Modelli di variabili aleatorie

Daniele Falanga

1 Variabili aleatorie di Bernoulli e binomiali

Le variabili aleatorie di Bernoulli e binomiali caratterizzano tutta quella classe di esperimenti il cui esito può essere solo ”successo” o ”fallimento”

Definizione 1.1 (Bernoulli)**.** *Una variabile aleatoria X si dice di Bernoulli se la sua funzione di massa di probabilità è del tipo:*

$$\begin{aligned} P(X = 0) = & 1 - p \\ P(X = 1) = & p \end{aligned}$$

La variabile X di Bernoulli può assumere solo valori 0 e 1.
Il suo valore atteso è:

$$E[X] = p$$

Se invece si ripete l'esperimento n volte, indipendentemente dal risultato, Si usa la variabile binomiale e deve rispettare i seguenti requisiti:

- Il risultato dell' evento può essere solo positivo o negativo
- ciascun evento è indipendente dagli altri
- Il processo/variabile può assumere un determinato e fissato numero di valori
- La probabilità di di successo o fallimento di un evento è costante

Definizione 1.2 (binomiale)**.** *La definizione alla base è analoga a quella di Bernoulli, con l'aggiunta dei parametri (n, p).*
La funzione di massa di probabilità è:

$$P(X = i) = \binom{n}{i} p^i (1 - p)^{n-i}, \qquad i = 0, 1 \ldots, n$$

Ogni successione con i successi e $n - i$ insuccessi ha probabilità $p^i(1 - p)^{n-i}$, mentre il numero di queste successioni, pari al numero di combinazioni in cui può esssere svolto l'esperimento, è dato dal cofficente binomiale.

Il valore atteso di una binomiale:

$$E[X] = np$$

La Varianza:

$$Var(X) = np(1-p)$$

2 Variabili aleatorie di Poisson

La distribuzione di Poisson è una distribuzione discreta che esprime la probabilità che per il numero di eventi che si verificano successivamente ed indipendentemente in un dato intervallo di tempo, sapendo che mediamente se ne verificano un numero λ a volte definito negli esercizi come il valore atteso.

Definizione 2.1. *La distribuzione di Poisson è data da:*

$$P(X = i) = \frac{\lambda^i}{i!} e^{-\lambda}, \qquad i = 0, 1, 2, \ldots$$