

Universal Turing Machine

Introduzione

La macchina universale di Turing è una macchina in grado simulare qualsiasi altra macchina di Turing e, per farlo riceve in input la descrizione della macchina di Turing M da simulare e la stringa che M deve computare.

La macchina di Turing Universale è canonicamente implementata come una MT a 3 nastri dove:

- $T1$ contiene la descrizione di M
- $T2$ contiene la stringa codificata che la macchina descritta sul primo nastro deve codificare
- $T3$ contiene lo stato iniziale della macchina di Turing descritta sul $T1$

Nel nostro caso avremo una macchina di Turing Universale $U = \{ \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_f \}$ dove:

- $\Gamma_U = \{ \square, 0, 1 \}$
- $\Sigma_U = \{ 0, 1 \}$

Che simula la seguente macchina $M = \{ \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_f \}$ dove:

- $Q_M = \{ q_1, q_2, \dots, q_n \}$
- $\Gamma_U = \{ a_1, a_2, \dots, a_n \} (a_1 = \square)$
- $q_0 = q_1$
- $q_f = q_2$

Codifica

Arrivati a questo punto dobbiamo stabilire un metodo di codifica che però, come è emerso a lezione, all'aumentare dei caratteri utilizzati aumenta la complessità della macchina di Turing Universale. Pertanto, si è deciso di utilizzare la seguente codifica:

- $q_i = 1^i$ (es. $q_5 = 11111$)
- $a_i = 1^i$
- $L, S, R = 1, 11, 11$
- 0 funge da suffisso, ossia da simbolo separatore
- 10 rappresentano il simbolo blank

Input

$T1$ 101101011101110101011010110

$T2$ 110110110 (codifica di aaa)

$T3$ 1

Algoritmo/Funzionamento

La macchina U in q_0 compara dapprima lo stato corrente di T1 con lo stato in T3:

- Se gli stati sono gli stessi , U passa a q_1 e procede a riposizionare la testina di T3 all'inizio.
- Se gli stati sono differenti, da q_6 fino a q_{11} procede a muovere la testina di T1 sulla prossima transizione.

In seguito in q_2 la macchina U compara il simbolo nello stato corrente di T1 con il simbolo di T2:

- Se i simboli non sono uguali U procede allo stato q_{12} e ,dallo stato q_7 fino al q_{11} muove U alla prossima transizione di M.
- Se i simboli sono uguali U si muove in q_3 e inoltre T2 e T3 sono cambiati come descritto dalla transizione tramite gli stati in seguito descritti.

Prima U scrive mediante gli stati q_4 q_5 un nuovo stato di M in T3.

Dopo U va in q_{13} che si sposta fino in q_{17} per scrivere il nuovo simbolo in T2.

Mentre scrivere un nuovo stato risulta semplice , scrivere un nuovo simbolo risulta più complicato poiché i simboli differiscono in lunghezza. Inoltre, non dobbiamo solamente scrivere il nuovo simbolo codificato, ma anche shiftare a sinistra o destra qualsiasi cosa segua questo simbolo in T2 ,a seconda che il simbolo sia più grande o più piccolo del precedente:

- Dallo stato q_{14} fino al q_{16} è gestito il caso in cui il nuovo simbolo sia più grande
- Dallo stato q_{18} fino al q_{21} è gestito il caso in cui il simbolo sia più piccolo

In seguito, passa allo stato q_{22} che fino allo stato q_{30} muove la testina di T2 all'inizio simbolo codificato, che ora sarebbe sotto la testina di M, a seconda del simbolo di movimento; se T2 viene spostato oltre l'inizio o la fine , è aggiunto il simbolo codificato del blank 10.

Lo stato q_{25} riavvolge T1 all'inizio in modo tale da essere pronto per una nuova ricerca delle transizioni con ora , i nuovi simboli e stati codificati di T2 e T3.

Infine passa in q_{31} che fino q_{33} controlla cosa se T3 mantiene la codifica per il secondo stato di M(lo stato finale) e se è così U accetta , altrimenti U va indietro a q_0 e riinizia il processo da capo.