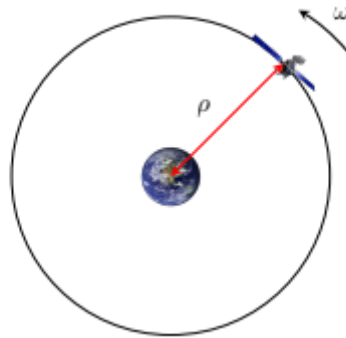


Controllo di un satellite in orbita intorno alla Terra



A cura di:

Matteo Longhi, Daniele Nanni Cirulli, Luca Torzi

Indice:

1. [introduzione al problema](#)
2. [linearizzazione del sistema](#)
3. [progettazione regolatore](#)
4. [test sul sistema linearizzato](#)
5. [test su sistema non lineare](#)

INTRODUZIONE AL PROBLEMA

Lo scopo del progetto è controllare la velocità di un satellite in orbita intorno alla Terra avente le seguenti equazioni fisiche:

$$m\ddot{p} = mp\omega^2 - \frac{mK_G M}{p^2} - \beta_1 \dot{p} + \tau'$$

$$\dot{\omega} = \frac{-2\omega\dot{p}}{p} - \frac{\beta_2\omega}{m} + \frac{\tau}{mp}$$

a cui è già stata applicata una legge di controllo per l'ingresso τ' con equazioni risultanti:

$$m\ddot{p} = \beta_1 \dot{p} + m(k-1) \frac{K_G M}{p^2} - p\omega^2$$

$$\dot{\omega} = \frac{-2\omega\dot{p}}{p} - \frac{\beta_2\omega}{m} + \frac{\tau}{mp}$$

Inoltre si vuole che il sistema rispetti le seguenti specifiche:

1. errore a regime nullo con riferimento al gradino,
2. margine di fase $Mf \geq 55^\circ$,
3. sovraelongazione percentuale al massimo dell'1%: $\% \leq 1\%$,
4. Il tempo di assestamento all'1% = 5% deve essere inferiore al valore fissato:
 $T_a, \xi = 0.05s$,
5. il disturbo sull'uscita $d(t)$, con una banda limitata nel range di pulsazioni $[0, 0.5]$, deve essere abbattuto di almeno 35 dB,
6. il rumore di misura $n(t)$, con una banda limitata nel range di pulsazioni $[2.5 \cdot 10^4, 10^5]$, deve essere abbattuto di almeno 70 dB.

LINEARIZZAZIONE DEL SISTEMA

Date le equazioni fisiche di cui sopra, il sistema risulta nella seguente forma canonica

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{\beta_1}{m}x_2 + (k-1)\left(\frac{K_G M}{p_e^2} - p_e x_3^2\right)$$

$$\dot{x}_3 = -2\frac{x_3 x_2}{p_e} - \frac{\beta_2 x_3}{m} + \frac{\tau}{m p_e}$$

dato il valore di equilibrio $x_{1e} = p_e$, come da specifiche, il vettore di equilibrio risulta essere:

$$x_1 = p_e$$

$$x_2 = 0$$

$$x_3^2 = \frac{K_G M}{p_e^3} \Rightarrow x_3 = \sqrt{\frac{K_G M}{p_e^3}}$$

$$x_e = \left(p_e \quad 0 \quad \sqrt{\frac{K_G M}{p_e^3}} \right)$$

$$u_e = \sqrt{\frac{K_G M}{p_e}} \beta_2$$

Di conseguenza la matrice $A = \frac{d}{dx}f(x, u)$ calcolata nel vettore di equilibrio risulta essere

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -0.0000 & -0.0000 & -5765.3 \\ -0.0000 & -0.0000 & -0.0000 \end{bmatrix}$$

e la matrice $B = \frac{d}{du}f(x, u)$ è

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.1333 * 10^{-10} \end{bmatrix}$$

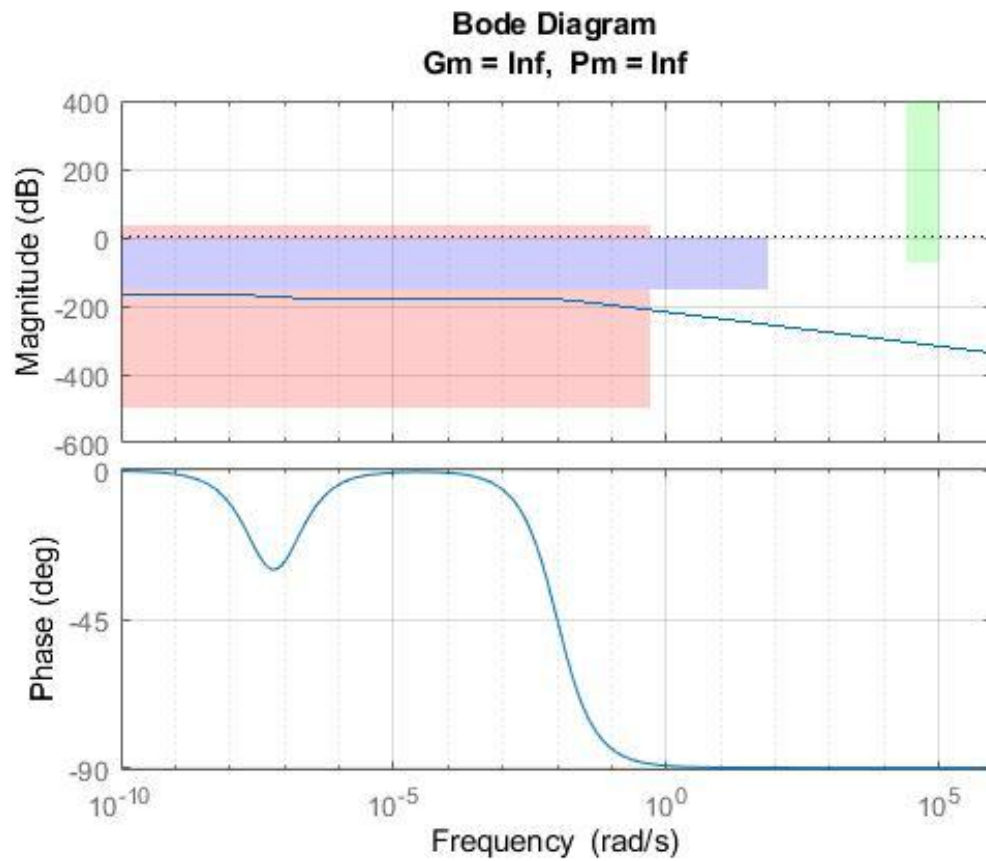
mentre le matrici C e D risultano intuitive

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

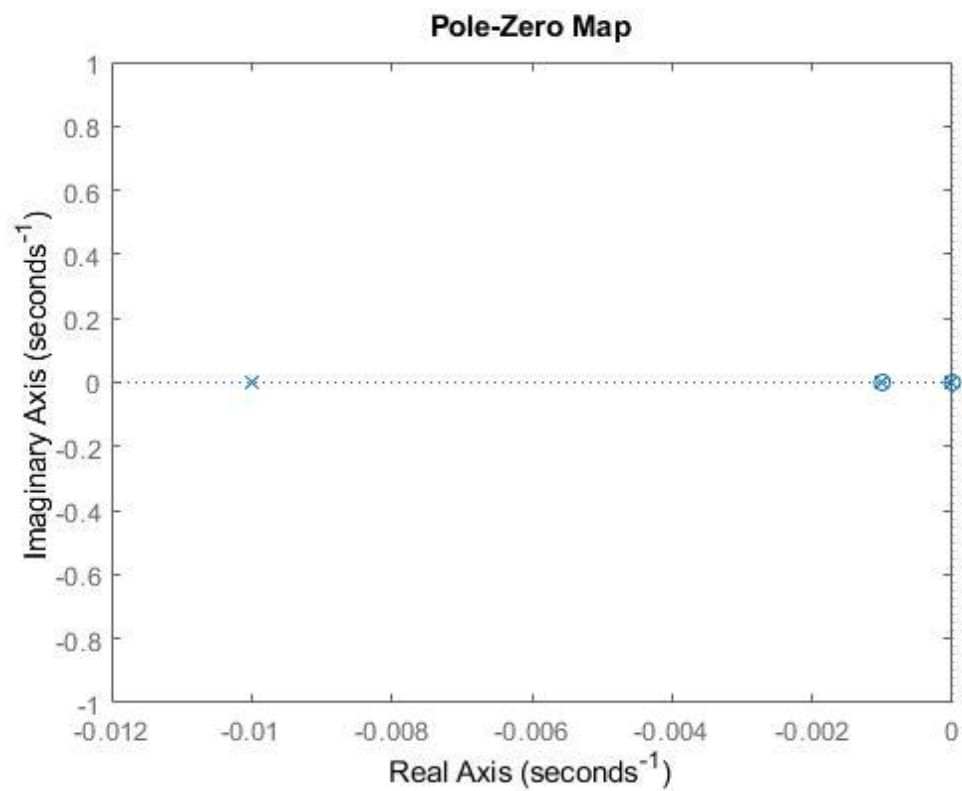
$$D = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

Il sistema linearizzato presenta il seguente diagramma di Bode per la funzione di trasferimento $G(s)$

$$G(s) = \frac{1.3333 * 10^{-11}(s + 0.0009999)(s + 1.108 * 10^{-07})}{(s + 0.01)(s + 0.001)(s + 3.693 * 10^{-08})}$$

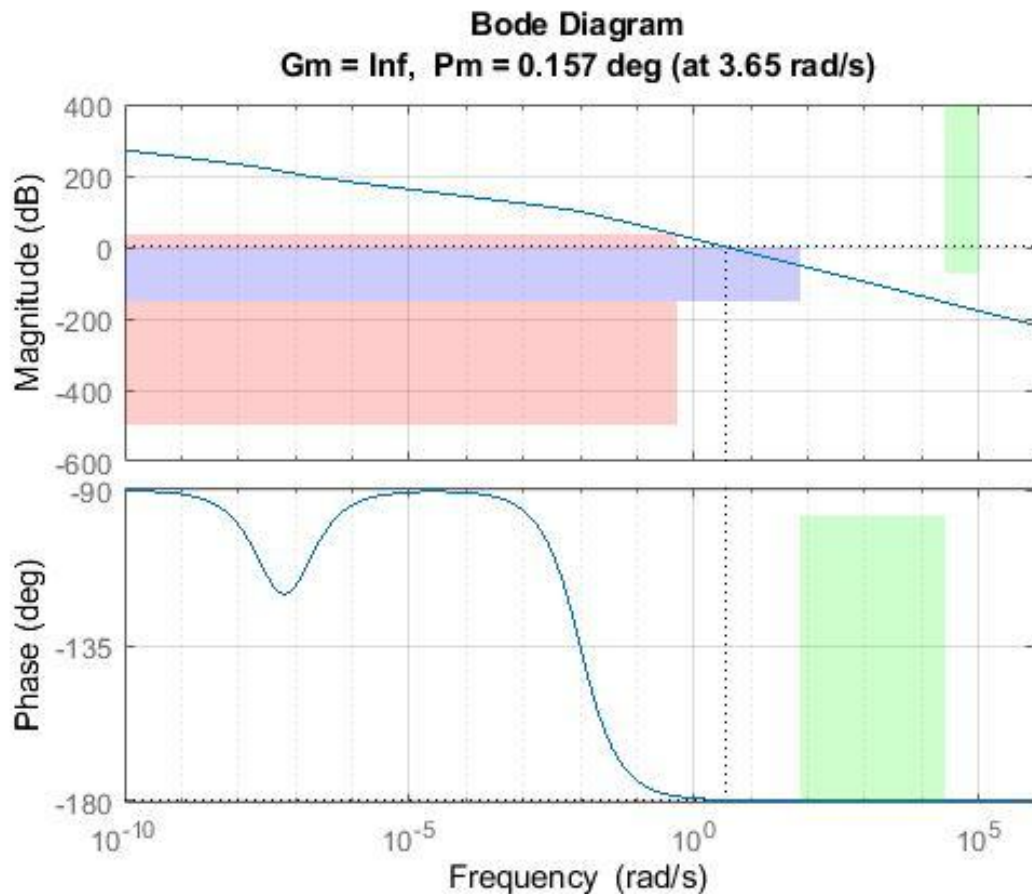


Il sistema linearizzato ha i seguenti autovalori per la matrice A:



PROGETTAZIONE DEL REGOLATORE

Dato il sistema linearizzato in precedenza si vuole sopperire ai vincoli sull'errore a regime e sulla riduzione dei disturbi in uscita con un regolatore statico nella forma $R_s(s) = \frac{\mu}{s}$ con $\mu = 10^{12}$.

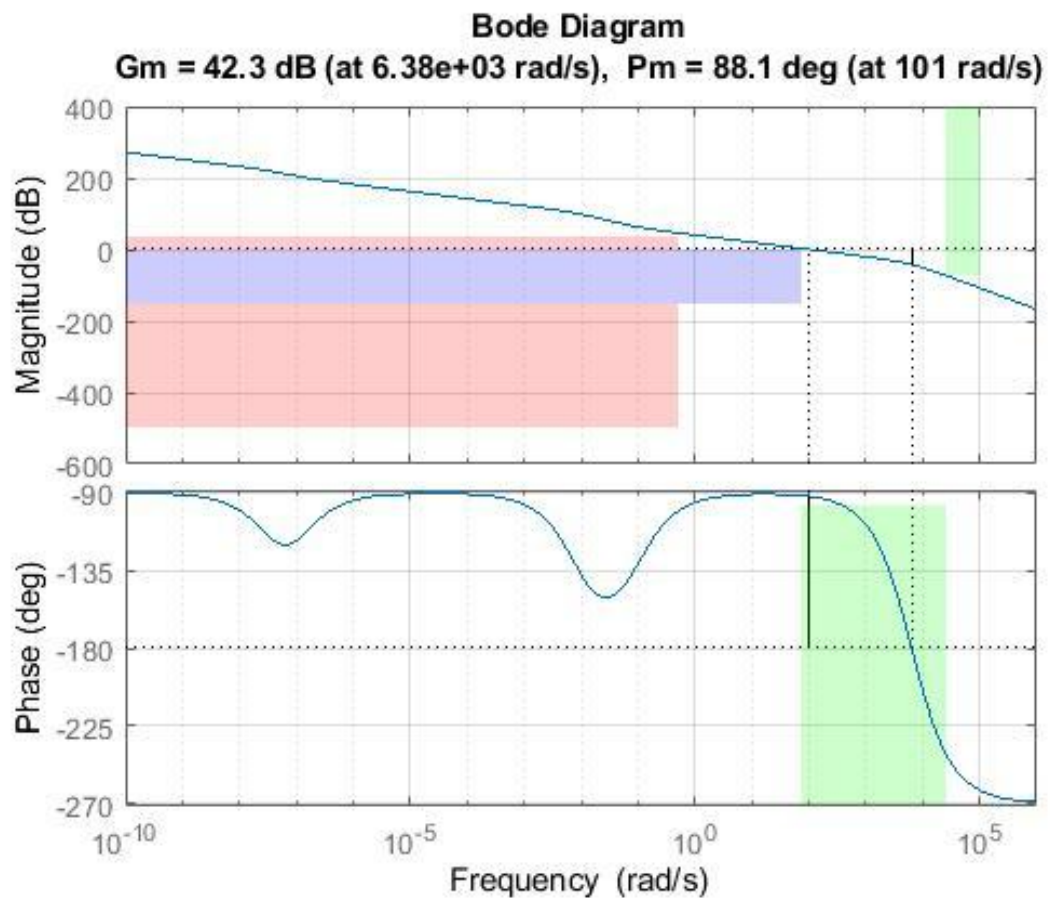


Per sopperire alle rimanenti specifiche si implementa un regolatore dinamico sotto forma di rete ritardo-anticipo a cui aggiungiamo un polo per ridurre il guadagno in alta frequenza.

Il regolatore dinamico $R_d(s)$ presenta la seguente equazione:

$$R_d(s) = \frac{3.0771 * 10^8 (s + 0.1)(s + 0.01323)}{(s + 8145)(s + 5000)(s + 0.01)}$$

La funzione $L(s) = R_s(s)R_d(s)G(s)$ presenta il seguente diagramma di bode:

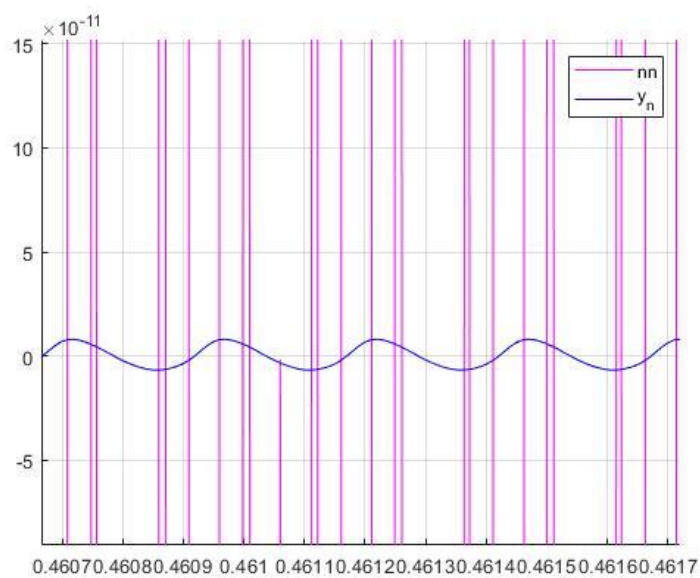
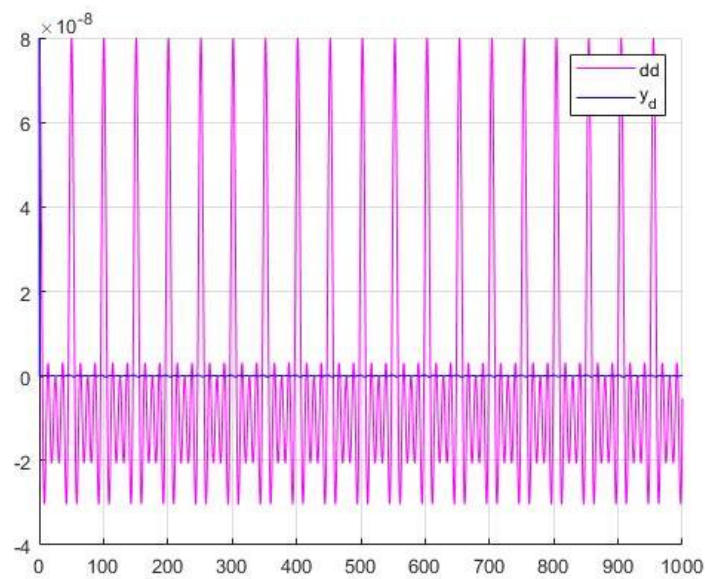


TEST SU SISTEMA LINEARIZZATO

Il sistema con il regolatore mostrato in figura soddisfa i test sui disturbi di misura e di uscita, questi sono stati effettuati con i dati richiesti:

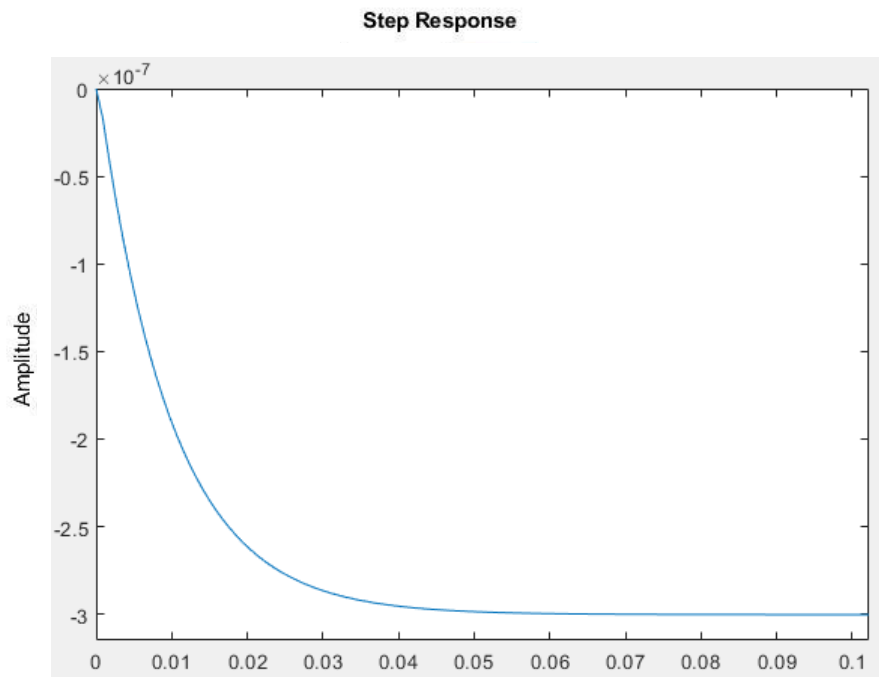
$$d(t) = \sum_{k=1}^4 2 * 10^{-8} * \sin(0.125kt)$$

$$n(t) = \sum_{k=1}^4 3 * 10^{-8} * \sin(2.5 * 10^4 kt)$$



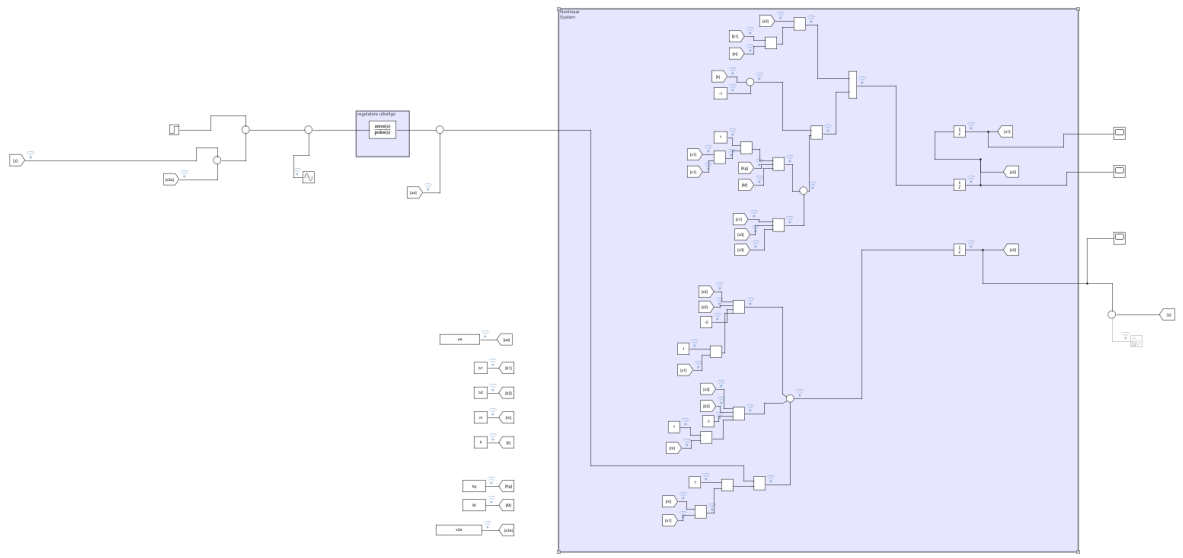
Il sistema inoltre rispetta anche le specifiche su tempo di assestamento e sovraelongazione percentuale, effettuate sul gradino

$$w(t) = -3 * 10^{-7} * 1(t)$$

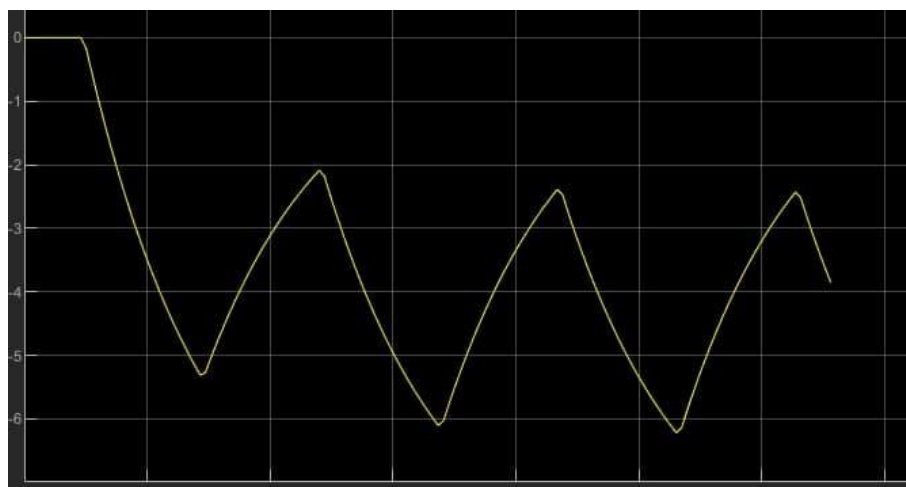


TEST SU SISTEMA NON LINEARE

Il sistema con il regolatore illustrato in precedenza è stato riprodotto tramite simulink per poter osservare la variazione delle componenti dello stato ed esplorare il range di ampiezze di ingressi a gradino che il sistema è in grado di tollerare senza divergere dall'equilibrio.

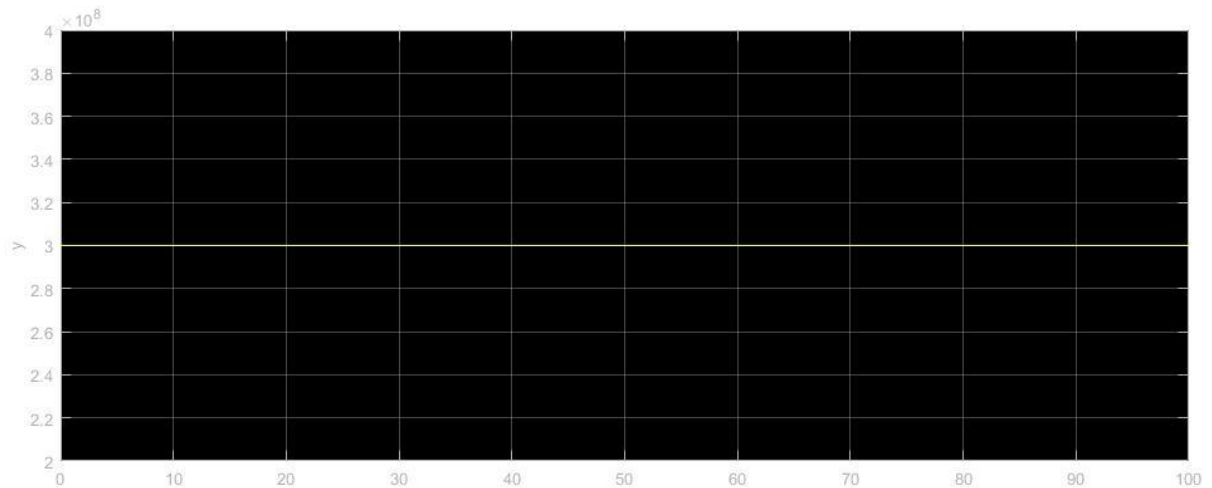


Il sistema non lineare mostra un equilibrio fragile anche per ingressi a gradino di ampiezza ridotta dell'ordine di 10^{-20} , infatti per questi ingressi la componente x_2 dello stato diverge con un comportamento a dente di sega, per quanto la variazione sia minima in un intervallo di tempo ampio (sul lungo periodo essa sembra riportarsi intorno al valore di equilibrio):



La componente x_3 dello stato rimane stabile al valore di ingresso inserito mentre la componente x_1 subisce una leggera variazione dovuta al comportamento della componente x_2 , anche se impercettibile a causa della enorme differenza fra gli ordini di grandezza delle due componenti.

Componente x_1 :



Componente x_3 :

