

Probabilidad y estadística

Práctica 1

Espacios muestrales y eventos - Asignación de probabilidades

1. Un experimento implica lanzar un par de dados, uno verde y uno rojo, y registrar los números que salen. Si x es igual al resultado en el dado verde e y es el resultado en el dado rojo, describa el espacio muestral S .
 - (a) por extensión
 - (b) por comprensión
2. Un experimento consiste en lanzar un dado y después lanzar una moneda una vez, si el número en el dado es par. Si el número en el dado es impar, la moneda se lanza dos veces. Usando la notación $4C$, por ejemplo, para denotar el resultado de que el dado muestre 4 y después la moneda salga cara, y $3CS$ para denotar el resultado de que el dado muestre 3 seguido por una cara y después por una ceca, construya un diagrama de árbol para mostrar los 18 elementos del espacio muestral S .
3. Supongamos que se tira una moneda normal tres veces, y se cuenta el número de caras obtenido luego de los tres tiros. Tomemos como espacio muestral a $S = \{0, 1, 2, 3\}$
 - (a) ¿Es este espacio *equiprobable*?
 - (b) Si no lo es, ¿Cómo podríamos reescribirlo para que efectivamente lo sea?
4. Para el espacio muestral del ejercicio 1) liste los elementos del evento:
 - (a) A : “la suma de los números es mayor que 8”
 - (b) B : “ocurre un dos en cualquiera de los dos dados”
 - (c) C : “sale un número mayor que cuatro en el dado verde”
 - (d) $A \cap C$
 - (e) $A \cap B$
 - (f) $A \cup B$
 - (g) $B \cap C$
5. Para el espacio muestral del ejercicio 2) liste los elementos del evento:
 - (a) A : “en el dado sale un número menor que 3”
 - (b) B : “ocurren dos cecas”
 - (c) A^C
 - (d) $A^C \cap B$
 - (e) $A \cup B$
6. Suponga que los dos dados del ejercicio 1) son normales. Entonces cada resultado del espacio muestral S tienen la misma probabilidad de ocurrir (S es equiprobable). Encuentre las siguientes probabilidades:
 - (a) $P(A)$, (b) $P(B)$, (c) $P(C)$, (d) $P(A \cap C)$, (e) $P(A \cup C)$, (f) $P(A^C)$
7. Calcular la probabilidad de que al lanzar un dado salga:
 - (a) Un número par

- (b) Un múltiplo de tres
(c) Mayor que cuatro
8. De una caja que contiene seis bolas rojas, cuatro blancas y cinco azules se extrae una al azar. Explicitar el espacio muestral. Luego hallar:
- (a) La probabilidad de que sea roja o blanca
(b) La probabilidad de que no sea roja
9. En una sala de recién nacidos hay cuatro bebés. La enfermera que lleva las cintas con los nombres de cada bebé tropieza, mezclándolas. ¿Cuál es la probabilidad de que las cuatro madres reciban a sus hijos?
10. Diez personas se ordenan aleatoriamente.
- (a) En hilera
(b) En círculo
- Se supone que todas las ordenaciones tienen la misma probabilidad. Hallar la probabilidad de que dos personas dadas estén contiguas.
11. En el juego de póquer, calcular las probabilidades de que un jugador reciba:
- (a) Color servido (cinco cartas del mismo palo)
(b) Full servido (tres cartas de un número y dos de otro)
- Considere los casos en que los jugadores:
- i. usan el mazo de cartas completo (52 cartas)
ii. deciden de común acuerdo no usar ni los dos ni los tres.
12. Si se toman 3 libros al azar de un estante que contiene 5 novelas, 3 libros de poemas y 1 diccionario, ¿cuál es la probabilidad de que
- (a) se seleccione el diccionario?
(b) se seleccionen 2 novelas y 1 libro de poemas?
13. Se sacan al azar dos cartas entre diez cartas numeradas del uno al diez. Hallar la probabilidad de que la suma sea impar si:
- (a) Se sacan una tras otra *con reemplazo*.
(b) Se sacan una tras otra *sin reemplazo*.
14. Se tiene una urna con 15 bolillas distinguibles (pueden estar numeradas), de las cuales 10 son blancas y 5 son rojas. Se extraen al azar dos bolillas de la urna,
- (a) ¿Cuál es la probabilidad de extraer todas blancas?
(b) ¿Cuál es la probabilidad de extraer exactamente una bolilla blanca?
(c) ¿Cuál es la probabilidad de extraer al menos una bolilla blanca?
(d) Calcular las probabilidades anteriores si ahora importa el orden en el que se extraen las bolillas.
(e) Calcular las probabilidades anteriores si ahora importa el orden en el que se extraen las bolillas y además se extraen con reemplazo.
15. (*opcional*) Realizar numéricamente con algún lenguaje de programación los siguientes puntos:
- Simular el lanzamiento aleatorio de un dado.
 - Simular el lanzamiento aleatorio de N dados.
 - Calcular la frecuencia relativa de las veces que sale un 5 en las N tiradas.
 - Construir un gráfico de frecuencia relativa de veces que sale un 5 en función del número de tiradas, con N aumentando desde 1 a 1000.

¿Qué conclusión se puede sacar de este gráfico? ¿A qué valor tiende la frecuencia relativa?

Responder las siguientes preguntas:

- ¿Cuál es la diferencia entre probabilidad y frecuencia relativa?
- ¿Qué significa que un espacio muestral sea equiprobable?
- ¿Para qué sirven las técnicas de conteo?
- ¿Por qué cambia la probabilidad de un evento como los del ejercicio 13 o 14, cuando se realiza el experimento con reemplazo o sin reemplazo?