

1. (1,8 ponto) Faça o que é pedido a seguir:

	0	1	2	3	4
0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0
2	0	1	0	1	0
3	0	1	0	0	0
4	0	0	1	0	0

- (a) Apresente as componentes fortemente conexas do digrafo representado pela matriz de adjacências acima. (Lembre que uma componente fortemente conexa não contém apenas vértices, mas sim vértices e arestas.)
- (b) Altere a matriz de adjacências acima para que a mesma passe a ser uma matriz de adjacências que representa um grafo não dirigido. Faça isto realizando o menor número necessário de alterações. Indique as alterações realizadas.

2. (1,8 ponto) Faça o que é pedido a seguir:

- (a) Apresente um digrafo  $G$  tal que  $G$  possui 6 vértices e tem as seguintes características:

- Nenhum vértice de  $G$  tem grau de saída maior que 2;
- Nenhum vértice de  $G$  tem grau de entrada maior que 2;
- $G$  é fortemente conexo.

- (b) Apresente um digrafo  $G$  tal que  $G$  possui 6 vértices e tem as seguintes características:

- Um vértice de  $G$  tem grau de saída 2 e grau de entrada 0;
- Outro vértice de  $G$  tem grau saída 0;
- Nenhum vértice de  $G$  tem grau de saída ou entrada maior que 2;
- $G$  não possui ciclos;
- O grafo subjacente de  $G$  (obtido ao desconsiderar as direções das arestas de  $G$ ) é conexo.

3. (2,0 pontos) Uma empresa rodoviária está planejando uma reformulação da sua malha de trechos de viagens. Neste processo, os funcionários da empresa querem resolver o seguinte **problema**: A partir de uma cidade de origem, determinar quais cidades de destino são economicamente viáveis de serem mantidas em atividade. Neste contexto, economicamente viável significa que a extensão total mínima de uma sequência de trechos da cidade de origem para a de destino é maior ou igual a um valor mínimo definido pela empresa – caso contrário, não haverá muitos passageiros porque as pessoas vão preferir viajar de carro particular.

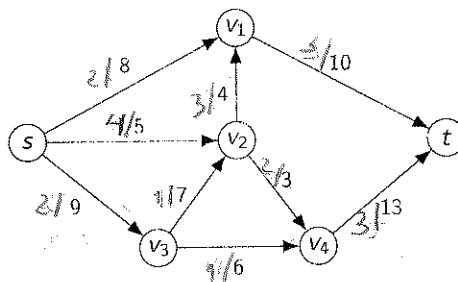
Faça o que é pedido a seguir:

- (a) Explique como os funcionários da empresa podem construir um grafo para utilizar na resolução do problema acima. Diga se o grafo é dirigido ou não e descreva o que os elementos do grafo representam.
- (b) Elabore um algoritmo para resolver o problema acima. Especifique o que o seu algoritmo recebe como entrada. Você pode descrever o seu algoritmo através de um pseudocódigo (como feito para alguns algoritmos vistos em aula), mas deve fazer isto de maneira clara. No seu algoritmo, você pode reutilizar chamadas a algoritmos vistos em aula considerando que estes algoritmos já estão implementados (por exemplo, para utilizar um algoritmo  $X$ , você pode escrever uma linha no seguinte formato: ... AlgoritmoX(...) ...).

4. (2,2 pontos) A prefeitura de uma pequena cidade está investigando como otimizar as suas operações. Uma destas operações é a coleta de lixo, que está apresentando custos elevados. Neste contexto, os funcionários da prefeitura querem responder à seguinte **questão**: Para um determinado bairro, é possível o caminhão coletor de lixo passar por cada rua exatamente uma vez e terminar o seu trajeto no mesmo local de início?

Faça o que é pedido a seguir:

- (a) Apresente um grafo conexo com pelo menos 4 vértices que corresponda a um caso em que a resposta para a questão acima é sim. Descreva o que representam os vértices e as arestas do grafo.
- (b) Responda: Entre os problemas estudados nesta disciplina, qual problema pode ser utilizado para modelar a questão acima? Justifique a sua resposta descrevendo este problema e relacionando, de forma precisa e clara, este problema à questão acima. *Euleriano*
5. (2,2 pontos) Faça o que é pedido a seguir:
- (a) Considere a rede de fluxo  $G$  dada abaixo:



Responda: Para que a função  $f : E(G) \rightarrow \mathbb{R}$  a seguir seja um fluxo em  $G$ , quais devem ser os valores de  $f(v_1t)$ ,  $f(sv_2)$  e  $f(v_4t)$ ?

$$\begin{aligned} f(sv_1) &= 2, f(v_2v_1) = 3, f(v_1t) = ? \\ f(sv_2) &= 4, f(v_3v_2) = 1, f(v_2v_4) = 2, \\ f(sv_3) &= 2, f(v_3v_4) = 1, f(v_4t) = 3 \end{aligned}$$

- (b) O Método 1 abaixo é um método de um objeto que representa uma rede de fluxo (um digrafo). O objeto contém um atributo `num_vertices_`, que armazena o número de vértices do digrafo; um atributo `matriz_adj_`, que armazena a representação do digrafo como uma matriz de adjacências; e um atributo `f_`, que armazena os valores atribuídos por uma função  $f : E(G) \rightarrow \mathbb{R}$  às arestas do digrafo.

O Método 1 recebe como entrada um vértice  $v$  que não é a fonte (vértice  $s$ ) nem o sorvedouro (vértice  $t$ ) da rede de fluxo. Considerando os valores atribuídos pela função  $f$ , o objetivo do método é retornar `true` se o fluxo que sai de  $v$  é igual ao fluxo que entra em  $v$  e retornar `false` caso contrário. Complete o código do método para que este objetivo seja atingido.

#### Método 1

```
1: bool Digrafo::verifica_fluxo_vertice(int v) {
2:     int fluxo_saida = 0;
3:     for (int u = 0; u < num_vertices_; u++) {
4:         if (matriz_adj_[v][u] != 0) {
5:             fluxo_saida = fluxo_saida + f_[v][u];
6:         }
7:     }
    ...
}
```