# Modelos de Computação CC1004 2015/2016

## Exame – 13.06.2016 *duração: 3h*

N.º Nome

**1.** Sejam $\mathbf{K}$, $\mathbf{M}$ e $\mathbf{L}$ linguagens de alfabeto $\Sigma = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}$, com $\mathbf{K} = \{x \mid x \in \Sigma^\star$ e tem número ímpar de b's$\}$, $\mathbf{M} = \{x \mid x \in \Sigma^\star$ e tem abb como subpalavra$\}$ e $\mathbf{L} = \mathbf{K} \cap \mathbf{M} = \{x \mid x \in \mathbf{K}$ e $x \in \mathbf{M}\}$.

**a)** Desenhe o AFD mínimo que aceita $\mathbf{K}$.

**b)** Defina $\mathbf{K}$ por uma expressão regular (abreviada).

**c)** Indique uma expressão regular (abreviada) que descreva a linguagem $\mathbf{L}$.

**d)** Apresente as regras (de produção) de uma GIC $G$ que gere $\mathbf{L}$, com símbolo inicial $A$, e descreva informalmente $\mathcal{L}_X = \{w \mid X \Rightarrow_G^\star w$ e $w \in \Sigma^\star\}$, para cada variável $X$ de $G$, com exceção de $A$.

**e)** Desenhe o diagrama do AFD mínimo que reconhece $\mathbf{M}$ e descreva $\mathcal{L}_s = \{x \mid x \in \Sigma^\star$ e $\hat{\delta}(s_0, x) = s\}$ por uma expressão regular (abreviada), para cada estado $s$, sendo $s_0$ o estado inicial.

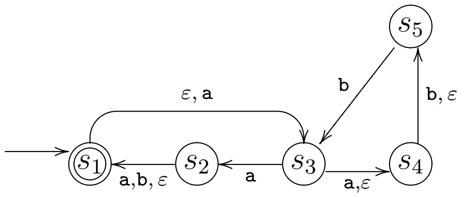
**f)** Da análise da construção do AFD produto, pode-se concluir que o AFD mínimo que reconhece $\mathbf{L}$ tem no máximo ____ estados e exatamente ____ estados finais/estado final. Complete a frase e justifique abaixo sucintamente as respostas, enunciando os resultados que as suportam.

(Continua)

N.º ______ Nome ______

**g)** Por aplicação do corolário do teorema de Myhill-Nerode, determine o AFD mínimo que reconhece **L**. (Em alternativa pode indicar um AFD que reconhece **L**, justificar a sua correção e minimizá-lo pelo algoritmo de Moore). Em ambos os casos, deve **justificar detalhadamente** os passos da construção.

**2.** Seja $A$ o AFND-$\varepsilon$ representado pelo diagrama de transição seguinte.




**a)** Indique **o conjunto** de estados em que $A$ pode estar após consumir `bbaab`. ______

**b)** Desenhe o diagrama de transição do AFD equivalente, que se obtém pelo método de conversão (baseado em subconjuntos). Deve <u>**obrigatoriamente**</u> **manter as designações dos estados do AFD como conjuntos**.

**(Continua)**

N.º | Nome

**3.** Sejam $r = ((\mathtt{a} + \mathtt{b})^\star)$ e $s = ((\mathtt{aa}) + (\emptyset^\star))$ expressões regulares sobre $\Sigma = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}$.

**a)** Desenhe os diagramas de transição dos autómatos finitos que resultam da aplicação do método de Thompson às expressões regulares $r$ e $s$, segundo a construção dada nas aulas.

**b)** Usando a definição indutiva de expressão regular sobre $\Sigma$ e de linguagem que a expressão descreve, prove que $\mathcal{L}((rs)) = \Sigma^\star$. **Apresente os passos intermédios.**

**4.** Seja $G = (\{S, X, Y\}, \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}, P, S)$, com $P$ dado por:

$$\begin{array}{lcl} S & \rightarrow & \mathtt{aa}YY \mid \mathtt{b}SX \mid \mathtt{ba}X \mid \mathtt{a} \\ X & \rightarrow & \varepsilon \mid \mathtt{b}X \\ Y & \rightarrow & \mathtt{a}YY \mid \mathtt{b} \end{array}$$

**a)** Diga, justificando, se $\mathtt{aabbb} \in \mathcal{L}(G)$.

**b)** Prove que $G$ é ambígua.

**c)** Apresente a noção de GIC na forma normal de Chomsky.

**d)** Por conversão de $G$, determine uma GIC $G'$ equivalente a $G$ mas sem variáveis que gerem $\varepsilon$. A seguir, converta $G'$ à forma normal de Chomsky.

(Continua)

N.º | | Nome | |

**5.** Considere a linguagem $L = \{y \mid y \text{ é capícua}\} \cap \{y \mid y \text{ tem número ímpar de } \mathtt{b}\text{'s ou começa por } \mathtt{c}\}$, de alfabeto $\Sigma = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}$.

**a)** Use o lema da repetição ou o teorema de Myhill-Nerode para provar que $L$ não é regular.

**b)** Indique uma GIC $G$ **não ambígua** que gere $L$ e represente a(s) árvore(s) de derivação de `cbacbcabc`.

**c)** Explique como é que garantiu a não ambiguidade de $G$.

**Resolva apenas uma das alíneas d) , e), e f)**

**d)** Apresente um autómato de pilha que reconheça a linguagem $L \cap \{y \mid y \text{ tem número ímpar de } \mathtt{b}\text{'s}\}$. Pode escolher o critério de aceitação (ou pilha vazia ou estados finais), mas deve indicar a sua opção. **Indique sucintamente a interpretação de cada estado e as ideias principais subjacentes**.

**e)** Prove que a linguagem $L \cap \{x \mid x \text{ tem igual número de } \mathtt{a}\text{'s e } \mathtt{c}\text{'s}\}$ não satisfaz a condição do lema da repetição para LICs para nenhum $n > 0$.

**f)** Apresente uma máquina de Turing que reconheça a linguagem $L \cap \{x \mid x \text{ tem igual número de } \mathtt{a}\text{'s e } \mathtt{c}\text{'s}\}$. O símbolo branco é $\bullet$ e a máquina pode destruir a palavra. Descreva **as ideias principais** do algoritmo.

*Use o verso da folha para responder à questão.*

**(Fim)**