

Recursividade

Prof. Andrei Braga

Prof. Geomar Schreiner

Recursividade

- Processo de definir algo utilizando a si mesmo.
 - Podemos dizer que o conceito de algo recursivo está dentro de si mesmo, sendo assim, esta dentro de si mesmo, e assim por diante

Recursividade

- Processo de definir algo utilizando
 - Podemos dizer que o conceito de algo dentro de si mesmo, e assim por diante



Recursividade

- Processo de definir algo utilizando a si mesmo.
 - Podemos dizer que o conceito de algo recursivo está dentro de si mesmo, sendo assim, esta dentro de si mesmo, e assim por diante
- Porque?
 - Programas recursivos são, em geral, mais simples de escrever, analisar e entender

Recursividade

- A dificuldade em utilizar a recursão está envolvida na forma com que o computador se comporta com ela, temos que entender o comportamento interno para poder criar algoritmos bons.
- A memória de um programa se comporta como uma pilha
 - Não vamos ver ela com todos os detalhes, mas, em outras matérias isso vai acontecer.
- A memória vai conter uma pilha onde cada elemento representa uma função.
 - Assim que o programa for iniciado, a função *main* é empilhada
 - Além da pilha de funções existe um ponteiro para onde o programa está executando, área para armazenamento das variáveis (globais e locais)

Recursividade

- A dificuldade em utilizar a recursão está envolvida na forma com que o computador se comporta com ela, temos que entender o comportamento interno para poder criar algoritmos bons.
- A memória de um programa se comporta como uma pilha
 - Não vamos ver ela com todos os detalhes, mas, em outras
- A memória vai conter uma pilha onde cada elemento
 - Assim que o programa for iniciado, a função *main* é empilhada
 - Além da pilha de funções existe um ponteiro para outra área para armazenamento das variáveis (globais e locais)



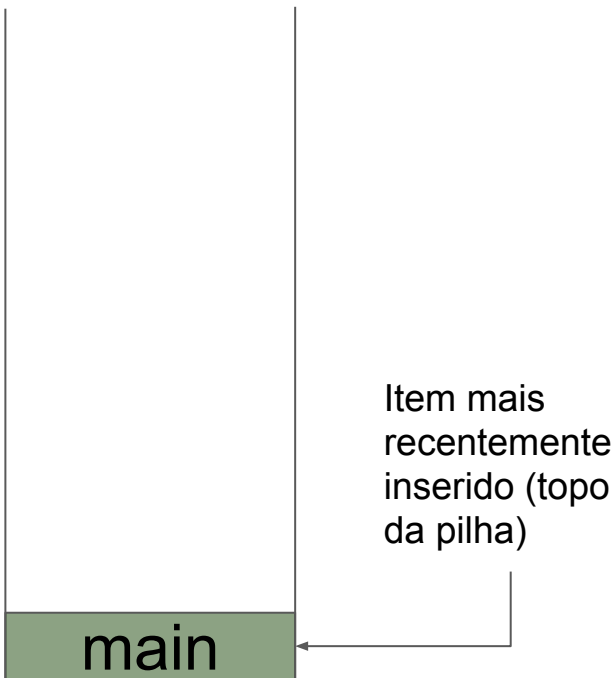
Recursividade

- Exemplo

```
#include <stdio.h>
int soma(int a, int b){
    int r = a+b;
    return r;
}
int dif(int a, int b){
    return a-b;
}
int melea (int a, int b, int c){
    return soma(a, dif(b,c));
}
int main(){
    int soma, dif, melea;
    soma = soma(3,2);
    dif = dif(3,2);
    melea = melea(3,1,5);
    return 0;
}
```



Pilha

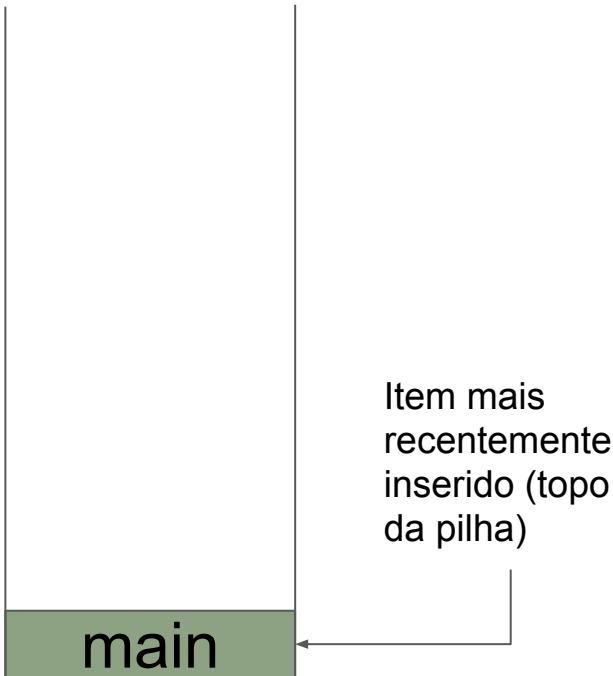


Recursividade

- Exemplo

```
#include <stdio.h>
int soma(int a, int b){
    int r = a+b;
    return r;
}
int dif(int a, int b){
    return a-b;
}
int melega (int a, int b, int c){
    return soma(a, dif(b,c));
}
int main(){
    int s, d, m;
    s = soma(3,2);
    d = dif(3,2);
    m = melega(3,1,5);
    return 0;
}
```

Pilha

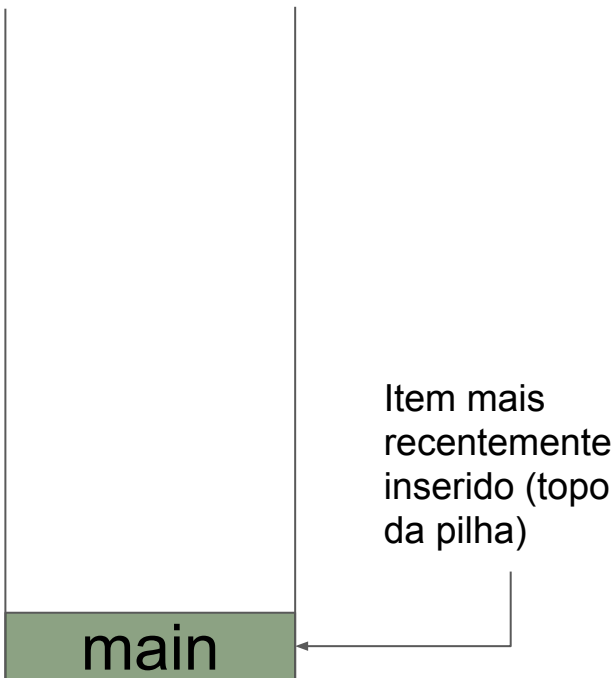


Recursividade

- Exemplo

```
#include <stdio.h>
int soma(int a, int b){
    int r = a+b;
    return r;
}
int dif(int a, int b){
    return a-b;
}
int meleca (int a, int b, int c){
    return soma(a, dif(b,c));
}
int main(){
    int s, d, m;
    s = soma(3,2);
    d = dif(3,2);
    m = meleca(3,1,5);
    return 0;
}
```

Pilha

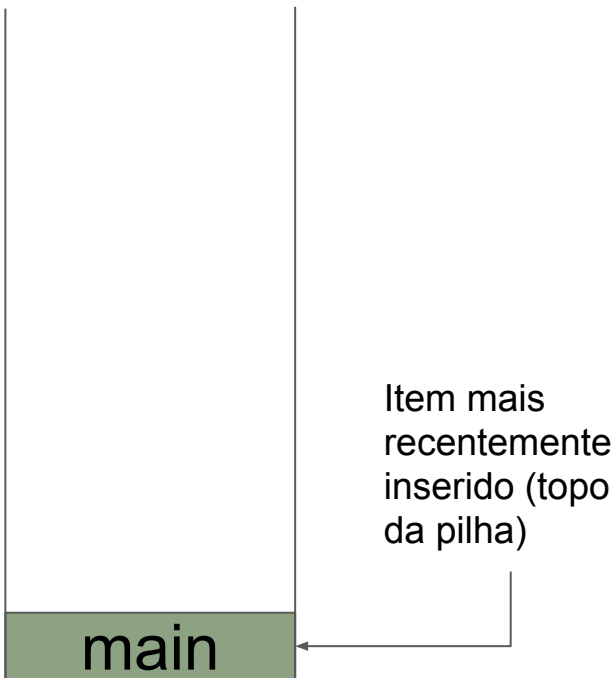


Recursividade

- Exemplo

```
#include <stdio.h>
int soma(int a, int b){
    int r = a+b;
    return r;
}
int dif(int a, int b){
    return a-b;
}
int meleca (int a, int b, int c){
    return soma(a, dif(b,c));
}
int main(){
    int s, d, m;
    s = soma(3,2);
    d = dif(3,2);
    m = meleca(3,1,5);
    return 0;
}
```

Pilha

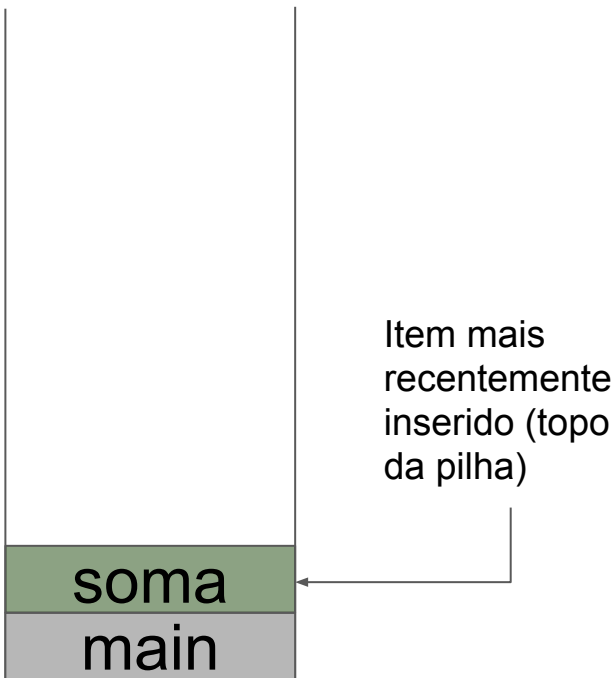


Recursividade

- Exemplo

```
#include <stdio.h>
int soma(int a, int b){
    int r = a+b;
    return r;
}
int dif(int a, int b){
    return a-b;
}
int meleca (int a, int b, int c){
    return soma(a, dif(b,c));
}
int main(){
    int s, d, m;
    s = soma(3,2);
    d = dif(3,2);
    m = meleca(3,1,5);
    return 0;
}
```

Pilha

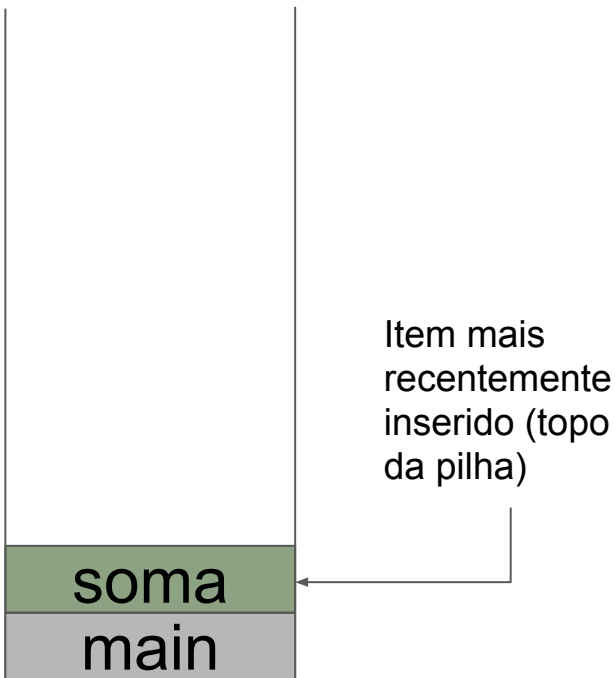


Recursividade

- Exemplo

```
#include <stdio.h>
int soma(int a, int b){
    int r = a+b;
    return r;
}
int dif(int a, int b){
    return a-b;
}
int melega (int a, int b, int c){
    return soma(a, dif(b,c));
}
int main(){
    int s, d, m;
    s = soma(3,2);
    d = dif(3,2);
    m = melega(3,1,5);
    return 0;
}
```

Pilha

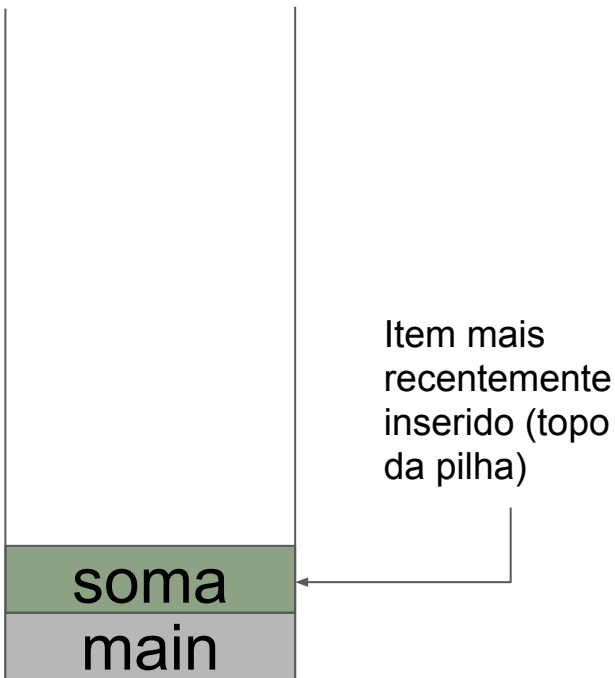


Recursividade

- Exemplo

```
#include <stdio.h>
int soma(int a, int b){
    int r = a+b;
    return r;
}
int dif(int a, int b){
    return a-b;
}
int melega (int a, int b, int c){
    return soma(a, dif(b,c));
}
int main(){
    int s, d, m;
    s = soma(3,2);
    d = dif(3,2);
    m = melega(3,1,5);
    return 0;
}
```

Pilha



Recursividade

- Exemplo

```
#include <stdio.h>
int soma(int a, int b){
    int r = a+b;
    return r;
}
int dif(int a, int b){
    return a-b;
}
int meleca (int a, int b, int c){
    return soma(a, dif(b,c));
}
int main(){
    int s, d, m;
    s = soma(3,2);
    d = dif(3,2);
    m = meleca(3,1,5);
    return 0;
}
```

Desempilha!
Remove da
pilha e volta de
onde parou

Pilha

soma
main

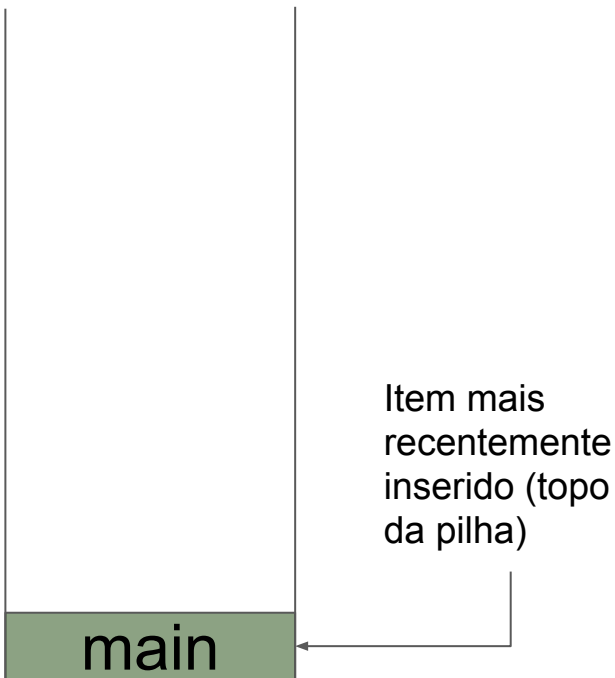
Item mais
recentemente
inserido (topo
da pilha)

Recursividade

- Exemplo

```
#include <stdio.h>
int soma(int a, int b){
    int r = a+b;
    return r;
}
int dif(int a, int b){
    return a-b;
}
int meleca (int a, int b, int c){
    return soma(a, dif(b,c));
}
int main(){
    int s, d, m;
    s = soma(3,2);
    d = dif(3,2);
    m = meleca(3,1,5);
    return 0;
}
```

Pilha



Recursividade

- Exemplo

```
#include <stdio.h>
int soma(int a, int b){
    int r = a+b;
    return r;
}
int dif(int a, int b){
    return a-b;
}
int meleca (int a, int b, int c){
    return soma(a, dif(b,c));
}
int main(){
    int s, d, m;
    s = soma(3,2);
    d = dif(3,2);
    m = meleca(3,1,5);
    return 0;
}
```

Pilha

Item mais
recentemente
inserido (topo
da pilha)

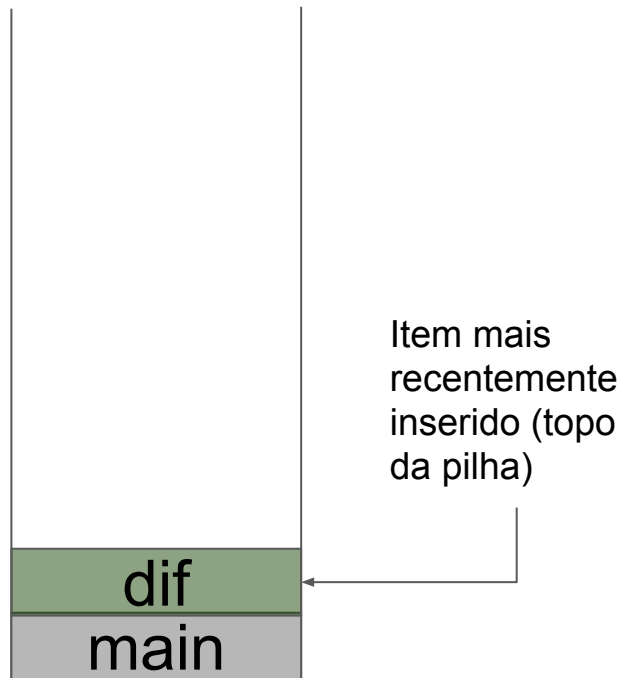
main

Recursividade

- Exemplo

```
#include <stdio.h>
int soma(int a, int b){
    int r = a+b;
    return r;
}
int dif(int a, int b){
    return a-b;
}
int meleca (int a, int b, int c){
    return soma(a, dif(b,c));
}
int main(){
    int s, d, m;
    s = soma(3,2);
    d = dif(3,2);
    m = meleca(3,1,5);
    return 0;
}
```

Pilha



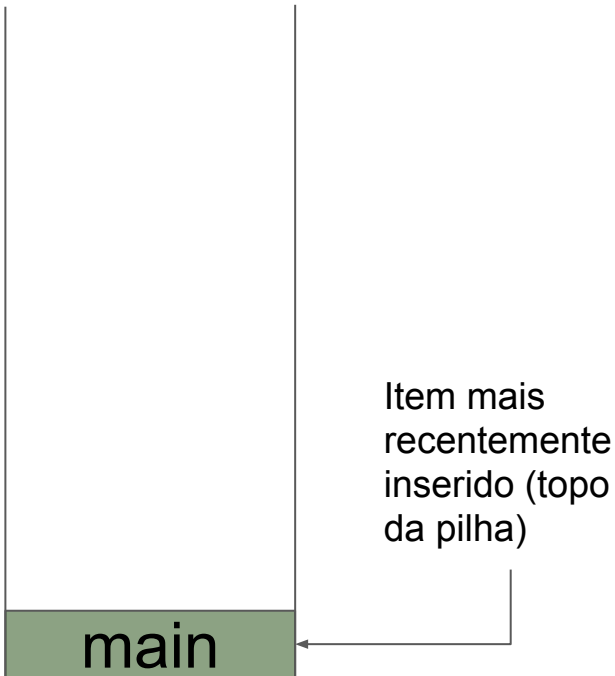
Recursividade

- Exemplo

```
#include <stdio.h>
int soma(int a, int b){
    int r = a+b;
    return r;
}
int dif(int a, int b){
    return a-b;
}
int melega (int a, int b, int c){
    return soma(a, dif(b,c));
}
int main(){
    int s, d, m;
    s = soma(3,2);
    d = dif(3,2);
    m = melega(3,1,5);
    return 0;
}
```



Pilha

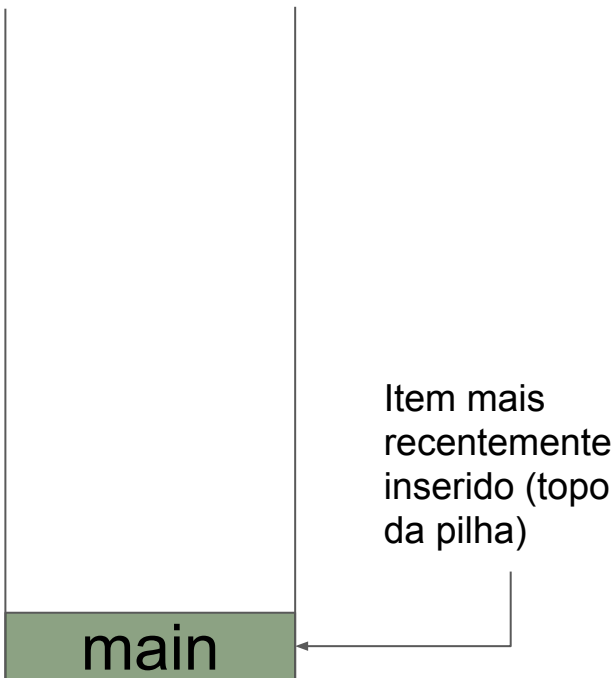


Recursividade

- Exemplo

```
#include <stdio.h>
int soma(int a, int b){
    int r = a+b;
    return r;
}
int dif(int a, int b){
    return a-b;
}
int melega (int a, int b, int c){
    return soma(a, dif(b,c));
}
int main(){
    int s, d, m;
    s = soma(3,2);
    d = dif(3,2);
    m = melega(3,1,5);
    return 0;
}
```

Pilha

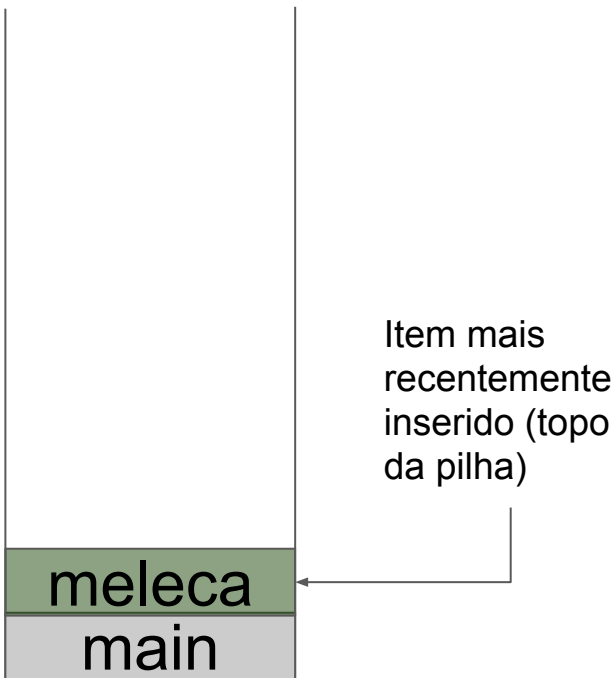


Recursividade

- Exemplo

```
#include <stdio.h>
int soma(int a, int b){
    int r = a+b;
    return r;
}
int dif(int a, int b){
    return a-b;
}
int meleca (int a, int b, int c){
    return soma(a, dif(b,c));
}
int main(){
    int s, d, m;
    s = soma(3,2);
    d = dif(3,2);
    m = meleca(3,1,5);
    return 0;
}
```

Pilha

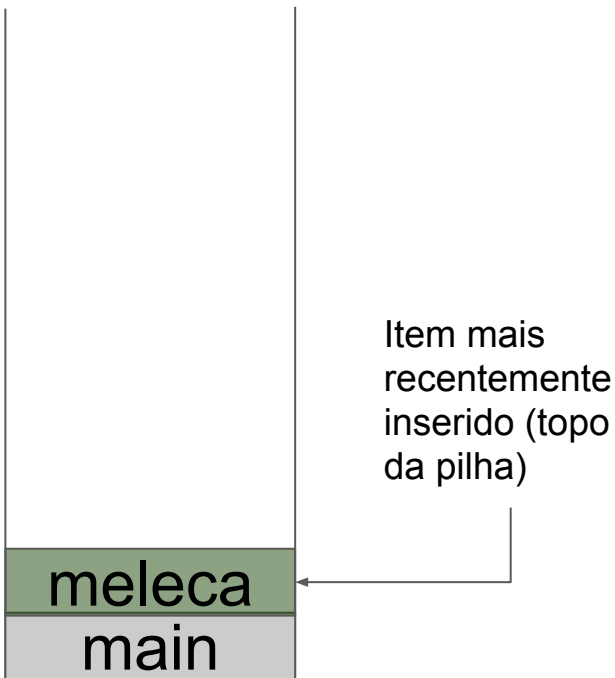


Recursividade

- Exemplo

```
#include <stdio.h>
int soma(int a, int b){
    int r = a+b;
    return r;
}
int dif(int a, int b){
    return a-b;
}
int meleca (int a, int b, int c){
    → return soma(a, dif(b,c));
}
int main(){
    int s, d, m;
    s = soma(3,2);
    d = dif(3,2);
    ← m = meleca(3,1,5);
    return 0;
}
```

Pilha

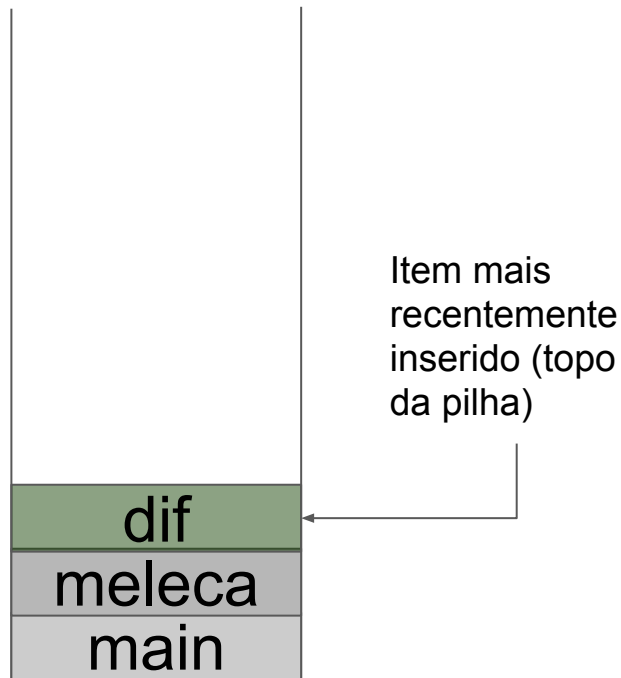


Recursividade

- Exemplo

```
#include <stdio.h>
int soma(int a, int b){
    int r = a+b;
    return r;
}
int dif(int a, int b){
    return a-b;
}
int meleca (int a, int b, int c){
    return soma(a, dif(b,c));
}
int main(){
    int s, d, m;
    s = soma(3,2);
    d = dif(3,2);
    m = meleca(3,1,5);
    return 0;
}
```

Pilha

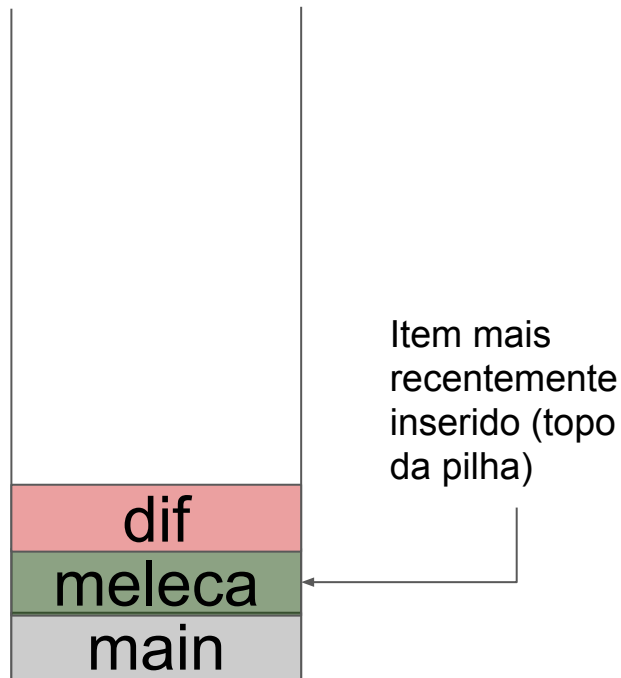


Recursividade

- Exemplo

```
#include <stdio.h>
int soma(int a, int b){
    int r = a+b;
    return r;
}
int dif(int a, int b){
    return a-b;
}
int meleca (int a, int b, int c){
    → return soma(a, dif(b,c));
}
int main(){
    int s, d, m;
    s = soma(3,2);
    d = dif(3,2);
    → m = meleca(3,1,5);
    return 0;
}
```

Pilha

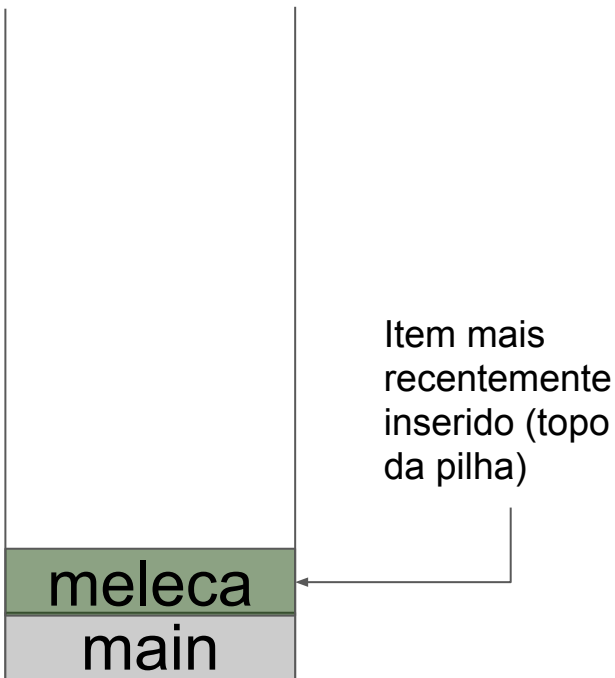


Recursividade

- Exemplo

```
#include <stdio.h>
int soma(int a, int b){
    int r = a+b;
    return r;
}
int dif(int a, int b){
    return a-b;
}
int meleca (int a, int b, int c){
    → return soma(a, dif(b,c));
}
int main(){
    int s, d, m;
    s = soma(3,2);
    d = dif(3,2);
    → m = meleca(3,1,5);
    return 0;
}
```

Pilha

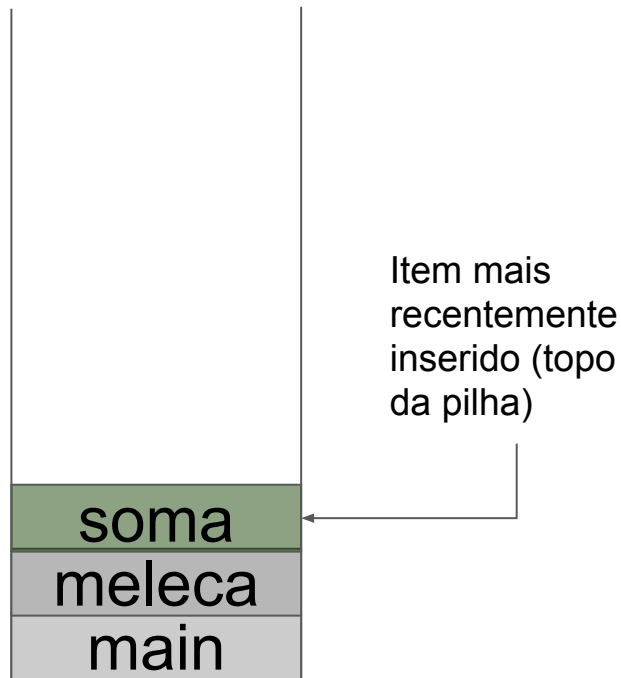


Recursividade

- Exemplo

```
#include <stdio.h>
int soma(int a, int b){
    int r = a+b;
    return r;
}
int dif(int a, int b){
    return a-b;
}
int meleca (int a, int b, int c){
    return soma(a, dif(b,c));
}
int main(){
    int s, d, m;
    s = soma(3,2);
    d = dif(3,2);
    m = meleca(3,1,5);
    return 0;
}
```

Pilha

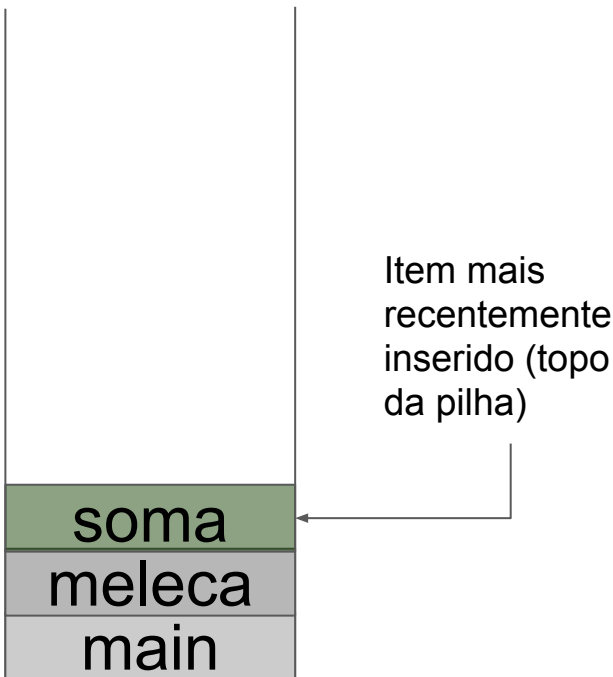


Recursividade

- Exemplo

```
#include <stdio.h>
int soma(int a, int b){
    int r = a+b;
    return r;
}
int dif(int a, int b){
    return a-b;
}
int meleca (int a, int b, int c){
    return soma(a, dif(b,c));
}
int main(){
    int s, d, m;
    s = soma(3,2);
    d = dif(3,2);
    m = meleca(3,1,5);
    return 0;
}
```

Pilha

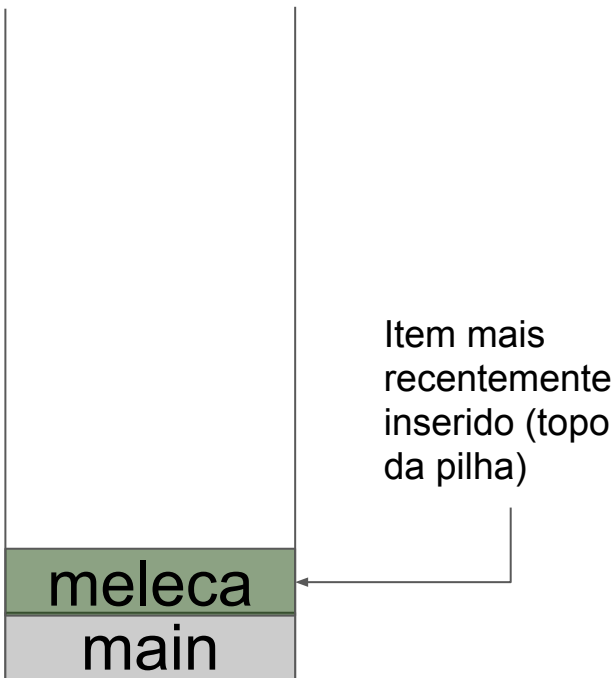


Recursividade

- Exemplo

```
#include <stdio.h>
int soma(int a, int b){
    int r = a+b;
    return r;
}
int dif(int a, int b){
    return a-b;
}
int meleca (int a, int b, int c){
    → return soma(a, dif(b,c));
}
int main(){
    int s, d, m;
    s = soma(3,2);
    d = dif(3,2);
    → m = meleca(3,1,5);
    return 0;
}
```

Pilha

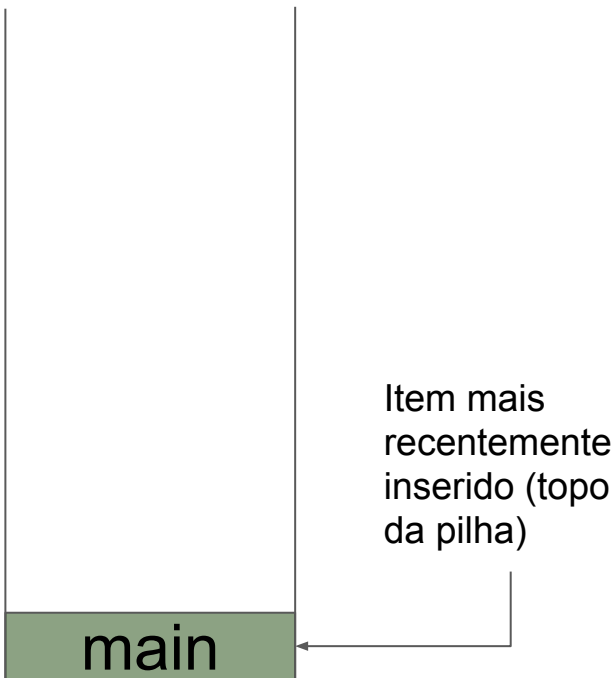


Recursividade

- Exemplo

```
#include <stdio.h>
int soma(int a, int b){
    int r = a+b;
    return r;
}
int dif(int a, int b){
    return a-b;
}
int melega (int a, int b, int c){
    return soma(a, dif(b,c));
}
int main(){
    int s, d, m;
    s = soma(3,2);
    d = dif(3,2);
    m = melega(3,1,5);
    return 0;
}
```

Pilha

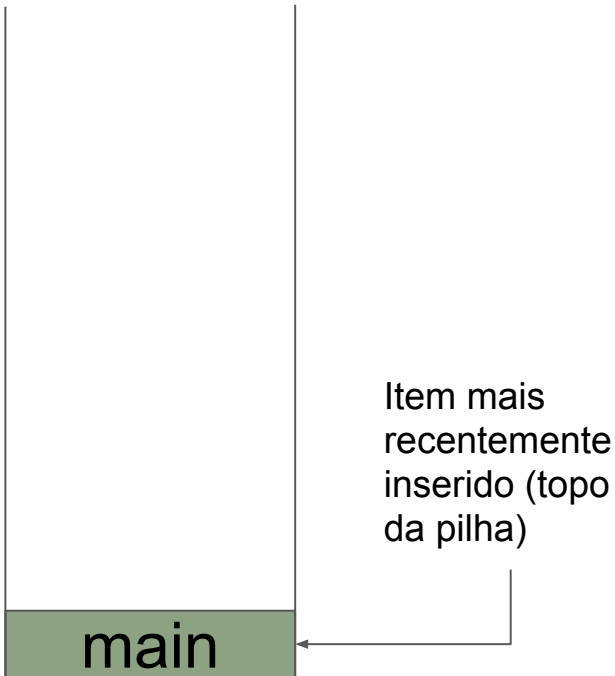


Recursividade

- Exemplo

```
#include <stdio.h>
int soma(int a, int b){
    int r = a+b;
    return r;
}
int dif(int a, int b){
    return a-b;
}
int meleca (int a, int b, int c){
    return soma(a, dif(b,c));
}
int main(){
    int s, d, m;
    s = soma(3,2);
    d = dif(3,2);
    m = meleca(3,1,5);
    return 0;
}
```

Pilha



Recursividade

- Exemplo

```
#include <stdio.h>
int soma(int a, int b){
    int r = a+b;
    return r;
}
int dif(int a, int b){
    return a-b;
}
int meleca (int a, int b, int c){
    return soma(a, dif(b,c));
}
int main(){
    int s, d, m;
    s = soma(3,2);
    d = dif(3,2);
    m = meleca(3,1,5);
    return 0;
}
```

Pilha



Recursividade

- Exemplo

```
#include <stdio.h>
int soma(int a, int b){
    int r = a+b;
    return r;
}
int dif(int a, int b){
    return a-b;
}
int meleca (int a, int b, int c){
    return soma(a, dif(b,c));
}
int main(){
    int s, d, m;
    s = soma(3,2);
    d = dif(3,2);
    m = meleca(3,1,5);
    return 0;
}
```



Recursividade

- Como usar isso para nosso benefício?

Recursividade

- Como usar isso para nosso benefício?
 - Quebramos o problema em partes menores, deixamos ele mais simples, e chamamos a função várias vezes até encontrar a forma mais simples

Recursividade

- Como usar isso para nosso benefício?

- Quebramos o problema em partes menores até que esteja na sua mão



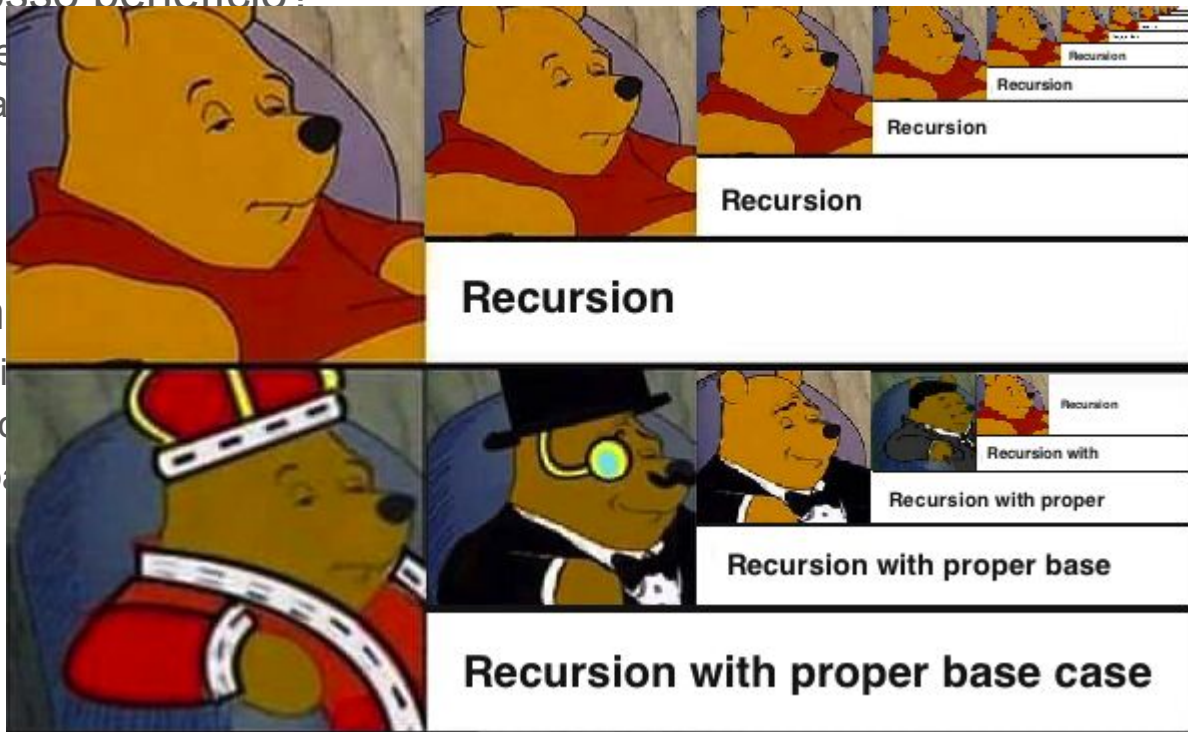
Recursividade

- Como usar isso para nosso benefício?
 - Quebramos o problema em partes menores, deixamos ele mais simples, e vamos reduzindo ele até que esteja na sua forma mais simples
- Podemos decompor uma recursão por
 - **Caso base:** uma instância do problema solucionada facilmente
 - **Chamadas recursivas:** onde a função é definida em termos de si própria, realizando uma redução para seu caso básico

Recursividade

- Como usar isso para nosso benefício?

- Quebramos o problema e ele até que esteja na sua



- Podemos decompor um

- **Caso base:** uma instância
- **Chamadas recursivas:** o
- redução para seu caso b

Recursividade

- Exemplo - Imprimir os números inteiros até X

```
#include <stdio.h>
void imprimeItem(int atual, int X){
    if (atual >= X)
        return;
    printf(' %d ', atual);
    imprimeItem(atual+1, X);
}

int main(){
    imprimeItem(0,20);
    return 0;
}
```

Recursividade

- Exemplo - Fatorial
 - $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 1$;

```
#include <stdio.h>

int fatorial(int n){
    if (n > 0)
        return n*fatorial(n-1);
    return 1;
}

int main(){
    printf("%d", fatorial(10));
    return 0;
}
```

Recursividade

- Exemplo - Printar uma lista encadeada

```
void imprimeLista(Funcionario *primeiro)
{
    if (primeiro == NULL)
        return;

    printf("REGISTRO  ID: %d \n nome:%s\n nascimento: %d/%d/%d\n salario:%lf\n",
           primeiro->id, primeiro->nome, primeiro->nascimento.dia, primeiro->nascimento.mes,
           primeiro->nascimento.ano, primeiro->salario);

    imprimeLista(primeiro->proximo);
}
```

Recursividade

- Exemplo - Printar uma lista encadeada

```
void imprimeLista(Funcionario *primeiro)
{
    if (primeiro == NULL)
        return;

    printf("REGISTRO  ID: %d \n nome:%s\n nascimento: %d/%d/%d\n salario:%lf\n",
           primeiro->id, primeiro->nome, primeiro->nascimento.dia, primeiro->nascimento.mes, primeiro->nascimento.ano,
           primeiro->salario);

    imprimeLista(primeiro->proximo);
}
```

```
void imprimeLista(Funcionario *primeiro)
{
    Funcionario *aux = primeiro;

    while(aux != NULL) {
        printf("REGISTRO  ID: %d \n nome:%s\n nascimento: %d/%d/%d\n salario:%lf\n",
               primeiro->id, primeiro->nome, primeiro->nascimento.dia, primeiro->nascimento.mes, primeiro->nascimento.ano,
               primeiro->salario);
    }
}
```


Recursividade

- Exemplo - Printar uma lista encadeada

```
void imprimeLista(Funcionario *primeiro)
{
    if (primeiro == NULL)
        return;

    printf("REGISTRO ID: %d \n nome:%s\n",
           primeiro->id, primeiro->nome, primeiro->salario);

    imprimeLista(primeiro->proximo);
}
```

Algoritmos recursivos tendem a ser mais lentos
que suas versões iterativas:
Por utilizarem mais memória
Por otimizações do processador

```
void imprimeLista(Funcionario *primeiro)
{
    Funcionario *aux = primeiro;

    while(aux != NULL) {
        printf("REGISTRO ID: %d \n nome:%s\n nascimento: %d/%d/%d\n salario:%lf\n",
               primeiro->id, primeiro->nome, primeiro->nascimento.dia, primeiro->nascimento.mes, primeiro->nascimento.ano,
               primeiro->salario);
        aux = aux->proximo;
    }
}
```

Exercícios (USANDO RECURSIVIDADE)

- 1) Faça um programa que calcule o somatório de todos os N primeiros números
 - $Soma = n + (n-1) + (n-2) + \dots + 1$
- 2) Desenvolva um algoritmo que calcule o n-ésimo termo de uma série de fibonacci.
 - Série de fibonacci: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34 . . .
 - O n-ésimo termo é obtido a partir dos dois anteriores.
- 3) Desenvolva um programa que imprima os elementos de uma lista simplesmente encadeada (com a inserção sempre baseada no último elemento) na ordem inversa a de inserção.
 - Lista inserida: 1,2,3,4,5 deve imprimir 5,4,3,2,1

Cronograma das próximas aulas

- 17/12/2020 - Árvores
- **Data a ser definida - Tarefa Prática (SuSy)**
- 23/12/2020 - Árvores
- 20/01/2021 - Exercícios
- **21/01/2021 - Avaliação 2**
- 27/01/2021 - Exercícios
- **28/01/2021 - Avaliação de Recuperação 2**