



UNIVERSIDAD
POLITÉCNICA
DE MADRID


ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS A ALTA FRECUENCIA

ESTRUCTURAS DE USO ESPACIAL

Autor: Daniel DEL RÍO VELILLA

Profesores: Elena ROIBÁS

MADRID, 14 DE JUNIO DE 2021

Repositorio del proyecto  <https://github.com/Danieldelriovelilla/EUE.git>

Índice

Índice de figuras	I
Índice de tablas	II
1. Introducción	1
2. Resolución del problema	2
A. Tablas utilizadas en el estudio	10
Referencias	11

Índice de figuras

1.	Representación del problema a resolver consistente en tres paneles con aire entre ellas.	1
2.	Evolución de la densidad modal con la frecuencia en escala logarítmica.	3
3.	Número de modos por banda de tercios de octava hasta la banda superior a la banda que contiene al menos cinco modos.	4
4.	Factores de acoplamiento en función de la frecuencia.	5
5.	Energías de los subsistemas para el rango de frecuencias SEA.	7
6.	Velocidad media de los paneles.	8
7.	Presión cuadrática media en las cavidades de aire.	9

Índice de tablas

1.	Propiedades de los paneles y aire.	2
2.	Perfiles de potencias externas aplicadas en los paneles.	2
3.	Banda de tercios de octava [Hz].	10

1. Introducción

El análisis vibriacústico es de gran importancia en el sector espacial, sobre todo para conocer el comportamiento de componentes que tengan un gran área y baja masa durante la fase del lanzamiento.

Resolver un problema vibriacústico con elementos finitos tiene un principal inconveniente, que para considerar válido el análisis es necesario asegurar un mínimo de 7 elementos por longitud de onda en el fluido. Esto conlleva a que, para análisis a alta frecuencia, los modelos tridimensionales aumentan en gran medida y su resolución conlleva un alto coste computacional.

Como primer contacto con el método energético SEA, como alternativa a los modelos de elementos finitos, se va a analizar un problema vibroacústico a altas frecuencias con este método. El problema a resolver se puede ver en la Figura 1.

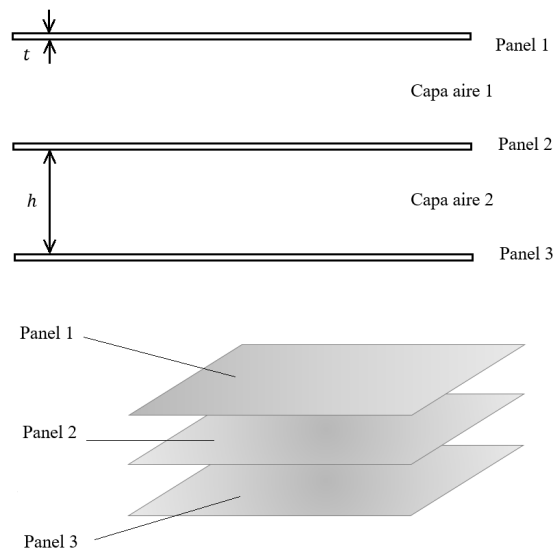


Figura 1: Representación del problema a resolver consistente en tres paneles con aire entre ellas.

El sistema está formado por tres paneles iguales separados por capas de aire. Las propiedades y dimensiones se pueden ver en la Tabla 1

Tabla 1: Propiedades de los paneles y aire.

Propiedad	Unidades	Valor
Panel		
Material	NA	Aluminio
Densidad	kg/m ³	2700
Modulo elastico	GPa	70
Coef. Poisson	NA	0.3
Longitud X	m	1
Longitud Y	m	1.25
Espesor	mm	5
Aire		
Densidad	kg/m ³	1.225
Velocidad sonido	m/s	343
Separación	mm	50

Se desea calcular la velocidad media de los paneles y la presión cuadrática media en las capas de aire a alta frecuencia, teniendo en cuenta que se aplica una excitación externa en los paneles cuya distribución se tiene en la Tabla 2.

Tabla 2: Perfiles de potencias externas aplicadas en los paneles.

Frecuencia [Hz]	Potencia [W]		
	Panel 1	Panel 2	Panel 3
16 < f < 1000	10	4.35	10
1250	20	8.70	20
1600	35	15.20	35
2000	50	21.74	50
2500	80	36.96	80
3150	100	39.13	100
4000	150	45.65	150
5000 < f < 10000	100	43.47	100

2. Resolución del problema

Al estar el problema estructurado para ser resuelto de forma secuencial, se va a resolver dividiéndolo en los mismos apartados.

a) Calcular el número de modos por banda en los paneles y aire.

Para los paneles se puede calcular la densidad modal, n_p , de la siguiente manera,

$$n_p(f) = \frac{A}{4\pi} \sqrt{\frac{\rho t}{D}} \quad \left[\frac{\text{modos}}{\text{Hz}} \right], \quad (1)$$

siendo ρ la densidad del panel, A su área, t el espesor y D su rigidez calculada de la siguiente forma:

$$D = \frac{Et^3}{12(1 - \nu^2)} \quad \left[\frac{\text{N}}{\text{m}} \right]. \quad (2)$$

Por otro lado, la densidad modal del aire se calcula con la siguiente expresión

$$n_a(f) = \frac{V}{\pi c_0} \left(\frac{\omega}{c_0} \right)^2 + \frac{A'}{4c_0} \left(\frac{\omega}{c_0} \right) + \frac{L'}{8c_0} \quad \left[\frac{\text{modos}}{\text{Hz}} \right], \quad (3)$$

en donde V es el volumen que ocupa la cavidad del aire, A' el área total de las superficies que conforman la cavidad, L' el perímetro total de los bordes y c_0 la velocidad del sonido en la cavidad.

En la Figura 2 se puede ver la evolución de la densidad modal con la frecuencia.

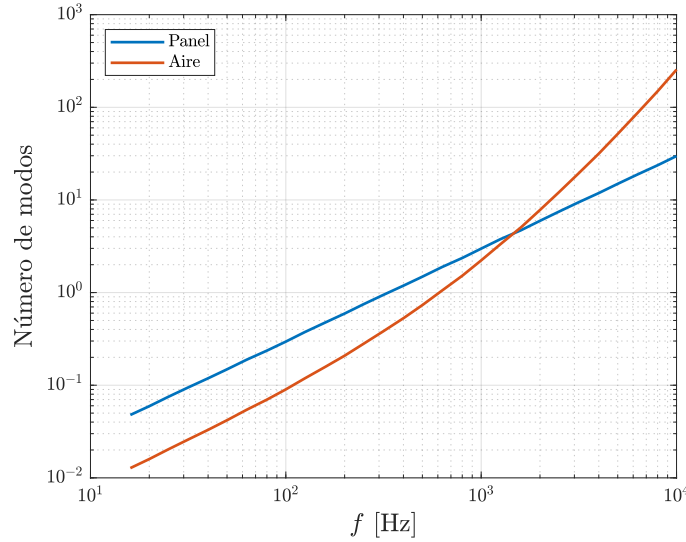
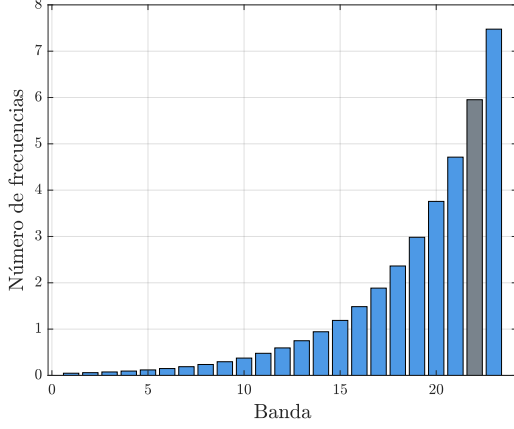


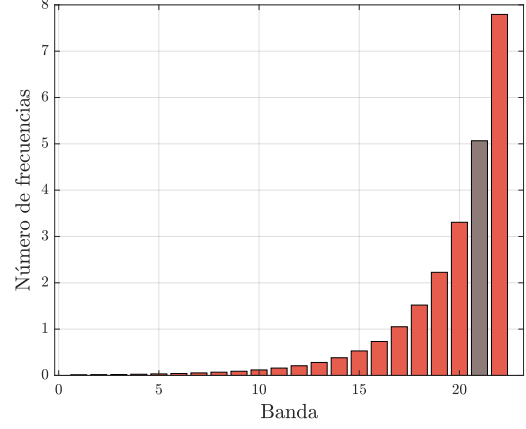
Figura 2: Evolución de la densidad modal con la frecuencia en escala logarítmica.

También se ha representado en la Figura 3 el número de modos contenidos en cada banda de tercio de octava (Tabla 3). Para este problema consideraremos que el método SEA es aplicable a partir de que una banda contenga al menos 5 modos. Como tanto la viga como el aire tienen más de 5 modos en la banda número 22, con frecuencia central en 2000 Hz, se realizarán todos

los cálculos a partir de esa banda, estando esta incluida.



(a) Número de modos en el panel.



(b) Número de modos en el aire.

Figura 3: Número de modos por banda de tercios de octava hasta la banda superior a la banda que contiene al menos cinco modos.

b) Representar el factor de pérdidas por acoplamiento en función de la frecuencia para el panel y el aire.

El factor de acoplamiento entre la estructura y el aire está definido como,

$$\eta_{pa} = \frac{A\rho_0 c_0 \sigma(f)}{M2\pi f}, \quad (4)$$

donde la función $\sigma(f)$ es una función a trozos que depende de la frecuencia crítica de la placa, f_c y su primer modo superficial f_{11} , quedando como se ve a continuación:

$$f_c = \left(\frac{c_0^2}{2\pi} \right) \sqrt{\frac{m}{D}} \quad [\text{Hz}], \quad (5)$$

$$f_{11} = \frac{c_0^2}{4f_c} \left(\frac{1}{L_1^2} + \frac{1}{L_2^2} \right) \quad [\text{Hz}], \quad (6)$$

- Si $f_{11} \leq \frac{f_c}{2}$

$$\sigma(f) = \begin{cases} 4A^2 \left(\frac{f}{c_0} \right)^2 & f < f_{11} \\ \frac{c_0 P}{A f_c} \left(\frac{(1-\lambda^2) \ln \frac{1+\lambda}{1-\lambda} + 2\lambda}{4\pi^2 (1-\lambda^2)^{3/2}} \right) + 2 \left(\frac{2c_0}{f_c \pi^2} \right)^2 \frac{(1-2\lambda^2)}{A\lambda\sqrt{1-\lambda^2}} & f_{11} < f < \frac{f_c}{2} \\ \frac{c_0 P}{A f_c} \left(\frac{(1-\lambda^2) \ln \frac{1+\lambda}{1-\lambda} + 2\lambda}{4\pi^2 (1-\lambda^2)^{3/2}} \right) & \frac{f_c}{2} < f < f_c \\ \frac{1}{\sqrt{1-f_c/f}} & f \geq f_c \end{cases} \quad (7)$$

- Si $f_{11} > \frac{f_c}{2}$

$$\sigma(f) = \begin{cases} 4A^2 \left(\frac{f}{c_0}\right)^2 & f < f_{11} \\ \frac{1}{\sqrt{1-f_c/f}} & f > f_c \end{cases} \quad (8)$$

donde $\lambda = \sqrt{f/f_c}$

Como los factores de acoplamiento cumplen la ley de reciprocidad con la densidad modal, se puede obtener de forma sencilla los factores de acoplamiento entre aire y panel partiendo de los panel-aire,

$$n_p \eta_{pa} = n_a \eta_{ap} \rightarrow n_a = \frac{\eta_{pa}}{\eta_{ap}} n_p . \quad (9)$$

Además, los factores de pérdidas internas del panel y del aire es igual al amortiguamiento interno:

$$\begin{aligned} \eta_{pp} &= 0,015 \\ \eta_{aa} &= 0,01 \end{aligned} \quad (10)$$

Aplicando estas expresiones a las frecuencias estudiadas se han obtenido los siguientes valores representados en la Figura 4.

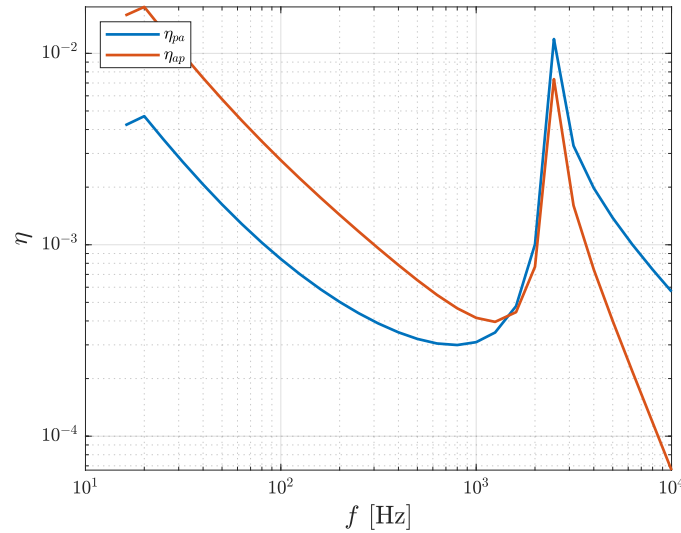


Figura 4: Factores de acoplamiento en función de la frecuencia.

c) Plantear el sistema de ecuaciones del método SEA

Para poder obtener la respuesta de los paneles y el aire con SEA es necesario generar subsistemas

- Subsistema 1: Panel superior.
- Subsistema 2: Cavidad de aire superior.
- Subsistema 3: Panel central.
- Subsistema 4: Cavidad de aire inferior.
- Subsistema 5: Panel inferior.

Una vez se han definido los subsistemas se plantea el sistema de ecuaciones que permite obtener las energías a partir de las potencias de los subsistemas anteriores,

$$\{P\} = [L]\{E\} \quad (11)$$

donde $\{P\}$ es el vector de potencias, $\{E\}$ el de energías y $[L]$ es la matriz de acoplamiento de los diferentes subsistemas.

Si se desarrolla esta matriz con los factores de acoplamiento calculados anteriormente se obtiene el sistema completo a resolver:

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \end{Bmatrix} = \omega \begin{bmatrix} \eta_{pp} + \eta_{pa} & -\eta_{ap} & 0 & 0 & 0 \\ \eta_{pa} & \eta_{aa} + 2\eta_{ap} & \eta_{pa} & 0 & 0 \\ 0 & -\eta_{pa} & \eta_{pp} + 2\eta_{pa} & -\eta_{ap} & 0 \\ 0 & 0 & -\eta_{pa} & \eta_{aa} + 2\eta_{ap} & -\eta_{pa} \\ 0 & 0 & 0 & -\eta_{ap} & \eta_{pp} + \eta_{pa} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \\ E_5 \end{Bmatrix}, \quad (12)$$

donde ω es la velocidad angular en rad/s de la banda estudiada.

El sistema se tendrá que resolver para cada una de las frecuencias centrales de la banda de tercios, ya que ω , η_{pa} y η_{ap} dependen de ésta.

d) Calcular las energías de cada subsistema para las potencias de la Tabla 2.

Para obtener la energía de los subsistemas hay que resolver el sistema de ecuaciones (12) cuando se aplican las potencias asociadas a cada banda de tercios de octava de la Tabla 2.

El sistema se resuelve imponiendo potencia igual a 0 en los subsistemas 2 y 4 relativos al aire y asignando los valores de potencia de los subsistemas 1, 3 y 5 a los de la tabla.

Los resultados de la energía asociado a los subsistemas evaluado para el rango de frecuencias en la que se puede aplicar el método SEA, a partir de la banda 22 de tercios de octava, se puede ver en la Figura 5.

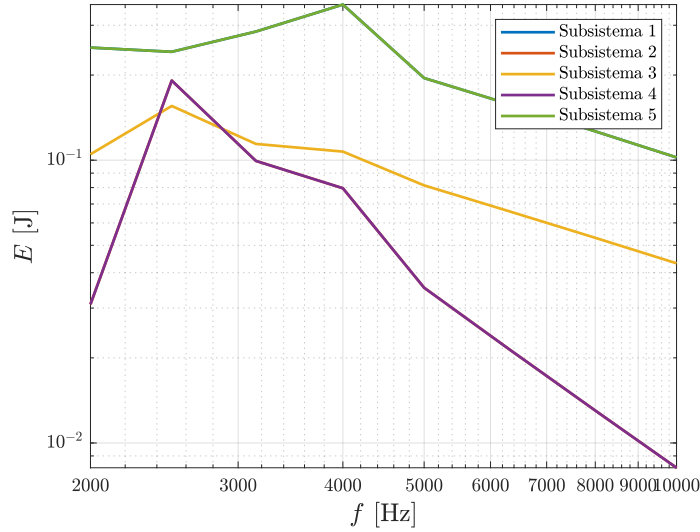


Figura 5: Energías de los subsistemas para el rango de frecuencias SEA.

- e) Calcular el valor de la velocidad media de los paneles y la presión RMS de las cavidades de aire.

La velocidad media de los paneles se va a calcular a partir de la energía cinética de los paneles mediante la siguiente expresión,

$$E = Mv^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{E}{M}} \quad \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] . \quad (13)$$

Como se tiene una energía para cada banda, se obtiene en consecuencia una velocidad media de los paneles por banda de tercios de octava. Estas velocidades se han representado en la Figura 7.

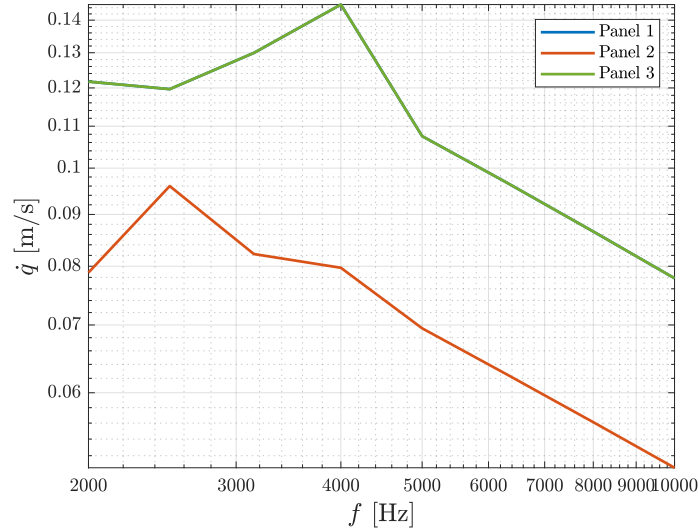


Figura 6: Velocidad media de los paneles.

Como el sistema es simétrico, los valores para el panel 1 y 3 son iguales.

Para concluir, el valor de presión cuadrática media en las cavidades del aire se ha obtenido también de la energía a partir de la siguiente expresión,

$$P_{RMS} = \sqrt{E \frac{\rho_0 c_0}{V}} \quad [\text{Pa}] \quad . \quad (14)$$

Una vez se sustituye el valor de la energía del aire en la expresión anterior se concluye el desarrollo del trabajo con la representación de la presión cuadrática media del aire en la Figura

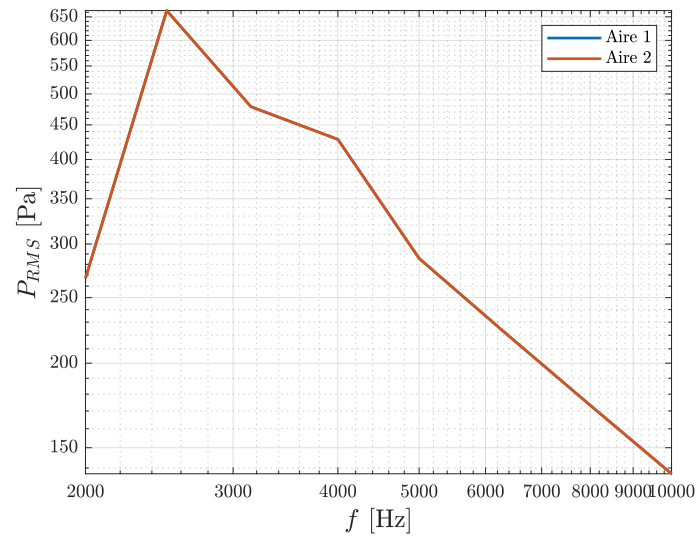


Figura 7: Presión cuadrática media en las cavidades de aire.

Al igual que pasa con la velocidad, a causa de la simetría del sistema el la presión de las dos cavidades de aire coinciden.

A. Tablas utilizadas en el estudio

Tabla 3: Banda de tercios de octava [Hz].

Banda	Lower	Central	Upper
1	14.1	16	17.8
2	17.8	20	22.4
3	22.4	25	28.2
4	28.2	31.5	35.5
5	35.5	40	44.7
6	44.7	50	56.2
7	56.2	63	70.8
8	70.8	80	89.1
9	89.1	100	112
10	112	125	141
11	141	160	178
12	178	200	224
13	224	250	282
14	282	315	355
15	355	400	447
16	447	500	562
17	562	630	708
18	708	800	891
19	891	1000	1122
20	1122	1250	1413
21	1413	1600	1778
22	1778	2000	2239
23	2239	2500	2818
24	2818	3150	3548
25	3548	4000	4467
26	4467	5000	5623
27	5623	6300	7079
28	7079	8000	8913
29	8913	10000	11220
30	11220	12220	14130
31	14130	16000	17780
32	17780	20000	22390

Referencias

- [1] M. Chimeno, Vibraciones y aeroacústica (2020).
- [2] E. Roibás, Ensayos y verificación del diseño (2020).
- [3] E. Roibás, Vibro-acústica en estructuras espaciales (2020).