Departamento de Ciência de Computadores — FCUP

Modelos de Computação (CC1004) — 2014/15

Exame Recurso (06.07.2015) — *duração: 3h*

N.º ______ Nome ______________________

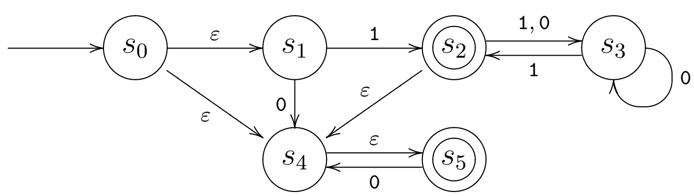
$\Sigma = \{\mathtt{0}, \mathtt{1}\}$, exceto em **3**, **6**, **7**. Cotação: 2+1, 2+1, 1+1+0.5+0.5+1+1+(0.5+1+0.5), 1.5+1+0.5+1, 1.5+1.5.
Critérios: [!!] – 0 ou $\geq 90\%$ (correto ou quase correto); [!] – 0 ou $\geq 75\%$ (sem erros graves).

1. Seja r a expressão regular $((((\mathtt{1}^\star) + (\mathtt{10})) + (\mathtt{11}))^\star)$ sobre Σ.

a) [!!] Desenhe o diagrama de transição do AFND-ε que resulta da aplicação do método de Thompson à expressão regular r, de acordo com a **construção definida nas aulas**. Desenhe um só diagrama e indique (à parte) os estados iniciais e finais das componentes associadas a **todas as sub-expressões** não elementares.

b) [!!] Indique uma expressão regular (**não abreviada**) equivalente r mas mais simples. Justifique.

2. Seja A o AFND-ε representado pelo diagrama seguinte.



a) [!!] Determine o diagrama de transição do AFD A', equivalente a A, que se obtém por aplicação do método de conversão baseado em subconjuntos. No diagrama de A', tem **obrigatoriamente de usar conjuntos para designar os estados** e manter apenas estados acessíveis do estado inicial.

b) [!!] Para cada uma das palavras ε, `1010` e `01`, indique: **(i)** o conjunto de estados em que o AFND-ε A se pode encontrar após consumir a palavra; **(ii)** se a palavra pertence a $\mathcal{L}(A)$; **(iii)** o estado em que o AFD A' fica após consumir a palavra (use a designação dada em **2a)**); **(iv)** se o AFD A' aceita a palavra.

3. Seja $G = (\{X, Y\}, \{\mathtt{0}, \mathtt{1}, \mathtt{2}\}, P, X)$ uma gramática independente de contexto com P dado por:

$$\begin{array}{lcl} X & \rightarrow & \mathtt{1}X\mathtt{0} \mid \mathtt{1}X\mathtt{00} \mid \mathtt{2}Y \mid \mathtt{2} \\ Y & \rightarrow & \mathtt{22} \mid \mathtt{2} \mid \mathtt{0} \mid \mathtt{22}Y \end{array}$$

a) [!!] Apresente todas as árvores de derivação das palavras `122200` e `12220` pertencentes a $\mathcal{L}(G)$.

b) [!!] Averigue se `120000` ou `220` pertence à linguagem gerada pela gramática. Justifique.

c) [!!] Apresente a noção de gramática ambígua e averigue se G é ambígua.

d) [!!] Indique uma expressão regular (abreviada) que descreva $\{y \mid y \in \{\mathtt{0}, \mathtt{1}, \mathtt{2}\}^\star,\ Y \Rightarrow^\star y\}$

e) [!] Apresente a forma genérica das palavras de $\mathcal{L}(G)$. Explique como a deduziu (use $\Rightarrow$, $\Rightarrow^n$, ou $\Rightarrow^\star$).

f) [!!] Prove que a linguagem independente de contexto $\mathcal{L}(G)$ é não ambígua.

g) [!] Converta G à forma normal de Chomsky e aplique o algoritmo CYK para decidir se $\mathtt{12000} \in \mathcal{L}(G')$, sendo G' tal gramática . Explique em detalhe a construção da **primeira** e da **quarta** linha da tabela e, a partir da tabela, indique todas as subpalavras de z de `12000` tais que $z \in \mathcal{L}(G') = \mathcal{L}(G)$.

4. Seja $L = \{1^n 0 w 1^k \mid n \geq 1, k \geq 1, w \in \{0,1\}^\star \text{ e } w \text{ tem número ímpar de } 0\text{'s}\}$.

a) [!] Averigue se o *fecho de Kleene de* L é uma linguagem regular e, se for, caraterize-o ou por uma expressão regular (abreviada) ou por um autómato finito.

b) [!] Seja R_L a relação de equivalência definida em $\Sigma^\star$ por $(x,y) \in R_L$ se e só se $xz \in L \Leftrightarrow yz \in L$, para todo $z \in \Sigma^\star$. Quantas classes de equivalência `101`, `10010`, `0011`, `1111` e `11010100` definem? Justifique.

c) [!!] O conjunto das classes de equivalência de R_L é finito ou infinito? Justifique.

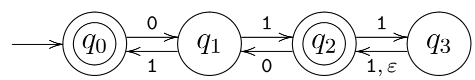
d) [!] Indique uma gramática independente de contexto **não ambígua** que gere L. Justifique sucintamente porque é que a gramática gera L e é não ambígua.

Resolva apenas DOIS dos problemas 5.–8. (se resolver mais, os últimos não são avaliados).

5. [!] Aplique o método de eliminação de estados para obter uma expressão regular (abreviada) que descreva a linguagem reconhecida pelo o autómato representado à direita.

Na resposta deve:

- começar a eliminação de estados por q_3 **seguido de** q_1 **e** q_0;
- apresentar os **passos intermédios** e, sempre que for óbvio, **simplificar as expressões** (após indicar as originais).



6. [!] Defina um autómato de pilha que aceite a linguagem das palavras de $\{0,1,2\}^\star$ que *têm mais dois* `1`*'s do que* `0`*'s ou mais dois* `2`*'s do que* `0`*'s*. O critério de aceitação é por **pilha vazia**. Descreva sucintamente a ideia do algoritmo e ilustre o reconhecimento das palavras `2112` e `121201` pelo autómato.

7. [!!] Recordando a demonstração do corolário do teorema de Myhill-Nerode, que define o AFD mínimo para uma dada linguagem regular L de alfabeto Σ, explique o que garante que $|\Sigma^\star/R_L|$ é menor ou igual que o número de estados de qualquer AFD A tal que $\mathcal{L}(A) = L$.

8. [!!] A tabela indicada abaixo, à direita, foi construída na fase inicial da aplicação do algoritmo de Moore a um dado AFD $A = (S, \{0,1\}, \delta, s_0, F)$, com δ função (total) de $S \times \{0,1\}$ em S. Justificando a resposta, analise as possibilidades de o AFD A coincidir com o AFD mínimo equivalente a A, sabendo que:

- $\delta(s_0, 0) = s_3 = \delta(s_1, 0)$ e $\delta(s_2, 0) = s_1 = \delta(s_3, 0)$,
- se $x \in \mathcal{L}((0+1)^\star 1)$ então $x \in \mathcal{L}(A)$,
- se $x \notin \mathcal{L}((0+1)^\star 1)$, nada nos foi dito sobre se $x \in \mathcal{L}(A)$ ou não,
- todos os estados em $S = \{s_0, s_1, s_2, s_3\}$ são acessíveis de s_0.

	s_0	s_1	s_2	s_3
s_0	$\equiv$			
s_1	X	$\equiv$		
s_2		X	$\equiv$	
s_3	X		X	$\equiv$

(Bom trabalho!)