Departamento de Ciência de Computadores FCUP

Modelos de Computação CC1004 2016/2017

Teste – 17.05.2017 *duração: 3h*

N.º Nome

1. Sejam $\mathbf{M}$ e $\mathbf{L}$ as linguagens de alfabeto $\Sigma = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}$ dadas por

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \{x \mid x \text{ tem número par de } \mathtt{a}\text{'s ou termina em } \mathtt{c}\} \\ \mathbf{L} &= \{x \mid x \text{ tem número par de } \mathtt{a}\text{'s, não tem } \mathtt{c}\text{'s e não termina em } \mathtt{bb}\} \end{aligned}$$

Note que $\mathtt{bc} \in \mathbf{M}$, $\mathtt{bc} \notin \mathbf{L}$, $\mathtt{b} \in \mathbf{M}$, $\mathtt{b} \in \mathbf{L}$, $\mathtt{bbb} \in \mathbf{M}$, mas $\mathtt{bbb} \notin \mathbf{L}$.

a) Descreva $\mathbf{M}$ por uma expressão regular (abreviada).

b) Descreva $\mathbf{L}$ por uma expressão regular (abreviada).

c) Desenhe o AFD mínimo que aceita $\mathbf{L}$.

d) Seja $R_{\mathbf{L}}$ a relação de equivalência em $\Sigma^\star$ dada por $xR_{\mathbf{L}}y$ se e só se $xz \in \mathbf{L} \Leftrightarrow yz \in \mathbf{L}$, para todo $z \in \Sigma^\star$. Descreva informalmente cada classe de equivalência de $R_{\mathbf{L}}$, indicando uma condição que as palavras de tal classe satisfazem e que nos permite decidir se uma dada palavra $x \in \Sigma^\star$ pertence ou não pertence à classe.

e) Apresente uma GIC linear à direita que gere $\mathbf{M}$ e não seja ambígua.

(Continua)

2. Seja $\mathbf{K}$ a linguagem das palavras de alfabeto $\Sigma = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}$ que têm exatamente um `a` e pelo menos um `b`. Por exemplo, `acbcc` $\in \mathbf{K}$ e `cbcc` $\notin \mathbf{K}$.

a) Apresente uma expressão regular (abreviada) que descreva a linguagem $\mathbf{K}$.

b) Apresente as regras de produção de uma GIC G, **não ambígua**, que gere a linguagem $\mathbf{K}$ e tenha símbolo inicial A. Apresente a árvore de derivação da palavra `acbcc` segundo G.

c) Explique sucintamente porque é que a gramática que apresentou gera $\mathbf{K}$ e não é ambígua.

3. Sejam s e r expressões sobre $\Sigma = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}$ dadas por $s = ((\mathtt{a} + (\mathtt{ab}))^\star)$ e $r = ((\mathtt{b}s)(\mathtt{ab}))$.

Desenhe o diagrama de transição do autómato finito que resulta da aplicação do método de Thompson à expressão regular r, segundo a construção dada nas aulas. Identifique nesse diagrama por i_s e f_s o estado inicial e final do autómato que resultaria da aplicação do mesmo método à expressão s.

(Continua)

N.º Nome

4. Seja L a linguagem constituída pelas palavras que começam por `b`, terminam em `ab`, não têm `bb` como subpalavra e cujo número de `a`'s é o dobro do número de `b`'s, com alfabeto $\Sigma = \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}$. Por exemplo, `babaaaaab` pertence a L.

a) Apresente um autómato de pilha que reconheça L por **pilha vazia**. Indique sucintamente a interpretação de cada estado e as ideias principais subjacentes.

<u>**Resolva apenas uma das alíneas 4b) e 4c)**</u>

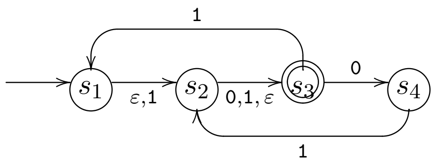
b) Prove que L não satisfaz a condição do lema da repetição para linguagens regulares para nenhum $n > 0$.

c) Indique um conjunto de palavras de $\Sigma^\star$ que determinam um conjunto infinito de classes de R_L. Justifique.

d) Dê exemplo de uma linguagem que seja um subconjunto de L e que **não** seja independente de contexto.

(Continua)

5. Seja A o AFND-ε representado pelo diagrama de transição seguinte, com alfabeto $\Sigma = \{\mathtt{0}, \mathtt{1}\}$.



a) Indique **o conjunto** de estados em que A pode estar após analisar `10010` [ ] e `100011` [ ].

b) Desenhe o diagrama de transição do AFD A', equivalente a A, que se obtém pelo método de conversão dado. Designe os estados do AFD por conjuntos e represente apenas os estados acessíveis do estado inicial de A'.

c) Averigue se existem duas palavras de $\Sigma^\star$ que não são equivalentes para o AFD A' mas que seriam equivalentes para o AFD mínimo que reconhece $\mathcal{L}(A')$ e duas palavras que sejam equivalentes para o AFD A' mas não para o AFD mínimo. Justifique a resposta (deverá dar exemplos se existirem e justificar).

6. Seja $G = (\{S, X, Y\}, \{\mathtt{0}, \mathtt{1}\}, P, S)$ uma GIC, com P dado pelas regras representadas à esquerda.

$$
\begin{array}{rcl}
S & \to & XX \mid YS \mid YY \mid \mathtt{0} \\
X & \to & XX \mid \mathtt{1} \\
Y & \to & \mathtt{0} \mid YY
\end{array}
$$

a) Apresente uma derivação de $\mathtt{0011} \in \mathcal{L}(G)$ que não seja uma derivação pela esquerda nem pela direita.

b) Dê exemplo de duas palavras x e y de $\mathcal{L}(G)$ tais que x só admite uma árvore de derivação e y admite pelo menos duas, e apresente essas árvores. Diga, justificando, se se pode concluir que G é ambígua ou que G não é ambígua.

(Continua)

N.º Nome

7. Resolva apenas uma das duas questões seguintes:

a) Na continuação de **6.**, justifique que G está na forma normal de Chomsky e aplique o algoritmo CYK para averiguar se `10011` $\in \mathcal{L}(G)$ e, com base na tabela produzida, indicar todas as subpalavras de `10011` que pertencem a $\mathcal{L}(G)$.

b) Apresente uma máquina de Turing que dadas duas sequências em binário separadas por um `M` (por exemplo, `10111M10101`) dê como resultado `M` seguido da sequência que representar um inteiro maior (no exemplo, `M10111`). O símbolo branco é $\bullet$ e a máquina pode deslocar `M` se for conveniente. No início o cursor está na posição mais à esquerda e no fim deve apontar o dígito mais significativo do resultado. Apresente também **as ideias principais** do algoritmo que a máquina implementa. Admita que os números dados não têm `0`'s não significativos, isto é, o dígito mais significativo é `1` se o número não for `0`.

(Fim)