

+15/1/4+

Cálculo I (M1001)

Exame - 2ª parte

20/01/2020

| | | | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 0 | <input checked="" type="checkbox"/> 0 | <input type="checkbox"/> 0 | <input checked="" type="checkbox"/> 0 | <input checked="" type="checkbox"/> 0 | <input type="checkbox"/> 0 | <input type="checkbox"/> 0 | <input type="checkbox"/> 0 | <input type="checkbox"/> 0 | <input type="checkbox"/> 0 |
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 1 |
| <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 2 |
| <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 3 |
| <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 4 |
| <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 5 |
| <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 |
| <input type="checkbox"/> 7 | <input type="checkbox"/> 7 | <input type="checkbox"/> 7 | <input type="checkbox"/> 7 | <input type="checkbox"/> 7 | <input type="checkbox"/> 7 | <input type="checkbox"/> 7 | <input type="checkbox"/> 7 | <input type="checkbox"/> 7 | <input type="checkbox"/> 7 |
| <input type="checkbox"/> 8 | <input type="checkbox"/> 8 | <input type="checkbox"/> 8 | <input type="checkbox"/> 8 | <input type="checkbox"/> 8 | <input type="checkbox"/> 8 | <input type="checkbox"/> 8 | <input type="checkbox"/> 8 | <input type="checkbox"/> 8 | <input type="checkbox"/> 8 |
| <input type="checkbox"/> 9 | <input type="checkbox"/> 9 | <input type="checkbox"/> 9 | <input type="checkbox"/> 9 | <input type="checkbox"/> 9 | <input type="checkbox"/> 9 | <input checked="" type="checkbox"/> 9 | <input type="checkbox"/> 9 | <input type="checkbox"/> 9 | <input type="checkbox"/> 9 |

← Indique o seu número de estudante, preenchendo em cada coluna o quadrado à **esquerda** do algarismo correspondente.

Para eventual confirmação, preencha o retângulo abaixo.

Nome completo:

Daniela Santos Tomás

Número de estudante:

202004946

Duração: 45 minutos

Cotação: 8 valores

Pode utilizar uma **calculadora científica não gráfica** e o formulário disponibilizado. Para além da calculadora, não é permitido o uso de qualquer equipamento eletrónico, incluindo telemóvel.

A resposta a cada questão de resposta à escolha deve ser dada preenchendo o quadrado respetivo de forma a permitir a leitura automática.

Na ausência de indicação, as notações são as habitualmente usadas nas aulas.

Questões de tipo *verdadeiro ou falso*. (2 valores)

Cada resposta correta vale 0.5 valores, valendo cada resposta errada -0.3 valores. Cada questão não respondida tem a cotação de 0 pontos.

Questão 1 “Se f é contínua em $[a, b]$, então $\int_a^b x f(x) dx = x \int_a^b f(x) dx$ ” é uma afirmação

0.5/0.5

☒ falsa.☐ verdadeira.

Questão 2 “ $\frac{d}{dx} \int_x^1 \sqrt{t + \sin t} dt = -\sqrt{x + \sin x}$ ” é uma afirmação

0/0.5

☒ verdadeira.☐ falsa.

Questão 3 “Se $\int_0^6 f(x) dx = 10$ e $\int_0^4 f(x) dx = 7$, então $\int_4^6 f(x) dx = 3$ ” é uma afirmação

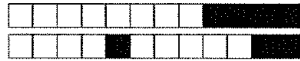
0.5/0.5

☒ verdadeira.☐ falsa.

Questão 4 “Existem $A, B, C \in \mathbb{R}$ tais que $\frac{x^2+4}{x(x^2-4)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+2} + \frac{C}{x-2}$ ” é uma afirmação

0.5/0.5

☒ verdadeira.☐ falsa.



+15/2/3+

Questões de tipo *resposta múltipla*. (4 valores)

Cada resposta correta vale 1 valor. Não há qualquer desconto por resposta errada.

Questão 1 Calcule $\int_1^2 x^5 \ln x \, dx$.

☐ 64

☐ 32

☐ $-\ln 2$

☐ 0

☐ $\sqrt[5]{2}$

☒ $\frac{32}{3} \ln 2 - \frac{7}{4}$

☐ não existe

☐ $32 \ln 2$

Questão 2 Calcule $\int_0^1 x^2 \cos(x^3) \, dx$.

→ ☒ $\pi/2$

☒ 0

☐ $-\pi/4$

☐ não existe

☐

☒ $(\sin 1)/3$

☐ 1

☐ $\cos 1$

Questão 3 Calcule $\int_0^1 (1 - x^9) \, dx$.

☐ 1

☐ $-5/4$

☐ não existe

☐ -3

☐ 9

☐ 10

☐ 11

☒ $9/10$

Questão 4 Calcule $\int_1^3 \frac{x-1}{x^2+2x} \, dx$.

☐ 0

☐ 2

☒ $\frac{3}{2} \ln 5 - 2 \ln 3$

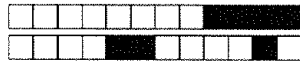
☐ $2/15$

☐ $-4/3$

☐ $\ln 15$

☒ $\ln 3$

☐ não existe



Nome completo:

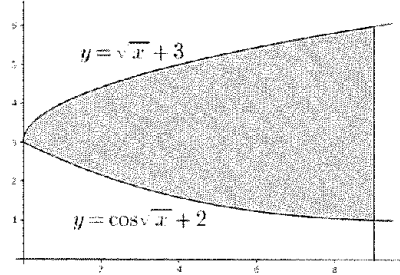
Daniela Tomás

Responda por extenso (de modo sucinto).

Questão 1 (2 valores) (Para responder use o espaço abaixo ou o verso da folha.)

O objetivo deste exercício é calcular a área da região a cinzento representada na figura ao lado, a qual é limitada pelas curvas $y = \cos \sqrt{x} + 2$, $y = \sqrt{x} + 3$ e pelas retas verticais $x = 0$ e $x = 9$.

Para o efeito, deve fazer o indicado em cada uma das seguintes alíneas (onde também se indica a cotação que lhe corresponde).



1. (1 valor) Encontre $\int (\cos \sqrt{x} + 2) dx$.

2. (0.5 valores) Encontre $\int (\sqrt{x} + 3) dx$.

3. (0.5 valores) Use as informações das alíneas anteriores para calcular a área da região entre as retas $x = 0$ e $x = 9$ limitada pelas curvas $y = \cos \sqrt{x} + 2$ e $y = \sqrt{x} + 3$.

1.2/2

| | | | | | | | | | | |
|----------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|----------------------------|---|------------------------------|------------------------------|------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 0 | <input type="checkbox"/> 0.2 | <input type="checkbox"/> 0.4 | <input type="checkbox"/> 0.6 | <input type="checkbox"/> 0.8 | <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 1.2 | <input type="checkbox"/> 1.4 | <input type="checkbox"/> 1.6 | <input type="checkbox"/> 1.8 | <input type="checkbox"/> 2 |
|----------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|----------------------------|---|------------------------------|------------------------------|------------------------------|----------------------------|

0,1 1.

$$\int (\cos \sqrt{x} + 2) dx = \int \cos \sqrt{x} + \int 2 dx =$$
$$= \frac{2}{3} x^{3/2} \sin \sqrt{x} + 2x + C$$

0,5 2.

$$\int (\sqrt{x} + 3) dx = \int x^{1/2} + 3 dx = \frac{2}{3} x^{3/2} + 3x + C$$

0,5 3.

$$\int_0^9 (\sqrt{x} + 3) dx - \int_0^9 (\cos \sqrt{x} + 2) dx = \left[\frac{2}{3} x^{3/2} \sin \sqrt{x} + 2x \right]_0^9 -$$

$$\left[\frac{2}{3} x^{3/2} + 3x \right]_0^9 = \left(\frac{2}{3} \times 9^{3/2} \sin \sqrt{\frac{3}{2}} + 2 \times \frac{3}{2} - 0 \right) - \left(\frac{2}{3} \times 9^{3/2} + 3 \times 9 \right)$$

$$0) = \frac{2}{3} \times 27 \sin \sqrt{\frac{3}{2}} + 3 - \left(\frac{2}{3} \times 27 + 27 \right) =$$

$$= 18 \sin \sqrt{\frac{3}{2}} + 3 - 18 - 27 =$$

$$= \underline{\underline{18 \sin \sqrt{\frac{3}{2}} - 42}} \quad \checkmark$$



+15/4/1+