

Álgebra Linear e Geometria Analítica (M1002)
1^o Teste 02/12/2020 Duração: 120 minutos

(Cotação: 10 valores) *Todas as respostas devem ser convenientemente justificadas.*

1. **(2 valores)** Sabe-se que a matriz

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & 0 & 0 & c \\ 0 & 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b - c^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b^2 - 1 \end{array} \right]$$

é a matriz em escada reduzida de um sistema de variáveis x, y, z e w .

- (a) Para $b = 1 = c$ determine **todas** as soluções do sistema.
(b) Determine todos os valores de b e c para os quais o sistema é possível.

2. **(3 valores)** Considere o sistema

$$\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ x - y - z = 1 \\ y + z = 1 \end{cases}.$$

- (a) Resolva o sistema pelo método de Gauss-Jordan.
(b) Escreva o sistema como uma equação matricial $A \times B = C$ onde A é uma matriz 3×3 e B e C são matrizes 3×1 .
(c) Mostre que a matriz dos coeficientes do sistema é invertível, calcule a sua inversa e use a alínea (b) para resolver o sistema.

3. **(1,5 valores)** Considere as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}.$$

Quando estão bem definidas calcule as operações indicadas, quando não estão bem definidas justifique: $A + B, A^2, B^{-1}, A \times B, 2A \times B^T$.

4. **(1 valor)** Dê exemplos de matrizes quadradas 2×2 , A e B , tais que $(A + B)^2 \neq A^2 + 2AB + B^2$.
5. **(2,5 valores)** Considere a matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

- (a) Calcule o determinante de A pelo desenvolvimento da segunda linha.
(b) Calcule a matriz dos co-factores de A .
(c) De (a) e (b) obtenha a matriz A^{-1} .