



+15/1/4+

Cálculo I (M1001)

Exame - 1ª parte

20/01/2020

<input type="checkbox"/> 0	<input checked="" type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input checked="" type="checkbox"/> 0	<input checked="" type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1
<input checked="" type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input checked="" type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> 2
<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> 3
<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input checked="" type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4	<input checked="" type="checkbox"/> 4	<input type="checkbox"/> 4
<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5	<input type="checkbox"/> 5
<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input type="checkbox"/> 6	<input checked="" type="checkbox"/> 6
<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7	<input type="checkbox"/> 7
<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 8
<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input checked="" type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 9

← Indique o seu número de estudante, preenchendo em cada coluna o quadrado à esquerda do algarismo correspondente.
Para eventual confirmação, preencha o retângulo abaixo.

Nome completo:

Daniela Santos Tomás

Número de estudante:

202004946

Duração: 75 minutos

Cotação: 12 valores

Pode utilizar uma *calculadora científica não gráfica* e o formulário disponibilizado. Para além da calculadora, não é permitido o uso de qualquer equipamento eletrónico, incluindo telemóvel.

A resposta a cada questão de resposta à escolha deve ser dada preenchendo o quadrado respetivo de forma a permitir a leitura automática.

Na ausência de indicação, as notações são as habitualmente usadas nas aulas.

Questões de tipo verdadeiro ou falso. (2 valores)

Cada resposta correta vale 0.5 valores, valendo cada resposta errada -0.3 valores. Cada questão não respondida tem a cotação de 0 pontos.

Questão 1 "Se $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = 0$ e $\lim_{x \rightarrow 5} g(x) = 0$, então limite $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x)}{g(x)}$ não existe." é uma afirmação

-0.3/0.5



verdadeira.



falsa.

Questão 2 "Se f é contínua em a , então f é derivável em a ." é uma afirmação

0.5/0.5



verdadeira.



falsa.

Questão 3 "Uma equação da tangente à parábola $y = x^2$ no ponto $(-2, 4)$ é $y - 4 = 2x(x + 2)$." é uma afirmação

0.5/0.5



falsa.



verdadeira.

Questão 4 "Se $f'(x)$ existe e é diferente de 0 para todo o $x \in \mathbb{R}$, então $f(1) \neq f(0)$." é uma afirmação

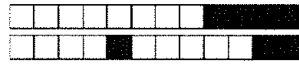
0.5/0.5



verdadeira.



falsa.

**Questões de tipo resposta múltipla. (6 valores)**

Cada resposta correta vale 1 valor. Não há qualquer desconto por resposta errada.

Questão 1 Calcule $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{x^2 + 2x - 3}$ ☐ não existe☐ 1☒ 3/2☐ 5/3☐ -3☐ 13/9☐ 11/7☐ 9

1/1

Questão 2 Calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{2x} - e^{-2x}}{\ln(x+1)}$ ☐ $2e$ ☐ e^2 ☐ 0☐ $\ln 2$ ☐ 1☒ $+\infty$ ☐ 1/2☐ não existe

1/1

Questão 3 Sendo $f(x) = e^{3x} \cos(5x)$, calcule $f'(\pi/2)$.☐ não existe☐ $5e^\pi$ ☐ $2e^{\pi/2}$ ☐ $3\pi/2$ ☐ $e^{3\pi}$ ☒ $-5e^{3\pi/2}$ ☐ $-2/\pi$ ☐ 0

1/1

Questão 4 Sendo $f(x) = \sqrt{\sin \sqrt{x}}$, calcule $f'(\pi^2/4)$.☐ 2π ☒ 0☐ 2☐ $\frac{1}{2e^2}$ ☐ não existe☐ $\sqrt{\pi}/2$ ☐ 1☐ $-\pi$

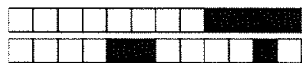
1/1

Questão 5 Calcule o declive da tangente à curva $y + x \cos y = x^2 y$ no ponto $(0, 0)$.☐ 2☐ $2 + \pi^2$ ☐ $\sqrt{\pi}/4$ ☐ $\pi - 3$ ☐ $-e^2$ ☐ 5☒ -1☒ 0

0/1

Questão 6 Encontre o mínimo absoluto da função $f(x) = \frac{3x-4}{x^2+1}$ no intervalo $[-2, 2]$.☐ $\sqrt{5}/4$ ☐ 0☐ -5☐ $-17/4$ ☐ 2/5☒ -3☐ -2☒ $-9/2$

0/1



Nome completo:

Daniela Tomás

Responda por extenso (de modo sucinto).

Questão 1 (4 valores) (Para responder use o espaço abaixo ou o verso da folha.)

Considere a função $f(x) = e^{2x-x^2}$. O objetivo deste exercício é esboçar o gráfico de f . Para o efeito, deve fazer o indicado em cada uma das seguintes alíneas (onde também se indica a parte cotação da pergunta que lhe corresponde.)

1. (1 valor) encontre as assíntotas verticais e as assíntotas horizontais ao gráfico de f ;
2. (1 valor) encontre os intervalos onde f é crescente e onde f é decrescente;
3. (0.25 valores) encontre os máximos e os mínimos locais de f ;
4. (1 valor) encontre os intervalos onde o gráfico de f tem a concavidade voltada para cima e aqueles onde o gráfico de f tem a concavidade voltada para baixo;
5. (0.25 valores) encontre os pontos de inflexão do gráfico de f ;
6. (0.5 valores) use as informações das alíneas anteriores para esboçar o gráfico de f .

2.75/4

..... ☐ 0 ☐ 0.5 ☐ 1 ☐ 1.5 ☐ 2 ☐ 2.5 ☒ 3 ☐ 3.5 ☐ 4

~~1. Df = \mathbb{R}~~

1. Df = \mathbb{R}

Logo, não existem assíntotas verticais (a função é contínua em todo o seu domínio) $\rightarrow 2x-x^2$ (função polinomial logo contínua)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^{2x-x^2}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (e^{2x} \times e^{-x^2}) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (e^{2x-x^2}) = e^{-\infty-\infty} = 0 \quad \checkmark$$

Existe uma assíntota horizontal ao gráfico de f quando $x \rightarrow -\infty$ de equação $y=0$. \checkmark

$$2. f'(x) = (e^{2x-x^2})' = (2x-x^2)' e^{2x-x^2} = (2-2x)e^{2x-x^2}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2-2x = 0 \vee \underbrace{e^{2x-x^2} = 0}_{\text{impossível}}$$

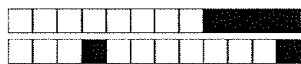
$$\Leftrightarrow x = 1$$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$		MAX Local	

f é crescente no intervalo $x =]-\infty, 1]$

f é decrescente no intervalo $x = [1, +\infty[$

3. Máximo local: $f(1) = e$ \checkmark



$$\begin{aligned}
 4. \quad f''(x) &= (2-2x)e^{2x-x^2} = -2e^{2x-x^2} + (2-2x)e^{2x-x^2} \\
 &= e^{2x-x^2}(-2+2-2x) = \\
 &= e^{2x-x^2}(-2x)
 \end{aligned}$$

$$f''(x) = 0 \Leftrightarrow \underbrace{e^{2x-x^2}}_{\text{impossível}} = 0 \vee x = 0$$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f''(x)$	+	0	-
$f(x)$	U	pto. inflexão	∩

f tem a concavidade voltada para cima no intervalo $x \in]-\infty, 0]$

f tem a concavidade voltada para baixo no intervalo $x \in]0, +\infty[$

ponto de inflexão:

$$\begin{aligned}
 f(0) &= e^0 = 1 \\
 &\rightarrow (0, 1)
 \end{aligned}$$

5.

