

1. (2,0 pontos) Faça o que é pedido a seguir:

(a) Considere a matriz de adjacências abaixo. Indique as componentes conexas do grafo representado por esta matriz.

	0	1	2	3	4	5
0	0	0	0	0	1	0
1	0	0	0	1	0	1
2	0	0	0	0	0	0
3	0	1	0	0	0	1
4	1	0	0	0	0	0
5	0	1	0	1	0	0

Handwritten notes:  $v_0 v_4$ ,  $v_1 v_3 / v_1 v_5$ ,  $\wedge$ ,  $v_1 v_3 / v_3 v_5$ ,  $v_5 v_1 / v_5 v_3$ .

(b) Lembre que um grafo  $G$  é completo se, para todo par de vértices  $v_i, v_j$  de  $G$ , existe uma aresta em  $G$  entre  $v_i$  e  $v_j$ .

Elabore um algoritmo que determina se um grafo é completo ou não – se o grafo é completo, o algoritmo deve retornar `true`; caso contrário, deve retornar `false`. Descreva o seu algoritmo através de um método de um objeto que representa um grafo (como feito para alguns algoritmos vistos em aula). Considere que o objeto contém um atributo `num_vertices`, que armazena o número de vértices do grafo, e um atributo `matriz_adj`, que armazena a representação do grafo como uma matriz de adjacências.

2. (2,0 pontos) Faça o que é pedido a seguir:

(a) Apresente um grafo  $G$  com as seguintes características:

- $G$  possui 6 vértices e cada vértice de  $G$  possui grau 2;
- o comprimento máximo de um caminho em  $G$  é 2.

(A sua resposta pode consistir em um desenho do grafo.)

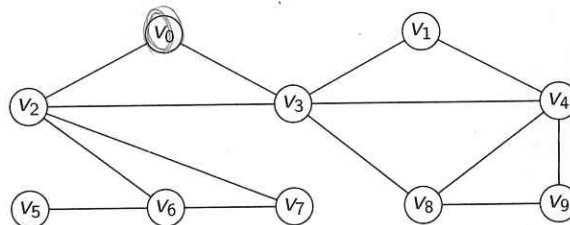
(b) Considere dois grafos  $G_1$  e  $G_2$  com as seguintes características:

- $G_1$  possui 5 vértices e os graus dos vértices de  $G_1$  são 1, 2, 2, 2 e 3;
- $G_2$  também possui 5 vértices e os graus dos vértices de  $G_2$  também são 1, 2, 2, 2 e 3;
- $G_1$  e  $G_2$  não são isomorfos.

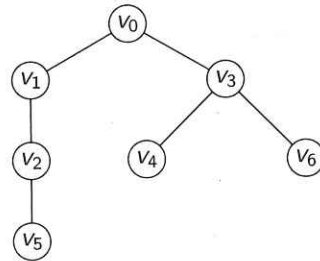
Responda: É possível construir  $G_1$  e  $G_2$ ? Se sim, apresente um exemplo destes grafos; se não, explique por quê.

3. (2,0 pontos) Faça o que é pedido a seguir:

(a) Considere o algoritmo de busca em largura executado para o grafo abaixo começando pelo vértice  $v_0$ . Suponha que quando os vizinhos de um vértice são inspecionados para visita, estes vizinhos são considerados em **ordem crescente dos seus índices**. Indique a sequência de vértices visitados na busca e apresente a árvore que representa a dinâmica da busca.

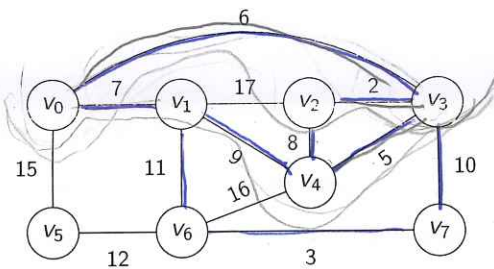


- (b) Apresente um grafo conexo com 10 arestas tal que, quando o algoritmo de busca em profundidade é executado para este grafo, a dinâmica da busca é representada pela árvore abaixo. Suponha que a busca começa pelo vértice  $v_0$  e que, quando os vizinhos de um vértice são inspecionados para visita, estes vizinhos são considerados em **ordem crescente dos seus índices**.



4. (2,0 pontos) Faça o que é pedido a seguir:

- (a) Considere o algoritmo de Prim para encontrar uma árvore geradora de peso mínimo de um grafo. Execute este algoritmo para o grafo abaixo e informe o seguinte:
- A árvore geradora obtida;
  - A **ordem** em que as arestas foram inseridas na árvore geradora obtida;
  - O peso da árvore geradora obtida.



Um grafo desconexo não tem uma árvore geradora, mas cada componente conexa do grafo tem uma árvore geradora. Sabendo disto, responda aos seguintes itens:

- (b) Aplicado a um grafo desconexo  $G$ , o algoritmo de Prim encontra uma árvore geradora de peso mínimo para cada componente conexa de  $G$ ? Justifique, de forma precisa e clara, a sua resposta.
- (c) Aplicado a um grafo desconexo  $G$ , o algoritmo de Kruskal encontra uma árvore geradora de peso mínimo para cada componente conexa de  $G$ ? Justifique, de forma precisa e clara, a sua resposta.
5. (2,0 pontos) O historiador que trabalha na prefeitura de uma pequena cidade foi encarregado de levantar os dados das famílias que já moraram ou ainda moram lá. Depois de passar alguns anos catalogando certidões e outros documentos, o historiador decidiu organizar os dados de maneira simplificada, através de uma longa lista de registros do seguinte tipo: *Morador(a) 1 é familiar do(a) Morador(a) 2*.

Agora, o prefeito atribuiu ao historiador a seguinte **tarefa**: Determinar o maior número de pessoas que já moraram ou ainda moram na cidade e que pertencem à mesma família. Baseado nisto, responda aos itens abaixo:

- (a) Como o historiador pode construir um grafo para utilizar na realização da tarefa acima? Descreva o que representam os vértices e as arestas do grafo.
- (b) Entre os algoritmos estudados nesta disciplina, qual algoritmo pode ser utilizado na realização da tarefa acima? Descreva, de forma precisa e clara, como isto pode ser feito.