Departamento de Ciência de Computadores FCUP

Modelos de Computação (CC1004) 2014/15

Exame (15.06.2015) Cotação: 4×2.5, 1.5+1, 0.5+2, 1+2.5+1.5 *duração: 3h*

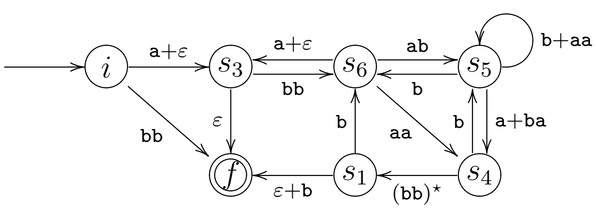
N.º ______ Nome ______________________

As questões do **Grupo I** serão pontuadas ou no intervalo 90–100% (só pequenas gralhas) ou com 0%.
No exame, não pode apresentar AFDs incompletos. O alfabeto Σ é $\{\mathtt{a},\mathtt{b}\}$, exceto em **6.**. Bom trabalho!

Grupo I – Resolva quatro dos cinco problemas

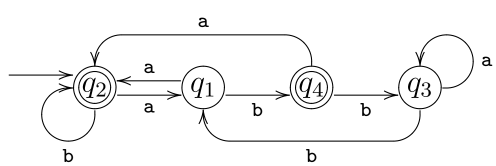
1. Sejam $r = (((\mathtt{bb})^\star) + (\mathtt{a}^\star))$ e $s = (((\mathtt{bb})(\mathtt{a}^\star))^\star)$ expressões regulares sobre Σ. Desenhe os diagramas de transição dos AFNDs-ε que se obtêm por aplicação do método de Thompson a essas expressões, de acordo com a construção definida nas aulas.

2. Assuma que o diagrama seguinte foi obtido de um automáto finito, de alfabeto Σ, após algumas iterações do método de eliminação de estados. Desenhe o diagrama que se obtém no **passo seguinte** se se eliminar s_5.

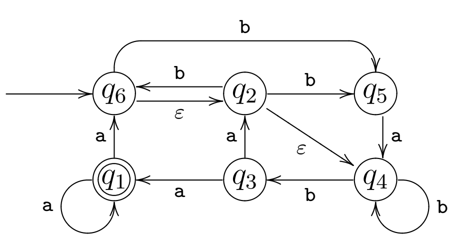


Não simplifique as expressões que obtiver e ilustre como efetuou a eliminação de s_5.

3. Seja A o AFD representado a seguir. Determine um AFD que reconheça $\mathcal{L}(A)^R$, isto é a linguagem reversa de $\mathcal{L}(A)$, por aplicação de métodos de conversão dados. Apresente os passos principais.

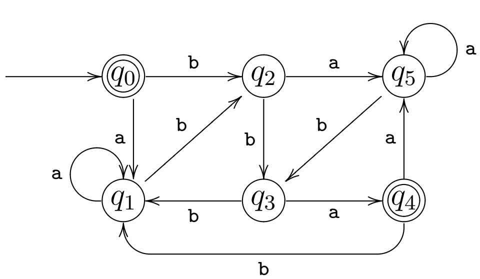


4. Usando a construção baseada em subconjuntos, converta o AFND-ε seguinte num AFD equivalente.



Indique apenas estados acessíveis do *estado inicial do AFD* e use **conjuntos** para designar os estados.

5. Aplicando o algoritmo de Moore, determine o AFD mínimo equivalente ao AFD seguinte.



Não desenhe duas tabelas. Use $\boxed{\equiv}$ e $\boxed{\mathtt{x}}$ para assinalar as entradas na *primeira* fase. Inclua as anotações intermédias.

(Continua, v.p.f.)

Grupo II

6. Seja $G = (\{X, Y\}, \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}, \{X \to \mathtt{c}X\mathtt{c},\ X \to \mathtt{c},\ X \to YY,\ Y \to \mathtt{a},\ Y \to \mathtt{bb}Y,\ Y \to \mathtt{aa}Y\},\ X)$.

a) Prove que a palavra cccbbaaccc de $\mathcal{L}(G)$ tem pelo menos duas derivações distintas mas não pode ser usada para mostrar que G é ambígua. Apresente todos os passos das derivações que analisar.

b) Indique uma gramática não ambígua que seja equivalente a G. Explique como resolveu a ambiguidade.

7. Seja L a linguagem das palavras de $\Sigma^\star$ que têm número ímpar de a's e terminam em b ou em ba.

a) Prove que as palavras ba e ab são equivalentes segundo a relação de equivalência R_L, referida no teorema de Myhill-Nerode.

b) Apresente o AFD mínimo que reconhece L. Justifique a correção da resposta. Para obter tal AFD, se preferir, pode não seguir a caraterização dada pelo teorema de Myhill-Nerode, mas deve indicar o que memoriza cada estado e a necessidade de cada estado que definiu.

8. Considere a gramática independente de contexto $G = (\{S, K, R\}, \Sigma, P, S)$, com P dado por

$$\begin{array}{lcl} S & \to & \mathtt{bb} \mid R\mathtt{bb} \mid S\mathtt{bb} \\ R & \to & \mathtt{b}R\mathtt{a} \mid \mathtt{a}K \mid \mathtt{a} \\ K & \to & \mathtt{a}K \mid \mathtt{a} \end{array}$$

a) Desenhe uma árvore de derivação da palavra bbaaaaaabbbb de $\mathcal{L}(G)$ e indique a forma genérica das palavras de $\mathcal{L}(G)$. Explique como chegou a essa conclusão, usando $\Rightarrow_G^\star$, $\Rightarrow_G$, e/ou $\Rightarrow_G^n$, com $n \in \mathbb{N}$.

b) Converta G à forma normal de Chomsky, por aplicação do método de conversão e, a seguir, aplique o algoritmo CYK para mostrar que baabb pertence à linguagem gerada por essa gramática. Explique sucintamente o significado das entradas da tabela construída e apresente detalhadamente a construção da primeira e da última linha da tabela.

9. Seja G a gramática definida no problema **8.** e sejam T_1 e T_2 as linguagens definidas por:

$$\begin{array}{lcl} T_1 & = & \mathcal{L}(G) \cap \{x \mid x \in \Sigma^\star \text{ e o número de b's em } x \text{ é igual ao número de a's}\} \\ T_2 & = & \mathcal{L}(G) \cap \{x \mid x \in \Sigma^\star \text{ e o número de b's ém } x \text{ é o dobro número de a's}\} \end{array}$$

Resolva apenas uma das três alíneas seguintes:

a) Apresente um autómato de pilha que aceite T_1 por pilha vazia. Descreva a ideia do algoritmo subjacente e a interpretação de cada estado de forma a permitir aferir a correção do autómato.

b) Apresente uma máquina de Turing que aceite T_2. Descreva a ideia do algoritmo e a interpretação de cada estado de forma a permitir aferir a correção do máquina.

c) Prove que T_2 não é independente de contexto.

(Fim)