

Se desea calcular el impulso necesario para situar un vehículo espacial en una órbita alrededor de Venus partiendo desde la Tierra. Inicialmente, el satélite se encuentra en una órbita terrestre circular de aparcamiento de 300 km de altitud. La órbita objetivo en Venus tiene un periapsis de 250 km de altitud y un apoapsis de 66000 km de altitud.

a) Determinar las SOI de Venus y de la Tierra

El radio de las esferas de influencia de un planeta con respecto al Sol depende de las masas de ambos y la distancia que los separe.

$$r_{SOI} = R_p \left(\frac{m_p}{m_s} \right)^{\frac{2}{5}}$$

En el caso de Venus:

$$r_{SOI} = 107.71 \cdot 10^6 \cdot \left(\frac{4.8675 \cdot 10^{24}}{1.989 \cdot 10^{30}} \right)^{\frac{2}{5}} = 6.13 \cdot 10^5 \text{ km}$$

Para la Tierra:

$$r_{SOI} = 149.6 \cdot 10^6 \cdot \left(\frac{5.97 \cdot 10^{24}}{1.989 \cdot 10^{30}} \right)^{\frac{2}{5}} = 9.24 \cdot 10^5 \text{ km}$$

b) Suponiendo que se realiza una transferencia de Hohmann y que las órbitas de Venus y la Tierra son aproximadamente circulares y se encuentran en el mismo plano, calcular la velocidad que ha de tener el satélite al comienzo y al final de la transferencia.

Al tratarse de una transferencia de Hohmann, se tratará de una órbita elíptica en torno al Sol con la Tierra situada en el perihelio (en la fecha de salida) y Venus situado en el apohelio (en la fecha de llegada). Conocidas las órbitas de ambos planetas, que se han supuesto circulares, se puede calcular la velocidad que deberá tener el vehículo en las posiciones de salida y de llegada.

$$a = \frac{r_p + r_a}{2} = 128.65 \cdot 10^6 \text{ km}$$

$$v = \sqrt{\frac{2\mu_{sol}}{r} - \frac{\mu_{sol}}{a}}$$

Sustituyendo en las ecuaciones con $\mu = 1.327 \cdot 10^{11} \text{ km}^3/\text{s}^{-2}$ y con los radios orbitales de la Tierra y Venus se obtiene:

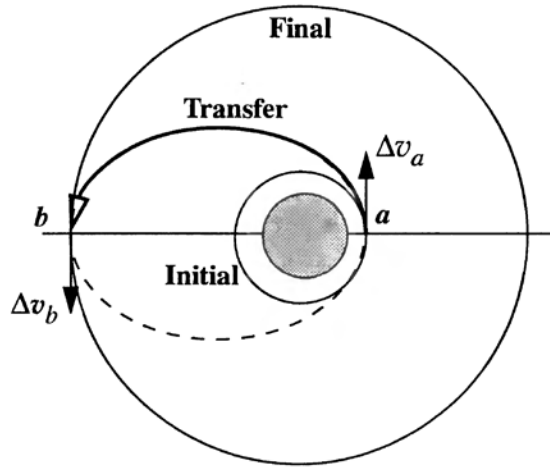
$$v_p = 37.85 \text{ km/s}$$

$$v_a = 27.25 \text{ km/s}$$

Si tenemos en cuenta la velocidad orbital de los propios planetas, obtenemos las velocidades respecto a la Tierra y respecto a Venus a la salida y a la llegada respectivamente.

$$v_{salida} = v_p - V_{Tierra} = -2.53 \text{ km/s}$$

$$v_{llegada} = v_a - V_{Venus} = 2.75 \text{ km/s}$$



c) Calcular el impulso necesario para transferir el satélite de la órbita de aparcamiento a la órbita hiperbólica necesaria para alcanzar Venus.

Del apartado anterior se ha obtenido la velocidad relativa a la Tierra que ha de tener el satélite para poder alcanzar Venus. Esta equivale al exceso de velocidad hiperbólica (v_∞) que tendrá el satélite al alcanzar la esfera de influencia. Con este dato se obtiene el parámetro a de la órbita hiperbólica y con este la velocidad en el perigeo, cuyo radio coincide con el de la órbita de aparcamiento.

$$\xi = \frac{v_\infty^2}{2}$$

$$a = -\frac{\mu_{Tierra}}{2\xi} = -62176 \text{ km}$$

$$v_p = \sqrt{\frac{2\mu_{Tierra}}{r_p} - \frac{\mu_{Tierra}}{a}} = 11.2 \text{ km/s}$$

Por último, el impulso necesario será igual a la diferencia entre la velocidad de la órbita inicial y la velocidad en el pericentro de la órbita hiperbólica.

$$\Delta v = v_p - v_{parking} = 3.5 \text{ km/s}$$

d) Calcular el impulso necesario para conseguir la órbita elíptica deseada a la llegada a Venus.

El procedimiento es similar al del apartado anterior pero teniendo en cuenta que la órbita final es una elipse. Si se considera que la maniobra de frenado se realiza en el periapsis de hipérbola y que este coincidirá con el de la órbita final se obtiene:

$$a = -52728 \text{ km}$$

La velocidad en el periapsis de la hipérbola es:

$$v_{p_h} = 10.5 \text{ km/s}$$

La velocidad en el periapsis de la órbita final es:

$$v_{p_e} = 9.79 \text{ km/s}$$

Por lo que el impulso vale:

$$\Delta v = -0.71 \text{ km/s}$$