# Foglio 4

Daniele Falanga

## Esercizio 1

1. Denominando con F l'evento che il prodotto sia difettoso, utilizzando il teorema della probabilità totale:

$$
\begin{aligned}
&P(F) = P(A) \cdot P(F|A) + P(B) \cdot P(F|B) + P(C) \cdot P(F|C) = \\
&P(F) = 0.40 \cdot 0.02 + 0.10 \cdot 0.03 + 0.50 \cdot 0.04 = \\
&P(F) = 0.031 = 3.1\%
\end{aligned}
$$

2. Utilizzando il teorema di Bayes per tutte e 3 le macchine:

$$
\begin{aligned}
P(A|F) &= \frac{P(A)P(F|A)}{P(F)} = (0.40 \cdot 0.02) = 0.031 = 0.25 \\
P(B|F) &= \frac{P(B)P(F|B)}{P(F)} = (0.10 \cdot 0.03) = 0.031 = 0.09 \\
P(C|F) &= \frac{P(C)P(F|C)}{P(F)} = (0.50 \cdot 0.04) = 0.031 = 0.64
\end{aligned}
$$

## Esercizio 2

Il testo fornisce i seguenti parametri:

- $T_1$ = trasmesso 1
- $T_0$ = trasmesso 0
- $R_1$ = ricevuto 1
- $R_0$ = ricevuto 0
- $P(T_1) = 0.55$
- $P(T_0) = 0.45$
- $P(R_1|T_1) = 0.91$
- $P(R_0|T_0) = 0.94$

1. Teorema della probabilità totale:

$$P(R_1) = P(T_1) \cdot P(R_1|T_1) + P(T_0)P(R_1^c|T_0) =$$
$$(0.55 \cdot 0.91) + (0.45 \cdot 0.09) = 0.54$$

2. uguale:

$$P(R_0) = P(T_0) \cdot P(R_0|T_0) + P(T_1)P(R_0^c|T_1) =$$
$$(0.45 \cdot 0.94) + (0.55 \cdot 0.06) = 0.45$$

3. Formula di Bayes:

$$P(T_1|R_1) = \frac{P(R_1) \cdot P(R_1|T_1)}{P(T_1)} = 0.89$$

4. Formula di Bayes:

$$P(T_0|R_0) = \frac{P(R_0) \cdot P(R_0|T_0)}{P(T_0)} = 0.94$$

5. La probabilità dell'errore di trasmissione:

$$P(E) = P(T_1) \cdot P(R_0|T_1) + P(T_0) \cdot P(R_1|T_0) =$$
$$(0.55 \cdot 0.06) + (0.45 \cdot 0.09) =$$

## Esercizio 3

1. Utilizzo il modello di variabile aleatoria geometrica:

$$P(X = 5) = \left(\frac{18}{37}\right)\left(1 - \frac{19}{37}\right)^4$$

2. Variabile binomiale:

$$P(Y \geq 2) = 1 - P(Y < 2) \rightarrow$$
$$P(Y < 2) = p_0 + p_1 = \binom{10}{0}\left(\frac{18}{37}\right)^0\left(\frac{19}{37}\right)^{10} + \binom{10}{1}\left(\frac{18}{37}\right)^1\left(\frac{19}{37}\right)^9$$

3. Ipotizzando di vincere 2 euro a partita:

$$P(Z = 6) = \binom{10}{6}\left(\frac{18}{37}\right)^6\left(\frac{19}{37}\right)^4$$

## Esercizio 4

1. La formula in questione rappresenta $n$ estrazioni da un'urna con reinserimento, contenente $N$ palline nere e $B$ bianche. Al primo membro le estrazioni sono divise:

$$\binom{B}{k} \rightarrow \text{numero di palline bianche con k-estrazioni}$$
$$\binom{N}{n-k} \rightarrow \text{numero di palline nere su n-k estrazioni}$$

   Al secondo membro le estrazioni sono unite

2. La probabilità richiesta può essere calcolata tramite distribuzione binomiale. Denoto con T il numero di teste dei primi $n$ lanci

$$P(X = T) = \binom{n}{T}\left(\frac{1}{2}\right)^T\left(\frac{1}{2}\right)^{n-T}$$

## Esercizio 5

Denotando con $p_1 = 1/2, p_2 = 0, p_3 = 1$ le probabilità che esca testa testa al lancio della moneta:

1. Avendo 6 casi totale e 3 teste:

$$P(T) = \frac{6}{3} = \frac{1}{2}$$

2. Al secondo lancio:
$$P(C) = \frac{1}{4}$$

3. al terzo lancio:
$$P(T) = \frac{3}{4}$$

## Esercizio 6