

NOME: Rafaelle Arruda

Professora: Ana Maria

Disciplina: Geometria Analítica

LISTA 6

1- Dados os vetores $\vec{u} = (3, -1, 1)$, $\vec{v} = (1, 2, 2)$ e $\vec{w} = (2, 0, -3)$

a) $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$

$$\begin{vmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & -3 \end{vmatrix}$$

$$-4 + 0 - 3 - 18 + 4 + 0 = -29$$

b) $(\vec{v}, \vec{u}, \vec{w})$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{vmatrix}$$

$$-4 + 0 + 18 - 3 + 4 + 0 = 15$$

2- Sabendo que $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}) = -5$, calcular:

a) $(\vec{w}, \vec{v}, \vec{u})$

b) $(\vec{v}, \vec{u}, \vec{w})$

c) $(\vec{w}, \vec{u}, \vec{v})$

d) $\vec{v} \cdot (\vec{w} \times \vec{u})$

De acordo com o produto misto, mudar de sinal ao trocamos a posição de dois vetores, então o -5 muda o sinal para positivo, sendo 5 . O que muda é o ponto de sinal para negativo ou positivo, como sabemos o resultante que 5 .

3- Verificar se são coplanares os vetores.

$\vec{u} = (1, -1, 2)$, $\vec{v} = (2, 2, 1)$ e $\vec{w} = (-2, 0, -4)$.

1	-1	2	1	-1
2	2	1	2	2
-2	0	-4	-2	0

Então $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$, não são coplanares.

$+8 + 0 + 8 - 8 - 2 + 0 = 6$

4- Determinar o valor de k para que seja coplanares os vetores.

$\vec{u} = (2, -1, k)$, $\vec{v} = (1, 0, 2)$ e $\vec{w} = (k, 3, k)$

2	-1	k	2	1
-1	0	2	-1	0
k	3	k	k	3

$k = 6$

$0k - 12 + k + 0k - 2k + 3k = 0$

$2k = 12 \Rightarrow \frac{12}{2} = 6$

5- Verificar se são coplanares os pontos $A(1, 1, 0)$, $B(-2, 1, 6)$, $C(-1, 2, -1)$ e $D(2, -1, -4)$.

AB	(-3, 0, 6)	-3	0
AC	(-2, 1, -1)	-2	1
AD	(1, -2, -4)	1	-2

Então, os pontos A, B, C e D são coplanares.

$+6 + 6 + 0 + 12 + 0 - 24 = 0$

6- Calcular o valor de m para que o volume do paralelepípedo determinado pelos vetores $\vec{a} = (0, -1, 2)$, $\vec{b} = (-4, 2, 1)$ e $\vec{c} = (3, m, -2)$ seja igual a 33. Calcular a altura desse paralelepípedo relativa à base definida por \vec{a} e \vec{b} .

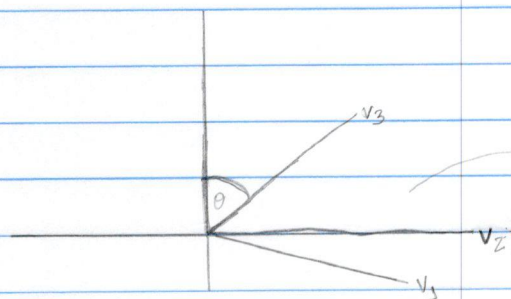
$$m = ? \quad / \quad V_1 = V_2 \times V_3$$

$$\begin{vmatrix} 0 & -1 & 2 \\ -4 & 2 & -1 \\ 3 & m & -2 \end{vmatrix} = 0 \cdot \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 2 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & m \end{vmatrix} + 2 \cdot \begin{vmatrix} -4 & 2 \\ 3 & m \end{vmatrix}$$

$$-12 + 0 + 8 \quad + 10 + 3 - 8m = 33$$

$$-8m = 34$$

$$m = \frac{34}{-8} = -\frac{17}{4}$$

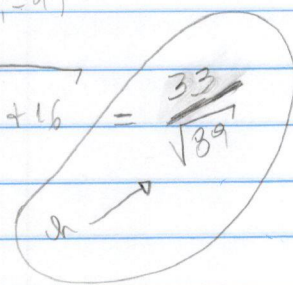


$$h = |v_1| \cdot \cos \theta$$

$$v_3 = \sqrt{9 + m^2 + 4} = \sqrt{13 + m^2}$$

$$v_1 \cdot v_2 = (-3, -8, -4)$$

$$v_1 \cdot v_2 = \sqrt{9 + 64 + 16} = \sqrt{89}$$



7- Dadas os pontos $A(2, 1, 1)$, $B(-1, 0, 1)$ e $C(3, 2, -2)$, determinar o ponto D de eixo Oz para que o volume do paralelepípedo determinado por \vec{AB} , \vec{AC} e \vec{AD} seja 25 u.v.

$$(u, v, w) = 25,$$

$$u = AB = B - A = (-3, -1, 0)$$

$$v = AC = C - A = (1, 1, -3)$$

$$w = AD = D - A = (-2, -1, 3)$$

$$\begin{array}{ccc|cc} -3 & -1 & 0 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -3 & 1 & 1 \\ -2 & -1 & 3 & -2 & -1 \end{array}$$

$$\Rightarrow 40 + 9 + 3 - 1 - 33 + 3 - 6 + 0 =$$

$$\Rightarrow -23 + 5 = 25$$

$$z = -10$$

o ponto de $D = (0, 0, 10)$

8- Representar graficamente o tetraedro ABCD e calcular seu volume em que $A(1, 1, 0)$, $B(6, 4, 1)$, $C(2, 5, 0)$ e $D(0, 3, 3)$.

* vetores calculados

$$\vec{AB} = (5, 3, 1)$$

$$\vec{AC} = (1, 4, 0)$$

$$\vec{AD} = (-1, 2, 3)$$

$$\begin{array}{ccc|cc} 5 & 3 & 1 & 5 & 3 \\ 1 & 4 & 0 & 1 & 4 \\ -1 & 2 & 3 & -1 & 2 \end{array}$$

$$\Rightarrow 5(12 - 0) - 3(3 - 0) + 1(2 + 4)$$

$$\Rightarrow 60 - 9 + 6 = 57$$

Volume do tetraedro então é:

$$V = \frac{57}{6} - \frac{19}{2}$$

concluímos que o volume é

$$V = \frac{19}{2}$$

9- tres vertices de um tetraedro de volume 6 são $A(-2, 4, -1)$, $B(-3, 2, 3)$ e $C(1, -2, -1)$. Determinar o quarto vertice D , sabendo que ele pertence ao eixo OY .

* Calculando vetores

$$A = (-2, 4, -1), B = (-3, 2, 3), C = (1, -2, -1) \text{ e } D = (0, y, 0)$$

$$\begin{aligned} \vec{AB} &= (-1, -2, 4) \\ \vec{AC} &= (3, -6, 0) \\ \vec{AD} &= (2, y, 1) \end{aligned}$$

-1	-2	4	-1	-2
3	-6	0	3	-6
2	y	1	2	y

volume

$$\Rightarrow \frac{1}{6} + 12(y) + 48 + 6 = 36$$

$$12y + 48 + 48 + 12 = 36$$

$$12y = 36 - 12$$

$$y = \frac{24}{12}$$

$$y = 2$$

Percebemos que os pontos da variável D ,
 $D = (0, 2, 0)$

10- Dados que $|\vec{u}| = 3$, $|\vec{v}| = 4$ e 120° o ângulo entre vetores \vec{u} e \vec{v} , calcule:

$$\begin{aligned} a) |\vec{u} + \vec{v}| &= 3 \cdot 4 \cdot \cos 120^\circ \\ &= 12 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -6 \end{aligned}$$

$$|\vec{u} + \vec{v}|^2 = 3^2 + 2(-6) + 4^2$$

$$|\vec{u} + \vec{v}|^2 = 9 - 12 + 16$$

$$|\vec{u} + \vec{v}| = 13$$

$$|\vec{u} + \vec{v}| = \sqrt{13} = \sqrt{13}$$

$$\begin{aligned}
 b) |\vec{u} \cdot (\vec{v} - \vec{w})| &= 3 \cdot 4 \cdot \sin 120^\circ \\
 &= 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \\
 &= 6\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

c) o volume do paralelepípedo determinado pelos vetores \vec{u} , \vec{v} , \vec{u} e \vec{v} .

* O paralelepípedo do produto misto, seria

$$V = |\vec{u}, \vec{v}, (\vec{u}, \vec{v})| \text{ poderia ser a mesma coisa que isso aqui.}$$

$$V = |\vec{u} \cdot \vec{u}|^2$$

* Usando a lógica de 10b, usaremos o:

$$V = (6\sqrt{3})^2$$

$$V = 36 \cdot 3 = 108 \text{ u.v.}$$