

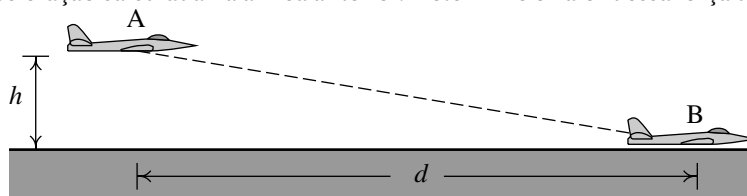
Nome: Daniela dos Santos Tomás

7.6

Turma: 2LEIC12

**Duração 2 horas. Pode consultar unicamente o formulário entregue com este enunciado. Pode usar calculadora ou PC, mas unicamente para realizar cálculos e não para consultar apontamentos ou comunicar com outros! Use  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ .**

1. (1 em 3) O avião na figura tem massa igual a  $3 \times 10^4 \text{ kg}$ . O piloto ajusta a trajetória de forma a descer desde o ponto A, com altura  $h = 480 \text{ m}$ , até o ponto B, com altura 0, em linha reta e com velocidade a diminuir a uma taxa constante, desde  $300 \text{ km/h}$  em A, até  $200 \text{ km/h}$  em B. A distância horizontal entre os pontos A e B é  $d = 4.1 \text{ km}$ . (a) Determine o valor da aceleração entre A e B. (b) A interação dos mecanismos do avião com o ar produz uma força com componentes tangencial e normal, que junto com o peso do avião dão origem à aceleração calculada na alínea anterior. Determine o valor dessa força de interação do ar com o avião.



2. (1.1 em 3) Um corpo com massa  $m = 0.2 \text{ kg}$  desloca-se, sem rodar, ao longo do eixo dos  $x$ , sob a ação de uma força resultante conservativa com energia potencial  $U = 6 - 3.11x + 0.58x^2$  (unidades SI), onde  $x$  é a posição do centro de massa do corpo. (a) Explique porque é que o único movimento possível do corpo é movimento oscilatório. (b) Determine o valor do período de oscilação.

**PERGUNTAS.** Respostas certas, 1 valor, erradas,  $-0.25$ , em branco, 0.

3. Qual das seguintes afirmações, acerca da origem no espaço de fase num sistema dinâmico de duas espécies, é correta?
- A. É sempre ponto de equilíbrio instável.  
B. É sempre ponto de equilíbrio, do tipo sela.  
C. Pode não ser ponto de equilíbrio.  
D. É sempre ponto de equilíbrio estável.  
E. **É sempre ponto de equilíbrio, de qualquer tipo.**
- Sua resposta: E (+1)
6. O espaço de fase dum sistema dinâmico é o plano  $xy$ . Em coordenadas polares, as equações de evolução são  $\dot{\theta} = -3$ ,  $\dot{r} = r^3 + 2r^2 + r$ . Que tipo de ponto de equilíbrio é a origem?
- A. nó repulsivo      C. ponto de sela      E. nó atrativo  
B. **foco repulsivo**      D. foco atrativo
- Sua resposta: B (+1)

4. A trajetória de uma partícula na qual atua uma força central é sempre plana e pode ser descrita em coordenadas polares  $r$  e  $\theta$ . As expressões da energia cinética e da energia potencial central em questão são:

$$E_c = \frac{m}{2}(r^2\dot{\theta}^2 + \dot{r}^2) \quad U = kr^4$$

onde  $m$  é a massa do corpo e  $k$  uma constante. Encontre a equação de movimento para  $\ddot{r}$

- A.  $r^2\dot{\theta}^2 + \frac{4kr^3}{m}$       D.  $r\dot{\theta}^2 - \frac{4kr^3}{m}$   
B.  $r^2\dot{\theta}^2 - \frac{4kr^3}{m}$       E.  $r\dot{\theta} + \frac{4kr^3}{m}$   
C.  $r\ddot{\theta} + \frac{4kr^3}{m}$

Sua resposta: D (+1)

5. Um sistema não linear tem um centro no ponto P. Qual das afirmações seguintes, acerca da matriz jacobiana no ponto P, é verdadeira?

- A. o traço é positivo  
B. o traço é negativo  
C. **o traço é nulo.**  
D. o determinante é negativo  
E. o determinante é nulo

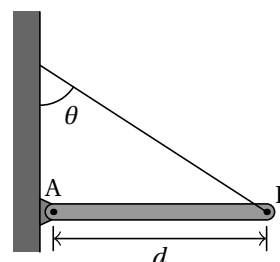
Sua resposta: C (+1)

7. Um aluno empurra um bloco de massa  $500 \text{ g}$ , sobre uma mesa horizontal, com uma aceleração constante de  $1.8 \text{ m/s}^2$ . A força que o aluno exerce é horizontal. Sabendo que o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a mesa é  $0.4$ , calcule o módulo da força do aluno sobre o bloco.

- A.  $5.72 \text{ N}$       C.  $7.15 \text{ N}$       E.  $28.6 \text{ N}$   
B.  **$2.86 \text{ N}$**       D.  $1.06 \text{ N}$

Sua resposta: B (+1)

8. A barra homogénea na figura tem massa  $2.1 \text{ kg}$  e comprimento  $d = 1.4 \text{ m}$ . O ponto A da barra está ligado a um pino, num suporte fixo à parede, que permite que a barra rode para cima ou para baixo, enquanto o ponto A permanece fixo. No ponto B está ligada uma corda, colada à parede formando um ângulo  $\theta = 47^\circ$ , que faz com que a barra permaneça na posição horizontal. Determine o valor da tensão na corda.

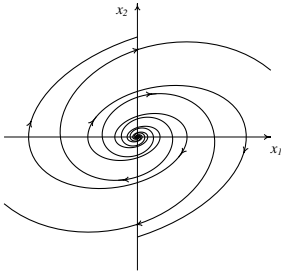


- A.  $11.5 \text{ N}$       C.  $8.6 \text{ N}$       E.  $20.1 \text{ N}$   
B.  **$15.1 \text{ N}$**       D.  $18.0 \text{ N}$

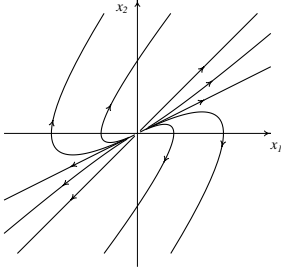
Sua resposta: Em branco

9. Os dois valores próprios da matriz dum sistema dinâmico linear com duas variáveis de estado são  $\lambda_1 = -0.2 + i0.8$  e  $\lambda_2 = -0.2 - i0.8$ . Qual dos gráficos representa o retrato de fase desse sistema?

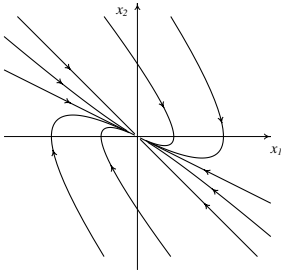
A.



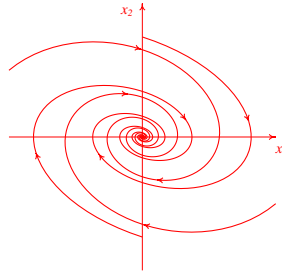
B.



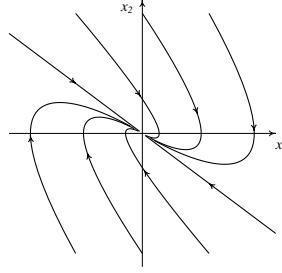
C.



D.



E.



Sua resposta: D (+1)

10. Dois corpos A e B, com a mesma massa, penduram-se de duas molas com a mesma constante elástica. Ambos objetos são deslocados na vertical e largados do repouso, fazendo com que oscilem na vertical. O deslocamento inicial de A é duas vezes maior do que o de B. Qual é a relação entre as energias mecânicas dos dois corpos?

- A. A energia de B é metade da energia de A.  
B. Ambos corpos têm a mesma energia.  
C. A energia de A é 1/4 da energia de B.  
D. A energia de B é 1/4 da energia de A.  
E. A energia de A é metade da energia de B.

Sua resposta: A (-0.25)

11. Uma esfera roda sem deslizar sobre a superfície dum plano inclinado com 35 cm de altura, partindo do repouso. Determine a velocidade do centro de massa da esfera, quando chega ao fim da rampa, desprezando a resistência do ar e sabendo que o momento de inércia de uma esfera de massa  $m$  e raio  $r$ , à volta do seu eixo, é  $\frac{2}{5} m r^2$ .

- A. 1.59 m/s      C. 1.30 m/s      E. 2.62 m/s  
B. 1.79 m/s      D. 2.21 m/s

Sua resposta: E (-0.25)

12. O vetor velocidade duma partícula, em função do tempo, é:  $t^3 \hat{i} + 0.2 t^2 \hat{j}$  (unidades SI). Em  $t = 0$  a partícula parte do ponto  $y = -5$  no eixo dos  $y$ . Calcule o tempo que demora até passar pelo eixo dos  $x$ .

- A. 3.68 s      C. 5.0 s      E. 2.92 s  
B. 7.07 s      D. 4.22 s

Sua resposta: Em branco

13. Qual das seguintes equações poderá ser uma das equações de evolução num sistema predador presa?

- A.  $\dot{y} = 6y - y^2$       D.  $\dot{y} = x + x y^2$   
B.  $\dot{y} = 2y^2 - 3y$       E.  $\dot{y} = 2y - 5y^2$   
C.  $\dot{y} = 2xy + 3y$

Sua resposta: Em branco

14. A expressão da força tangencial sobre uma partícula é

$$-s^2 + 14s - 48$$

onde  $s$  é a posição na trajetória. Sabendo que em  $t = 0$  a partícula encontrava-se em repouso na posição  $s = 7$ , onde se encontrará após um tempo muito elevado?

- A. Muito afastada, em  $s \rightarrow \infty$   
B. Oscilando à volta de  $s = 8$   
C. Em  $s = 6$   
D. Oscilando à volta de  $s = 6$   
E. Em  $s = 8$

Sua resposta: Em branco

15. Um projétil lançado verticalmente para cima atinge uma altura  $h$  máxima, que depende da velocidade inicial com que foi lançado, antes de voltar a cair. Se a velocidade for muito elevada, a altura pode atingir valores elevados, onde a aceleração da gravidade já não é a constante  $g$  mas é dada pela expressão:

$$\frac{g R^2}{(R + h)^2}$$

onde  $R = 6.4 \times 10^6$  m é o raio da Terra. Desprezando a resistência do ar, determine o valor mínimo que deverá ter a velocidade inicial, para o objeto atingir uma altura máxima infinita; ou seja, fugir ao campo gravítico da Terra.

- A.  $1.9 \times 10^3$  m/s      C.  $11.2 \times 10^3$  m/s      E.  $3.7 \times 10^3$  m/s  
B.  $2.2 \times 10^3$  m/s      D.  $1.4 \times 10^3$  m/s

Sua resposta: Em branco

16. Um objeto desloca-se numa trajetória circular de forma que a sua velocidade angular é dada pela expressão:

$$\omega = b e^{-n\theta}$$

onde  $b$  e  $n$  são duas constantes e  $\theta$  é o ângulo ao longo da circunferência. Qual é a expressão para a aceleração angular em função do ângulo  $\theta$ ?

- A.  $-n b^2 e^{-n\theta}$       C.  $-n b e^{-n\theta}$       E.  $-b e^{-(n+1)\theta}$   
B.  $n b^2 e^{-n\theta}$       D.  $-n b^2 e^{-2n\theta}$

Sua resposta: Em branco