

Foglio 7

Daniele Falanga

Esercizio 1

1. Per il primo punto:

$$P(C) = \underbrace{\frac{1}{2}}_{\text{Collegamento diretto}} + \underbrace{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}_{\text{Andando a B e poi a C da B}}$$

Essendo i collegamenti per C, passando per B, indipendenti l'un l'altro, si moltiplicano le probabilità

2. Per il secondo, se si elimina la possibilità di andare a C, per arrivare a B ci sta una possibilità di $\frac{1}{2}$

Esercizio 2

Il calcolo della distribuzione segue questo schema, dette n, u, d , il numero di pick di batterie, nuove, usate e difettose:

$$P(n, u) = \frac{\binom{3}{n} \binom{2}{u} \binom{2}{d}}{\binom{7}{3}}$$

La distribuzione congiunta e le relative marginali:

	0	1	2	3	m
0	0	$\frac{2}{35}$	$\frac{2}{35}$	0	$\frac{4}{35}$
1	$\frac{3}{35}$	$\frac{12}{35}$	$\frac{3}{35}$	0	$\frac{18}{35}$
2	$\frac{6}{35}$	$\frac{6}{35}$	0	0	$\frac{12}{35}$
3	$\frac{1}{35}$	0	0	0	$\frac{1}{35}$
m	$\frac{10}{35}$	$\frac{20}{35}$	$\frac{5}{35}$	0	1

Utilizzando la relazione dell'indipendenza di variabili aleatorie:

$$P(X = x, Y = y) = P(X = x) \cdot P(Y = y)$$

Noto che non è rispettata e quindi, le variabili sono dipendenti. La varianza:

$$Covar(X, Y) = E[XY] - E[X]E[Y] = -0.17$$

Per il punto 3 faccio la somma delle probabilità:

$$P(F) = P(3, 0) + P(2, 1) + P(1, 2) = \frac{10}{35}$$

Esercizio 3

- A = prodotto buono
- B = prodotto non funzionante
- E = controllato
- F = non controllato

1. Primo punto:

$$P(B|E) = \frac{P(E)P(E|B)}{P(B)} = \frac{P(E)P(E)}{P(B)} = \frac{\alpha^2}{p}$$

2. Secondo punto:

$$P(B|F) = \frac{P(F)P(F)}{P(B)} = \frac{(1 - \alpha)^2}{p}$$

Esercizio 4

La distribuzione segue una multinomiale:

	0	1	2	m
0	$\frac{1}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{9}{36}$	$\frac{16}{36}$
1	$\frac{4}{36}$	$\frac{12}{36}$	0	$\frac{16}{36}$
2	$\frac{4}{36}$	0	0	$\frac{4}{36}$
m	$\frac{9}{36}$	$\frac{18}{36}$	$\frac{9}{36}$	1

La distribuzione di Z :

$$P(Z = 0) = P(R = 0, V = 0) = \frac{1}{36}$$

$$P(Z = 1) = P(R = 0, V = 1) + P(R = 1, V = 0) + P(R = 1, V = 1) = \frac{22}{36}$$

$$P(Z = 2) = P(R = 0, V = 2) + P(R = 2, V = 0) = \frac{13}{36}$$

Il calcolo della varianza:

$$E[Z] = \frac{4}{3}$$

$$E[Z^2] = \frac{74}{36}$$

$$Var(Z) = \frac{5}{18}$$

Esercizio 5

Esercizio 6