Lista 2 MS21.L02: Modelowanie epidemii

Modelowanie Stochastyczne

Zadanie 1

Parametry modeli do zadań 1-3: $I_0 = 1$, $\beta = 0.5$, $\gamma = 0.1$, $\sigma = 0.1$, $\eta = 0.1$, $N_0 = 1000$

1. Na podstawie teorii, kodów i przykładów dla modelu SIR, zaimplementuj wykorzystując schemat Eulera i przedstaw na wykresach w skali liniowej i logarytmicznej ewolucję czasową modeli (patrz slajdy 17-21):
   (a) SI, **(b)** SIS, **(c)** SIRS

Posiadając parametry zbudowany został model SIR w trzech wariantach

dwa stany	SI
dwa stany zapętlone	SIS
i trzy stany zapętlone	SIRS

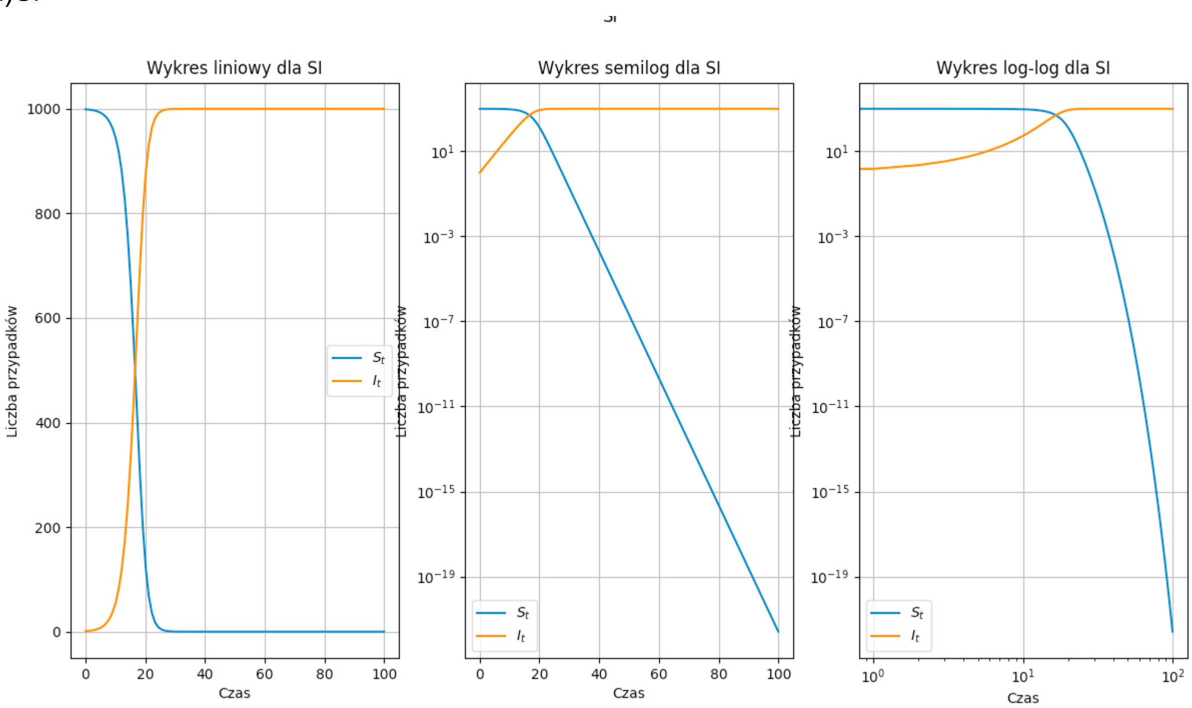
Algorytm wykorzystuje wzór:

$$S_{t+1} = S_t + \Delta t \left(-\frac{\beta}{N} I_t S_t \right)$$

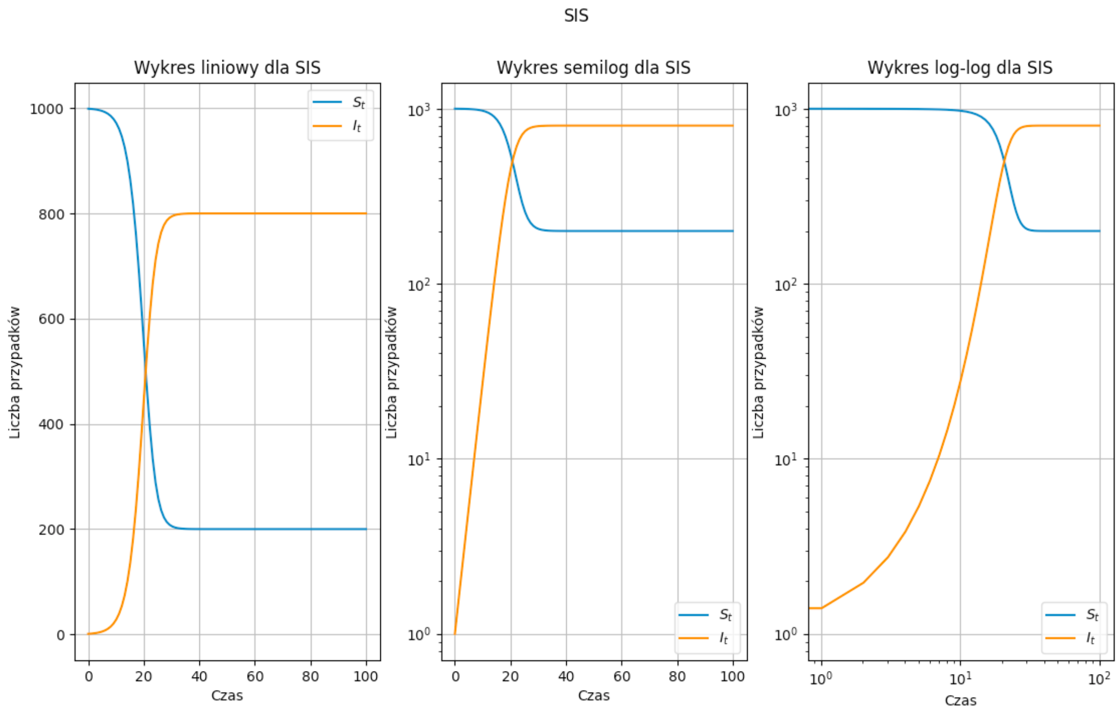
, czyli przybliżenie różniczki do różnicy

Wynikiem kodu z zadania 1 są reprezentacje modeli w postaci wykresów (liniowy, semilog i loglog):

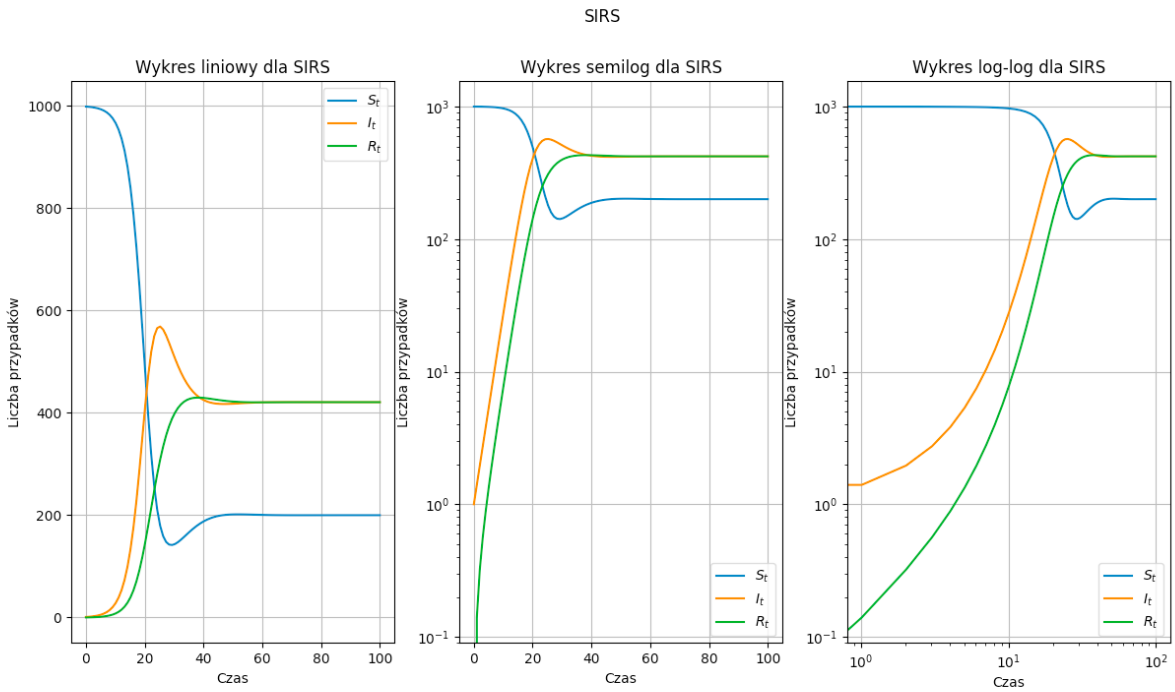
a)Si



b) SIS



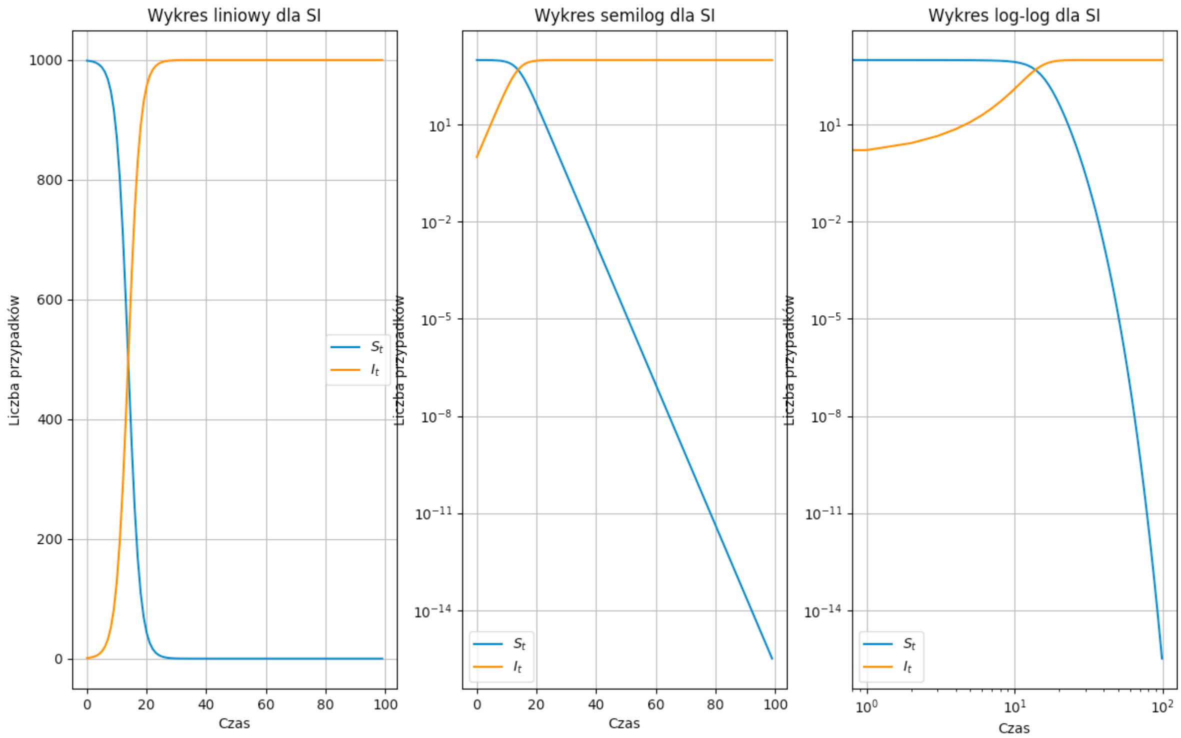
c) SIRS

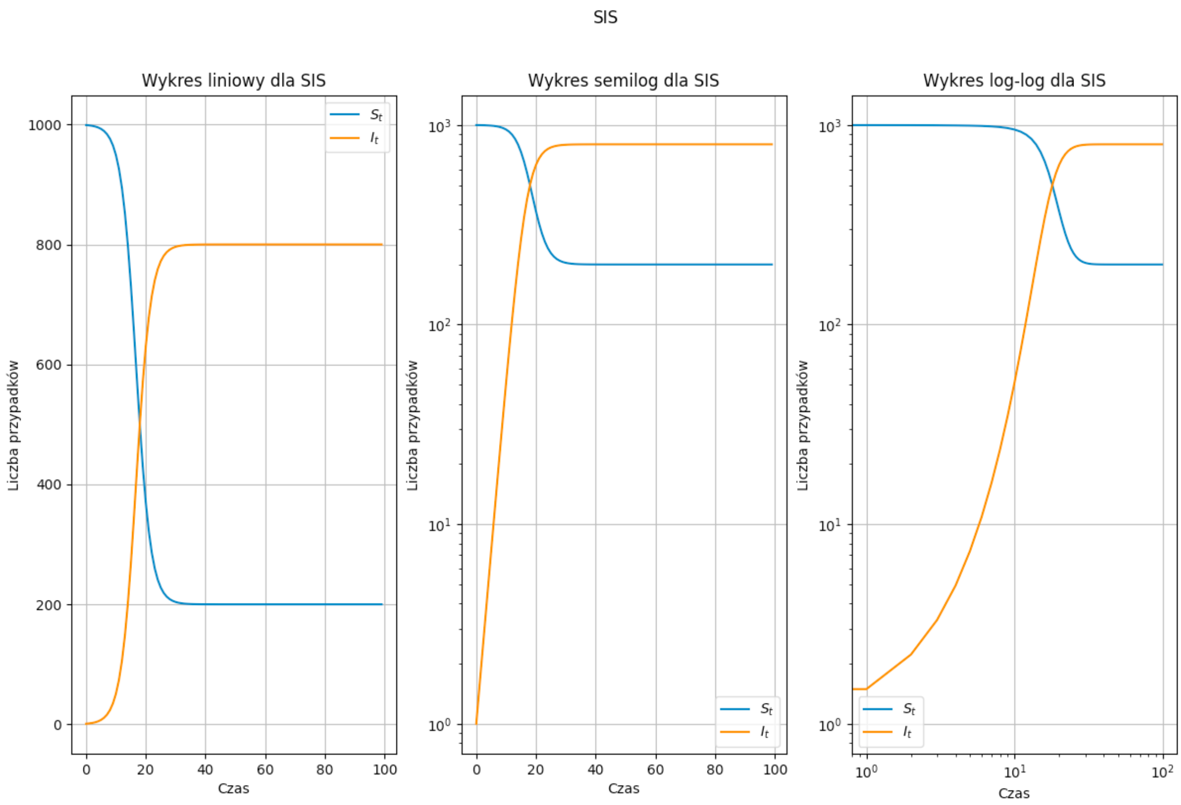


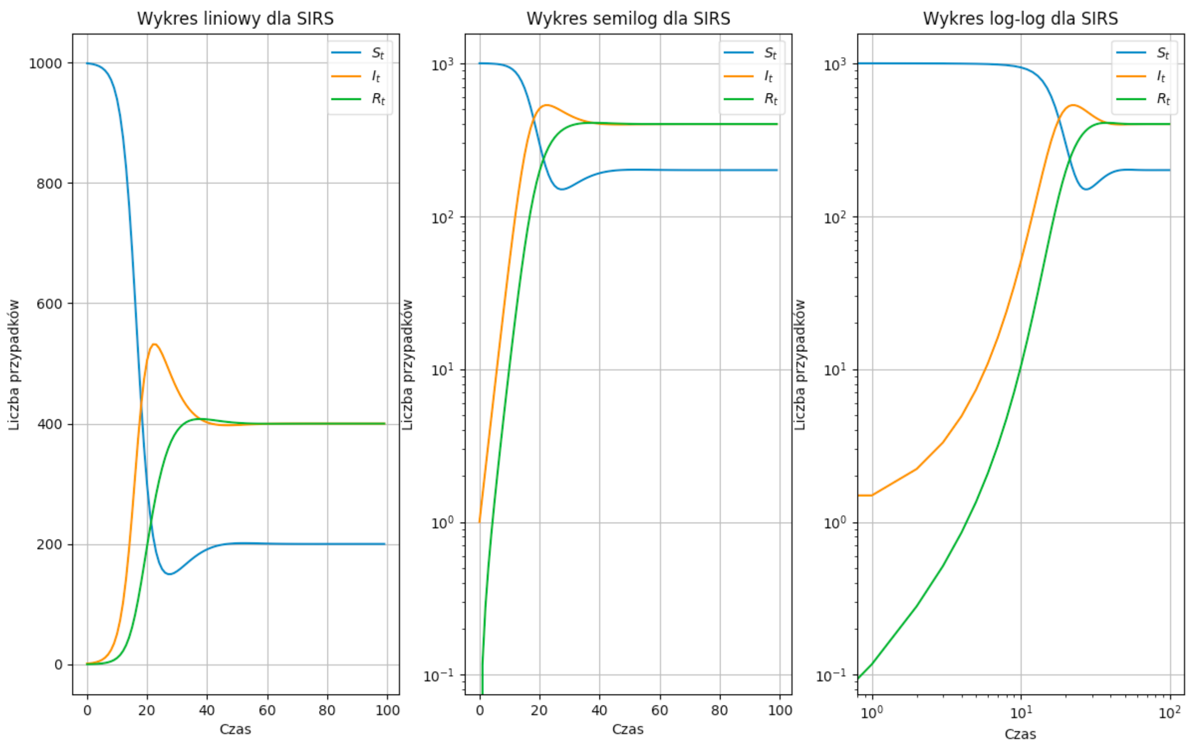
Zadanie 2

❷ Na podstawie teorii, kodów i przykładów dla modelu SIR, zaimplementuj wykorzystując metodę DOPRI (w Matlabie funkcja ode45.m) i przedstaw na wykresach w skali liniowej i logarytmicznej ewolucję czasową modeli:
(a) SI, **(b)** SIS, **(c)** SIRS

Przebieg problemu wygląda tak samo jak w zadaniu pierwszym jedynie zmieniony został sposób implementacji modelu, mianowicie użyta została metoda DOPRI w pythonie metoda RK45 z biblioteki scipy.integrate.
Wykresy:




SIS
Wykres liniowy dla SIS
Wykres semilog dla SIS
Wykres log-log dla SIS
S_t
I_t
Liczba przypadków
Czas

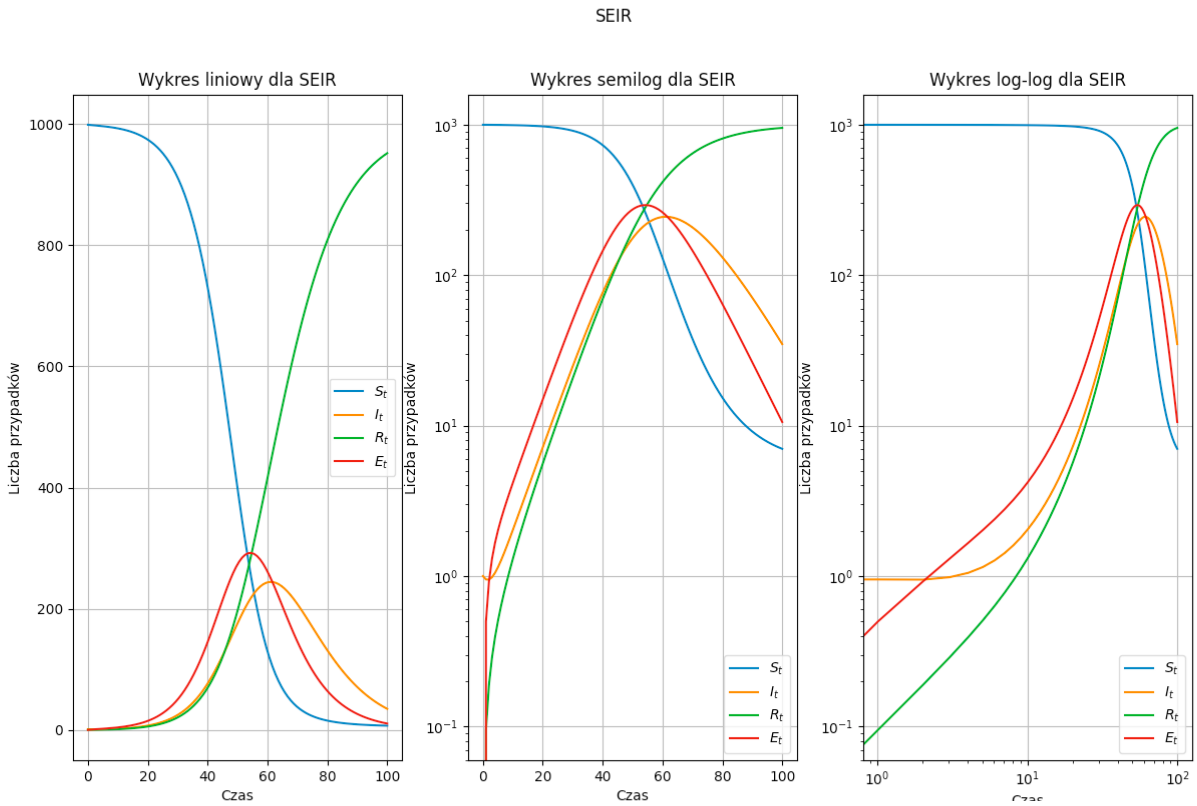

Wykres liniowy dla SIRS
Wykres semilog dla SIRS
Wykres log-log dla SIRS
S_t
I_t
R_t
Liczba przypadków
Czas

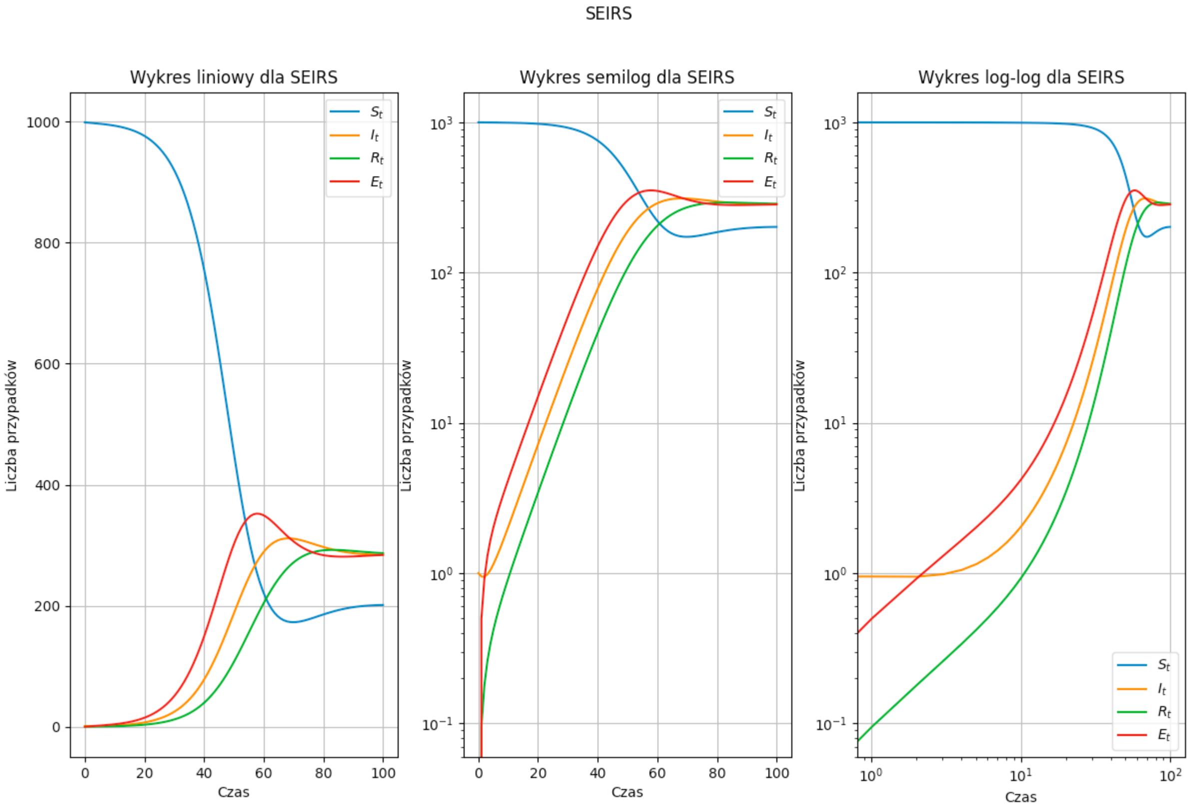
Zadanie 3

- Powtórz zadania 1 i 2 dla modeli:
  (d) SEIR, **(e)** SEIRS

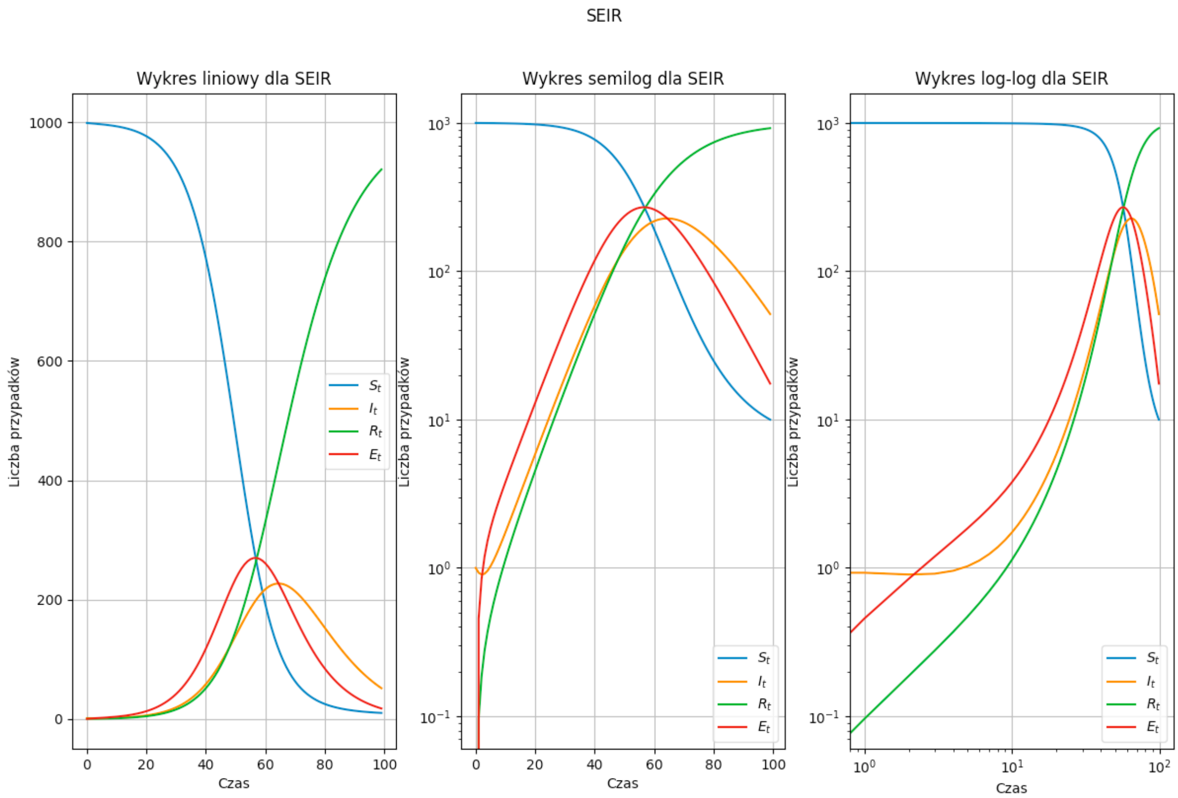
Wykresy dla modeli SEIR i SEIRS z zadań 1 i 2 (pliki źródłowe zadania 1 i 2 posiadają metody tworzące model SEIR i SEIRS):

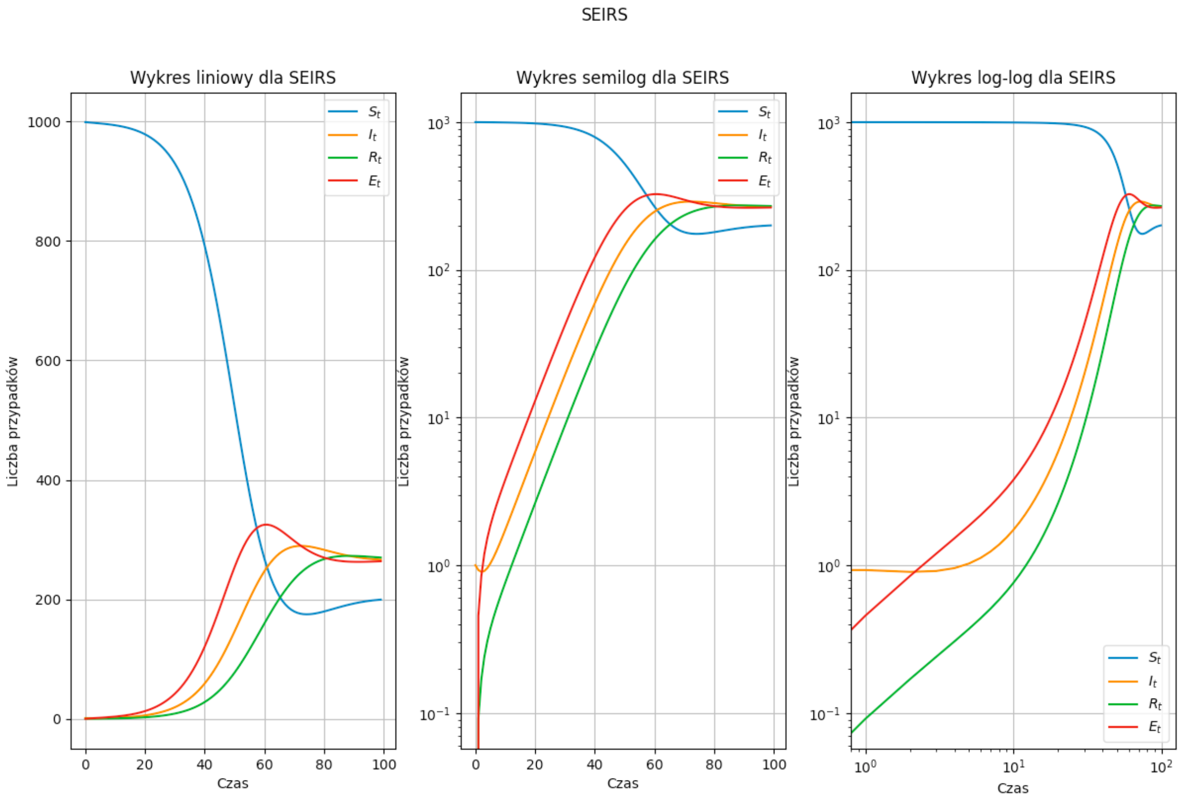
Zadanie 1:





Wykresy z zadania 2 metodą DOPRI:

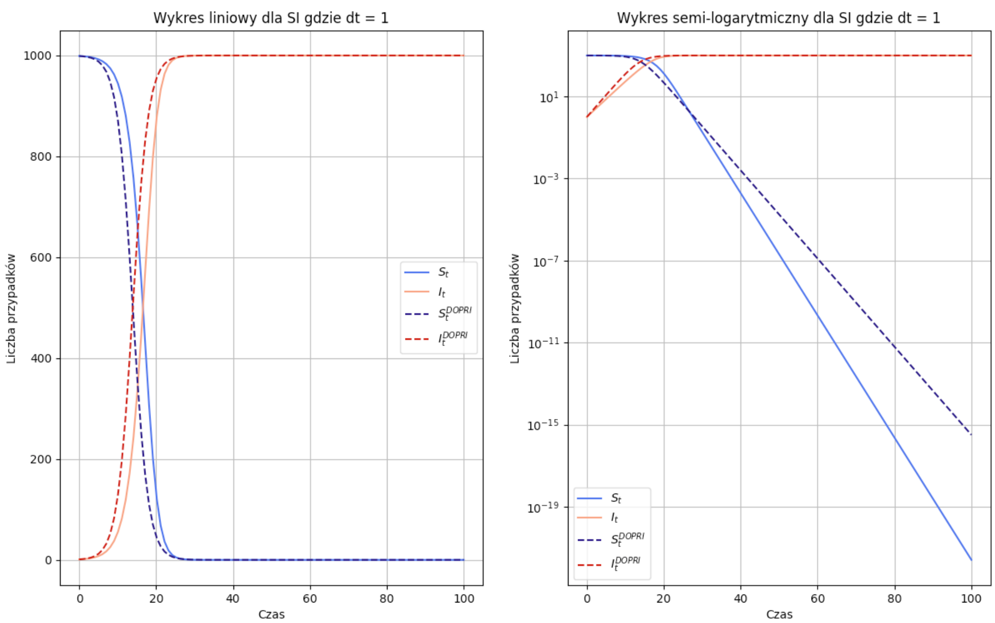


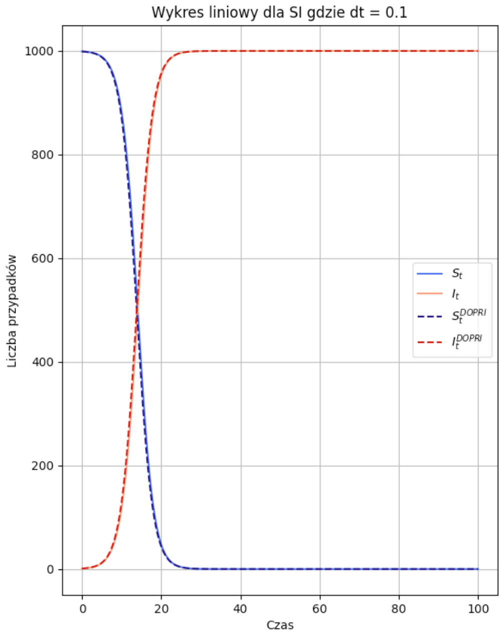


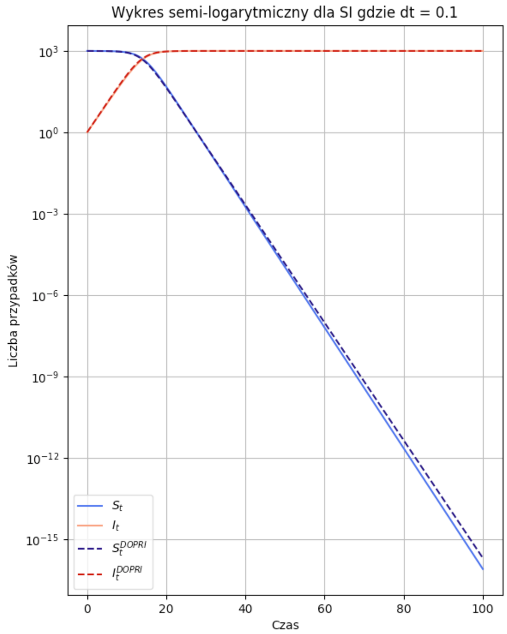
Zadanie 4

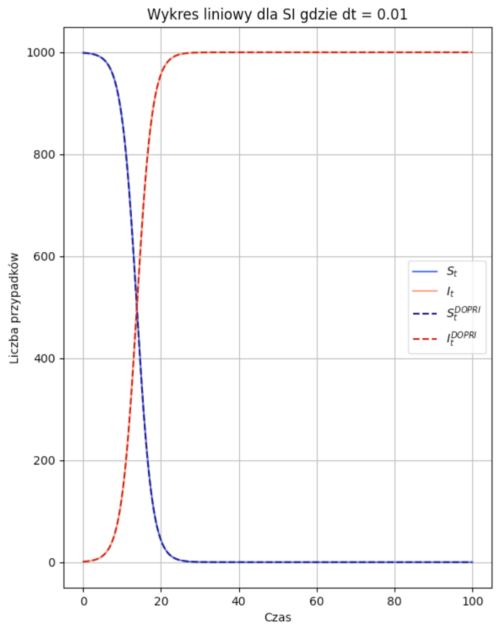
- Porównaj wyniki zadań 1 i 2 dla $\Delta t = 1, 0.1, 0.01, 0.001$ w metodzie Eulera.

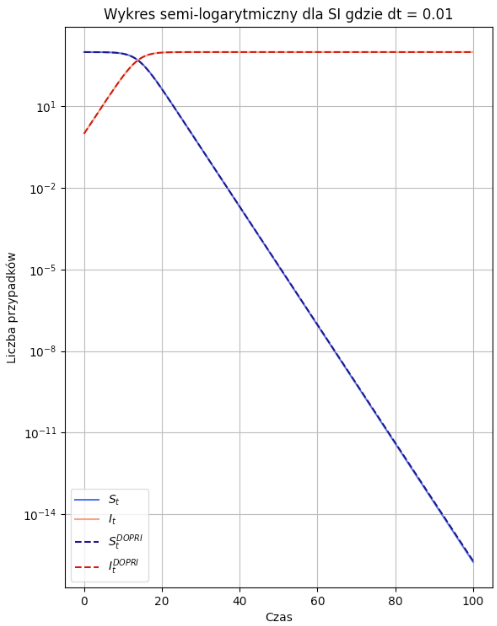
Stworzony został kod źródłowy, który rysuje na jednym wykresie wyniki porównawcze.
Oto wykresy:
SI:

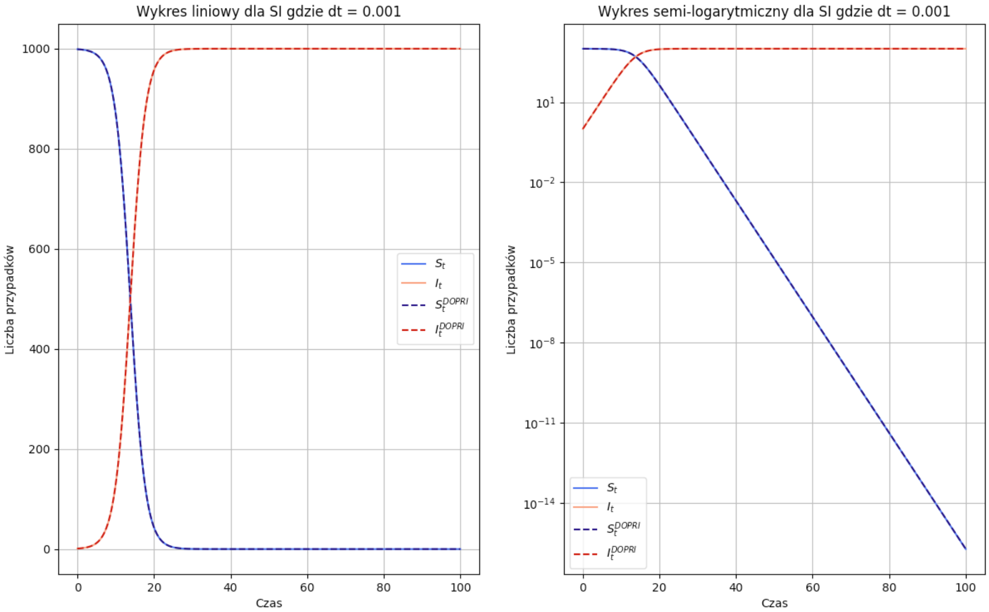



Wykres liniowy dla SI gdzie dt = 0.1
Liczba przypadków
Czas
S_t
I_t
S_t^{DOPRI}
I_t^{DOPRI}


Wykres semi-logarytmiczny dla SI gdzie dt = 0.1
Liczba przypadków
Czas
S_t
I_t
S_t^{DOPRI}
I_t^{DOPRI}

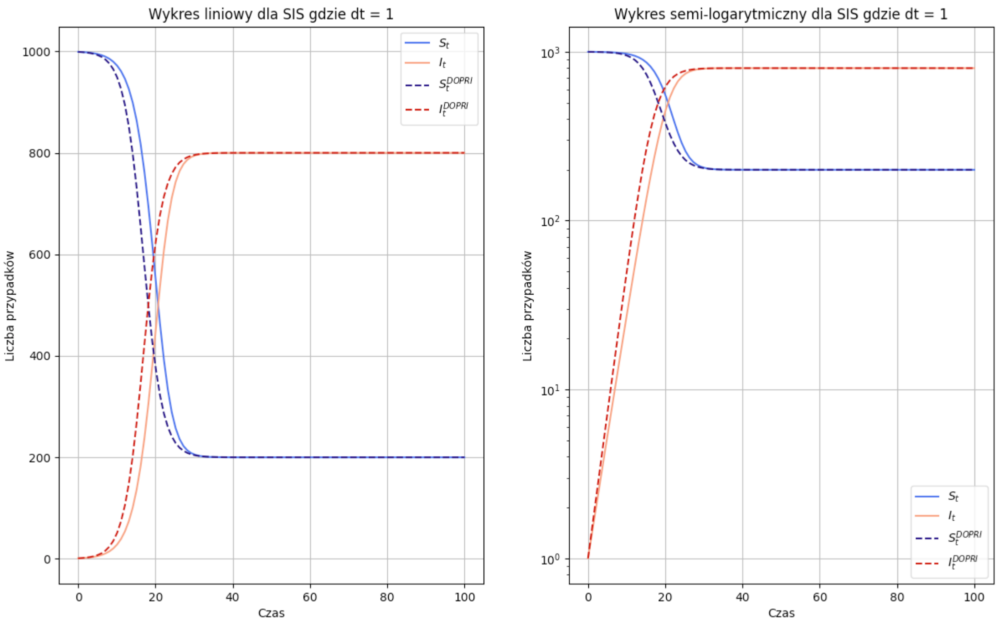

Wykres liniowy dla SI gdzie dt = 0.01
Liczba przypadków
Czas
S_t
I_t
S_t^{DOPRI}
I_t^{DOPRI}


Wykres semi-logarytmiczny dla SI gdzie dt = 0.01
Liczba przypadków
Czas
S_t
I_t
S_t^{DOPRI}
I_t^{DOPRI}

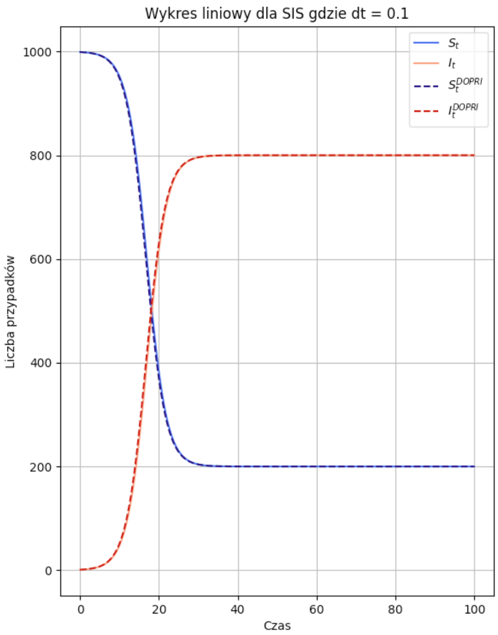


Wykres liniowy dla SI gdzie dt = 0.001
Wykres semi-logarytmiczny dla SI gdzie dt = 0.001
Liczba przypadków
Czas

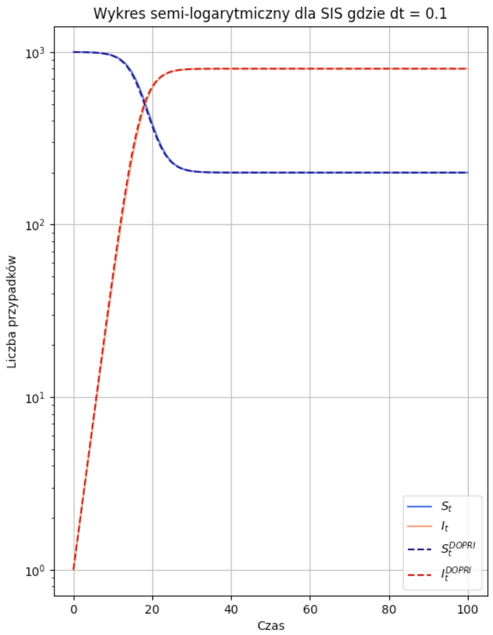
- SIS:



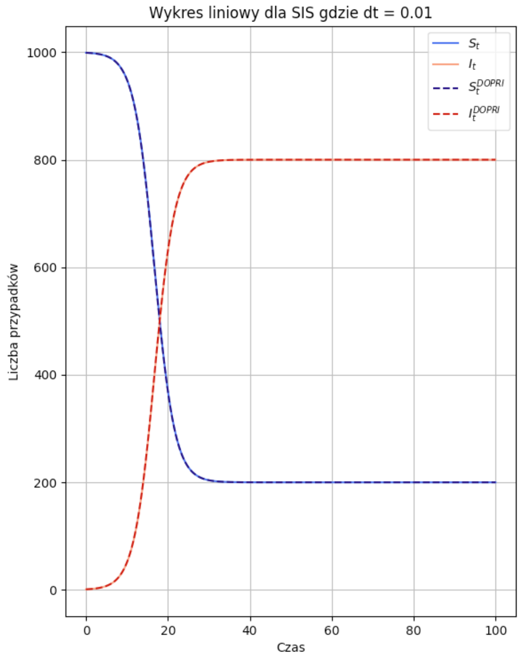
Wykres liniowy dla SIS gdzie dt = 1
Wykres semi-logarytmiczny dla SIS gdzie dt = 1
Liczba przypadków
Czas

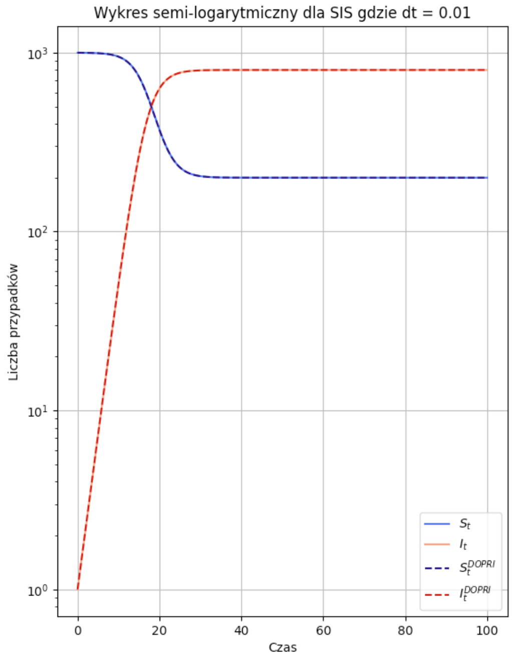


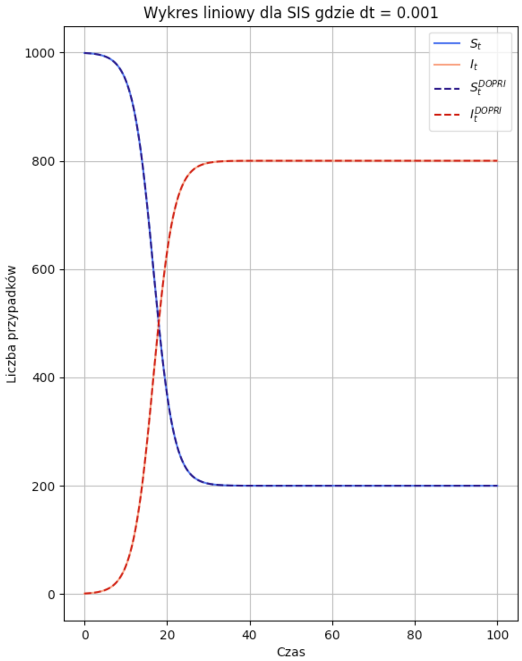
Wykres liniowy dla SIS gdzie dt = 0.1
Liczba przypadków
Czas
S_t
I_t
S_t^{DOPRI}
I_t^{DOPRI}

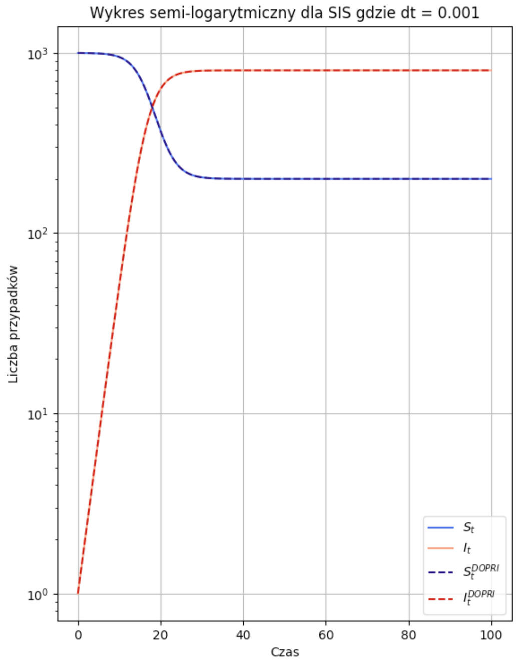


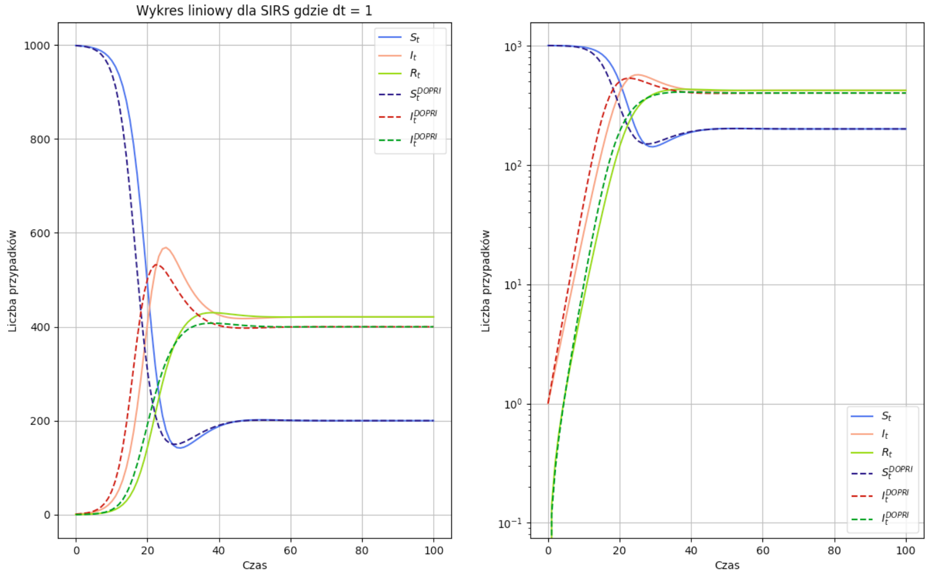
Wykres semi-logarytmiczny dla SIS gdzie dt = 0.1
Liczba przypadków
Czas
S_t
I_t
S_t^{DOPRI}
I_t^{DOPRI}


Wykres liniowy dla SIS gdzie dt = 0.01
Liczba przypadków
Czas
S_t
I_t
S_t^{DOPRI}
I_t^{DOPRI}

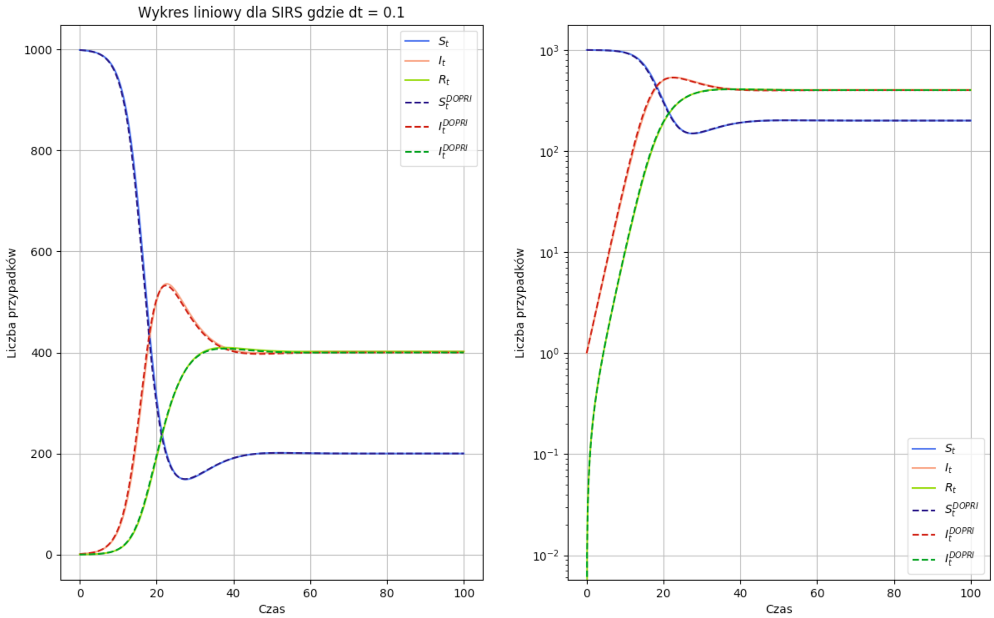

Wykres semi-logarytmiczny dla SIS gdzie dt = 0.01
Liczba przypadków
Czas
S_t
I_t
S_t^{DOPRI}
I_t^{DOPRI}

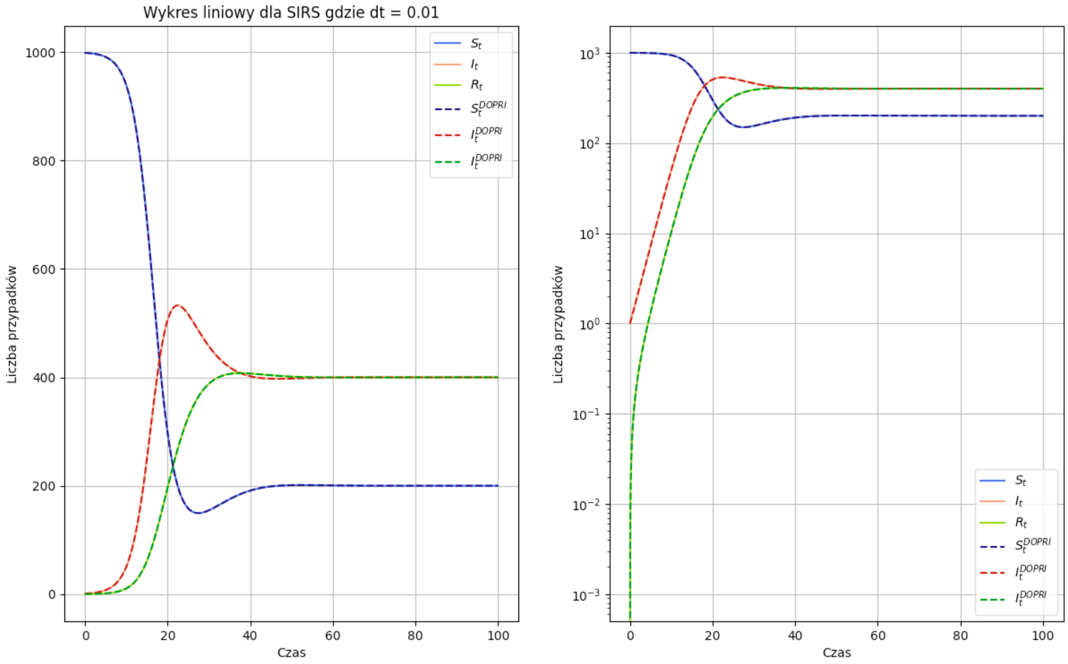

Wykres liniowy dla SIS gdzie dt = 0.001
Liczba przypadków
Czas
S_t
I_t
S_t^{DOPRI}
I_t^{DOPRI}

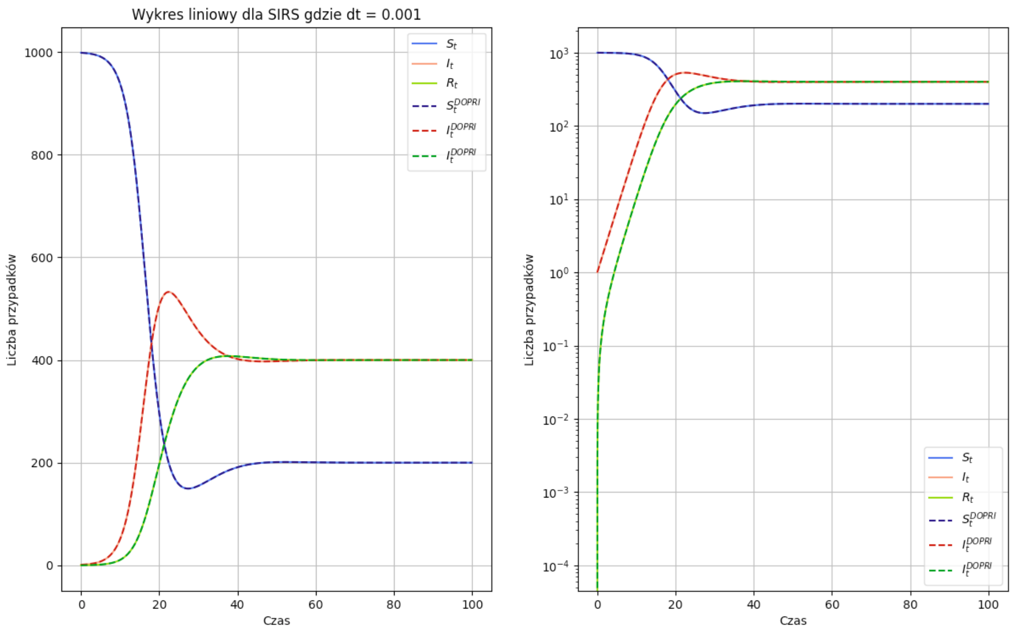

Wykres semi-logarytmiczny dla SIS gdzie dt = 0.001
Liczba przypadków
Czas
S_t
I_t
S_t^{DOPRI}
I_t^{DOPRI}


Wykres liniowy dla SIRS gdzie dt = 1
Liczba przypadków
Czas
S_t
I_t
R_t
S_t^{DOPRI}
I_t^{DOPRI}
I_t^{DOPRI}

- SIRS:


Wykres liniowy dla SIRS gdzie dt = 0.1
Liczba przypadków
Czas
S_t
I_t
R_t
S_t^{DOPRI}
I_t^{DOPRI}
I_t^{DOPRI}



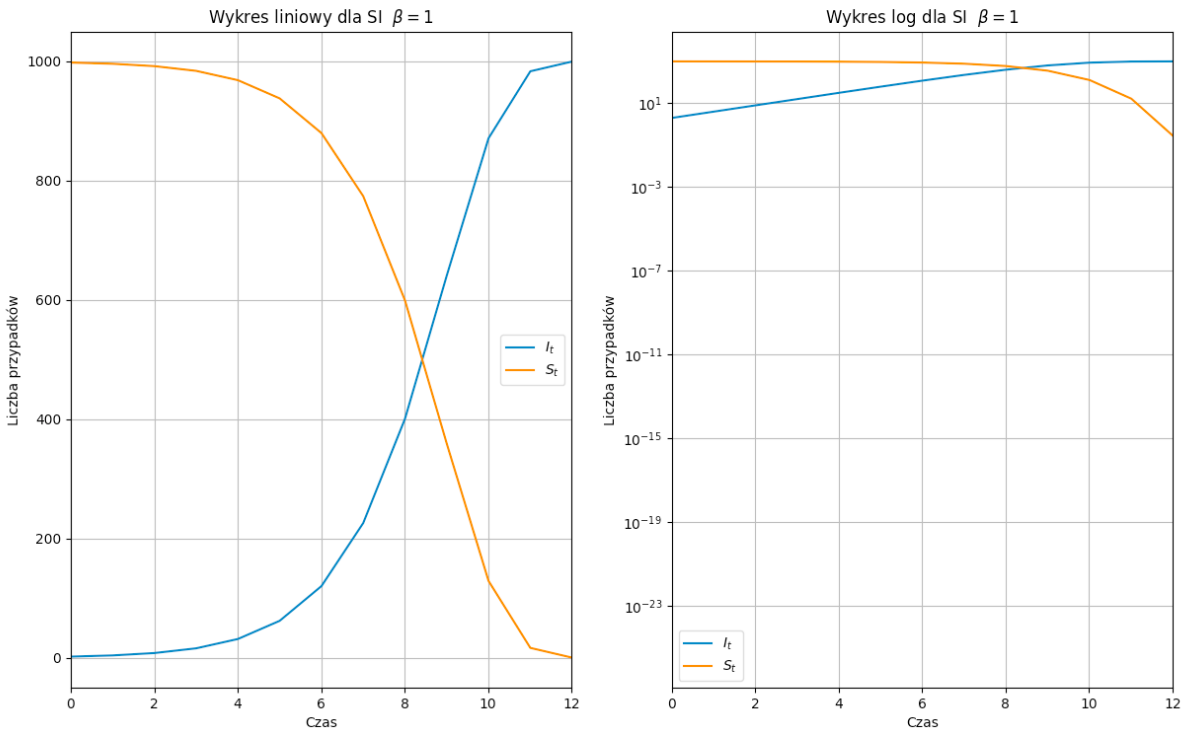


Wnioskiem możemy być tutaj fakt, że wzrasta dokładność obydwu metod, przybliżanie różniczki z mniejszą różnicą jest dokładniejsze jak i metoda DOPRI przez co wykresy obu metod pokrywają się wraz ze zmniejszaniem różnicy deltaT.

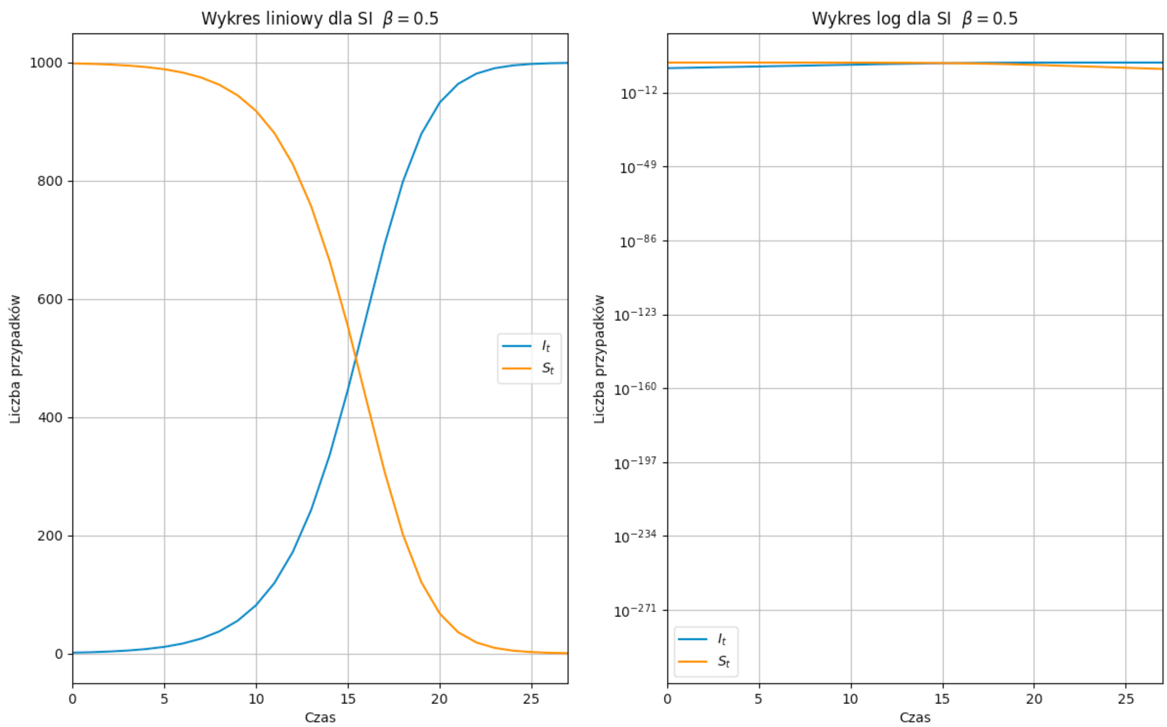
Zadanie 5

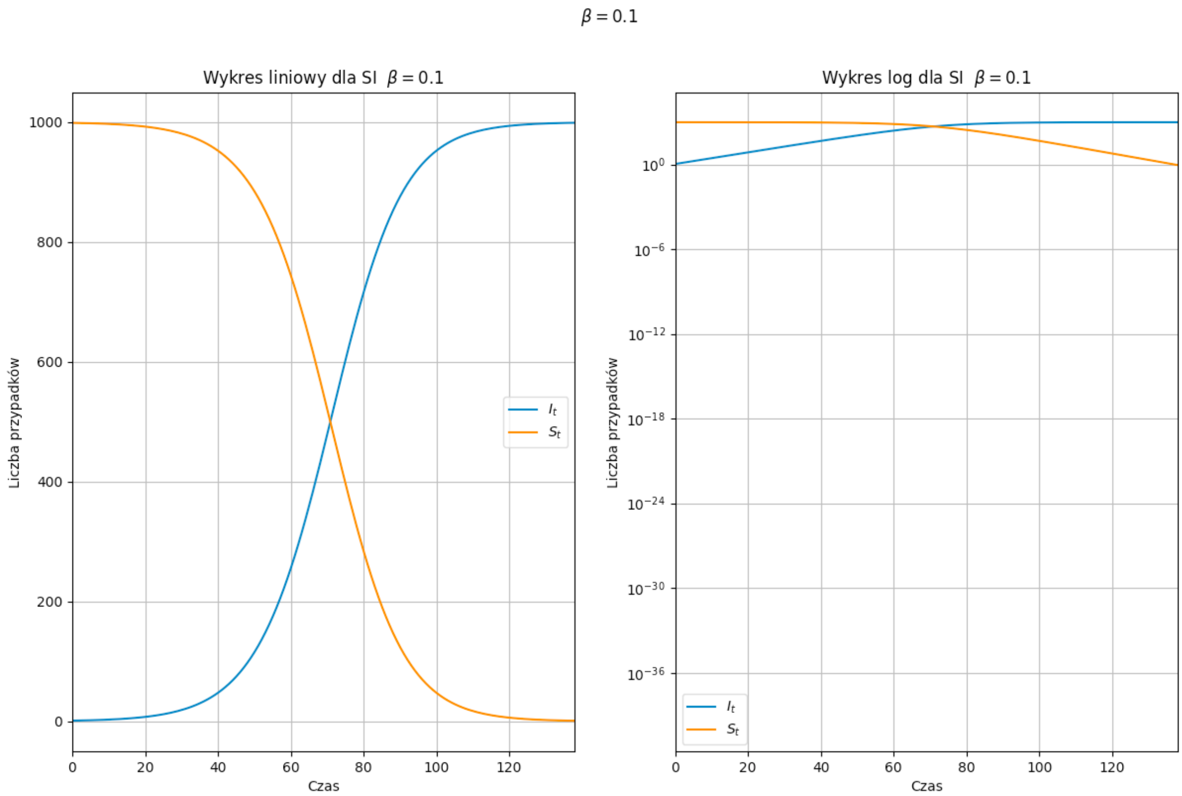
- Dla modelu SI zbadaj wpływ wartości parametru β na czas stabilizacji układu (czas w którym $I(t) >= N_0 - 1$).

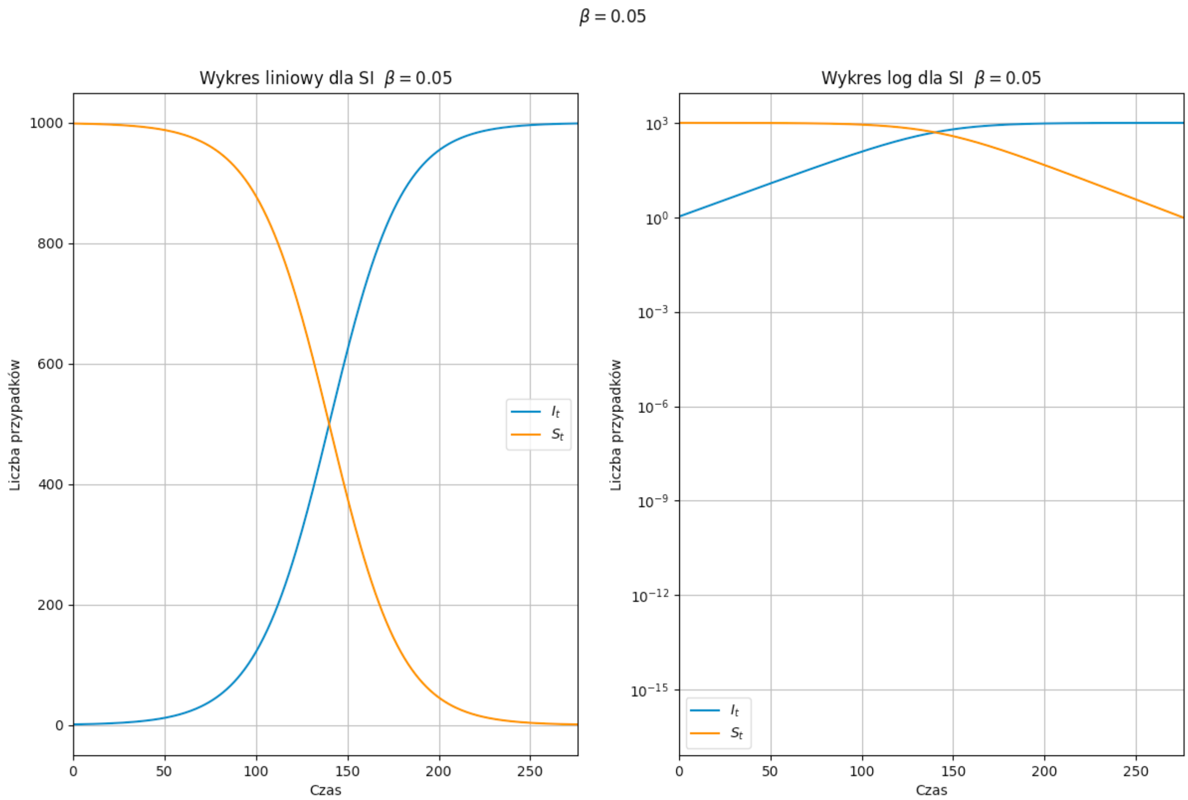
$\beta = 1$



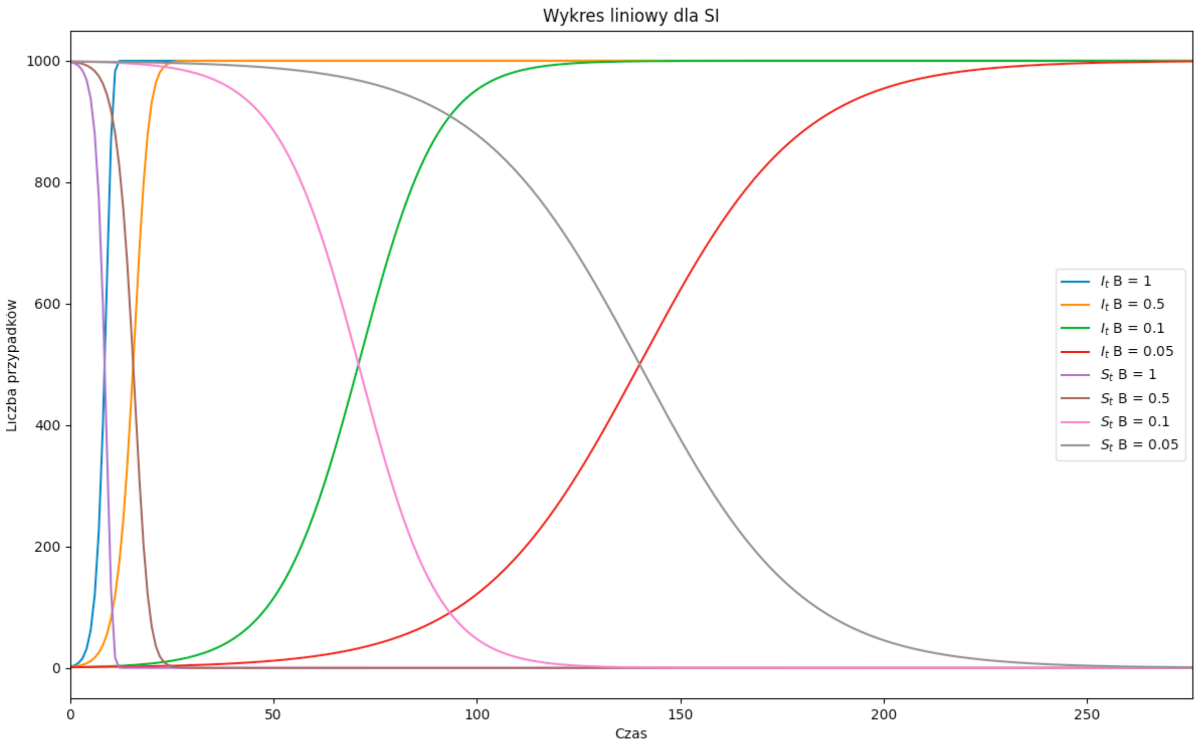
$\beta = 0.5$

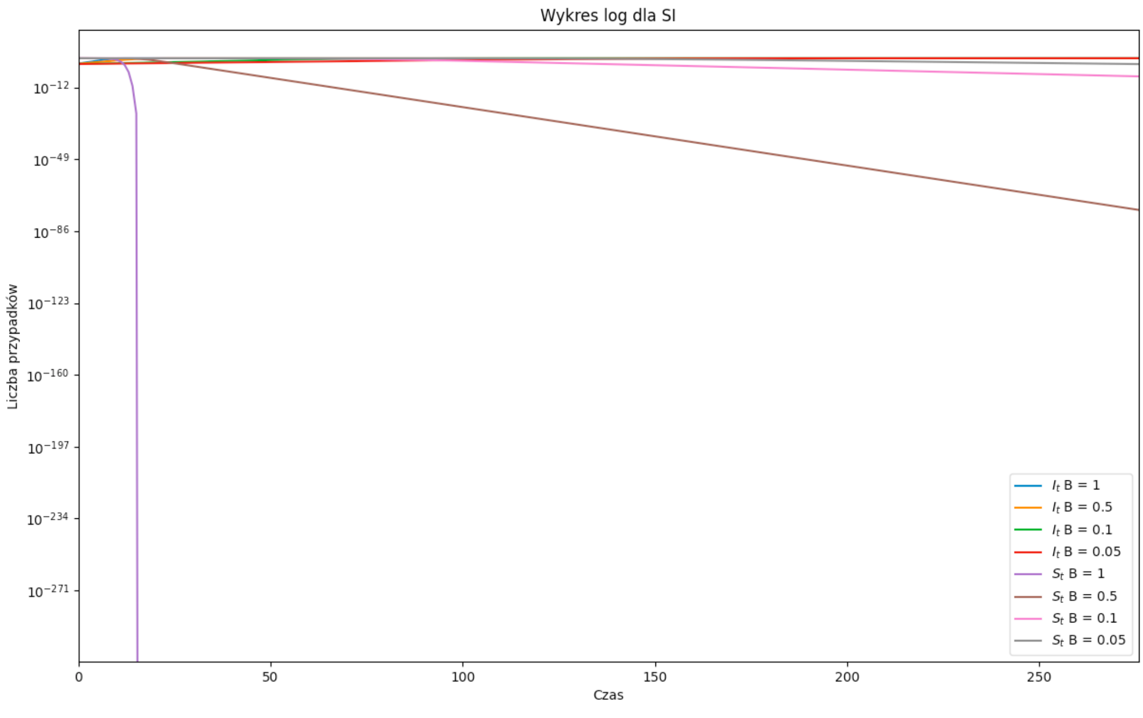



$\beta = 0.1$
Wykres liniowy dla SI $\beta = 0.1$
Wykres log dla SI $\beta = 0.1$
Liczba przypadków
Czas
I_t
S_t
0
200
400
600
800
1000
20
40
60
80
100
120
10^{0}
10^{-6}
10^{-12}
10^{-18}
10^{-24}
10^{-30}
10^{-36}


$\beta = 0.05$
Wykres liniowy dla SI $\beta = 0.05$
Wykres log dla SI $\beta = 0.05$
Liczba przypadków
Czas
I_t
S_t
0
200
400
600
800
1000
50
100
150
200
250
10^{3}
10^{0}
10^{-3}
10^{-6}
10^{-9}
10^{-12}
10^{-15}

Razem:



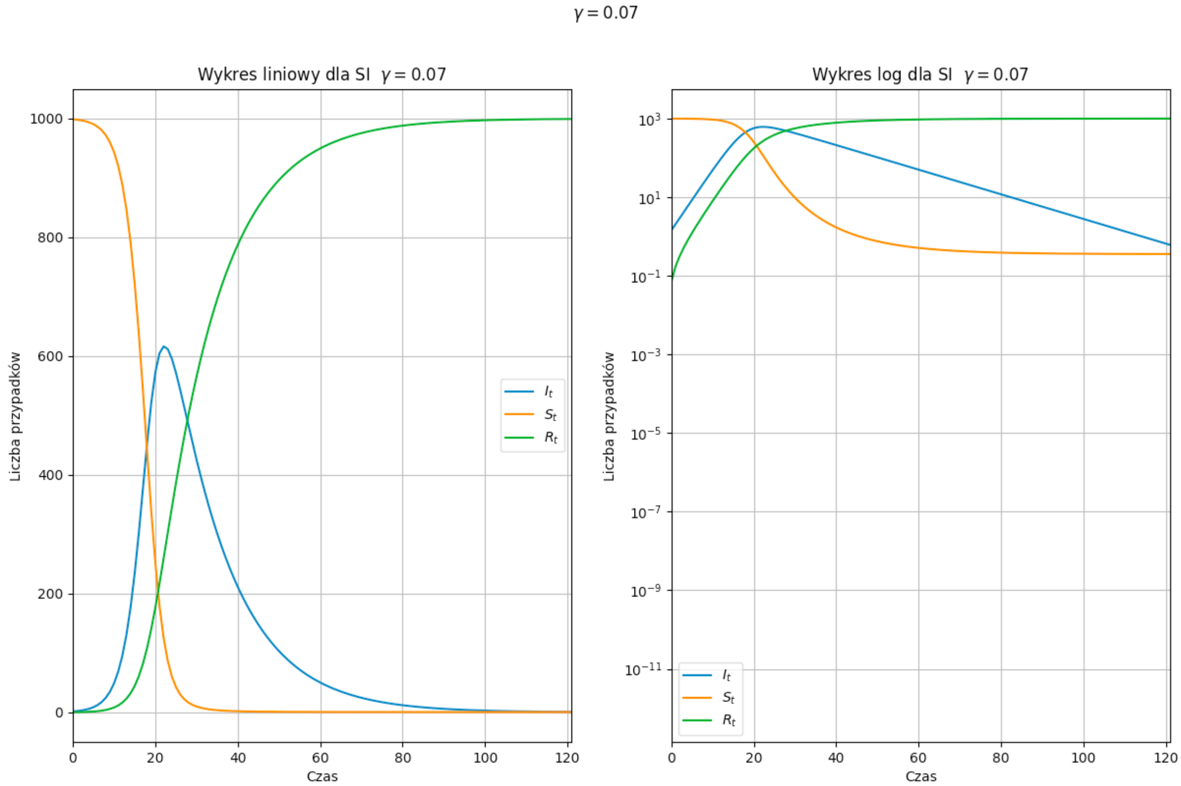


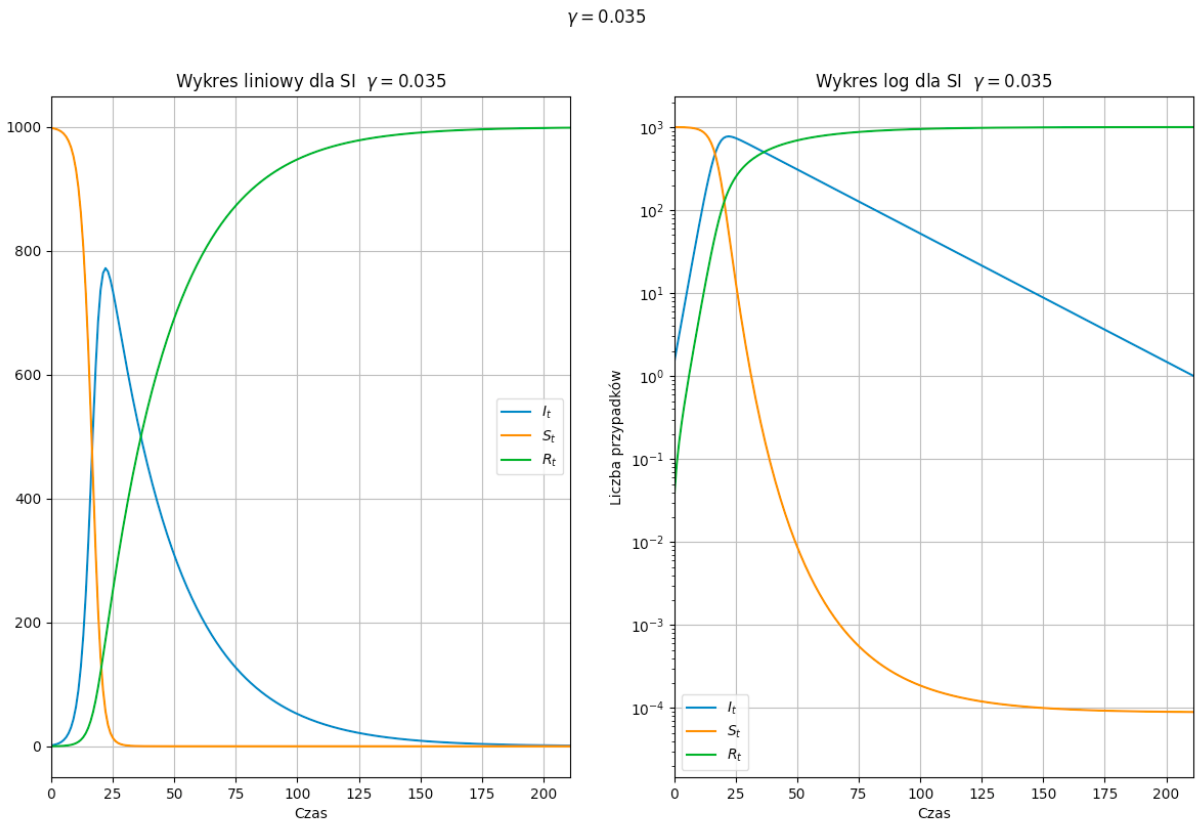
Wniosek jaki widzimy dla współczynnika Beta to że dla równego 1 tempo wzrostu zarażonych osób jest bardzo szybkie w porównaniu do tempa dla Beta równego 0.05

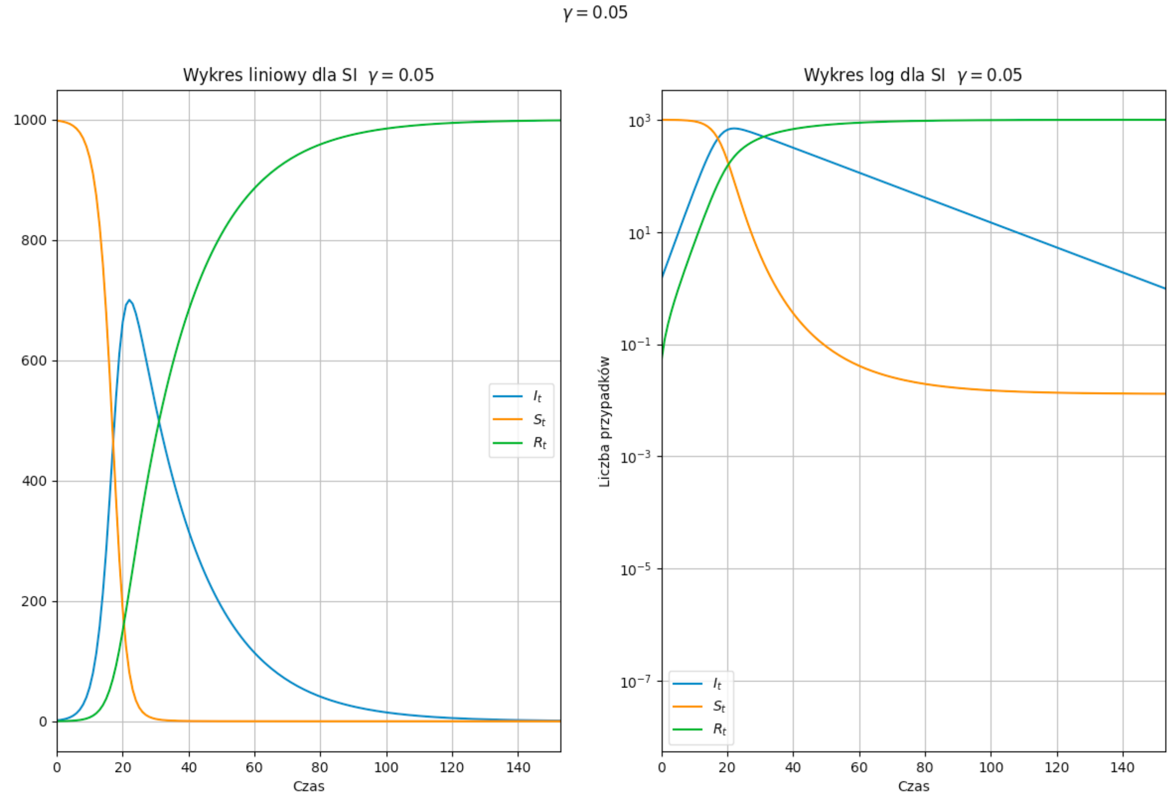
Zadanie 6

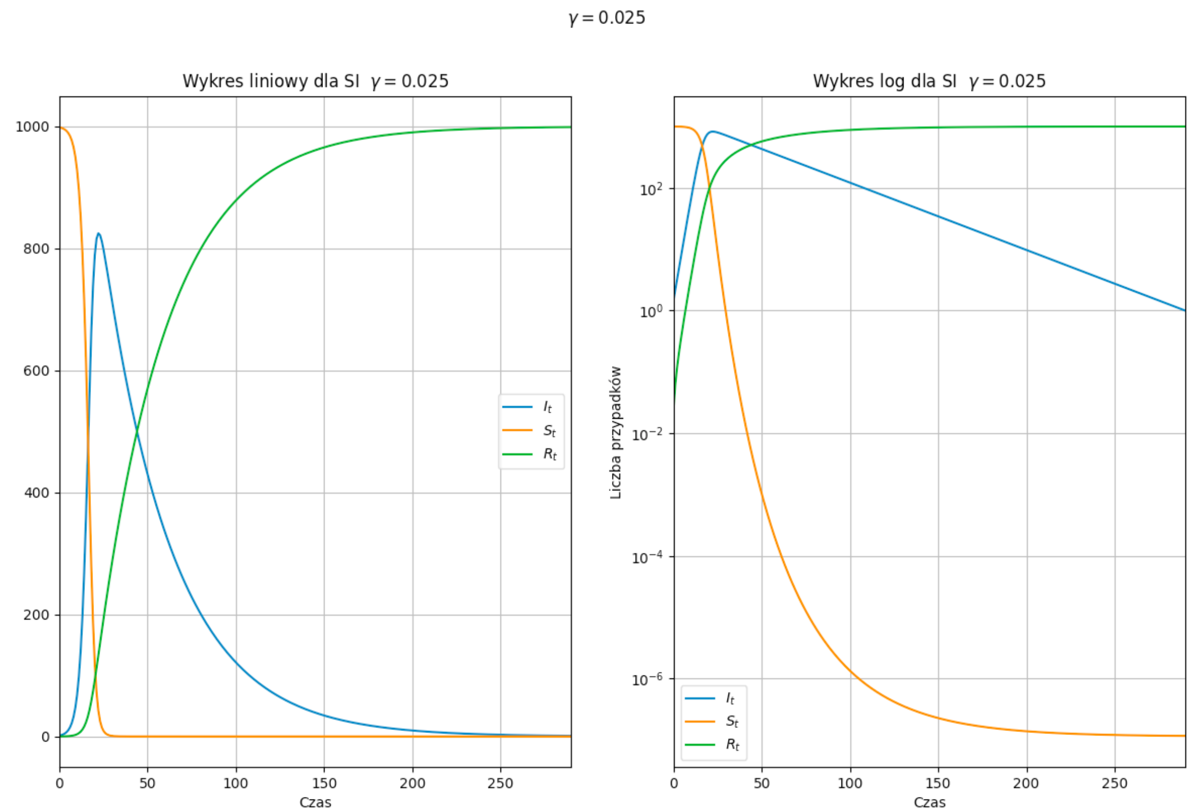
- Dla modelu SIR zbadaj wpływ wartości parametru γ na czas stabilizacji układu (czas w którym $R(t) >= N_0 - 1$).

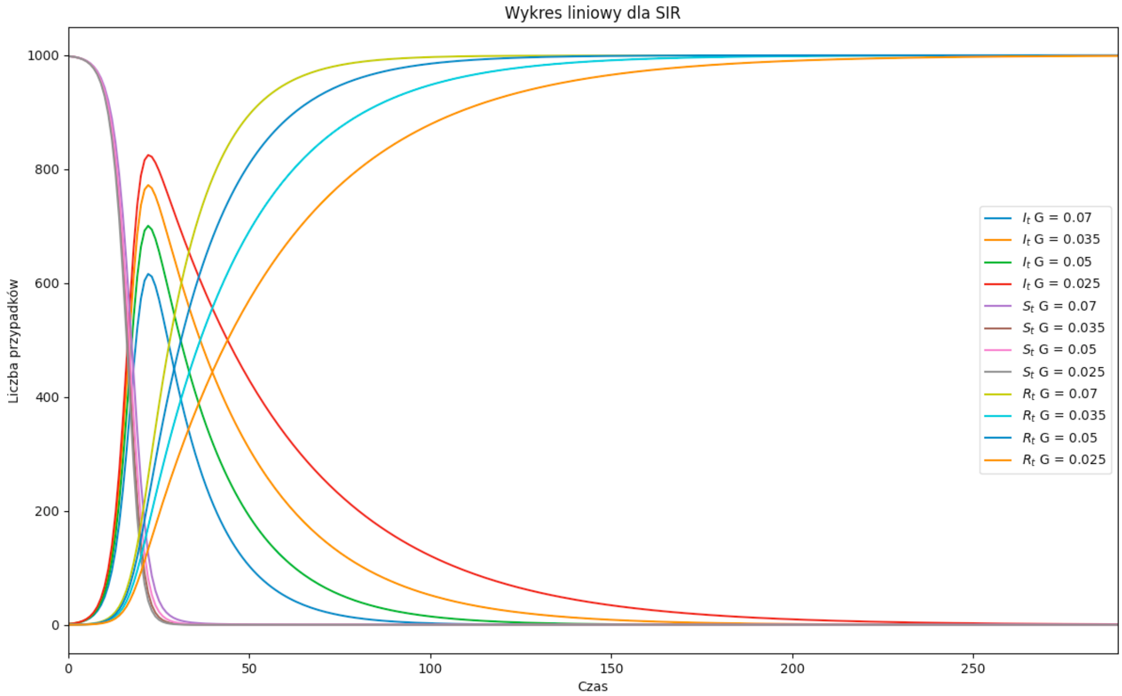
Wykresy przedstawiają poszczególne wykresy dla gamma równego 0,07 0,035 0,05 0,025

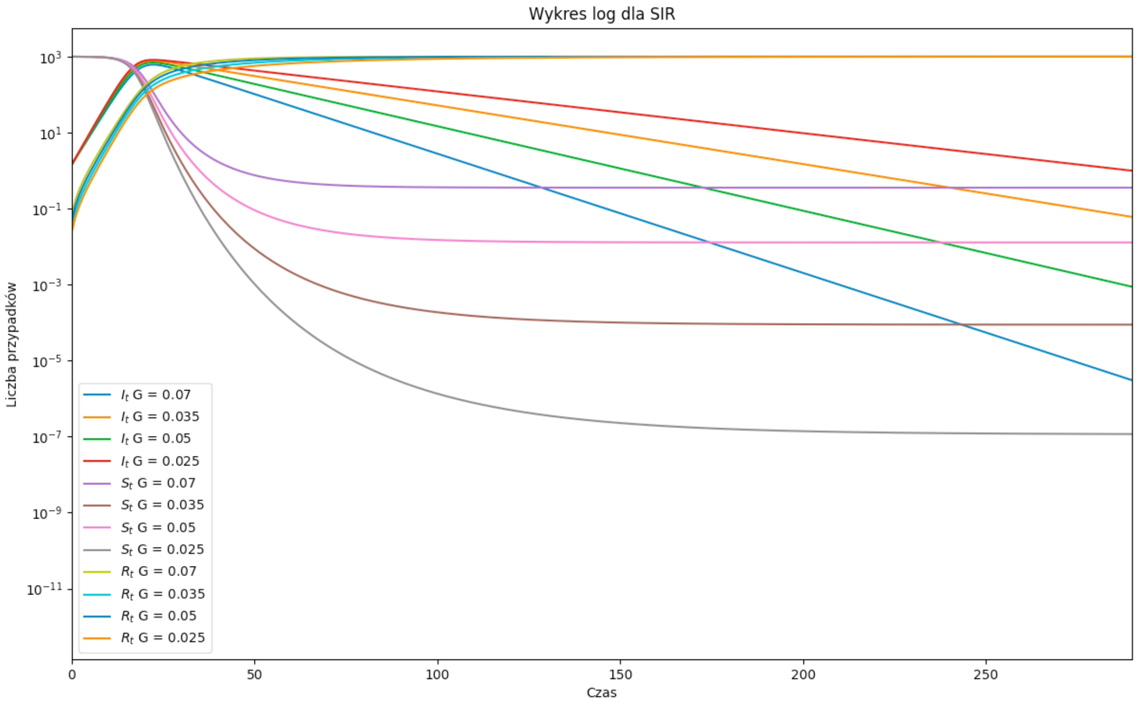





γ = 0.05
Wykres liniowy dla SI γ = 0.05
Wykres log dla SI γ = 0.05
Liczba przypadków
Czas
Czas
I_t
S_t
R_t
0
200
400
600
800
1000
10^{3}
10^{1}
10^{-1}
10^{-3}
10^{-5}
10^{-7}
0 20 40 60 80 100 120 140


γ = 0.025
Wykres liniowy dla SI γ = 0.025
Wykres log dla SI γ = 0.025
Liczba przypadków
Czas
Czas
I_t
S_t
R_t
0
200
400
600
800
1000
10^{2}
10^{0}
10^{-2}
10^{-4}
10^{-6}
0 50 100 150 200 250





Wnioskiem dla współczynnika gamma jest to, że rośnie liczba zarażonych w szybszym tempie, a liczba redukcji R wolniej rośnie