Departamento de Ciência de Computadores FCUP

Modelos de Computação (CC1004) 2014/15

2º Teste (06.06.2015) Cotação: (1.5, 1.5, 1, 1, 1, 2, 1), (3, 2), 2, 2, 2 *duração: 3h*

N.º [ ] Nome [ ]

1. Seja L a linguagem de alfabeto $\Sigma = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}$ que é gerada pela gramática G dada por:

$$G = (\{X, Y\},\ \Sigma,\ \{Y \to \mathtt{bb}Y,\ Y \to \mathtt{a},\ Y \to \mathtt{aa}Y,\ Y \to \mathtt{b},\ X \to YY,\ X \to \mathtt{a},\ X \to \mathtt{c}X\mathtt{c}\},\ X)$$

a) Prove que $\mathtt{cbbabbac} \in \mathcal{L}(G)$, apresentando uma derivação e a árvore de derivação correspondente.

b) Prove que a gramática G é ambígua.

c) Indique uma expressão regular que descreva a linguagem de $\Sigma^\star$ que se pode gerar a partir da variável Y.

d) Indique a forma genérica das palavras de L. Explique sucintamente como chegou a essa conclusão, recorrendo a $\Rightarrow_G^\star$, $\Rightarrow_G$, e $\Rightarrow_G^n$, com $n \in \mathbb{N}$.

e) Usando ou o teorema de Myhill-Nerode ou o lema da repetição, e **1d)**, prove que L não é regular.

f) Converta G à forma normal de Chomsky e aplique o algoritmo CYK para decidir se $\mathtt{cbbab}$ pertence a L. Apresente alguns dos passos intermédios (mais complexos) detalhadamente. Por análise do resultado final, diga ainda, justificando, quais das subpalavras próprias de $\mathtt{cbbab}$ pertencem a L.

g) Averigue se existem GICs lineares à direita ou lineares à esquerda que sejam equivalentes a G. Justifique.

2. Seja r a expressão regular $((((\mathtt{ab}) + \mathtt{b})^\star)(\varepsilon + \mathtt{a}))$ sobre $\Sigma = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}$.

a) Desenhe o diagrama de transição do AFND-ε que resulta da aplicação do método de Thompson à expressão r, de acordo com a construção dada nas aulas. Por aplicação do método de conversão baseado em subconjuntos, converta esse AFND-ε num AFD equivalente (considere apenas os estados acessíveis do estado inicial do AFD e preserve as designações de estados resultantes do método de conversão).

b) Por aplicação do método de Moore, minimize o AFD que obteve em **2a)**. Deve apresentar a sequência de passos intermédios e, se for útil, pode começar por renomear os estados do AFD de partida.

3. Justifique a veracidade ou falsidade de cada uma das afirmações seguintes, onde o alfabeto é $\Sigma = \{\mathtt{0}, \mathtt{1}\}$.

a) Existe uma linguagem regular L tal que $\{\mathtt{0}^n\mathtt{1}^n \mid n \geq 0\} \cup (\Sigma^\star \setminus L)$ não é independente de contexto.

b) O autómato de pilha $(\{q\}, \Sigma, \{\mathtt{A}, \mathtt{B}\}, \delta, q, \mathtt{B}, \{\,\})$, com $\delta(q, \mathtt{0}, \mathtt{B}) = \{(q, \mathtt{A}), (q, \varepsilon)\}$, $\delta(q, \varepsilon, \mathtt{B}) = \{(q, \varepsilon)\}$, $\delta(q, \mathtt{0}, \mathtt{A}) = \{(q, \mathtt{AAA})\}$, $\delta(q, \mathtt{1}, \mathtt{A}) = \{(q, \varepsilon)\}$, e $\delta(q, \varepsilon, \mathtt{A}) = \delta(q, \mathtt{1}, \mathtt{B}) = \{\,\}$, aceita $\mathtt{001111}$ por pilha vazia.

4. Seguindo a caraterização do AFD mínimo dada pelo teorema de Myhill-Nerode, construa o AFD mínimo que aceita a linguagem das palavras de $\{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}^\star$ que têm número ímpar de $\mathtt{b}$'s ou têm $\mathtt{aa}$ como subpalavra.

Resolva apenas uma das alíneas do problema 5. Se resolver ambas, será classificada a alínea 5a).

5. Seja $M = \{\mathtt{b}^k \mid k \geq 2\} \cup \{x\mathtt{a}^n x^R \mid n \geq 0, x \in \{\mathtt{b}, \mathtt{c}\}^\star \text{ e } x \text{ tem número ímpar de } \mathtt{b}\text{'s}\}$ uma linguagem de alfabeto $\Sigma = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}$, onde x^R designa o reverso de x.

a) Determine um autómato de pilha que reconheça a linguagem M por pilha vazia. Descreva a interpretação de cada estado de forma a permitir aferir a correção do autómato (e compreender o algoritmo subjacente).

b) Justifique que M é uma linguagem independente de contexto não ambígua. Não é necessário escrever uma prova formal detalhada, mas a justificação não pode deixar dúvidas de que os argumentos estão corretos. **(Fim)**