CC1004 - Modelos de Computação
Teóricas 5 e 6

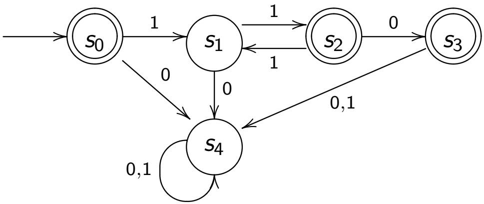
Ana Paula Tomás

Departamento de Ciência de Computadores
Faculdade de Ciências da Universidade do Porto

Março 2021

Exemplo: Descrição por expressões regulares

$L = \{1^{2n} \mid n \geq 0\} \cup \{1^{2n}0 \mid n \geq 1\}$ é descrita por $(11)^\star + 11(11)^\star 0$, que é equivalente a $\varepsilon + 11(11)^\star + 11(11)^\star 0$, e é aceite pelo AFD



Expressão regular que descreve $\mathcal{L}(s_0 \rightsquigarrow s)$ para cada s?

$s_0 \rightsquigarrow s_0$: ε

$s_0 \rightsquigarrow s_1$: $1(11)^\star$

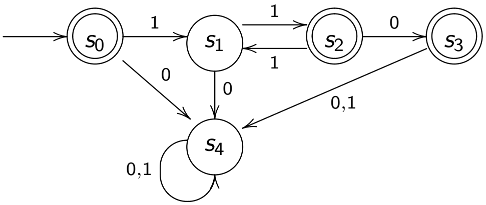
$s_0 \rightsquigarrow s_2$: $11(11)^\star$

$s_0 \rightsquigarrow s_3$: $11(11)^\star 0$

$s_0 \rightsquigarrow s_4$: $(0 + 1(11)^\star 0 + 11(11)^\star 0(0+1))(0+1)^\star$

Exemplo: Descrição por expressões regulares

$L = \{1^{2n} \mid n \geq 0\} \cup \{1^{2n}0 \mid n \geq 1\}$ é descrita por $(11)^\star + 11(11)^\star 0$, que é equivalente a $\varepsilon + 11(11)^\star + 11(11)^\star 0$, e é aceite pelo AFD



Expressão regular que descreve $\mathcal{L}(s_0 \rightsquigarrow s)$ para cada s?

$s_0 \rightsquigarrow s_0$: ε

$s_0 \rightsquigarrow s_1$: $1(11)^\star$

$s_0 \rightsquigarrow s_2$: $11(11)^\star$

$s_0 \rightsquigarrow s_3$: $11(11)^\star 0$

$s_0 \rightsquigarrow s_4$: $(0 + 1(11)^\star 0 + 11(11)^\star 0(0+1))\,(0+1)^\star$

O que vamos estudar a seguir?

- **Autómatos finitos não determinísticos** (AFND).
- **Autómatos finitos não determinísticos com transições por** ε (AFND-ε).

- Algoritmos de conversão:
  - Dado um AFND ou um AFND-ε, construir um AFD equivalente.
  - Dado um autómato finito (AFD, AFND ou AFND-ε), determinar uma expressão regular que descreve a linguagem reconhecida pelo autómato.
  - Dada uma expressão regular, construir um AFND-ε que reconhece a linguagem descrita por essa expressão.

Conclusão:

As linguagens que podem ser descritas por expressões regulares são as que podem ser reconhecidas por autómatos finitos.

AFD, AFND e AFND-ε

Um **autómato finito** é um modelo abstrato de uma máquina, sendo definido por $A = (S, \Sigma, \delta, s_0, F)$, em que S é o conjunto de estados e é finito, Σ é o alfabeto, s_0 é o estado inicial, $F \subseteq S$ é conjunto de estados finais (estados de aceitação) e δ é **a função de transição**, **determinando o tipo de autómato**, assim:

AFD **Autómato finito determinístico**:

δ é uma função de $S \times \Sigma$ em S.

AFND **Autómato finito não determinístico**:

δ é uma função de $S \times \Sigma$ em 2^S;

AFND-ε **Autómato finito não determinístico com transições por** ε:

δ é uma função de $S \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\})$ em 2^S.

onde 2^S denota o conjunto dos subconjuntos de S.

A **linguagem reconhecida pelo autómato** é o conjunto das palavras de $\Sigma^\star$ que o podem levar do estado s_0 a algum estado $s \in F$, sendo completamente processadas.

AFD, AFND e AFND-ε

Um **autómato finito** é um modelo abstrato de uma máquina, sendo definido por $A = (S, \Sigma, \delta, s_0, F)$, em que S é o conjunto de estados e é finito, Σ é o alfabeto, s_0 é o estado inicial, $F \subseteq S$ é conjunto de estados finais (estados de aceitação) e δ é **a função de transição**, **determinando o tipo de autómato**, assim:

AFD **Autómato finito determinístico**:

δ é uma função de $S \times \Sigma$ em S.

AFND **Autómato finito não determinístico**:

δ é uma função de $S \times \Sigma$ em 2^S;

AFND-ε **Autómato finito não determinístico com transições por** ε:

δ é uma função de $S \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\})$ em 2^S.

onde 2^S denota o conjunto dos subconjuntos de S.

A **linguagem reconhecida pelo autómato** é o conjunto das palavras de $\Sigma^\star$ que o podem levar do estado s_0 a algum estado $s \in F$, sendo completamente processadas.

AFD, AFND e AFND-ε

Um **autómato finito** é um modelo abstrato de uma máquina, sendo definido por $A = (S, \Sigma, \delta, s_0, F)$, em que S é o conjunto de estados e é finito, Σ é o alfabeto, s_0 é o estado inicial, $F \subseteq S$ é conjunto de estados finais (estados de aceitação) e δ é **a função de transição**, **determinando o tipo de autómato**, assim:

AFD **Autómato finito determinístico**:

δ é uma função de $S \times \Sigma$ em S.

AFND **Autómato finito não determinístico**:

δ é uma função de $S \times \Sigma$ em 2^S;

AFND-ε **Autómato finito não determinístico com transições por ε**:

δ é uma função de $S \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\})$ em 2^S.

onde 2^S denota o conjunto dos subconjuntos de S.

A **linguagem reconhecida pelo autómato** é o conjunto das palavras de $\Sigma^\star$ que o podem levar do estado s_0 a algum estado $s \in F$, sendo completamente processadas.

AFD, AFND e AFND-ε

Um **autómato finito** é um modelo abstrato de uma máquina, sendo definido por $A = (S, \Sigma, \delta, s_0, F)$, em que S é o conjunto de estados e é finito, Σ é o alfabeto, s_0 é o estado inicial, $F \subseteq S$ é conjunto de estados finais (estados de aceitação) e δ é **a função de transição**, **determinando o tipo de autómato**, assim:

AFD **Autómato finito determinístico**:

δ é uma função de $S \times \Sigma$ em S.

AFND **Autómato finito não determinístico**:

δ é uma função de $S \times \Sigma$ em 2^S;

AFND-ε **Autómato finito não determinístico com transições por** ε:

δ é uma função de $S \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\})$ em 2^S.

onde 2^S denota o conjunto dos subconjuntos de S.

A **linguagem reconhecida pelo autómato** é o conjunto das palavras de $\Sigma^\star$ que o podem levar do estado s_0 a algum estado $s \in F$, sendo completamente processadas.

AFD, AFND e AFND-ε

Um **autómato finito** é um modelo abstrato de uma máquina, sendo definido por $A = (S, \Sigma, \delta, s_0, F)$, em que S é o conjunto de estados e é finito, Σ é o alfabeto, s_0 é o estado inicial, $F \subseteq S$ é conjunto de estados finais (estados de aceitação) e δ é **a função de transição**, **determinando o tipo de autómato**, assim:

AFD **Autómato finito determinístico**:

δ é uma função de $S \times \Sigma$ em S.

AFND **Autómato finito não determinístico**:

δ é uma função de $S \times \Sigma$ em 2^S;

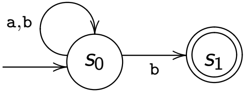
AFND-ε **Autómato finito não determinístico com transições por** ε:

δ é uma função de $S \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\})$ em 2^S.

onde 2^S denota o conjunto dos subconjuntos de S.
A **linguagem reconhecida pelo autómato** é o conjunto das palavras de $\Sigma^\star$ que o podem levar do estado s_0 a algum estado $s \in F$, sendo completamente processadas.

AFDs, AFNDs e AFNDs-ε

AFND que reconhece a linguagem das palavras que terminam em $\texttt{b}$.



$$\delta(s_0, \texttt{b}) = \{s_0, s_1\},$$
$$\delta(s_0, \texttt{a}) = \{s_0\},$$
$$\delta(s_1, \texttt{a}) = \delta(s_1, \texttt{b}) = \emptyset$$

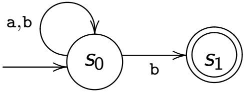
Qualquer palavra que termine em $\texttt{b}$ é aceite pois pode levar o autómato ao estado s_1. Mas, nem ε nem as que terminam em a são aceites porque, depois de as processar, o AFND não pode estar em s_1.

AFND que reconhece $\{x \mid x \in \{\texttt{a}, \texttt{b}\}^\star$ e tem $\texttt{a}$ ou $\texttt{bb}$ como subpalavra$\}$

$$\delta(s_0, \texttt{b}) = \{s_0, s_1\},$$
$$\delta(s_0, \texttt{a}) = \{s_0, s_2\},\ \delta(s_1, \texttt{a}) = \{\},$$
$$\delta(s_1, \texttt{b}) = \{s_2\},$$
$$\delta(s_2, \texttt{b}) = \delta(s_2, \texttt{b}) = \{s_2\}$$

AFDs, AFNDs e AFNDs-ε

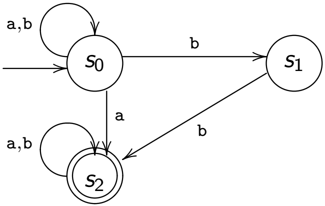
AFND que reconhece a linguagem das palavras que terminam em b.



$$\delta(s_0, \mathtt{b}) = \{s_0, s_1\},$$
$$\delta(s_0, \mathtt{a}) = \{s_0\},$$
$$\delta(s_1, \mathtt{a}) = \delta(s_1, \mathtt{b}) = \emptyset$$

Qualquer palavra que termine em b é aceite pois pode levar o autómato ao estado s_1. Mas, nem ε nem as que terminam em a são aceites porque, depois de as processar, o AFND não pode estar em s_1.

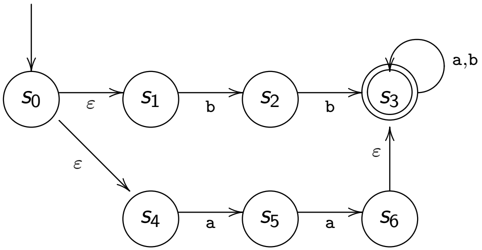
AFND que reconhece $\{x \mid x \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}^\star$ e tem a ou bb como subpalavra$\}$



$$\delta(s_0, \mathtt{b}) = \{s_0, s_1\},$$
$$\delta(s_0, \mathtt{a}) = \{s_0, s_2\},\ \delta(s_1, \mathtt{a}) = \{\},$$
$$\delta(s_1, \mathtt{b}) = \{s_2\},$$
$$\delta(s_2, \mathtt{b}) = \delta(s_2, \mathtt{b}) = \{s_2\}$$

AFDs, AFNDs e AFNDs-ε

AFND-ε que reconhece a linguagem das palavras que começam por aa ou por bb.



$\delta(s_0,\varepsilon) = \{s_1, s_4\}$,
$\delta(s_1,\mathtt{b}) = \{s_2\}$,
$\delta(s_2,\mathtt{b}) = \{s_3\}$,
$\delta(s_3,\mathtt{a}) = \delta(s_3,\mathtt{b}) = \{s_3\}$,
$\delta(s_4,\mathtt{a}) = \{s_5\}$,
$\delta(s_5,\mathtt{a}) = \{s_6\}$,
$\delta(s_6,\varepsilon) = \{s_3\}$

Para todos os restantes, $\delta(s,\alpha) = \emptyset$, com $(s,\alpha) \in S \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\})$

Na transição por ε, muda de estado sem consumir símbolos da palavra.

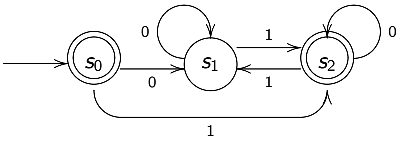
Este AFND-ε serve só para ilustração. Poderiamos ter evitado as transições por ε, juntando s_3 com s_6, e s_0 com s_1 e s_4.

Conversões: AFD para AFND e AFND para AFND-ε

Proposição: AFND equivalente a AFD

Dado um AFD $A = (S, \Sigma, \delta, s_0, F)$, o AFND $A' = (S, \Sigma, \delta', s_0, F)$, com $\delta'(s, a) = \{\delta(s, a)\}$, é equivalente a A.

Exemplo:
O AFD representado pelo diagrama de transição à esquerda pode ser visto como um AFND $A' = (S, \Sigma, \delta', s_0, F)$, se definirmos δ' de $S \times \Sigma$ em 2^S como se indica à direita.



$$\begin{aligned}
\delta'(s_0, 0) &= \{s_1\}\\
\delta'(s_0, 1) &= \{s_2\}\\
\delta'(s_1, 0) &= \{s_1\}\\
\delta'(s_1, 1) &= \{s_2\}\\
\delta'(s_2, 0) &= \{s_2\}\\
\delta'(s_2, 1) &= \{s_1\}
\end{aligned}$$

Um AFD pode assim ser considerado como um caso particular de AFND.

Conversões: AFD para AFND e AFND para AFND-ε

Proposição: AFND-ε equivalente a AFND

Dado um AFND $A = (S, \Sigma, \delta, s_0, F)$, o AFND-$\varepsilon$ $A' = (S, \Sigma, \delta', s_0, F)$, com $\delta'(s, \varepsilon) = \{\}$, para todo $s \in S$ e $\delta'(s, a) = \delta(s, a)$, para $a \in \Sigma$, é equivalente a A.

Um AFND pode assim ser considerado como um caso particular de AFND-ε, com $\delta'(s, \varepsilon) = \{\}$, para todo $s \in S$, pois não tem transições por ε em nenhum estado.

Conclusão:
As linguagens aceites por AFDs podem ser reconhecidas por AFNDs e AFNDs-ε.

Questão: Serão os AFNDs e AFNDs-ε **mais potentes** do que os AFDs? Ou seja, existe alguma linguagem que pode ser reconhecida por um AFND-ε mas não pode ser reconhecida por um AFD? Vamos ver que a resposta à questão é não!

Conversão: AFND para AFD

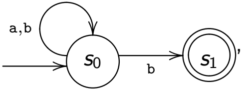
Proposição: AFD equivalente a AFND

O AFND $A = (S, \Sigma, \delta, s_0, F)$ é equivalente ao AFD $A' = (S', \Sigma, \delta', s'_0, F')$, com $S' = 2^S$, $s'_0 = \{s_0\}$ e $F' = \{E \in S' \mid E \cap F \neq \emptyset\}$ e

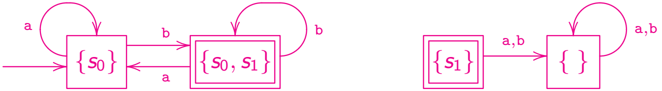
$$\delta'(E, a) = \bigcup_{s \in E} \delta(s, a)$$

O método de conversão de AFNDs para AFDs que resulta desta proposição será designado por **"construção baseada em subconjuntos"**.

Exemplo: Para o AFND

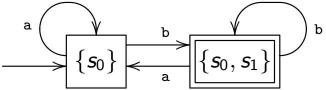


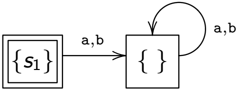
, o AFD resultante desta construção é:



Conversão: AFND para AFD

Exemplo (cont):



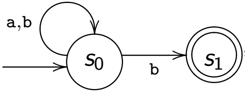


Os estados $\{\ \}$ e $\{s_1\}$ poderiam ser eliminados, pois não sendo acessíveis do estado inicial do AFD, i.e., de $\{s_0\}$, não servem nem para o AFD aceitar nem para rejeitar palavras.

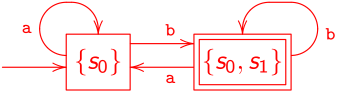
Se na construção mantivermos apenas os estados acessíveis de $\boxed{\{s_0\}}$ então cada estado do AFD representa o conjunto de estados possíveis para o AFND em cada momento.

Ou seja, o AFD estaria a simular o AFND: o conjunto de estados em que o AFND pode estar se processar uma palavra x a partir de s_0 é "memorizado" na designação que se tem no estado a que o AFD chega se consumir x, qualquer que seja $x \in \Sigma^\star$.

Conversão: AFND para AFD

Exemplo (cont): O AFD equivalente ao AFND 

, que se obtém se descartamos *estados impossíveis*, é:



Proposição: AFD equivalente a AFND (versão 2)

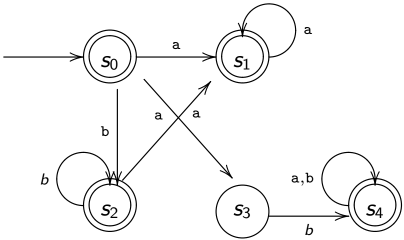
O AFND $A = (S, \Sigma, \delta, s_0, F)$ é equivalente ao AFD $A' = (S', \Sigma, \delta', s_0', F')$, com $S' = \{E \mid E \in 2^S$ é acessível do estado inicial $\{s_0\}\}$, $s_0' = \{s_0\}$, $F' = \{E \mid E \cap F \neq \emptyset\}$ e $\delta'(E, a) = \bigcup_{s \in E} \delta(s, a)$.

Conversão: AFND para AFD

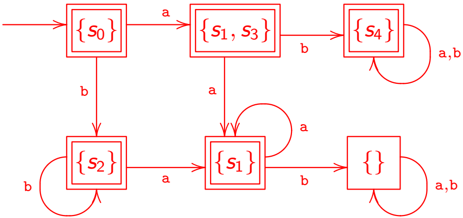
Exemplo:

AFND que reconhece a linguagem das palavras de $\{a, b\}^\star$ que não têm b's depois de a's ou começam por ab. À direita, o AFD equivalente obtido pelo método baseado em subconjuntos, com remoção de estados não acessíveis de $\{s_0\}$.

AFND



AFD



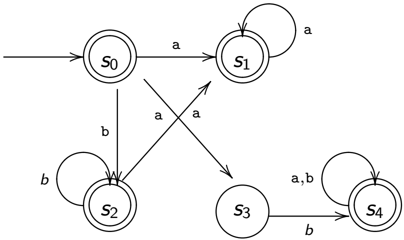
Se considerarmos os estados não acessíveis do estado inicial, o AFD teria $2^5 = 32$ estados em vez de 6.

Conversão: AFND para AFD

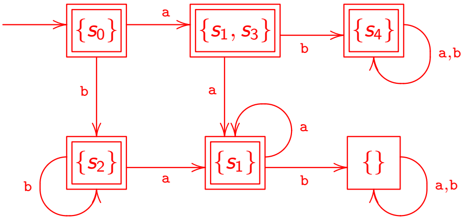
Exemplo:

AFND que reconhece a linguagem das palavras de $\{a, b\}^\star$ que não têm b's depois de a's ou começam por ab. À direita, o AFD equivalente obtido pelo método baseado em subconjuntos, com remoção de estados não acessíveis de $\{s_0\}$.

AFND



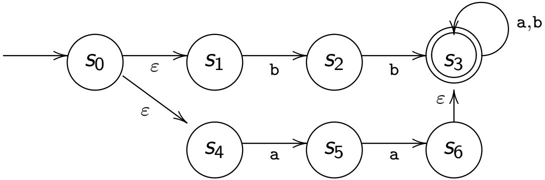
AFD



Se considerarmos os estados não acessíveis do estado inicial, o AFD teria $2^5 = 32$ estados em vez de 6.

Conversão: AFND-ε para AFD

Exemplo:

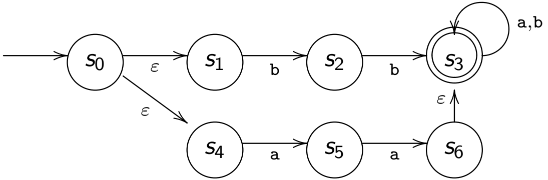


O conjunto de estados em que pode estar se a palavra for ε é $\{s_0, s_1, s_4\}$. Se for aa é $\{s_3, s_6\}$. **O AFD equivalente é**:

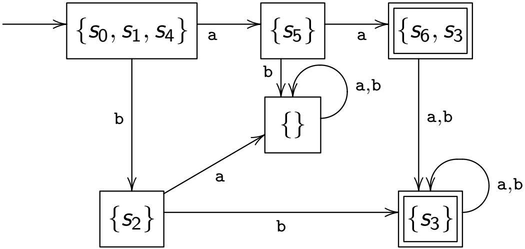
Apenas considerámos os estados acessíveis do inicial. A seguir, vamos apresentar o **método de conversão** formalmente.

Conversão: AFND-ε para AFD

Exemplo:



O conjunto de estados em que pode estar se a palavra for ε é $\{s_0, s_1, s_4\}$. Se for aa é $\{s_3, s_6\}$. **O AFD equivalente é**:



Apenas considerámos os estados acessíveis do inicial. A seguir, vamos apresentar o **método de conversão** formalmente.

Conversão: AFND-ε para AFD

Dado um AFND-ε, definimos $Fecho_\varepsilon(s) = \{s\} \cup \{\text{estados acessíveis do estado } s \text{ por } \varepsilon\}$.
$Fecho_\varepsilon(s)$ é o conjunto de estados a que consegue aceder a partir de s sem consumir símbolos da palavra. Apenas, pode "consumir" ε nas transições efetuadas no percurso, podendo passar por vários estados. Por definição, o estado de s pertence ao $Fecho_\varepsilon(s)$.

Se E for um conjunto de estados, definimos $Fecho_\varepsilon(E) = \bigcup_{s\in E} Fecho_\varepsilon(s)$.

Observação:
$Fecho_\varepsilon(E_1) \cup Fecho_\varepsilon(E_2) = Fecho_\varepsilon(E_1 \cup E_2)$, quaisquer que sejam os conjuntos E_1 e E_2.
$\bigcup_{k=1}^n Fecho_\varepsilon(E_k) = Fecho_\varepsilon(\bigcup_{k=1}^n E_k)$, quaisquer que sejam os E_k, com $1 \leq k \leq n$.

Proposição: AFD equivalente a AFND-ε

Dado um AFND-ε $A = (S, \Sigma, \delta, s_0, F)$, seja $A' = (S', \Sigma, \delta', s_0', F')$, com $S' = 2^S$, $s_0' = Fecho_\varepsilon(s_0)$ $F' = \{E \in S' \mid E \cap F \neq \emptyset\}$ e

$$\delta'(E, a) = \bigcup_{s\in Fecho_\varepsilon(E)} Fecho_\varepsilon(\delta(s, a)) = Fecho_\varepsilon(\bigcup_{s\in Fecho_\varepsilon(E)} \delta(s, a)).$$

O AFD A' é equivalente ao AFND-ε A.

Conversão: AFND-ε para AFD

Dado um AFND-ε, definimos $Fecho_\varepsilon(s) = \{s\} \cup \{\text{estados acessíveis do estado } s \text{ por } \varepsilon\}$. $Fecho_\varepsilon(s)$ é o conjunto de estados a que consegue aceder a partir de s sem consumir símbolos da palavra. Apenas, pode "consumir" ε nas transições efetuadas no percurso, podendo passar por vários estados. Por definição, o estado de s pertence ao $Fecho_\varepsilon(s)$.

Se E for um conjunto de estados, definimos $Fecho_\varepsilon(E) = \bigcup_{s\in E} Fecho_\varepsilon(s)$.

Observação:

$Fecho_\varepsilon(E_1) \cup Fecho_\varepsilon(E_2) = Fecho_\varepsilon(E_1 \cup E_2)$, quaisquer que sejam os conjuntos E_1 e E_2.

$\bigcup_{k=1}^{n} Fecho_\varepsilon(E_k) = Fecho_\varepsilon(\bigcup_{k=1}^{n} E_k)$, quaisquer que sejam os E_k, com $1 \leq k \leq n$.

Proposição: AFD equivalente a AFND-ε

Dado um AFND-ε $A = (S, \Sigma, \delta, s_0, F)$, seja $A' = (S', \Sigma, \delta', s_0', F')$, com $S' = 2^S$, $s_0' = Fecho_\varepsilon(s_0)$ $F' = \{E \in S' \mid E \cap F \neq \emptyset\}$ e

$$\delta'(E, a) = \bigcup_{s \in Fecho_\varepsilon(E)} Fecho_\varepsilon(\delta(s, a)) = Fecho_\varepsilon\Big(\bigcup_{s \in Fecho_\varepsilon(E)} \delta(s, a)\Big).$$

O AFD A' é equivalente ao AFND-ε A.

Conversão: AFND-ε para AFD

Dado um AFND-ε, definimos $Fecho_\varepsilon(s) = \{s\} \cup \{\text{estados acessíveis do estado } s \text{ por } \varepsilon\}$.
$Fecho_\varepsilon(s)$ é o conjunto de estados a que consegue aceder a partir de s sem consumir símbolos da palavra. Apenas, pode "consumir" ε nas transições efetuadas no percurso, podendo passar por vários estados. Por definição, o estado de s pertence ao $Fecho_\varepsilon(s)$.

Se E for um conjunto de estados, definimos $Fecho_\varepsilon(E) = \bigcup_{s\in E} Fecho_\varepsilon(s)$.

Observação:
$Fecho_\varepsilon(E_1) \cup Fecho_\varepsilon(E_2) = Fecho_\varepsilon(E_1 \cup E_2)$, quaisquer que sejam os conjuntos E_1 e E_2.
$\bigcup_{k=1}^n Fecho_\varepsilon(E_k) = Fecho_\varepsilon(\bigcup_{k=1}^n E_k)$, quaisquer que sejam os E_k, com $1 \leq k \leq n$.

Proposição: AFD equivalente a AFND-ε

Dado um AFND-ε $A = (S, \Sigma, \delta, s_0, F)$, seja $A' = (S', \Sigma, \delta', s_0', F')$, com $S' = 2^S$, $s_0' = Fecho_\varepsilon(s_0)$ $F' = \{E \in S' \mid E \cap F \neq \emptyset\}$ e

$$\delta'(E, a) = \bigcup_{s\in Fecho_\varepsilon(E)} Fecho_\varepsilon(\delta(s, a)) = Fecho_\varepsilon(\bigcup_{s\in Fecho_\varepsilon(E)} \delta(s, a)).$$

O AFD A' é equivalente ao AFND-ε A.

Conversão: AFND-ε para AFD

Remoção de estados não acessíveis do estado inicial:

Com $s_0' = Fecho_\varepsilon(s_0)$, basta tomar $\{E \mid E \in 2^S$ é acessível $s_0'\}$. Se o fizermos, podemos também **simplificar a definição da função** δ', como se indica a seguir, porque para $E \in S'$ teremos $Fecho_\varepsilon(E) = E$. O **estado em que o AFD se encontra após consumir uma palavra** w **representa o conjunto de estados em que o AFND-**ε **pode estar após processar** w, qualquer que seja $w \in \Sigma^\star$.

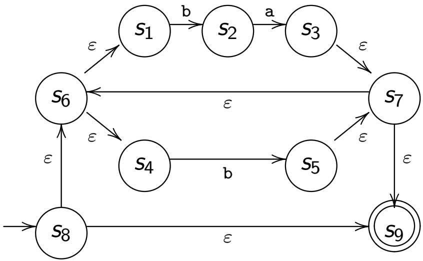
Proposição: AFD equivalente a AFND-ε (versão II)

Dado um AFND-ε $A = (S, \Sigma, \delta, s_0, F)$, seja $A' = (S', \Sigma, \delta', s_0', F')$, com $s_0' = Fecho_\varepsilon(s_0)$, $S' = \{E \mid E \in 2^S$ é acessível $s_0'\}$, $F' = \{E \in S' \mid E \cap F \neq \emptyset\}$ e

$$\delta'(E, a) = \bigcup_{s \in E} Fecho_\varepsilon(\delta(s, a)) = Fecho_\varepsilon(\bigcup_{s \in E} \delta(s, a)).$$

O AFD A' é equivalente ao AFND-ε A.

Exemplo: Conversão de AFND-ε para AFD



$$
\begin{array}{lcl}
Fecho_\varepsilon(s_1) & = & \{s_1\} \\
Fecho_\varepsilon(s_2) & = & \{s_2\} \\
Fecho_\varepsilon(s_3) & = & \{s_3, s_7, s_9, s_6, s_1, s_4\} \\
Fecho_\varepsilon(s_4) & = & \{s_4\} \\
Fecho_\varepsilon(s_5) & = & \{s_5, s_7, s_9, s_6, s_1, s_4\} \\
Fecho_\varepsilon(s_6) & = & \{s_6, s_1, s_4\} \\
Fecho_\varepsilon(s_7) & = & \{s_7, s_9, s_6, s_1, s_4\} \\
Fecho_\varepsilon(s_8) & = & \{s_8, s_9, s_6, s_1, s_4\} \\
Fecho_\varepsilon(s_9) & = & \{s_9\}
\end{array}
$$

Estado inicial do AFD: $Fecho_\varepsilon(s_8) = \{s_8, s_9, s_6, s_1, s_4\}$.

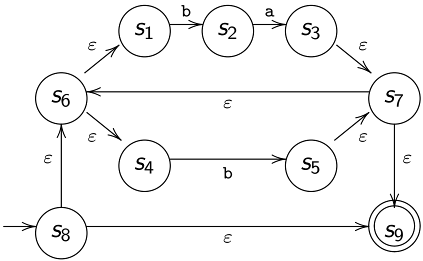
$$
\begin{array}{lcl}
\delta'(\{s_8, s_9, s_6, s_1, s_4\}, \mathrm{a}) & = & Fecho_\varepsilon(\bigcup_{s \in \{s_8, s_9, s_6, s_1, s_4\}} \delta(s, \mathrm{a})\ ) = Fecho_\varepsilon(\{\}) = \{\} \\
\delta'(\{s_8, s_9, s_6, s_1, s_4\}, \mathrm{b}) & = & Fecho_\varepsilon(\{s_2, s_5\}) = \{s_2, s_5, s_7, s_9, s_6, s_1, s_4\}
\end{array}
$$

porque

$\delta(s_8, \mathrm{a}) \cup \delta(s_9, \mathrm{a}) \cup \delta(s_6, \mathrm{a}) \cup \delta(s_1, \mathrm{a}) \cup \delta(s_4, \mathrm{a}) = \{\} \cup \{\} \cup \{\} \cup \{\} \cup \{\} = \{\}$

$\delta(s_8, \mathrm{b}) \cup \delta(s_9, \mathrm{b}) \cup \delta(s_6, \mathrm{b}) \cup \delta(s_1, \mathrm{b}) \cup \delta(s_4, \mathrm{b}) = \{\} \cup \{\} \cup \{\} \cup \{s_2\} \cup \{s_5\} = \{s_2, s_5\}$

Exemplo: Conversão de AFND-ε para AFD



$$
\begin{aligned}
Fecho_\varepsilon(s_1) &= \{s_1\}\\
Fecho_\varepsilon(s_2) &= \{s_2\}\\
Fecho_\varepsilon(s_3) &= \{s_3, s_7, s_9, s_6, s_1, s_4\}\\
Fecho_\varepsilon(s_4) &= \{s_4\}\\
Fecho_\varepsilon(s_5) &= \{s_5, s_7, s_9, s_6, s_1, s_4\}\\
Fecho_\varepsilon(s_6) &= \{s_6, s_1, s_4\}\\
Fecho_\varepsilon(s_7) &= \{s_7, s_9, s_6, s_1, s_4\}\\
Fecho_\varepsilon(s_8) &= \{s_8, s_9, s_6, s_1, s_4\}\\
Fecho_\varepsilon(s_9) &= \{s_9\}
\end{aligned}
$$

Estado inicial do AFD: $Fecho_\varepsilon(s_8) = \{s_8, s_9, s_6, s_1, s_4\}$.

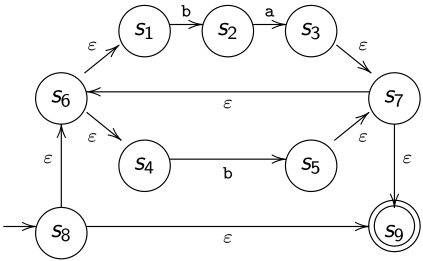
$$
\begin{aligned}
\delta'(\{s_8, s_9, s_6, s_1, s_4\}, \mathrm{a}) &= Fecho_\varepsilon\left(\textstyle\bigcup_{s\in\{s_8,s_9,s_6,s_1,s_4\}} \delta(s, \mathrm{a})\right) = Fecho_\varepsilon(\{\}) = \{\}\\
\delta'(\{s_8, s_9, s_6, s_1, s_4\}, \mathrm{b}) &= Fecho_\varepsilon(\{s_2, s_5\}) = \{s_2, s_5, s_7, s_9, s_6, s_1, s_4\}
\end{aligned}
$$

porque

$\delta(s_8, \mathrm{a}) \cup \delta(s_9, \mathrm{a}) \cup \delta(s_6, \mathrm{a}) \cup \delta(s_1, \mathrm{a}) \cup \delta(s_4, \mathrm{a}) = \{\} \cup \{\} \cup \{\} \cup \{\} \cup \{\} = \{\}$

$\delta(s_8, \mathrm{b}) \cup \delta(s_9, \mathrm{b}) \cup \delta(s_6, \mathrm{b}) \cup \delta(s_1, \mathrm{b}) \cup \delta(s_4, \mathrm{b}) = \{\} \cup \{\} \cup \{\} \cup \{s_2\} \cup \{s_5\} = \{s_2, s_5\}$

Exemplo: Conversão de AFND-ε para AFD



$$
\begin{aligned}
Fecho_\varepsilon(s_1) &= \{s_1\}\\
Fecho_\varepsilon(s_2) &= \{s_2\}\\
Fecho_\varepsilon(s_3) &= \{s_3, s_7, s_9, s_6, s_1, s_4\}\\
Fecho_\varepsilon(s_4) &= \{s_4\}\\
Fecho_\varepsilon(s_5) &= \{s_5, s_7, s_9, s_6, s_1, s_4\}\\
Fecho_\varepsilon(s_6) &= \{s_6, s_1, s_4\}\\
Fecho_\varepsilon(s_7) &= \{s_7, s_9, s_6, s_1, s_4\}\\
Fecho_\varepsilon(s_8) &= \{s_8, s_9, s_6, s_1, s_4\}\\
Fecho_\varepsilon(s_9) &= \{s_9\}
\end{aligned}
$$

Estado inicial do AFD: $Fecho_\varepsilon(s_8) = \{s_8, s_9, s_6, s_1, s_4\}$.

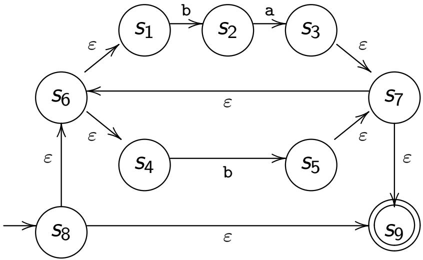
$$
\begin{aligned}
\delta'(\{s_8, s_9, s_6, s_1, s_4\}, \mathtt{a}) &= Fecho_\varepsilon\big(\textstyle\bigcup_{s \in \{s_8, s_9, s_6, s_1, s_4\}} \delta(s, \mathtt{a})\ \big) = Fecho_\varepsilon(\{\}) = \{\}\\
\delta'(\{s_8, s_9, s_6, s_1, s_4\}, \mathtt{b}) &= Fecho_\varepsilon(\{s_2, s_5\}) = \{s_2, s_5, s_7, s_9, s_6, s_1, s_4\}
\end{aligned}
$$

porque

$\delta(s_8, \mathtt{a}) \cup \delta(s_9, \mathtt{a}) \cup \delta(s_6, \mathtt{a}) \cup \delta(s_1, \mathtt{a}) \cup \delta(s_4, \mathtt{a}) = \{\} \cup \{\} \cup \{\} \cup \{\} \cup \{\} = \{\}$

$\delta(s_8, \mathtt{b}) \cup \delta(s_9, \mathtt{b}) \cup \delta(s_6, \mathtt{b}) \cup \delta(s_1, \mathtt{b}) \cup \delta(s_4, \mathtt{b}) = \{\} \cup \{\} \cup \{\} \cup \{s_2\} \cup \{s_5\} = \{s_2, s_5\}$

Exemplo: Conversão de AFND-ε para AFD

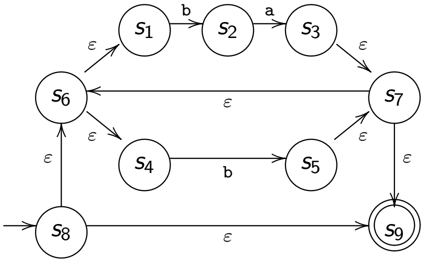


$$
\begin{aligned}
Fecho_\varepsilon(s_1) &= \{s_1\}\\
Fecho_\varepsilon(s_2) &= \{s_2\}\\
Fecho_\varepsilon(s_3) &= \{s_3, s_7, s_9, s_6, s_1, s_4\}\\
Fecho_\varepsilon(s_4) &= \{s_4\}\\
Fecho_\varepsilon(s_5) &= \{s_5, s_7, s_9, s_6, s_1, s_4\}\\
Fecho_\varepsilon(s_6) &= \{s_6, s_1, s_4\}\\
Fecho_\varepsilon(s_7) &= \{s_7, s_9, s_6, s_1, s_4\}\\
Fecho_\varepsilon(s_8) &= \{s_8, s_9, s_6, s_1, s_4\} \leftarrow\\
Fecho_\varepsilon(s_9) &= \{s_9\}
\end{aligned}
$$

	a	b
$\rightarrow * \{s_8, s_9, s_6, s_1, s_4\}$	$\{\}$	$\{s_2, s_5, s_7, s_9, s_6, s_1, s_4\}$
$\{\}$	$\{\}$	$\{\}$
$* \{s_2, s_5, s_7, s_9, s_6, s_1, s_4\}$	$\{s_3, s_7, s_9, s_6, s_1, s_4\}$	$\{s_2, s_5, s_7, s_9, s_6, s_1, s_4\}$
$* \{s_3, s_7, s_9, s_6, s_1, s_4\}$	$\{\}$	$\{s_2, s_5, s_7, s_9, s_6, s_1, s_4\}$

A tabela representa o AFD: $\rightarrow$ assinala o estado inicial e $*$ assinala estados finais.

Exemplo: Conversão de AFND-ε para AFD



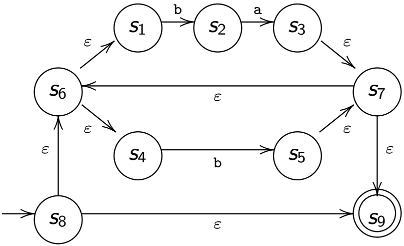
$$
\begin{aligned}
Fecho_\varepsilon(s_1) &= \{s_1\}\\
Fecho_\varepsilon(s_2) &= \{s_2\}\\
Fecho_\varepsilon(s_3) &= \{s_3, s_7, s_9, s_6, s_1, s_4\}\\
Fecho_\varepsilon(s_4) &= \{s_4\}\\
Fecho_\varepsilon(s_5) &= \{s_5, s_7, s_9, s_6, s_1, s_4\}\\
Fecho_\varepsilon(s_6) &= \{s_6, s_1, s_4\}\\
Fecho_\varepsilon(s_7) &= \{s_7, s_9, s_6, s_1, s_4\}\\
Fecho_\varepsilon(s_8) &= \{s_8, s_9, s_6, s_1, s_4\} \leftarrow\\
Fecho_\varepsilon(s_9) &= \{s_9\}
\end{aligned}
$$

	a	b
$\rightarrow * \{s_8, s_9, s_6, s_1, s_4\}$	$\{\}$	$\{s_2, s_5, s_7, s_9, s_6, s_1, s_4\}$
$\{\}$	$\{\}$	$\{\}$
$* \{s_2, s_5, s_7, s_9, s_6, s_1, s_4\}$	$\{s_3, s_7, s_9, s_6, s_1, s_4\}$	$\{s_2, s_5, s_7, s_9, s_6, s_1, s_4\}$
$* \{s_3, s_7, s_9, s_6, s_1, s_4\}$	$\{\}$	$\{s_2, s_5, s_7, s_9, s_6, s_1, s_4\}$

A tabela representa o AFD: $\rightarrow$ assinala o estado inicial e $*$ assinala estados finais.

Exemplo: Conversão de AFND-ε para AFD

AFND-ε que reconhece a linguagem descrita por $(\mathtt{ba} + \mathtt{b})^\star$:



AFD equivalente obtido pelo método de construção baseado em subconjuntos:

Os nomes dos estados dão-nos informação útil mas não são relevantes para o AFD.