Nome: Rafaelle Larissa de Arruda

4º Trabalho de Matemática Discreta

Trabalho: Muitas propriedades da congruência são importantes. Pesquise um:

Congruência

A ideia de congruência é a seguinte, quando nos deparamos com um problema que relacione divisões, potenciações, etc..., por que não trabalhamos com os restos das divisões ao invés dos próprios números? Quer dizer, por que não nos esquecemos dos números e ficamos apenas com os restos? Uma vez que esses restos são menores do que os números, é de se esperar que isso simplifique a solução desses problemas, o que de fato ocorre! Antes das aplicações, vamos ver um pouco de teoria.

Definição: Se a, b e m são inteiros $(m>0)$, dizemos que a é congruente a b módulo m se $m \mid (b-a)$.
Denotaremos essa situação por $a \equiv b \pmod{m}$.

Dizer que a é congruente a b módulo m significa que a e b deixam o mesmo resto quando divididos por m.

EXEMPLO: $21 \equiv 15 \pmod{6}$, pois $6 \mid (21-15)$. Observe que o resto da divisão dos dois números por 6 é igual a 5.

Preposição 1: Sejam a, b, c e m inteiros, $m>0$. Então:
a) $a \equiv a \pmod{m}$;
b) Se $a \equiv b \pmod{m}$; então $b \equiv a \pmod{m}$
c) Se $a \equiv b \pmod{m}$ e $b \equiv c$

Demostração:

a) Como $m / 0 = (a-a)$, decorre que $a \equiv a \pmod{m}$;

b) Se $a \equiv b \pmod{m}$, então $m / (b-a)$. Mas então $m / (a-b) \Rightarrow b \equiv a \pmod{m}$

c) Vamos utilizar o seguinte fato: se m divide dois números X e Y, então m divide a soma X + Y desses dois números. De fato, temos o seguinte:

$$\begin{cases} a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow m \mid (b-a) \\ b \equiv c \pmod{m} \Rightarrow m \mid (c-b) \end{cases} \Longrightarrow m \mid (b-a) + (c-b) = (c-a) \Rightarrow m \mid (c-a)$$

$$\Rightarrow a \equiv c \pmod{m}.$$

continuação conta

Você já deve estar percebendo que o símbolo ≡ (congruente) funciona de modo parecido ao símbolo = (igual), quer dizer, muitas das manipulações que fazemos com equações podem ser feitas com o sinal de congruência. Em baixo, estão outras propriedades e os equivalentes:

1- Se $a \equiv b \pmod{m}$, então $\begin{cases} a+c \equiv b+c \pmod{m} \\ a-c \equiv b-c \pmod{m} \text{, para todo inteiro } c \\ ac \equiv bc \pmod{m} \end{cases}$

Em analogia com as equações, temos: se $a \equiv b$, então $\begin{cases} a+c \equiv b+c \\ a-c \equiv b-c \\ ac \equiv bc \end{cases}$

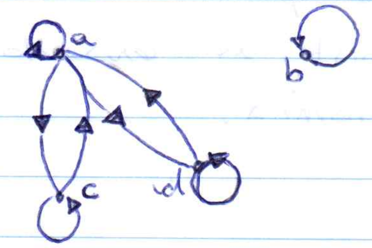
2- Se $a \equiv b \pmod{m}$ e $c \equiv d \pmod{m}$, então $\begin{cases} a+c \equiv b+d \pmod{m} \\ a-c \equiv b-d \pmod{m} \\ ac \equiv bd \pmod{m} \end{cases}$

Em analogia com as equações, temos: se $a \equiv b$ e $c \equiv d$ então $\begin{cases} a+c \equiv b+d \\ a-c \equiv b-d \\ ac \equiv bd \end{cases}$

Explicação: Na propriedade 2, temos que se $a \equiv a \pmod{m}$, então $a \cdot a \equiv b \cdot b \pmod{m} \Rightarrow a^2 \equiv b^2 \pmod{m}$. Daí teremos $a^2 \cdot a \equiv b^2 \cdot b \pmod{m} \Rightarrow a^3 \equiv b^3 \pmod{m}$. Prosseguindo dessa forma que $a^k \equiv b^k \pmod{m}$ para todo natural k.

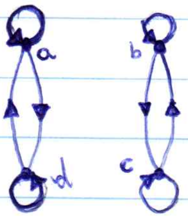
Trabalho 4 6/4/21

21-



R= NÃO é equivalente

22-



R= ESSA é equivalente

4- Dois estudantes são equivalentes se eles entram na sala de aula de matematica secreta ao mesmo tempo.

2: Dois alunos são equivalentes se eles (~~...~~) tem a mesma idade, uma de classe de equivalência consiste no conjunto de alunos que tem a mesma idade.

3: Dois alunos são equivalentes se eles no mesmo semestre da Faculdade fazendo a materia de matematica discreta, uma classe de equivalencia consiste no conjunto de alunos na sala de aula que estão no mesmo semestre.

6- i) Duas materias são equivalencia se elas tem os mesmos pré-requisito uma classe de equivalencia consiste em todo o conjunto de materia que tem os mesmos pré-requisito.

ii) Duas materias são equivalentes se elas (~~...~~) tem os mesmos professor ministrando a aula, uma classe de equivalencia consiste no conjunto de materia que tem o mesmo professer ministrando a aula.

iii) Duas materias são equivalentes se elas possuem a mesma carga horária, uma classe de equivalencia consiste no conjunto de materias que possuem a mesma carga horária.