Foglio 3

Daniele Falanga

Esercizio 1

1. se A e B sono disgiunti, vuol dire che la sua intersezione è uguale a 0 utilizzando la formula:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) =$$
$$0.5 = 0.3 + P(B) =$$
$$P(B) = 0.2$$

2. se A e B sono indipendenti, vuol dire che la loro intersezione vale $P(A \cap B) = P(A) * P(B)$:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) =$$
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - [P(A)P(B)] =$$
$$P(A \cup B) = P(B)[1 - P(A)] + P(A) =$$
$$0.2 = P(B)[0.7] =$$
$$P(B) = 0.28$$

3. Se A è un sottoinsieme di B, la sua probabilità è inclusa in quella di B, e la loro unione restituisce quella di B:

$$P(A \cup B) = P(B) =$$
$$P(B) = 0.5$$

Esercizio 2

Se A,B e C sono indipendenti, allora ciascuno di essi risulta indipendente dagli altri 2:

$$P[A \cap (B \cup C)] = P(A)P(B \cup C) \quad \text{Pag 87}$$

Inoltre, per la proposizione 3.8.2:

$$P(A^c \cap F) = P(A^c)P(F)$$
$$P(F) = P(B \cup C)$$

In questo modo abbiamo dimostrato che A^c risulta indipendente dagli B e da C. Per il **punto 2** dobbiamo dimostrare che B^c sia indipendente da A^c e da C, ma siccome abbiamo dimostrato prima che A^c e C sono indipendenti, al dimostrazione risulta analoga a prima, dimostrando quindi, che B^c risulta indipendente dagli altri 2. Per il **punto 3**, dobbiamo dimostrare che C^c risulti indipendente dagli altri due, siccome per B^c e A^c abbiamo verificato essere indipendenti, la dimostrazione risulta analoga.

Esercizio 3

Punto a

La vittoria dei tre cavalli sono 3 variabili aleatorie congiunte:

- X = vittorie del cavallo a
- Y = vittore di b
- Z = vittorie di c

Se volessi calcolare la probabilità di vittoria dello stesso cavallo:

$$P(X=3, Y=3, Z=3) = (0.3)^3 + (0.5)^3 + (0.2)^3$$

Punto b

$$P(X=1, Y=1, Z=1) = \binom{3}{1,1,1}(0.3)(0.5)(0.2) =$$

Esercizio 4

Punto a

Utilizzo il modello di variabile aleatoria binomiale

$$P(X=i) = \binom{n}{i}(p)^i(1-p)^{n-i}$$

X = Colpisco il bersaglio una volta

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) = 1 - \binom{3}{0}(\frac{1}{3})^0(\frac{2}{3})^3$$

Punto b

Non sono sicuro però penso si faccia cosi
Calcolo dal complementare

$$
\begin{aligned}
P(X < 1) = \left(\frac{2}{3}\right)^n < 0.10 \\
n \log(\frac{2}{3}) < 0,10 \\
n > 6
\end{aligned}
$$

Esercizio 5

Esercizio 6