

## Probabilidad y estadística

### Práctica 5

#### Variables bidimensionales - Covarianza - Cambios de variables

1. Se analizaron las longitudes y los anchos de la bandeja de plástico rectangular para un CD que está instalada en una computadora personal. Las mediciones se redondearon al milímetro mas cercano. Sean  $X$ : "la longitud medida" e  $Y$ : "el ancho medido". La f.d.p. conjunta de  $(X, Y)$  está dada por:

$y \backslash x$	129	130	131
15	0.12	0.42	0.06
16	0.08	0.28	0.04

- ¿Cuál es la probabilidad de que una cubierta de CD tenga una dimensión de 130 x 16 mm?
  - Hallar las distribuciones marginales de  $X$  e  $Y$ ,  $k(x)$  y  $q(y)$ .
  - Determine la probabilidad de que la cubierta del CD tenga una longitud de 129 mm.
  - Determine la probabilidad de que una cubierta de CD tenga un ancho de 16 mm.
  - Hallar  $E(X)$ ,  $E(Y)$ ,  $V(X)$ ,  $V(Y)$ .
  - Calcular la f.d.p. condicional  $P(Y/X = 130)$ . ¿Son  $X$  e  $Y$  independientes?. Explique.
2. Un software puede hacer llamadas a dos subrutinas A y B. En una ejecución elegida al azar, sean  $X$ : "número de llamadas hechas a la subrutina A"  $Y$ : "número de llamadas hechas a la subrutina B" La f.d.p. conjunta de  $(X, Y)$  está dada por:

$x \backslash y$	1	2	3
1	0.15	0.10	0.10
2	0.10	0.20	0.15
3	0.05	0.05	0.10

- Determine  $k(x)$  y  $q(y)$ .
  - Determine  $E(X)$ ,  $E(Y)$ ,  $V(X)$ ,  $V(Y)$ .
  - Determine  $\text{cov}(X, Y)$ . ¿Son  $X$  e  $Y$  independientes?. Explique.
  - Hallar el coeficiente de correlación  $\rho_{XY}$ .
  - Hallar la matriz de covarianza,  $C_{XY}$ .
3. Con referencia al ejercicio anterior:
- Calcular  $E(X + Y)$  y  $V(X + Y)$ .
  - Calcular la probabilidad de que el total de llamadas  $(X + Y)$  sea igual a 4.
  - Calcular la probabilidad de que el número de llamadas a la subrutina A sea mayor que el número de llamadas a la subrutina B.
4. Se toman dos cursos A y B, y el número de desaprobados de los dos cursos son variables independientes. Sean:
- $X$ : "número de desaprobados en el curso A"
- $Y$ : "número de desaprobados en el curso B".
- Las distribuciones están dadas por:

## Práctica 5

$x$	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
$p(x)$	0.30	0.25	0.25	0.20

$y$	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
$p(y)$	0.40	0.20	0.15	0.25

- (a) Hallar la f.d.p. conjunta de  $(X, Y)$
- (b) Hallar la probabilidad de que el número de desaprobados en ambas aulas sea el mismo.
- (c) Hallar la probabilidad de que el número de desaprobados en el aula A sea mayor al número de desaprobados en el aula B.
5. El tiempo de vida de un cierto componente, en años, tiene una función de densidad dada por:

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & , \quad x > 0 \\ 0 & , \quad x \leq 0 \end{cases}$$

Están disponibles dos de dichos componentes, cuyos tiempos de vida son independientes. Sean las v.a.:

$X$ : "tiempo de vida del primer componente"

$Y$ : "tiempo de vida del segundo componente"

- (a) ¿Cuál será el valor de  $\rho_{XY}$ ?
- (b) Hallar:
- $P(X \leq 1, Y \leq 1)$
  - $E(X)$  y  $E(Y)$
  - $E(X + Y)$

Responder las siguiente preguntas:

- ¿Cuál de las dos oraciones siguientes es correcta sobre la función de distribución de probabilidad conjunta evaluada en el par de valores  $(x_0, y_0)$ ?
  - $p(x_0, y_0) = P(X = x_0 \wedge Y = y_0)$
  - $p(x_0, y_0) = P(X = x_0 \vee Y = y_0)$
- ¿Qué significa la independencia estadística entre dos variables aleatorias?
- ¿Qué significa la covarianza y cuándo es igual a cero?
- ¿A qué es igual  $P(X = x_0 / Y = y_0)$  si  $\text{cov}(X, Y) = 0$ ?
- ¿Qué significa el coeficiente de correlación lineal, cuándo es igual a cero y cuándo es igual a uno?
- Si  $\text{cov}(X, Y) = 0$  ¿Qué forma tiene la matriz de covarianza? ¿Cuáles son los valores que están en la diagonal de la matriz?