Departamento de Ciência de Computadores FCUP

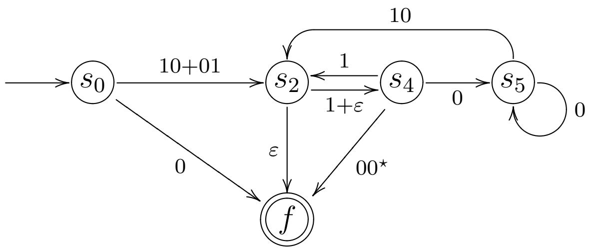
Modelos de Computação (CC218) 2013/14

Exame (Recurso) – 10.07.2014 *duração: 3h*

Cotação: 1+2+2, 3, 1+2+1+2+1.5, 1.5+1+2

N.º ____ Nome ____

1. O diagrama seguinte foi obtido de um autómato finito A após algumas iterações do método de eliminação de estados (de Brzozowski-McCluskey).



a) Justifique que $\texttt{011100101100000} \in \mathcal{L}(A)$.

b) Determine uma expressão regular que descreva $\mathcal{L}(A)$. Deverá apresentar os passos intermédios.

c) Apresente o diagrama de transição de um autómato finito equivalente a A. Se não for determinístico, converta-o num determinístico equivalente. Apresente os passos principais da resolução.

2. **Resolva apenas uma das alíneas 2a) ou 2b). Se resolver ambas, só será avaliada a alínea 2b).**
Se tiver dúvidas sobre a pergunta 1., deve resolver 2b).

a) Na continuação de **1.**, determine o autómato finito determinístico mínimo que aceita $\mathcal{L}(A)$. Justifique.

b) Seja L a linguagem de alfabeto $\{\texttt{a}, \texttt{b}\}$ constituída pelas palavras que terminam b se e só se têm bb como subpalavra. Por aplicação do teorema de Myhill-Nerode, determine o autómato finito determinístico mínimo que aceita L. Justifique.

3. Considere a gramática $G = (\{S, D\}, \{\texttt{a}, \texttt{b}\}, P, S)$, em que P é constituído por:

$$
\begin{array}{ll}
S \to \texttt{ba}S & D \to \texttt{bb}D \\
S \to \texttt{b}D & D \to \texttt{a} \\
 & D \to \texttt{bb}
\end{array}
$$

a) Defina *informalmente* a linguagem de $\{\texttt{a}, \texttt{b}\}^\star$ gerada a partir da variável D.

b) Justifique que a linguagem $\mathcal{L}(G)$ é regular e indique uma expressão regular que a descreva. Explique como deduziu tal expressão. Comece por apresentar a noção de *linguagem gerada por uma gramática*.

c) Diga, justificando, se a gramática G é ambígua e se a linguagem $\mathcal{L}(G)$ é ambígua.

d) Determine um autómato finito que reconheça $\mathcal{L}(G)$ e não tenha transições-ε. Explique a sua correção.

e) Seja L a linguagem das palavras de alfabeto $\{\texttt{a}, \texttt{b}, \texttt{c}\}$ da forma $x\texttt{c}^n y$, com $|x| = |y|$, $n \geq 2$, $x \in \mathcal{L}(G)$ e $y \in \mathcal{L}(G)$. Prove que L é independente de contexto.
Note que x, y e n são quaisquer (não estão fixos).

(Continua, v.p.f.)

4. Considere a gramática $G = (\{S, T, N, E\}, \Sigma, P, S)$ com $\Sigma = \{\, \mathtt{1}, \mathtt{-}, \mathtt{)}\,, \mathtt{(}, =, \mathtt{+} \,\}$ e P dado por:

$$
\begin{array}{l}
S \rightarrow E{=}E \;\mid\; E{=}S \\
E \rightarrow T \;\mid\; T\mathtt{+}E \;\mid\; T\mathtt{-}E \\
T \rightarrow \mathtt{(}E\mathtt{)} \;\mid\; N \\
N \rightarrow \mathtt{1} \;\mid\; \mathtt{1}N
\end{array}
$$

a) Apresente uma árvore de derivação para a palavra $\mathtt{11}{+}(\mathtt{1}{+}\mathtt{1}){=}(\mathtt{1}{-}\mathtt{1}){-}\mathtt{1}$ de $\mathcal{L}(G)$ e ainda duas derivações distintas que correspondam a essa árvore. Diga, justificando, se tal implica que G seja ambígua.

b) Prove que a linguagem $\mathcal{L}(G)$ não é regular.

<u>**Resolva apenas uma das três alíneas seguintes. Se resolver mais do que uma, só a primeira é avaliada.**</u>

c) Determine uma gramática G' que seja equivalente a G e esteja na forma normal de Chomsky. Por aplicação do algoritmo CYK, mostre que $\mathtt{1}{=}\mathtt{1}{+}\mathtt{1}$ pertence a $\mathcal{L}(G')$ e que $\mathtt{1}{=}\mathtt{1}{+}$ não pertence a $\mathcal{L}(G')$. Note que a segunda palavra é igual à primeira mas não tem o $\mathtt{1}$ final.

d) Por aplicação da forma normal de Greibach, determine um autómato de pilha que reconheça a linguagem $\{x \mid x \in \Sigma^\star \text{ e } E \Rightarrow^\star_G x\}$. Note que não se pretende um autómato que reconheça $\mathcal{L}(G)$.

e) Seja M a linguagem das palavras de $\mathcal{L}(G)$ que são da forma $x{=}y{=}z$, com $x \in \{\mathtt{1}, \mathtt{+}\}^\star$, $y \in \{\mathtt{1}\}^\star$, $z \in \{\mathtt{1}, \mathtt{+}\}^\star$, e em que o número de $\mathtt{1}$'s em y é igual ao número de $\mathtt{1}$'s em x e também em z.
Defina uma máquina de Turing que reconheça M. A máquina <u>não deve</u> repor o estado inicial da fita. Indique o significado dos estados.

(Fim)