Universidade do Porto — L:EIC

Desenho de Algoritmos — 2021/22

Exame (16.07.2022) - Parte Teórica - A — *30 minutos*

N.º _____ Nome _____

Atenção: Não serão prestados esclarecimentos durante a prova. Leia pf as perguntas com atenção. As respostas devem ser assinaladas na tabela seguinte, usando **LETRAS MAIÚSCULAS**, sem rasuras. Cotação: 8 valores. Três respostas erradas, descontam uma certa. Ausência de resposta não desconta.

Respostas:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
B	*C*	*B*	*B*	*D*	*D*	*B*	*C*	*C*	*D*	*B*	*A*

1. Considere o problema de dar um troco Q em moedas a um cliente numa mercearia portuguesa. As moedas disponíveis estão todas na caixa registadora da loja. Recorde que, os valores das moedas (em cêntimos) são 1, 2, 5, 10, 20, 50, 100 e 200. A pessoa que está na caixa sabe que, com as moedas de 1 e 2 cêntimos que tem, conseguiria formar Q, mas quer minimizar o número de moedas que entregará. Qual das afirmações seguintes é **falsa**?

a) A solução ótima pode não incluir moedas do valor mais alto não superior a Q que tem na caixa.

b) É conhecido que a estratégia *greedy* para "coin change" obtém a solução ótima deste problema.

c) Se depois de dar o troco ainda tiver moedas de 20, não incluiu duas ou mais moedas de 10 no troco.

d) Poderia aplicar um algoritmo de programação dinâmica para obter a solução ótima.

2. Qual das afirmações seguintes sobre grafos **não dirigidos**, com $n \geq 3$ nós e $m > 0$ ramos, é **incorreta**?

a) Por aplicação de BFS (ou DFS) a partir de qualquer nó v podemos decidir se o grafo é conexo.

b) Podemos verificar em tempo $O(n + m)$ se uma dada permutação dos nós define um ciclo de Hamilton.

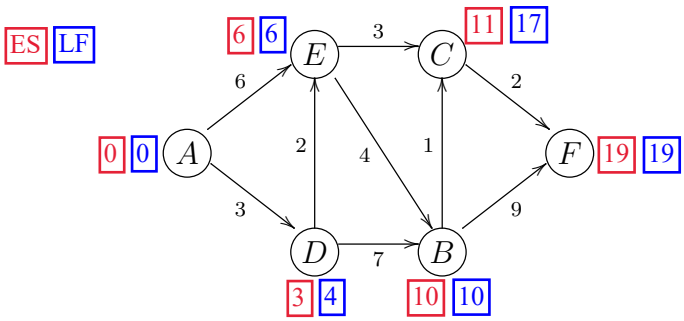
c) O algoritmo de Kosaraju-Sharir deve ser usado para identificar as componentes conexas.

d) Existe um algoritmo com complexidade $O(n + m)$ para determinar os graus dos nós.

3. Queremos transferir até n ficheiros do computador para uma *pendrive* de capacidade de c megabytes. O ficheiro i tem tamanho de t_i megabytes. Na expectativa de maximizar o número de ficheiros transferidos, ordenámos os ficheiros por ordem crescente de tamanho, e transferimos os primeiros até atingir a capacidade da pendrive. Qual estratégia de desenho de algoritmos estamos a utilizar?

a) Programação dinâmica **b)** Gananciosa **c)** Pesquisa com retrocesso **d)** Divisão-e-conquista

4. O projeto representado pela rede de atividades seguinte (modelo arco-atividade) **será concluído o mais cedo possível**. Não há partilha de recursos. É verdade que:



a) A data de início mais próxima para CF é 8.

b) Nenhuma tarefa estará a decorrer no instante 20.

c) A data de início mais afastada para EC é 8.

d) CF perde parte da sua folga total se EC não começar na sua data mais próxima.

Universidade do Porto - L:EIC - Desenho de Algoritmos – Exame 16.07.2022

N.º | | Nome | |

5. Considerando a matéria lecionada sobre complexidade de algoritmos e também sobre complexidade de problemas, é verdade que:

a) determinar o caminho mais longo num DAG pesado é um problema NP-difícil (*NP-hard*).

b) o algoritmo de Dijkstra pode ser aplicado a grafos com pesos negativos.

c) é conhecido que existem problemas da classe NP que não são da classe P.

d) a distância de edição (Levenshtein) entre duas *strings* pode ser calculada por um algoritmo polinomial.

6. Para obter o `k`-ésimo menor elemento num segmento `arr[low..high]` de um *array* (que pode ser alterado) podemos ordená-lo e retornar `arr[low+k-1]`. A função `select` apresentada abaixo segue outra ideia. A função `partition` altera `arr[low..high]`, colocando os elementos menores do que o *pivot* nas posições `low..pi-1`, deixando o *pivot* na posição `pi` e os restantes elementos nas posições seguintes. O *pivot* é um elemento escolhido inicialmente em `arr[low..high]`, que pode ser `arr[low]`. Que estratégia de desenho de algoritmos implementa `select`?

```
select(arr[], low, high, k) {          // assumes low <= high and 1 <= k <= high-low+1
    if (k == 1) return arr[low];
    pi = partition(arr, low, high);
    m = pi-low+1;                            // number of elements in arr[low..pi]
    if (k == m) return arr[pi];
    else if (k < m) return select(arr,low,pi-1,k);
    else return select(arr,pi+1,high,k-m);
}
```

a) Programação dinâmica **b)** Gananciosa **c)** Pesquisa com retrocesso **d)** Divisão-e-conquista

7. Considere o problema *"minimum cardinality vertex cover"* que, dado um grafo não dirigido $G = (V, E)$, visa determinar $S^\star \subseteq V$, com $|S^\star|$ mínimo e tal que qualquer ramo de E tem algum extremo em $S^\star$, sendo $|S^\star|$ o número de elementos de $S^\star$. Face à matéria lecionada, é verdade que:

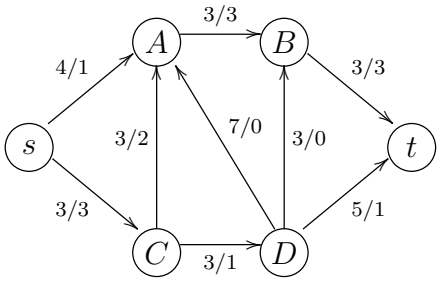
a) Não existe e não pode existir um algoritmo polinomial que resolva todas as instâncias.

b) Existe um algoritmo polinomial que determina uma cobertura S com $|S| \leq 2|S^\star|$.

c) O problema de decisão associado não pertence NP.

d) Para obter $S^\star$, podemos selecionar sucessivamente o nó que cobre mais ramos ainda não cobertos.

8. Considere a rede de fluxo seguinte, onde c/f são pares capacidade/fluxo, e s e t são a origem e destino. O algoritmo de Edmonds-Karp encontra o caminho (s, A, C, D, t) para aumento de fluxo e:



a) aumenta o fluxo de 5 (cinco) unidades.

b) aumenta o fluxo de 1 (uma) unidade.

c) reduz o fluxo no ramo CA para zero.

d) aumenta $|f|$ de 3 (três) unidades.

Universidade do Porto - L:EIC - Desenho de Algoritmos – Exame 16.07.2022

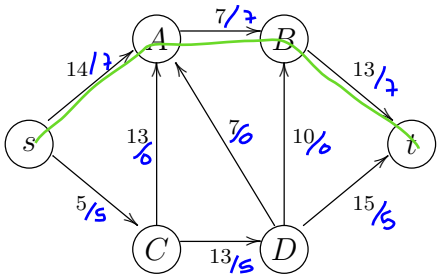
N.º | | Nome | |

9. Um texto utiliza apenas os caracteres `sp` (espaço), `A`, `E`, `R`, e `V`, os quais ocorrem o número de vezes indicado na tabela. O código de cada caracter é uma sequência em binário. Qual é o custo mínimo de uma codificação do texto, utilizando um sistema de codificação de **tamanho fixo**?

caracter	sp	A	E	R	V
ocorrências	1	3	1	2	1

a) 18 **b)** 21 **c)** 24 **d)** 27

10. Considere a rede de fluxo seguinte. Os valores indicados nos ramos são capacidades. O caminho de s para t com capacidade máxima:



a) passa em D e tem capacidade 15.

b) tem capacidade 45.

c) passa em C.

d) tem capacidade 7.

11. Considerar um problema de colocação de candidatos em empresas, que têm preferências iguais entre elas mas os candidatos não (e podem não incluir algumas empresas). A seriação acordada pelas empresas e as listas das preferências dos candidatos estão ordenadas estritamente. Queremos uma solução em que nenhum candidato seja ultrapassado por outro com classificação inferior. Para resolver o problema, devemos aplicar:

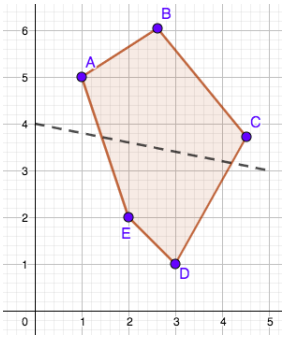
a) pesquisa com retrocesso (*backtracking*).

b) pesquisa sequencial, colocando os candidatos pela ordem definida pelas empresas, sempre atribuindo ao candidato a sua primeira preferência, nas que ainda têm vagas, se existir alguma.

c) a extensão do algoritmo de Gale-Shapley, orientada pelos candidatos, partindo de qualquer candidato.

d) o algoritmo de Edmonds-Karp para obter um emparelhamento de cardinal máximo num grafo bipartido.

12. Considere um problema de **minimização de** $z = x + 5y$, com restrições lineares sobre (x, y) que determinam o polígono apresentado. Os pontos A, E, e D têm coordenadas inteiras, B tem $y = 6$ e C não tem coordenadas inteiras. A reta a tracejado é curva de nível da **função objetivo**. É verdade que:



a) Se se arrancar o Simplex com a solução básica admissível correspondente a B, duas variáveis de desvio serão candidatas a entrar para a base.

b) Se se arrancar o Simplex, partindo de A, obtém-se a solução ótima numa única iteração (troca de base).

c) Se se procurar soluções ótimas com x e y inteiros, o ótimo da relaxação linear não é solução.

d) O valor de z da solução ótima linear excede o da solução ótima inteira.