

Nome: Rafaelle Arruda

DATA: 18/03/2021

Professora: Ana Maria

Disciplina: Geometria Analítica

### Lista 4

1- Dados os vetores  $\vec{u} = (2, -3, -1)$  e  $\vec{v} = (1, -1, 4)$ , calcular:

a)  $2\vec{u} \cdot (-\vec{v}) = (4, -6, -2) \cdot (-1, 1, -4) = -4 - 6 + 8 = 2$

b)  $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} - \vec{v}) =$

$\Rightarrow ((2, -3, -1) + (1, -1, 4))$

$|\vec{u}|^2 - |\vec{v}|^2 = 14 - 18 = -4$

$|\vec{u}| = \sqrt{4 + 9 + 1} = \sqrt{14}$ ;  $|\vec{v}| = \sqrt{1 + 1 + 16} = \sqrt{18}$

2- Determine o vetor  $\vec{v}$ , paralelo ao vetor  $\vec{u} = (2, -1, 3)$  tal que  $\vec{u} \cdot \vec{v} = -42$

$\vec{u} \cdot \vec{v} = -42$

$\Rightarrow k \cdot u \cdot u = -42$

$\vec{v} = 12u$

$k |\vec{u}|^2 = -42$

$k \cdot 14 = -42$

$k = \frac{-42}{14} = -3$

$\vec{v} = -3(2, -1, 3) = (-6, 3, -9)$

3- Dado que  $|\vec{u}| = 2$ ,  $|\vec{v}| = 3$  e  $\vec{u} \cdot \vec{v} = -1$ , calcule:

a)  $(\vec{u} - 3\vec{v}) \cdot \vec{u}$

$|\vec{u}|^2 - 3 \vec{u} \cdot \vec{v} = 4 - 3(-1) = 7$

b)  $(2\vec{v} - \vec{u}) \cdot (2\vec{v})$

$4|\vec{v}|^2 - 2 \vec{u} \cdot \vec{v} = 36 - 2(-1) = 38$

$$c) (\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{v} - 4\vec{u})$$

$$\Rightarrow mv - 4|\vec{u}|^2 + |\vec{v}|^2 - 4^3 u \cdot v = -16 + 9 + 3 = -4$$

4- Qual o valor de  $\alpha$  para que os vetores  $\vec{v}_1 = \alpha\vec{i} + 2\vec{j} - 4\vec{k}$  e  $\vec{v}_2 = 2\vec{i} + (1 - 2\alpha)\vec{j} + 3\vec{k}$  sejam ortogonais?

$$\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 = 0 \Leftrightarrow ?$$

$$\vec{v}_1 (\alpha, 2, -4), \vec{v}_2 (2, 1 - 2\alpha, 3)$$

$$\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 = 2\alpha + 2 - 4\alpha - 12$$

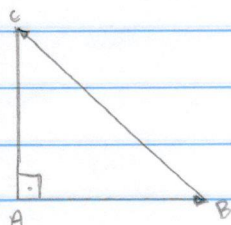
$$0 = 2\alpha + 10$$

$$2\alpha = -10$$

$$\alpha = -5$$

$$\alpha = 5$$

5- Dados os pontos  $A(m, 1, 0)$ ,  $B(m-1, 2m, 2)$  e  $C(1, 3, -1)$ , determinar  $m$  de modo que o triângulo seja retângulo em  $A$ , calcule o triângulo.



$$(-1, 2m-1, 2) \cdot (1-m, 2, -1) = 0$$

$$-1 + m + 4m - 2 - 2 = 0$$

$$5m = 5$$

$$m = 1$$

$$\vec{AB} = (-1, 2m-1, 2) = (-1, 1, 2) \Rightarrow \|\vec{AB}\| = \sqrt{(-1)^2 + 1^2 + 2^2} = \sqrt{6}$$

$$\vec{AC} = (1-m, 2, -1) = (0, 2, -1) \Rightarrow \|\vec{AC}\| = \sqrt{0^2 + 2^2 + (-1)^2} = \sqrt{5}$$

Agora vamos descobrir o triângulo em  $A$ .

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{|\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}|}{2} = \frac{\sqrt{6} \cdot \sqrt{5}}{2} = \frac{\sqrt{30}}{2}$$

6 - O quadrilátero ABCD é um losango de lado 2. calcule.

a)  $\vec{AC} \cdot \vec{BD} \Rightarrow 0$

b)  $\vec{AB} \cdot \vec{AD} \cdot \cos 60$   
 $2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = 2$

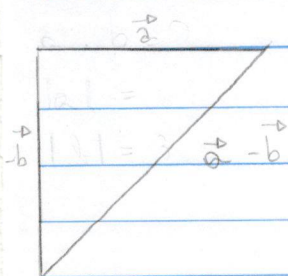
c)  $\vec{BA} \cdot \vec{BC} \cdot \cos 60$   
 $2 \cdot 2 \cdot (-\frac{1}{2}) = -2$

d)  $\vec{AB} \cdot \vec{BC} \cdot \cos 60$   
 $2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = 2$

e)  $\vec{AB} \cdot \vec{DC} \cdot \cos (0)$   
 $2 \cdot 2 \cdot 1 = 4$

f)  $\vec{BC} \cdot \vec{DA} \cdot \cos (0)$   
 $2 \cdot 2 \cdot (-1) = -4$

7 - Considere os vetores  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$ , tal que  $\vec{u} \perp \vec{v}$ ,  $|\vec{u}| = 6$  e  $|\vec{v}| = 8$ .  
 Calcule  $|\vec{u} + \vec{v}|$  e  $|\vec{u} - \vec{v}|$ .



$$|\vec{u} - \vec{v}|^2 = |\vec{u}|^2 + |\vec{v}|^2$$

$$|\vec{u} - \vec{v}|^2 = 6^2 + 8^2$$

$$|\vec{u} - \vec{v}|^2 = 10$$



8- Determine o ângulo entre os valores

a)  $\vec{u} = (2, -1, -1)$  e  $\vec{v} = (-1, -1, 2)$

$$u \cdot v = -2 + 1 - 2 = -3$$

$$|u| = \sqrt{4 + 1 + 1} = \sqrt{6}$$

$$|v| = \sqrt{6}$$

$$-3 = 6 \cos \theta \Rightarrow \cos \theta = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \theta = 120^\circ$$

b)  $\vec{u} = (1, -2, 1)$  e  $\vec{v} = (-1, 1, 0)$

$$u \cdot v = -1 - 2 = -3$$

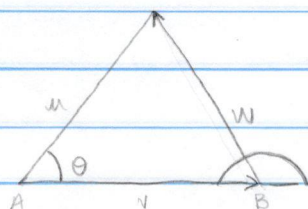
$$|u| = \sqrt{6}$$

$$|v| = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow -3 = \sqrt{12} \cdot \cos \theta \Rightarrow \cos \theta = \frac{-3}{2\sqrt{3}} = \frac{-\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \theta = 150^\circ$$

9- Considere o triângulo de vértices A(3, 4, 4), B(2, -3, 4) e C(6, 0, 4).

Determine o ângulo interno ao vértice B. Qual o ângulo externo no vértice B?



$$u \cdot v = |u| \cdot |v| \cdot \cos \theta$$

$$u = BA = (1, 7, 0) \Rightarrow |u| = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$v = BC = (4, 3, 0) \Rightarrow |v| = \sqrt{25} = 5$$

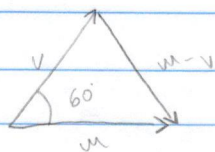
$$u \cdot v = 4 + 21 = 25$$

$$\Rightarrow -17 = 5\sqrt{2} \cdot 5 \cdot \cos \theta$$

$$\frac{25}{25\sqrt{2}} = \cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \theta_3 = 45^\circ$$

$$\alpha = 135^\circ$$

10 - Calcule  $|\vec{u} + \vec{v}|$ ,  $|\vec{u} - \vec{v}|$  e  $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} - \vec{v})$ , sabendo que  $|\vec{u}| = 4$ ,  $|\vec{v}| = 3$  e o ângulo entre  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  é de  $60^\circ$ .



$$(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} - \vec{v}) = 7$$

$$|\vec{u}| = 4$$

$$|\vec{v}| = 3$$

$$|\vec{u}|^2 - |\vec{v}|^2 = 16 - 9 = 7$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos 60 = 4 \cdot 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$$

\* Lei dos cossenos

$$|\vec{u} - \vec{v}|^2 = |\vec{u}|^2 + |\vec{v}|^2 - 2|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos \theta$$

$$\Rightarrow 16 + 9 - 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2}$$

$$|\vec{u} - \vec{v}|^2 = 13 \Rightarrow |\vec{u} - \vec{v}| = \sqrt{13}$$

33 - Determinar o vetor  $\vec{u}$  tal que  $|\vec{u}| = 2$ , o ângulo entre  $\vec{u}$  e  $\vec{v} = (1, -1, 0)$  é  $45^\circ$  e  $\vec{u}$  é ortogonal a  $\vec{w} = (1, 1, 0)$ .