

**Cálculo I (M1001)****(Modelo) - 1ª parte****11/12/2020**

<input type="text"/>	0	<input type="text"/>	0	<input type="text"/>	0	<input type="text"/>	0	<input type="text"/>	0	<input type="text"/>	0	<input type="text"/>	0	<input type="text"/>	0
<input type="text"/>	1	<input type="text"/>	1	<input type="text"/>	1	<input type="text"/>	1	<input type="text"/>	1	<input type="text"/>	1	<input type="text"/>	1	<input type="text"/>	1
<input type="text"/>	2	<input type="text"/>	2	<input type="text"/>	2	<input type="text"/>	2	<input type="text"/>	2	<input type="text"/>	2	<input type="text"/>	2	<input type="text"/>	2
<input type="text"/>	3	<input type="text"/>	3	<input type="text"/>	3	<input type="text"/>	3	<input type="text"/>	3	<input type="text"/>	3	<input type="text"/>	3	<input type="text"/>	3
<input type="text"/>	4	<input type="text"/>	4	<input type="text"/>	4	<input type="text"/>	4	<input type="text"/>	4	<input type="text"/>	4	<input type="text"/>	4	<input type="text"/>	4
<input type="text"/>	5	<input type="text"/>	5	<input type="text"/>	5	<input type="text"/>	5	<input type="text"/>	5	<input type="text"/>	5	<input type="text"/>	5	<input type="text"/>	5
<input type="text"/>	6	<input type="text"/>	6	<input type="text"/>	6	<input type="text"/>	6	<input type="text"/>	6	<input type="text"/>	6	<input type="text"/>	6	<input type="text"/>	6
<input type="text"/>	7	<input type="text"/>	7	<input type="text"/>	7	<input type="text"/>	7	<input type="text"/>	7	<input type="text"/>	7	<input type="text"/>	7	<input type="text"/>	7
<input type="text"/>	8	<input type="text"/>	8	<input type="text"/>	8	<input type="text"/>	8	<input type="text"/>	8	<input type="text"/>	8	<input type="text"/>	8	<input type="text"/>	8
<input type="text"/>	9	<input type="text"/>	9	<input type="text"/>	9	<input type="text"/>	9	<input type="text"/>	9	<input type="text"/>	9	<input type="text"/>	9	<input type="text"/>	9

← Indique o seu número de estudante, preenchendo em cada coluna o quadrado **à esquerda** do algarismo correspondente.

Para eventual confirmação, preencha o retângulo abaixo.

Nome completo:

Número de estudante:

Duração: 75 minutos**Cotação: 12 valores**

Pode utilizar uma **calculadora científica não gráfica** e o formulário disponibilizado. Para além da calculadora, não é permitido o uso de qualquer equipamento eletrónico, incluindo telemóvel.

A resposta a cada questão de resposta à escolha deve ser dada preenchendo o quadrado respetivo de forma a permitir a leitura automática.

Na ausência de indicação, as notações são as habitualmente usadas nas aulas.

Questões de tipo verdadeiro ou falso. (2 valores)

Cada resposta correta vale 0.5 valores, valendo cada resposta errada -0.3 valores. Cada questão não respondida tem a cotação de 0 pontos.

Questão 1 “Se $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 1$ e $\lim_{x \rightarrow 3} g(x) = 0$, então $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{g(x)}$ não existe.” é uma afirmação

☐ falsa.☐ verdadeira.

Questão 2 “Se f é contínua em $[-1, 1]$ e $f(-1) = 4$ e $f(1) = 3$, então existe um número r tal que $|r| < 1$ e $f(r) = \pi$.” é uma afirmação

☐ falsa.☐ verdadeira.

Questão 3 “Se $f(x) = (x^6 - x^4)^5$, então $f^{(31)}(x) = 0$.” é uma afirmação

☐ verdadeira.☐ falsa.

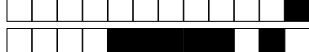
Questão 4 “Existe uma função f derivável no intervalo $I = (0, 5)$ tal que $f(1) = -2$, $f(3) = 0$ e $f'(x) > 1$ para todo o $x \in I$.” é uma afirmação

☐ verdadeira.☐ falsa.

**Questões de tipo resposta múltipla. (6 valores)**

Cada resposta correta vale 1 valor. Não há qualquer desconto por resposta errada.

Questão 1 Calcule $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 4x}{x + \operatorname{sen} 2x}$ ☐ $-\infty$ ☐ 0☐ $\frac{4}{3}$ ☐ $\frac{1}{2}$ ☐ não existe☐ $+\infty$ ☐ 2☐ 1**Questão 2** Calcule $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 5x - 6}$ ☐ $\frac{1}{6}$ ☐ 1☐ 4☐ não existe☐ 0☐ $\frac{2}{7}$ ☐ -3☐ $+\infty$ **Questão 3** Sendo $f(x) = \ln(x \ln x)$, calcule $f'(e^2)$.☐ $2e^2$ ☐ 1☐ $-\frac{1}{e^2}$ ☐ $\frac{1}{2e^2}$ ☐ $\frac{3}{2e^2}$ ☐ $\ln(2e^2)$ ☐ 0☐ não existe**Questão 4** Sendo $f(x) = \sqrt{\operatorname{arctg} x}$, calcule $f'(1)$.☐ 1☐ $\frac{1}{2e^2}$ ☐ $\frac{1}{2\sqrt{\pi}}$ ☐ $\frac{\sqrt{\pi}}{4}$ ☐ $2e^2$ ☐ 0☐ não existe☐ $-\frac{1}{e^2}$ **Questão 5** Calcule o declive da tangente à curva $xe^y = y \operatorname{sen} x + \pi e^4$ no ponto $(\pi, 4)$.☐ $\frac{-4 - e^4}{\pi e^4}$ ☐ $2 + e^2$ ☐ $\frac{1}{2e^2}$ ☐ $-\frac{1}{e^2}$ ☐ πe^4 ☐ 1☐ $\frac{\sqrt{\pi}}{4}$ ☐ 0**Questão 6** Encontre o máximo absoluto da função $f(x) = x\sqrt{1-x}$ no intervalo $[-1, 1]$.☐ $\frac{1}{2e^2}$ ☐ $\pi e/4$ ☐ $-\sqrt{2}$ ☐ $\frac{\sqrt{5}}{4}$ ☐ $\frac{2}{9}\sqrt{3}$ ☐ $2e^2$ ☐ 0☐ 1



Nome completo:

Responda por extenso (de modo sucinto).

Questão 1 (4 valores) (Para responder use o espaço abaixo ou o verso da folha.)

Considere a função $f(x) = \frac{1+x \ln x}{x}$. O objetivo deste exercício é esboçar o gráfico de f . Para o efeito, deve fazer o indicado em cada uma das seguintes alíneas (onde também se indica a parte cotação total da pergunta que lhe corresponde.)

1. (1 valor) encontre as assíntotas verticais e as assíntotas horizontais ao gráfico de f ;
2. (1 valor) encontre os intervalos onde f é crescente e onde f é decrescente;
3. (0.25 valores) encontre os máximos e os mínimos locais de f ;
4. (1 valor) encontre os intervalos onde o gráfico de f tem a concavidade voltada para cima e aqueles onde o gráfico de f tem a concavidade voltada para baixo;
5. (0.25 valores) encontre os pontos de inflexão do gráfico de f ;
6. (0.5 valores) use as informações das alíneas anteriores para esboçar o gráfico de f .

..... ☐ 0 ☐ ☐ 0.5 ☐ ☐ 1 ☐ ☐ 1.5 ☐ ☐ 2 ☐ ☐ 2.5 ☐ ☐ 3 ☐ ☐ 3.5 ☐ ☐ 4