y = 1)$ cuando $Y \sim B(12, 0.2)$:

```
from scipy.stats import binom
binom.pmf(1, 12, 0.20)
```

Para R, el siguiente comando da $P(Y = 1)$ cuando $Y \sim B(12, 0.2)$:

```
dbinom(1,12,0.2)
```

Responder las siguientes preguntas:

- ¿Qué es una variable aleatoria?
- ¿Qué es la función de distribución de probabilidad?
- ¿Qué información nos dan las tablas de distribuciones de probabilidad como la de la binomial o la de Poisson?
- ¿Qué condiciones tiene que cumplir el experimento aleatorio para una variable aleatoria que sigue una distribución binomial?