DOM SEG TER QUA QUI SEX SÁB
DOM LUN MAR MIÉ JUE VIE SÁB

___/___/___

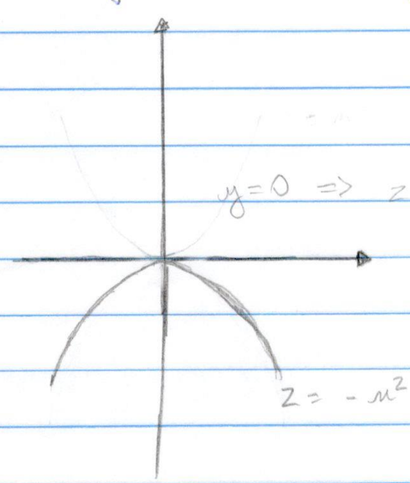
Nome: Rafaelle Arruda DATA:

Professor: Néri Disciplina: Calculo II

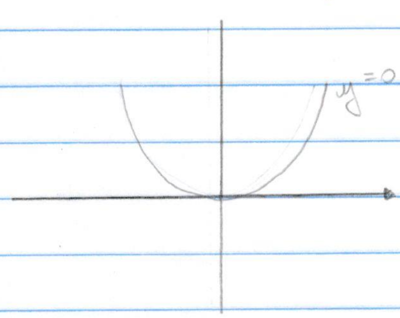
Lista 3

1- Desenhe as curvas de nivel e esboce o grafico.

a) $f(x, y) = 1 - x^2 - y^2$ → podemos pensar como $z = 1 - x^2 + y^2$



d) $f(x, y) = 1 + x^2 + y^2$ → Podemos pensar desta maneira $z = 1 + x^2 + y^2$



DOM SEG TER QUA QUI SEX SÁB
DOM LUN MAR MIÉ JUE VIE SÁB
___/___/___

i) $z = \sqrt{x^2 + y^2}$

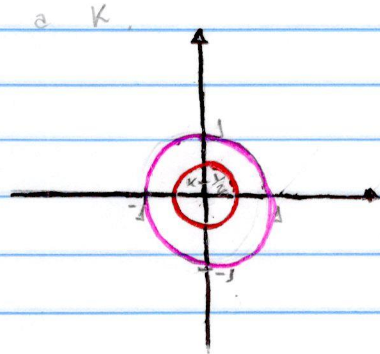
* Equação das curvas de nivel, fazendo $z = K$;

$K = \sqrt{x^2 + y^2}$

$x^2 + y^2 = K^2$; $K \geq 0$

* Para $K = 0$, a curva de nivel esta sobre o plano xy. De acordo com equação acima o ponto $(0;0)$ do plano xy;

* A equação acima descreve circunferencias centradas sobre o eixo z, com raio igual a K.



5 - Raciocinando geometricamente, determine, caso existam, os valores maximo e minimo de f em A, bem como os pontos em que estes valores são atingidos.

a) $f(x, y) = 2x + y + 3$ e A o conjunto de todo (x, y) tais que $x \geq 0$, $y \geq 0$ e $x + y \leq 2$.

$f(x, y) = 2x + y + 3$

$F_x(x, y) = 2$
$F_y(x, y) = 1$

Ponto $(2, 1)$ é ponto critico, porém $x + y = 3$ o que não satisfaz as condições do problema

DOM SEG TER QUA QUI SEX SÁB
DOM LUN MAR MIÉ JUE VIE SÁB

___/___/___

* Vamos achar os pontos de maximo e minimo do contorno:

$x \geq 0$

$y \geq 0$

$x + y \leq 2$

Temos então os vertices $(0,0)$, $(0,2)$ e $(2,0)$

* Aplicando na equação, temos:

$f(0,0) = 3$

$f(0,2) = 5$

$f(2,0) = 7$

Concluir que $f(0,0) = 3$ é o ponto minimo e $f(2,0) = 7$ e ponto de máximo.

b) $f(x,y) = x + y$ e A o conjunto de todos (x,y) tais que $x \geq 0$, $y \geq$, $x + 2y \leq 7$, $2x + y \leq 5$ e $y \geq x - 1$.

$f(x,y) = x + y$

$f_x(x,y) = 1$

$f_y(x,y) = 1$

* Vamos achar os pontos de minimo e maximo pelas condições, são elas:

$x \geq 0$

$y \geq 0$

$x + 2y \leq 7$

$2x + y \leq 5$

$y \geq x - 1$

Considerando os pontos $(0,0)$, $(1,3)$, $(2,1)$, $(1,0)$

* Aplicando os pontos na equação:

$f(0,0) = 0$

$f(1,3) = 4$

$f(2,1) = 3$

$f(1,0) = 1$

$f(1,1) = 2$

Concluimos que $f(0,0) = 0$ é o ponto mínimo e o $f(1,3) = 4$ e o ponto maximo.

DOM SEG TER QUA QUI SEX SÁB
DOM LUN MAR MIÉ JUE VIE SÁB

___/___/___

c) $f(x, y) = \dfrac{y}{x-1}$ e A o conjunto de todos (x, y) tais que $-1 \leq x \leq 0$ e $1 \leq y \leq 2$.

$$f(x,y) = \frac{y}{x-1}$$

$$f_x(x,y) = -\frac{y}{(x-1)^2}$$

$$f_y(x,y) = \frac{1}{x-1}$$

* Os pontos críticos achados não correspondem as condições encontradas, logo teremos que analisá-las, agora vamos achar os pontos de maximo e minimo pelas condições de contorno, ver onde se interceptam, no caso é um quadrado e só precisamos analisar os vertices que temos:

$$-1 \leq x \leq 0$$
$$1 \leq y \leq 2$$

Consideremos os pontos $(-1, 1)$, $(-1, 2)$, $(0, 1)$ e $(0, 2)$.

* Aplicando os pontos na equação, teremos

$$f(-1, 1) = -0,5$$
$$f(-1, 2) = -1$$
$$f(0, 1) = -1$$
$$f(0, 2) = -2$$

Concluindo que $f(-1, 2) = -1$ é o ponto mínimo e o $f(-1, 1) = -0,5$ é o ponto maximo.

DOM SEG TER QUA QUI SEX SÁB
DOM LUN MAR MIÉ JUE VIE SÁB

___/___/___

d) $f(x,y) = \dfrac{y}{x-1}$ e A o circulo $(x-3)^2 + (y-1)^2 \leq 1$

DOM SEG TER QUA QUI SEX SÁB
DOM LUN MAR MIÉ JUE VIE SÁB

__/__/__

11 - Como é o gráfico de $f(x, y) = xy$?

$xy = 0$

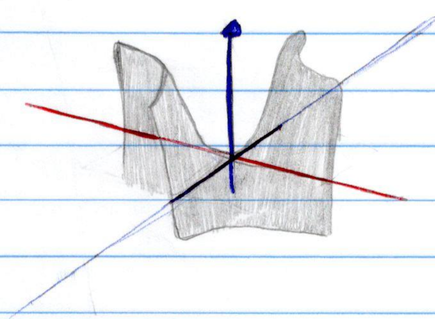
* Vamos fazer uma mudança de variável para $x = (u + v)$ e $y = (u - v)$ por exemplo, temos $u^2 - v^2 = 0$

E quando $x = 0$, temos uma parábola, nesta forma para $y = 0$, com mudança de variáveis, iremos para nível qualquer de k.

$$u^2 - v^2 = k$$

* Dividindo por k, temos essa equação.

$$\frac{u^2}{k} - \frac{v^2}{k} = 1$$



DOM SEG TER QUA QUI SEX SÁB
DOM LUN MAR MIÉ JUE VIE SÁB

___/___/___

12 - Suponha que $T(x,y) = 4x^2 + 9y^2$ represente uma distribuição de temperatura no plano xy: $T(x,y)$ é a temperatura que podemos supor em °C, no ponto (x,y).

a) Desenhe a isoterma correspondente à temperatura de 36 °C.

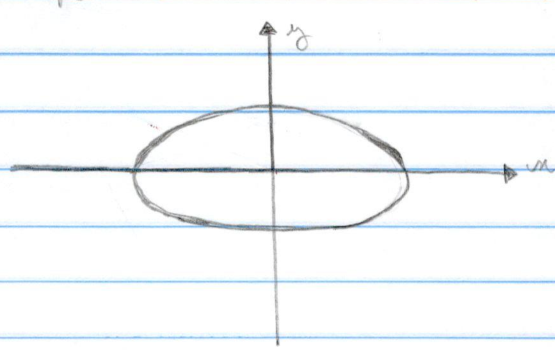
$$T(x,y) = 4x^2 + 9y^2$$

$$36 = 4x^2 + 9y^2$$

*Dividindo por 36 em ambos os lados da equação

$$1 = \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} \Rightarrow \text{organizando ficaria assim: } 1 = \frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{2^2}$$

Temos uma eclipse com eixo maior no x em 3 e no eixo y em 2.



b) Determine o ponto de mais baixa temperatura da reta $x+y=1$

$$\left(\frac{9}{13}, \frac{4}{13}\right)$$

DOM SEG TER QUA QUI SEX SÁB
DOM LUN MAR MIÉ JUE VIE SÁB

___/___/___

14 - Duas curvas de nivel podem interceptar-se? Justifique.

R= As duas curvas de nivel nunca podem se interceptar, pois o ponto de intersecção teria duas cotas diferentes.