Departamento de Ciência de Computadores — FCUP

# Modelos de Computação (CC1004) — 2014/15

## Exame (15.06.2015) — Cotação: $4 \times 2.5$, 1.5+1, 0.5+2, 1+2.5+1.5 — *duração: 3h*

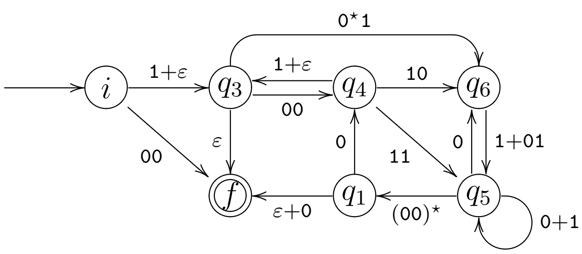
N.º ____________ Nome ____________________________________

As questões do **Grupo I** serão pontuadas ou no intervalo 90–100% (só pequenas gralhas) ou com 0%.
No exame, não pode apresentar AFDs incompletos. O alfabeto $\Sigma$ é $\{0, 1\}$, exceto em **6.**. Bom trabalho!

## Grupo I – Resolva quatro dos cinco problemas

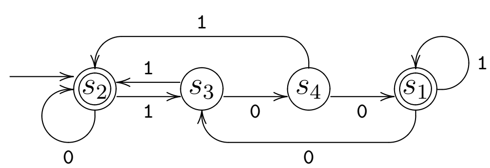
**1.** Sejam $r = (((10)^\star) + ((01)^\star))$ e $s = (((10) + (01))^\star)$ expressões regulares sobre $\Sigma$. Desenhe os diagramas de transição dos AFNDs-$\varepsilon$ que se obtêm por aplicação do método de Thompson a essas expressões, de acordo com a construção definida nas aulas.

**2.** Assuma que o diagrama seguinte foi obtido de um automáto finito, de alfabeto $\Sigma$, após algumas iterações do método de eliminação de estados. Desenhe o diagrama que se obtém no **passo seguinte** se se eliminar $q_5$.

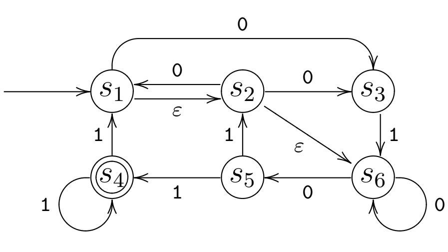



Não simplifique as expressões que obtiver e ilustre como efetuou a eliminação de $q_5$.

**3.** Seja $A$ o AFD representado a seguir. Determine um AFD que reconheça $\mathcal{L}(A)^R$, isto é a linguagem reversa de $\mathcal{L}(A)$, por aplicação de métodos de conversão dados. Apresente os passos principais.

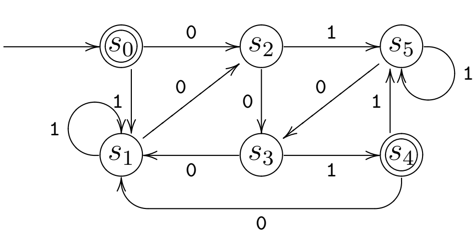



**4.** Usando a construção baseada em subconjuntos, converta o AFND-$\varepsilon$ seguinte num AFD equivalente.




Indique apenas estados acessíveis do *estado inicial do AFD* e use **conjuntos** para designar os estados.

**5.** Aplicando o algoritmo de Moore, determine o AFD mínimo equivalente ao AFD seguinte.




Não desenhe duas tabelas. Use $\boxed{\equiv}$ e $\boxed{\mathtt{x}}$ para assinalar as entradas na *segunda* fase. Inclua as anotações intermédias.

(Continua, v.p.f.)

# Grupo II

**6.** Seja $G = (\{X, Y\}, \{\texttt{a}, \texttt{b}, \texttt{c}\}, \{Y \to \texttt{a}Y\texttt{a},\ Y \to \texttt{a},\ Y \to XX,\ X \to \texttt{bb}X,\ X \to \texttt{cc}X,\ X \to \texttt{b}\}, Y)$.

**a)** Prove que a palavra aaccbbaa de $\mathcal{L}(G)$ tem pelo menos duas derivações distintas mas não pode ser usada para mostrar que $G$ é ambígua. Apresente todos os passos das derivações que analisar.

**b)** Indique uma gramática não ambígua que seja equivalente a $G$. Explique como resolveu a ambiguidade.

**7.** Seja $L$ a linguagem das palavras de $\Sigma^\star$ que têm número ímpar de 1's e terminam em 0 ou em 01.

**a)** Prove que as palavras 01 e 10 são equivalentes segundo a relação de equivalência $R_L$, referida no teorema de Myhill-Nerode.

**b)** Apresente o AFD mínimo que reconhece $L$. Justifique a correção da resposta. Para obter tal AFD, se preferir, pode não seguir a caraterização dada pelo teorema de Myhill-Nerode, mas deve indicar o que memoriza cada estado e a necessidade de cada estado que definiu.

**8.** Considere a gramática independente de contexto $G = (\{S, K, R\}, \Sigma, P, S)$, com $P$ dado por

$$\begin{array}{lcl} S & \to & S\texttt{00} \mid \texttt{00} \mid K\texttt{00} \\ K & \to & \texttt{0}K\texttt{1} \mid \texttt{1} \mid \texttt{1}R \\ R & \to & \texttt{1}R \mid \texttt{1} \end{array}$$

**a)** Desenhe uma árvore de derivação da palavra 0011110000 de $\mathcal{L}(G)$ e indique a forma genérica das palavras de $\mathcal{L}(G)$. Explique como chegou a essa conclusão, usando $\Rightarrow_G^\star$, $\Rightarrow_G$, e/ou $\Rightarrow_G^n$, com $n \in \mathbb{N}$.

**b)** Converta $G$ à forma normal de Chomsky, por aplicação do método de conversão e, a seguir, aplique o algoritmo CYK para mostrar que 01100 pertence à linguagem gerada por essa gramática. Explique sucintamente o significado das entradas da tabela construída e apresente detalhadamente a construção da primeira e da última linha da tabela.

**9.** Seja $G$ a gramática definida no problema **8.** e sejam $L_1$ e $L_2$ as linguagens definidas por:

$$\begin{array}{lcl} L_1 & = & \mathcal{L}(G) \cap \{x \mid x \in \Sigma^\star \text{ e o número de 0's ém } x \text{ é o dobro número de 1's}\} \\ L_2 & = & \mathcal{L}(G) \cap \{x \mid x \in \Sigma^\star \text{ e o número de 0's em } x \text{ é igual ao número de 1's}\} \end{array}$$

Resolva apenas uma das três alíneas seguintes:

**a)** Apresente um autómato de pilha que aceite $L_2$ por pilha vazia. Descreva a ideia do algoritmo subjacente e a interpretação de cada estado de forma a permitir aferir a correção do autómato.

**b)** Apresente uma máquina de Turing que aceite $L_1$. Descreva a ideia do algoritmo e a interpretação de cada estado de forma a permitir aferir a correção do máquina.

**c)** Prove que $L_1$ não é independente de contexto.

**(Fim)**