Departamento de Ciência de Computadores — FCUP

Modelos de Computação (CC218) — 2013/14

Exame (26.06.2014) — *duração: 3h*

Cotação: 2+2+1+2+1+1.5, 1+2+2, 1.5+2.5+1.5

N.º ____________ Nome ______________________________

1. Seja $A = (\{s_0, s_1, s_2, s_3\}, \{0,1\}, \delta, s_0, \{s_1, s_3\})$ um autómato finito não determinístico com transições por ε, em que a função δ é assim definida:

$$\begin{array}{llll}
\delta(s_0,0)=\{s_1,s_2\} & \delta(s_1,0)=\{s_1\} & \delta(s_2,0)=\{s_2\} & \delta(s_3,0)=\{\} \\
\delta(s_0,1)=\{\} & \delta(s_1,1)=\{\} & \delta(s_2,1)=\{s_3\} & \delta(s_3,1)=\{\} \\
\delta(s_0,\varepsilon)=\{\} & \delta(s_1,\varepsilon)=\{s_2\} & \delta(s_2,\varepsilon)=\{s_0\} & \delta(s_3,\varepsilon)=\{s_0\}
\end{array}$$

a) Represente o diagrama de transição do autómato A e apresente a gramática linear à direita que se obtém de A pelo algoritmo de conversão dado. Prove que essa gramática é ambígua.

b) Por aplicação do algoritmo de eliminação de estados, determine uma expressão regular que descreva a linguagem $\mathcal{L}(A)$. Deverá apresentar os passos intermédios.

c) Apresente o diagrama de transição do autómato finito determinístico que se obtém de A por aplicação do algoritmo de conversão dado. Nesse diagrama mantenha apenas os estados acessíveis do estado inicial.

d) **Justifique a veracidade ou falsidade** de cada uma das afirmações seguintes:
(i) A palavra `00100` pode ser reconhecida pelo autómato A e também pode não ser reconhecida.
(ii) Qualquer autómato finito determinístico que reconhece $\mathcal{L}(A)$ tem dois ou mais estados finais.

e) Defina informalmente a linguagem $\mathcal{L}(A)$.

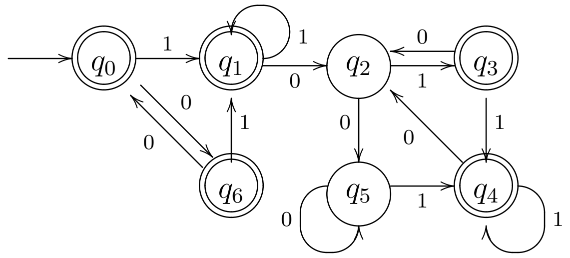
f) Determine uma gramática independente de contexto que gere $\mathcal{L}(A)$, não seja ambígua e não tenha variáveis desnecessárias (i.e., variáveis que não produzem sequências de terminais ou não entram em derivações a partir do símbolo inicial). Justifique sucintamente os passos principais da resolução.

2. Seja $\mathcal{M}$ o autómato finito determinístico **mínimo** que reconhece a linguagem L de alfabeto $\{\mathtt{0},\mathtt{1}\}$ descrita pela expressão regular $\mathtt{0}^\star\mathtt{1}^\star + \mathtt{0}^\star\mathtt{1}\mathtt{1}^\star\mathtt{0}(\mathtt{0}+\mathtt{1})^\star\mathtt{1}$.

a) Defina **informalmente** a linguagem L. Explique sucintamente.

b) Por aplicação do teorema de Myhill-Nerode, determine o diagrama de transição de $\mathcal{M}$. Justifique.

c) Minimize o autómato finito determinístico representado abaixo e diga se é equivalente a $\mathcal{M}$. Deverá apresentar os passos intermédios relevantes.



(Continua, v.p.f.)

3. Sejam L e M as linguagens de alfabeto $\{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}$ assim definidas.

$$\begin{array}{rcl} L & = & \{\mathtt{c}x\mathtt{c}y \mid x, y \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}^\star \text{ e } 1 \leq |x| \leq 2|y|\} \\ M & = & \{\mathtt{c}x\mathtt{c}y\mathtt{c}z \mid x, y \in \{\mathtt{b}\}\{\mathtt{b}\}^\star, z \in \{\mathtt{a}\}^\star, |y| = |x| \text{ e } |z| = |x| + |y|\} \end{array}$$

Resolva apenas uma das duas alíneas seguintes:

a) Por aplicação do lema da repetição para linguagens regulares, mostre que L não é regular.

b) Por aplicação do teorema de Myhill-Nerode, mostre que M não é regular.

Resolva apenas uma das duas alíneas seguintes:

c) Determine uma gramática independente de contexto que gere L. A gramática pode ser ambígua. Justifique sucintamente a correção dessa gramática e apresente uma árvore de derivação para `cabcbba`.

(NB: pode ser útil resolver a alínea **c)** para responder a **e)**)

d) Determine um autómato de pilha que reconheça L por pilha vazia. Explique sucintamente o significado dos estados e de que modo garantem a correção do autómato. Usando a relação $\vdash$ (de mudança de configuração), mostre que `cbbbcb` não é aceite por esse autómato mas `cbcb` é aceite.

Resolva apenas uma das três alíneas seguintes:

e) Defina uma gramática G que gere L e que esteja na forma normal de Chomsky. Explique sucintamente. Aplique o algoritmo CYK para mostrar que $\mathtt{cabcbba} \in \mathcal{L}(G)$.

f) Apresente uma máquina de Turing que reconheça M. A máquina **não deve** repor o estado inicial da fita. Indique o significado dos estados.

g) Mostre que M não é independente de contexto.

(Fim)