Nome: RAFAELLE ARRUDA

Professor: Neri Disciplina: Calculo II

LISTA 6

12- calcule aproximadamente $\sqrt{(0,01)^2+(3,02)^2+(3,97)^2}$

derivando

$$w=\sqrt{0^2+3^2+4^2}$$

$$w=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$$

*Agora, vamos para o diferencial

$$dw=\frac{0}{5}\,dx+\frac{3}{5}\,dy+\frac{4}{5}\,dz$$

$$dw=\frac{3}{5}\,dy+\frac{4}{5}\,dz$$

*Então, iremos aproximar do Δw pela diferencia com $dx=0,01$, $dy=0,02$ e $dz=-0,1$.

$$\Delta w\simeq\frac{3}{5}(0,02)+\frac{4}{5}(-0,1)$$

$$\Delta w\simeq-0,068$$

*E temos essa resultante,

$$\sqrt{(0,01)^2+(3,02)^2+(3,9)^2}\simeq w+\Delta w=$$

$$\sqrt{(0,01)^2+(3,02)^2+(3,9)^2}\simeq 5-0,068=$$

$$\sqrt{(0,01)^2+(3,02)^2+(3,9)^2}\simeq 4,932$$

DOM SEG TER QUA QUI SEX SÁB
DOM LUN MAR MIÉ JUE VIE SÁB

___/___/___

1- Determinar as equações de plano tangente e da reta normal ao grafico da função dada, no ponto dado.

e) $f(x,y) = \operatorname{arctg}(x-2y)$ em $\left(2, \frac{1}{2}, f\left(2, \frac{1}{2}\right)\right)$.

* Vamos calcular as derivadas, de acordo com as coordenadas.

$$f_x = \frac{1}{1+(x-2y)^2}$$

$$f_y = \frac{-2}{1+(x-2y)^2}$$

* substituindo por $\left(2, \frac{1}{2}\right)$

$$f_x\left(2, \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{1+\left(2-2\cdot\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{1}{1+(2-1)^2} = \frac{1}{2}$$

$$f_y\left(2, \frac{1}{2}\right) = \frac{-2}{1+\left(2-2\cdot\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{-2}{1+(2-1)^2} = -1$$

$$f\left(2, \frac{1}{2}\right) = \operatorname{ARCTAN}\left(2-2\cdot\frac{1}{2}\right) = \operatorname{ARCTAN}(1) = \frac{\pi}{4}$$

* substituindo todos os valores na equação de plano.

$$z - f\left(2, \frac{1}{2}\right) = f_x\left(2, \frac{1}{2}\right)(x-2) + f_y\left(2, \frac{1}{2}\right)\cdot\left(y - \frac{1}{2}\right)$$

$$z - \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}(x-2) - \left(y - \frac{1}{2}\right)$$

$$z - \frac{\pi}{4} = \frac{x}{2} - 1 - y + \frac{1}{2}$$

$$2z - \frac{\pi}{4} = x - 2y - 1$$

$$x - 2y - 2z = 1 - \frac{\pi}{4}$$

refatorando, a resposta é

$$x - 2y - 2z = 1 - \frac{\pi}{2}$$

DOM SEG TER QUA QUI SEX SÁB
DOM LUN MAR MIÉ JUE VIE SÁB

___/___/___

2- Determinar o plano que passa pelos pontos (1, 1, 2) e (21, 1, 1) e que seja tangente ao grafico de $f(x, y) = xy$.

* usaremos os pontos dados para encontrar o ponto (x_0, y_0)

$$2 = y_0 + x_0 - x_0 . y_0$$

$E = (-1, 1, 1)$

$$1 = y_0 + x_0 - x_0 y_0$$

* subtraindo a primeira equação:

$1 = 2 y_0$

$y = \frac{1}{2}$

* substituindo na segunda equação:

$1 - \frac{1}{2} + x_0 - \frac{x_0}{2} =$

$\frac{x_0}{2} - \frac{3}{2} =$

$x_0 = 3$

* Agora com a equação do plano, substituindo x_0 e y_0, teremos o resultado.

$$z = \frac{x}{2} + 3y - \frac{3}{2}$$

4- $z = 2x + y$ é a equação do plano tangente ao grafico de $f(x, y)$ no ponto $(1, 1, 3)$. Calcule $\frac{\partial f}{\partial x}(1, 1)$ e $\frac{\partial f}{\partial y} = (1, 1)$

equação dada $\rightarrow$ $z - f(x_0, y_0) = f_x(x_0, y_0) + f_y(x_0, y_0)(y - y_0)$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(1, 1) = 2$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(1, 1) = 1$$

DOM SEG TER QUA QUI SEX SÁB
DOM LUN MAR MIÉ JUE VIE SÁB

___/___/___

7 - Considere a função $f(x,y) = \frac{x^3}{x^2+y^2}$, mostre que os planos tangentes no gráfico de f passam pela origem.

Equação do tangente $z = f(x_0, y_0) = f_x(x_0, y_0)(x - x_0) + f_y(x_0, y_0)(y - y_0)$.

* calculando derivadas.

$$f_x = \frac{3x^2(x^2+y^2) - x^3\,(2x)}{(x^2+y^2)^2} = \frac{3x^4 + 3x^2 \cdot y^2 - 2x^4}{(x^2+y^2)^2}$$

$$f_x = \frac{x^4 + 3x^2 y^2}{(x^2+y^2)^2}$$

$$f_y = \frac{-2x^3 y}{(x^2+y^2)^2}$$

* Agora no ponto (x_0, y_0)

$$f_x(x_0, y_0) = \frac{x_0^4 + 3x_0^2 y_0^2}{(x_0^2 + y_0^3)^2}$$

$$f_y(x_0, y_0) = \frac{-2x_0^3 y_0}{(x_0^2 + y_0^2)^2}$$

$$f(x_0, y_0) = \frac{x_0^3}{x_0^2 + y_0^2}$$

* Substituindo os valores na equação:

$$z = \frac{x_0^3}{x_0^2 + y_0^3} = \frac{x_0^4 + 3x_0^3 y_0^2}{(x_0^2 + y_0^2)^2}(x_0 - y_0) - \frac{2x_0^3 y_0}{(x_0^2 + y_0^2)^2}(y - y_0)$$

DOM SEG TER QUA QUI SEX SÁB
DOM LUN MAR MIÉ JUE VIE SÁB

___/___/___

$$z = \frac{x_0^4 + 3x_0^2 y_0^2}{(x_0^3 + y_0^2)} x - \frac{2x_0^3 y_0}{(x_0^3 + y_0^2)^2} - \frac{x_0^5 + 3x_0^3 y_0^2}{(x_0^2 + y_0^2)} + \frac{2x_0^3 y_0^2}{(x_0^2 + y_0^3)^2} + \frac{x_0^3}{x_0^2 + y_0^2}$$

*mudando para uma variavel constante

$$d = \frac{x_0^6 + 3x_0^5 y_0^2}{(x_0^2 + y_0^2)^2} + \frac{2x_0^5 y_0^2}{(x_0^2 + y_0^2)} + \frac{x_0^3}{x_0^2 + y_0^2}$$

MMC $= \dfrac{-x_0^5 - 3x_0^3 y_0^2 + 2x_0^3 y_0^2 + x_0^5 + x_0^3 y_0^2}{(x_0^2 + y_0^3)^2} = 0$

*logo o plano é dado pela equação

$$z = \frac{x_0^4 + 3x_0^2 y_0^2}{(x_0^2 + y_0^2)^2} \cdot x - \frac{2x_0^3 y_0}{(x_0^2 + y_0^2)} y$$

passa ser a origem