

Relazione del Progetto di Data Mining  
Corso di Laurea Magistrale in Fisica  
Esame di Data Mining A.A. 2020/2021

Gruppo 33: Daniele Maria Di Nosse, Angelo Lasala, Raffaele Paradiso

16 dicembre 2020

# Indice

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Data Understanding</b>	<b>3</b>
2.1	Data Semantics . . . . .	3
2.2	Analisi statistica . . . . .	3
2.3	Data Quality : Outliers e Missing values . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Data Preparation</b>	<b>7</b>
<b>4</b>	<b>Clustering</b>	<b>9</b>
4.1	K-Means . . . . .	9
4.1.1	Validazione . . . . .	11
4.2	DB-Scan . . . . .	12
4.2.1	Validazione . . . . .	13
4.3	Hierarchical . . . . .	14
4.3.1	Validazione . . . . .	15

# 1 Introduzione

Determinare le possibili relazioni che intercorrono fra le caratteristiche dei dipendenti di un'azienda può risultare di grande utilità per predire i possibili scenari lavorativi che posso verificarsi e gestire di conseguenza l'organizzazione del personale in maniera ottimale. Nel presente progetto ci si è posto l'obiettivo di valutare tali legami tramite un approccio di data mining. Le informazioni che si sono utilizzate sono relative ad un data frame fittizio (leggermente modificato) generato da IBM e presente sul portale Kaggle(URL <https://www.kaggle.com/pavansubhasht/ibm-hr-analytics-attrition-dataset>). Non ci si è posto un obiettivo principale, ovvero la determinazione di legami, correlazioni e classificazioni relativi ad un singolo attributo rispetto a tutti gli altri, ma si è proceduto in maniera più generale ricoprendo uno spettro più ampio di possibili relazioni fra tutte le variabili.

## 2 Data Understanding

### 2.1 Data Semantics

Nella prima fase dell'elaborazione si è studiato il data frame, valutando il numero degli attributi, la loro natura e dominio. Il numero di attributi è pari a 33. Si dividono in attributi numerici e categorici, ma ad uno sguardo più attento si nota che alcuni di essi, come Education o EnviromentSatisfaction, presentano valori numerici che poco si adattano al loro significato. Si ha infatti che sussistono le seguenti relazioni:

Education	EnvironmentSatisfaction	JobInvolvement	JobSatisfaction
1 : 'Below College'	1 : 'Low'	1 : 'Low'	1 : 'Low'
2 : 'College'	2 : 'Medium'	2 : 'Medium'	2 : 'Medium'
3 : 'Bachelor'	3 : 'High'	3 : 'High'	3 : 'High'
4 : 'Master'	4 : 'Very High'	4 : 'Very High'	4 : 'Very High'
5 : 'Doctor'			
PerformanceRating	RelationshipSatisfaction	WorkLifeBalance	
1 : 'Low'	1 : 'Low'	1 : 'Bad'	
2 : 'Good'	2 : 'Medium'	2 : 'Good'	
3 : 'Excellent'	3 : 'High'	3 : 'Better'	
4 : 'Outstanding'	4 : 'Very High'	4 : 'Best'	

Di conseguenza, il dominio di tali attributi è di tipo categorico od ordinale e non numerico (un attributo ordinale è effettivamente una sottocategoria categorica, si è scelto comunque di elencarli separatamente). Inoltre, sebbene non si abbiano informazioni dettagliate sulle classi relative agli attributi JobLevel e StockOptionLevel, per la loro stessa natura si è deciso di trattarli come attributi ordinali. Organizzando tutte le variabili per la loro tipologia, si ottiene quindi la seguente suddivisione:

Categorici : 8	Ordinali : 10	Numerici : 15
Attrition	Business Travel	Age
Department	Education	Daily Rate
Education Field	Enviroment Satisfaction	Distance From Home
Gender	Job Involvement	Hourly Rate
Job Role	Job Level	Monthly Income
Marital Status	Job Satisfaction	Monthly Rate
Over 18	Performance Rating	Num Companies Worked
Over Time	Relationship Satisfaction	Percent Salary Hike
	Stock Option Level	Standard Hours
	Work Life Balance	Total Working Years
		Training Time Last Year
		Years At Company
		Years In Current Role
		Years Since Last Promotion
		Years With Current Manager

Figura 1: Domini degli attributi

Per quanto riguarda il range di valori degli attributi risulta essere molto più discretizzato per gli attributi ordinali che per gli attributi numerici. Inoltre differisce molto da attributo ad attributo (anche di 4 ordini di grandezza), cosa che sottolinea sin da ora l'importanza di una trasformazione delle variabili.

### 2.2 Analisi statistica

Le frequenze degli attributi categorici e le relative mode sono riportate nelle seguenti tabelle.

Attrition	Educational Field	Departement	Gender	Over Time
'No': 83.9%	'Life Science': 41.2%	'Research and Development': 65.4%	'Male': 57.2%	'No': 71.7%
'Yes': 16.1%	'Medical': 31.6%	'Sales': 30.3%	'Female': 37.7%	'Yes': 28.3%
	'Marketing': 10.8%	'Human Resources': 4.3%	MISSING: 5.1%	
	'Technical Degree': 9.0%			
	'Other': 5.6%			
	'Human Resources': 1.8%			
Business Travel	Job Role	Matital Status	Over 18	
'Travel Rarely': 64,4%	'Sales Executive': 22.2%	'Married': 45.8%	'Yes': 68.2%	
'Travel Frequently': 17,3%	'Research Scientist': 19.9%	'Single': 32,0%	MISSING: 31.8%	
'Non Travel': 9,4%	'Laboratory Technician': 17.6%	'Divorced': 3 2,2%		
MISSING: 9,0%	'Manufacturing Derevtor': 9.9%			
	'Healthcare Representative': 8.9%			
	'Manager': 6.9%			
	'Sales Representative': 5.6%			
	'Research Director': 5.4%			
	'Human Resources': 3.5%			

Figura 2: Frequenze degli attributi categorici

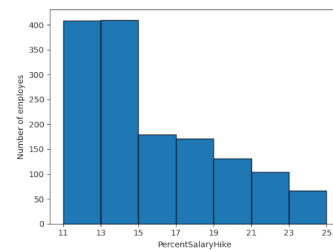
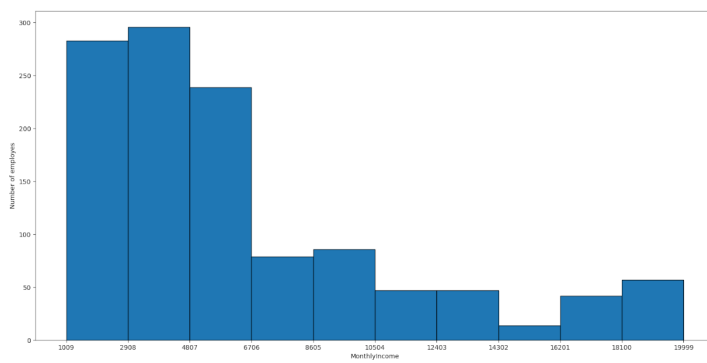
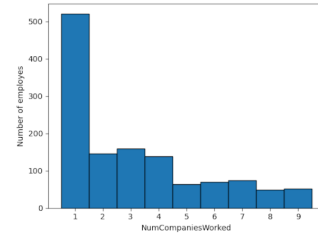
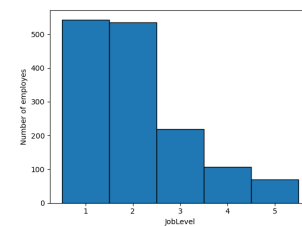
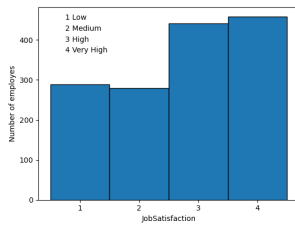
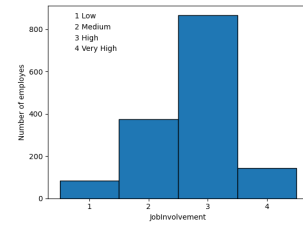
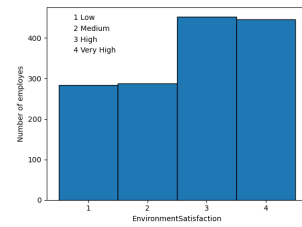
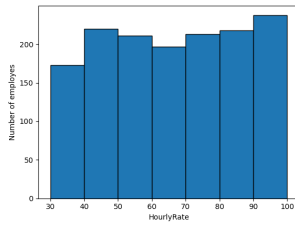
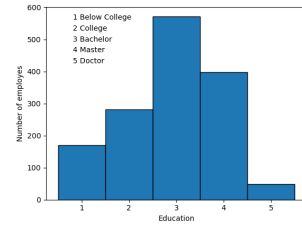
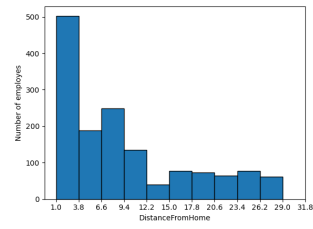
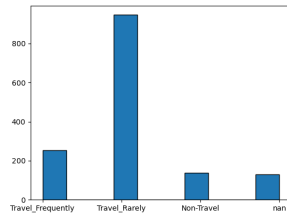
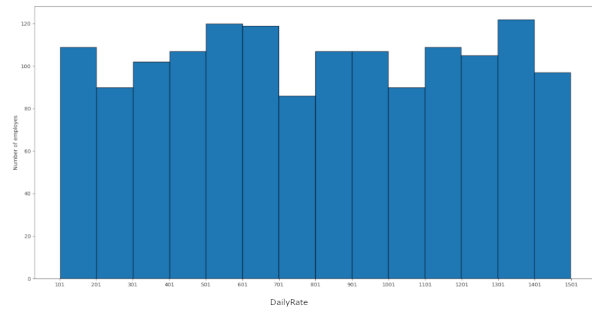
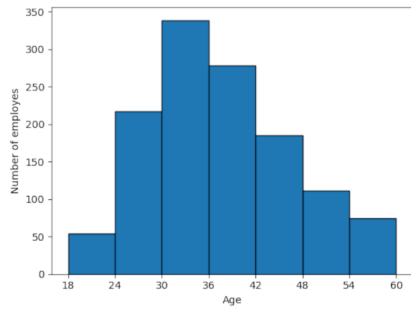
	Moda
Attrition	No
Educational Field	Life Science
Departement	Research and Development
Gender	Male
Over Time	No
Business Travel	Travel Rarely
Job Role	Sales Executive
Marital Status	Married
Over 18	Yes
Education	Bachelor
Enviroment Satisfaction	High
Job Involvement	High
Job Satisfaction	Very High
Performance Rating	Excellent
Relationship Satisfaction	High
Job Level	1
Work Life Balance	Better
Stock Option Level	0

Figura 3: Mode

Le distribuzioni degli attributi ordinali e numerici con alcuni indici statistici sono rappresentate di seguito. Si può notare la forte asimmetria di molte distribuzioni ed un varianza molto grande in alcuni attributi. Tali problematiche dovranno essere sanate con opportune trasformazioni.

	Age	DailyRate	DistanceFromHome	HourlyRate	MonthlyIncome
count	1258	1470	1470	1470	1190
mean	37,11526232	802,4857143	9,192517007	65,89115646	6548,915966
std	9,068653862	403,5090999	8,106864436	20,32942759	4732,775331
min	18	102	1	30	1009
25%	30	465	2	48	2973,25
50%	36	802	7	66	4907,5
75%	43	1157	14	83,75	8437,5
max	60	1499	29	100	19999
	MonthlyRate	NumCompaniesWorked	PercentSalaryHike	TotalWorkingYears	TrainingTimesLastYear
count	1470	1470	1470	1470	1178
mean	14313,1034	2,693197279	15,20952381	11,27959184	2,810696095
std	7117,786044	2,498009006	3,659937717	7,780781676	1,302499143
min	2094	0	11	0	0
25%	8047	1	12	6	2
50%	14235,5	2	14	10	3
75%	20461,5	4	18	15	3
max	26999	9	25	40	6
	YearsAtCompany	YearsInCurrentRole	YearsSinceLastPromotion	YearsWithCurrManager	StandardHours
count	1396	1470	1470	1470	753
mean	6,94269341	4,229251701	2,187755102	4,123129252	80
std	6,033444155	3,623137035	3,222430279	3,568136121	0
min	0	0	0	0	80
25%	3	2	0	2	80
50%	5	3	1	3	80
75%	9	7	3	7	80
max	40	18	15	17	80

Figura 4: Indici statistici per gli attributi numerici



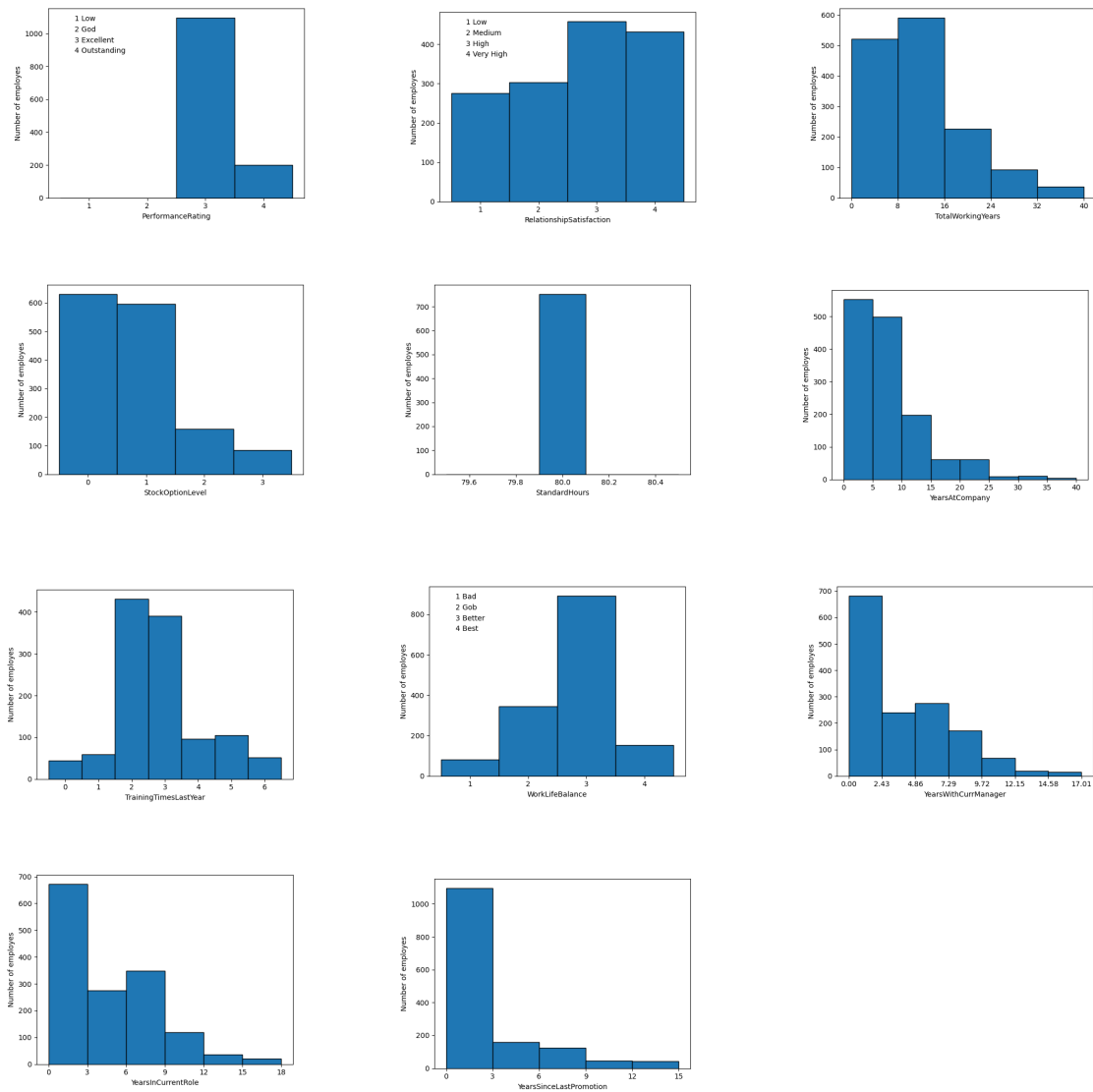


Figura 5: Istogrammi attributi numerici ed ordinali

## 2.3 Data Quality : Outliers e Missing values

La qualità dei dati è fortemente influenzata negativamente dalla presenza di outliers e di missing values. Algoritmi di clustering e correlazioni fra gli attributi possono restituire risultati falsificati se non si gestiscono in maniera appropriata tali valori. Nel data frame utilizzato la loro presenza è evidente, infatti si ha che:

	Count Missing Values
<b>Age</b>	212
<b>BusinessTravel</b>	131
<b>Gender</b>	75
<b>MonthlyIncome</b>	280
<b>Over18</b>	468
<b>PerformanceRating</b>	172
<b>StandardHours</b>	717
<b>TrainingTimesLastYear</b>	292
<b>YearsAtCompany</b>	74

Figura 6: Count dei missing values

Gli attributi StandardHours ed Over18 presentano una qualità molto scarsa: nel primo circa la metà dei records sono mancanti e la restante parte ha un unico valore, mentre il secondo, oltre a contenere anch'esso una quantità significativa di missing values, non rappresenta in ogni caso un attributo di grande importanza, considerando che la stragrande maggioranza dei dipendenti di un'azienda sono maggiorenni. Per tali motivi, si è deciso di eliminare questi due attributi.

Per la determinazione degli outliers sono stati utilizzati sia test puramente statistici (Grubbs's test) che metodi di visualizzazione (Box Plot, Principal Component Analysis e scatter plot). Come è noto, per utilizzare approcci del primo tipo bisogna fare delle assunzioni sulla distribuzione sottostante dei valori esaminati. In particolare, il Grubbs's test, applicabile singolarmente

agli attributi, richiede che i dati siano distribuiti normalmente, cosa non vera in questo caso. Di conseguenza, tale metodo è stato scartato. Il Principal Component Analysis, d'altro canto, è uno dei metodi maggiormente utilizzati nella ricerca di outliers in situazioni alto-dimensionali. Proiettando lo spazio  $n$ -dimensionale in uno spazio  $q$ -dimensionale ( $q < n$ ), costruito tramite i vettori normalizzati della matrice di correlazione, si cerca di mantenere il più intatta possibile la varianza negli attributi. Nel caso in esame, la frazione di varianza conservata non risulta essere significativa (circa 0.4), inficiando inevitabilmente i risultati ottenuti. Anche la visualizzazione degli scatter plot confrontati con gli attributi categorici non ha evidenziato alcun punto identificabile come outlier. L'unico metodo che ha avuto successo per la loro determinazione è stata la visualizzazione dei Box Plot per i singoli attributi. Si è proceduto quindi alla loro rimozione tramite eliminazione delle righe corrispondenti.

### 3 Data Preparation

In questa fase del lavoro ci si è posto l'obiettivo di trasformare e preparare il set di dati all'analisi successiva. I problemi precedentemente evidenziati sono stati qui risolti.

Come primo task sono stati gestiti i missing values. L'attributo BusinessTravel presenta una frequenza di NaN pari al circa 9%, confrontabile con le frequenze degli altri valori. Siccome la granulosità dell'attributo ricopre in maniera completa lo spettro delle classi plausibilmente ad esso associabili, si è deciso di valutare se ci fosse dipendenza con gli altri attributi nel data frame. Per quanto riguarda quella con i numerici, sono stati utilizzati gli scatter plot, mentre per quelli nominali è stato eseguito il test di indipendenza del chi quadro. In entrambi i casi non si sono evinte dipendenze significative ( $pvalue > 0.05$  sempre). Di conseguenza tale attributo è stato scartato.

Per quanto riguarda PerformanceRating, si è aggiunta una nuova classe 'MISSING', poiché si è notato che la granulosità dell'attributo in questo caso non ricopre tutto lo spettro plausibile. Si presuppone che i valori 'MISSING' possano appartenere ad una classe di ordine inferiore ad 'Excellent'.

Queste due considerazioni non sono applicabili all'attributo Gender per il quale si è scelto semplicemente di sostituire ai missing values valori estratti dalla distribuzione del campione.

Procedimento analogo è stato applicato a tutti gli attributi numerici che presentano valori mancanti, l'unica differenza è che in questo caso i valori sostitutivi sono le medie degli intervalli dei bins degli istogrammi.

Come secondo task sono stati valutati gli outliers.

Il metodo di visualizzazione grafica dei Box Plot evidenzia la presenza di outliers solo in tre attributi numerici: TrainingTimeLastYear, TotalWorkingYears, YearsAtCompany

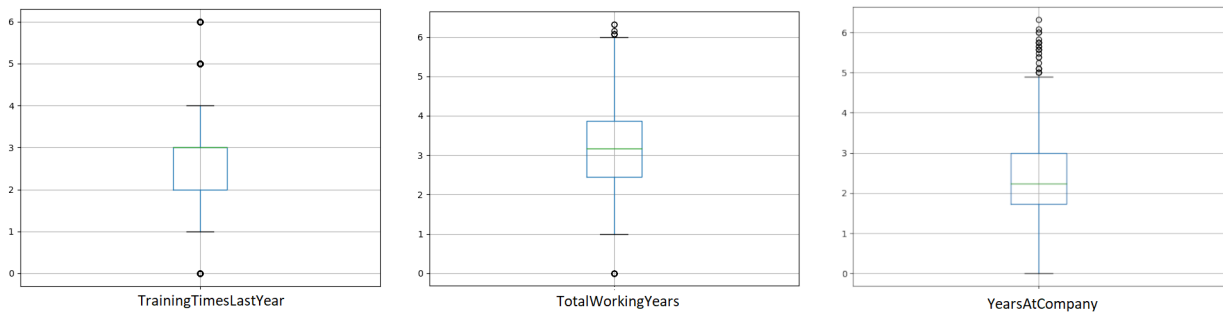


Figura 7: Box Plot degli attributi che presentano outliers

Il data frame dopo questa prima preparazione risulta contenere il 36% di dati in meno rispetto a quello di partenza.

Funzioni di trasformazione sono state applicate ad attributi numerici con lo scopo di rimediare ad alcune caratteristiche delle loro distribuzioni, quali l'asimmetrie e un valore spropositato della deviazione standar. In particolare è stata applicata la radice quadrata a DistanceFromHome (skew da 0.95 a 0.40), NumCompaniesWorked (skew da 1.03 a 0.03), PercentSalaryHike (skew da 0.82 a 0.65), TotalWorkingYears (skew da 1.12 a 0.18), YearsAtCompany (skew da 1.76 a 0.43), YearsInCurrentRole (skew da 0.92 a -0.25), YearsSinceLastPromotion (skew da 1.98 a 0.74) e YearsWithCurrManager (skew da 0.83 a -0.25); invece a MonthlyIncome è stato applicato il logaritmo naturale (varianza da 4710 a 0.67). Di seguito sono riportate alcune distribuzioni delle variabili trasformate.

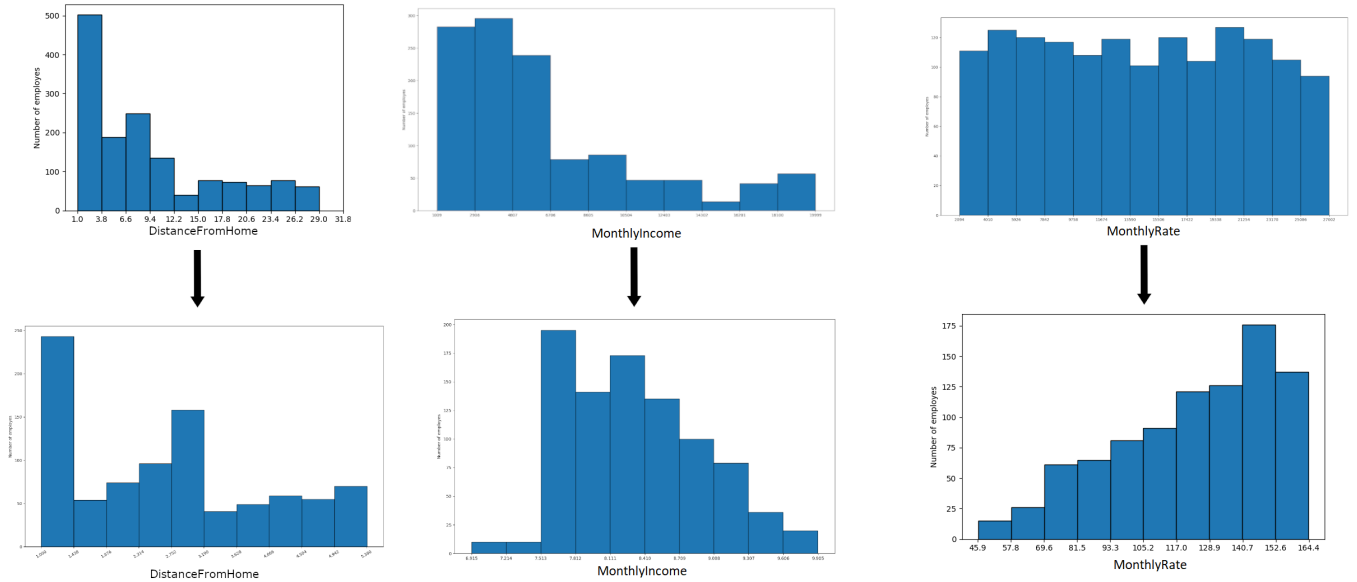


Figura 8: Distribuzione di alcune variabili trasformate

Come terzo task sono stati eliminati ed aggiunti nuovi attributi.

In luogo di TotalWorkingYears e YearsAtCompany si è scelto di introdurre il loro rapporto, denominato FractionAtCompany che rappresenta la frazione di anni lavorativi del singolo dipendente nell'azienda. Tramite l'introduzione di tale attributo è stato possibile notare l'inconsistenza di alcuni records per cui tale rapporto risultava essere maggiore di 1. Tali valori sono stati eliminati. Analogamente si è proceduto per MonthlyIncome e MonthlyRate sostituiti da RateIncome, indice di quanto l'azienda spende per un impiegato in rapporto al suo stipendio. Anche in questo caso sono stati eliminati i valori inconsistenti.

DailyRate e HourlyRate contengono la stessa informazione di MonthlyRate, quindi sono stati eliminati.

Inoltre, YearsInCurrentRole, YearInCurrManager e YearsSinceLastPromotion sono caratterizzati da una correlazione significativa e quindi si è deciso di mantenere solamente YearsInCurrentRole nell'analisi a seguire.

Infine è stata calcolata la matrice di correlazione lineare fra gli attributi numerici e i valori del  $p$  value ottenuti tramite test del chi quadro per l'interdipendenza fra gli attributi categorici.

Si può notare come il  $p$  value per la maggioranza dei casi è maggiore di 0.05, valore scelto come soglia; questo significa che l'ipotesi nulla (non c'è relazione tra i due attributi) non può essere scartata. Nell'altra situazione invece l'evidenza empirica è fortemente contraria all'ipotesi nulla, ciò significa che la presenza di una dipendenza tra gli attributi è statisticamente plausibile, come ad esempio avviene tra Attrition (quanto un impiegato è "logorato") e MaritalStatus (condizione sentimentale dell'impiegato).

Per gli attributi numerici, in seguito alle trasformazione effettuate, non sono presenti correlazioni significative.

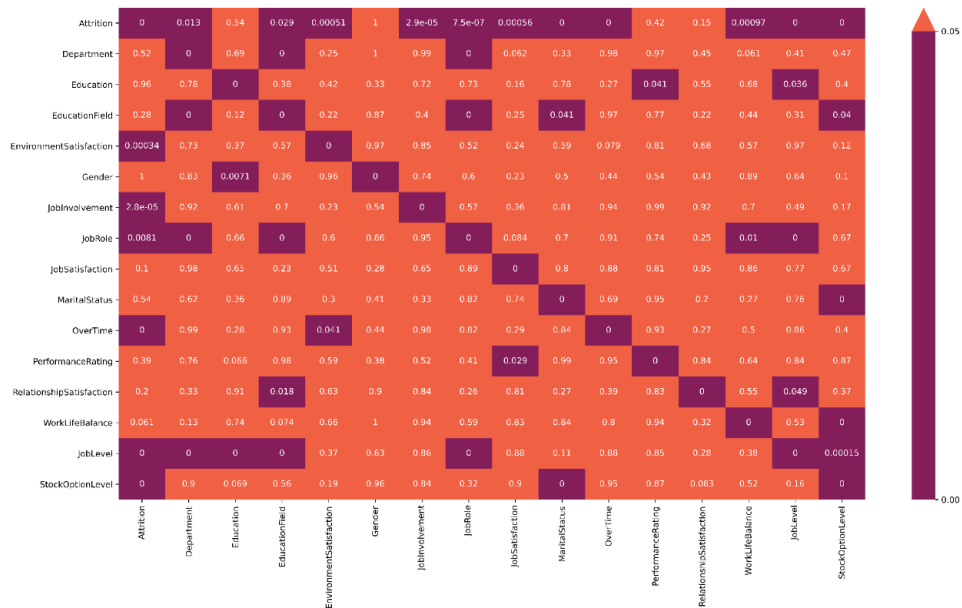


Figura 9: Matrice dei  $p$  value per gli attributi categorici





Figura 10: Matrice di correlazione per gli attributi numerici

## 4 Clustering

Preparato il data frame si è proceduto all'analisi degli algoritmi di clustering: K-Means, DB Scan e Hierarchical. La dimensionalità del data frame (10) è stata considerata troppo elevata per ottenere risultati consistenti, quindi sono stati indagati sottoinsiemi 3-5 dimensionali alla ricerca un qualche tipo di clusterizzazione. Come metrica è stata usata la distanza euclidea, i dati sono stati inoltre normalizzati tra 0 e 1.

Si vuole precisare che per la visualizzazione dei clusters ottenuti tramite K-Means e DB Scan è stato utilizzato uno spazio tridimensionale poichè, soprattutto nel primo caso, una visualizzazione bidimensionale portava ad un mixing eccessivo dei clusters stessi.

### 4.1 K-Means

Per quanto riguarda il K-Means i sottoinsiemi che hanno mostrato i risultati migliori sono:

1. PercentSalaryHike, FractionYearsAtCompany, YearsInCurrentRole, RateIncome, NumCompaniesWorked
2. DistanceFromHome, FractionYearsAtCompany, RateIncome, YearsInCurrentRole, TrainingTimesLast Year
3. DistanceFromHome, RateIncome, Age, FractionYearsAtCompany
4. DistanceFromHome, FractionYearsAtCompany, TrainingTimesLast Year, PercentSalaryHike, YearsInCurrentRole

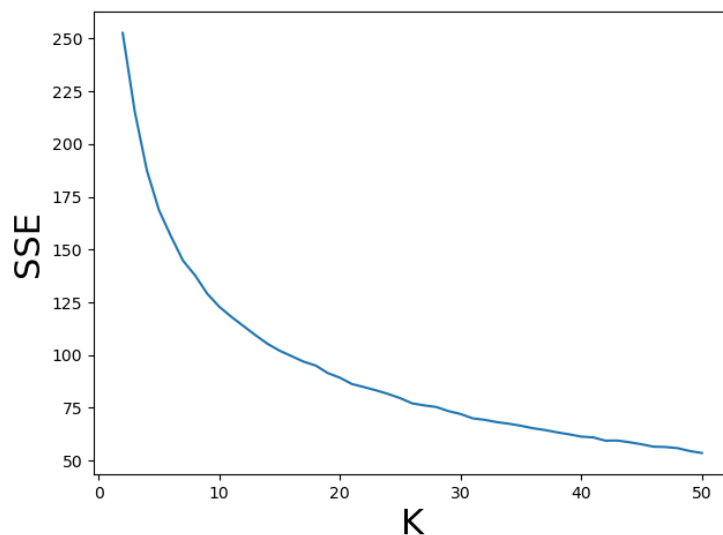


Figura 11: SSE in funzione di  $K$

La scelta del numero di cluster  $K$  è stata presa osservando l'andamento del SSE in funzione di  $K$  (Figura 12), simile in tutti e quattro i casi esaminati; con lo scopo di aver un buon compromesso fra i due l'algoritmo è stato eseguito per  $K$  uguale a 3, 4 e 5. Dai risultati ottenuti si evince che, sebbene con  $K = 5$  il valore delle SSE è minore rispetto agli altri due casi, non si apprezzano cluster evidenti: ve ne sono sempre due eccessivamente mescolati. Con  $K = 3$  la divisione fra i clusters è sicuramente ben evidente ma, con  $K = 4$ , si ottengono comunque buoni risultati con il vantaggio di un SSE minore. Nei seguenti grafici sono mostrati i risultati ottenuti e per rendere più chiara la posizione dei centroidi, sono riportate anche le loro coordinate organizzate in parallelo per ciascun sottoinsieme usato.

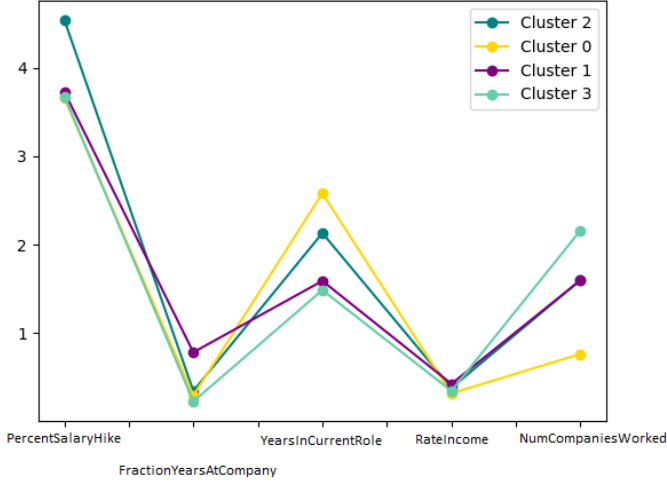


Figura 12: Parallel coordinates dei centroidi

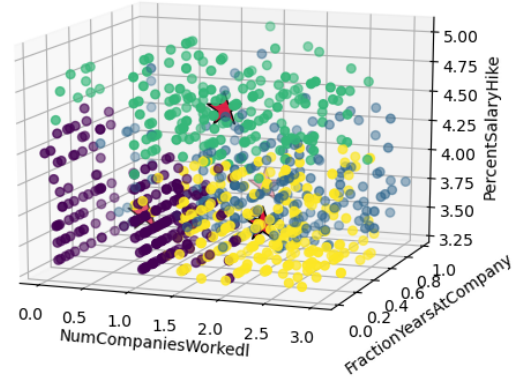


Figura 13: Cluster sottoinsieme 1: SSE= 187; silhouette= 0.18

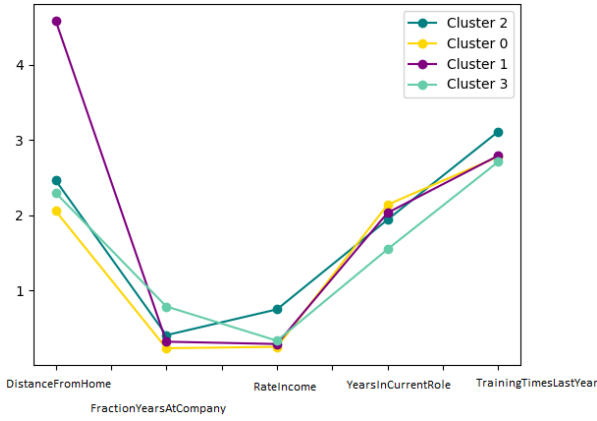


Figura 14: Parallel coordinates dei centroidi

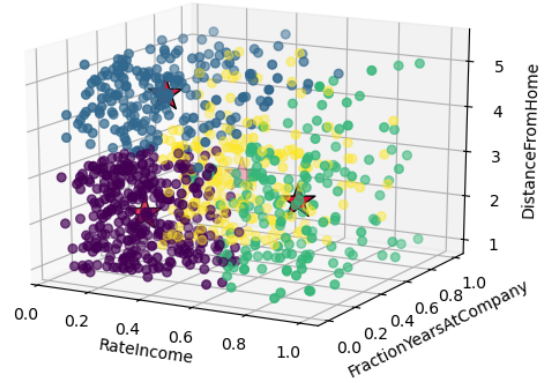


Figura 15: Cluster sottoinsieme 2: SSE= 177; silhouette= 0.21

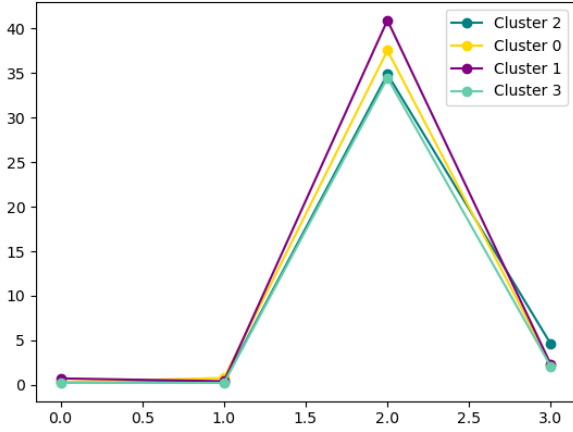


Figura 16: Parallel coordinates dei centroidi

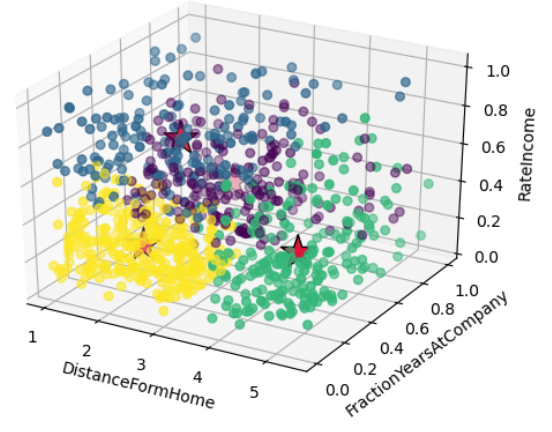


Figura 17: Cluster sottoinsieme 3: SSE= 129; silhouette= 0.25

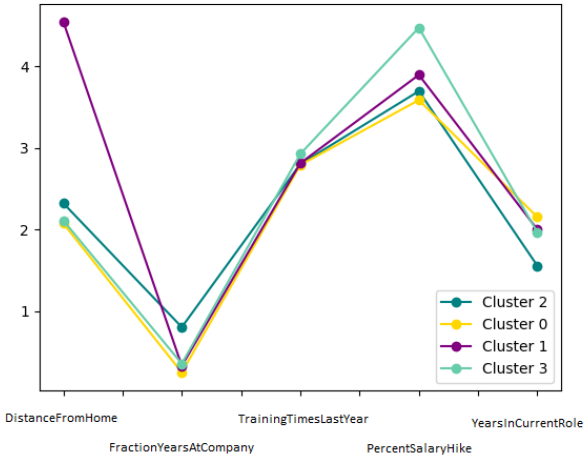


Figura 18: Parallel coordinates dei centroidi

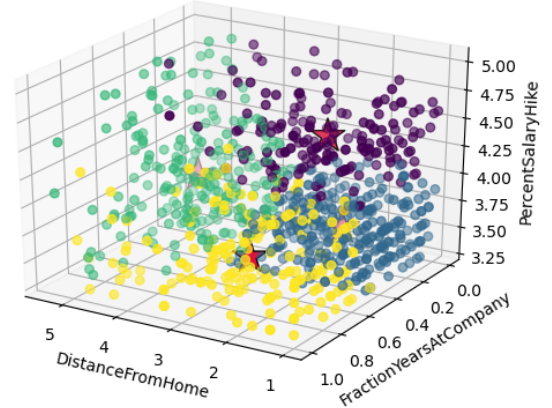


Figura 19: Cluster sottoinsieme 4: SSE= 182; silhouette= 0.20

Dalla divisione in cluster è possibile classificare gli impiegati in base ad alcune caratteristiche comuni. Ad esempio il cluster giallo nella Figura 13 esprime l'irrelevanza dell'esperienza lavorativa al di fuori dell'azienda relativamente all'aumento di stipendio. Infatti chi è stato assunto da poco (rispetto alla vita lavorativa), sebbene abbia maturato esperienza in altre aziende, ha un percent salary hike basso. D'altro canto, al cluster viola è plausibile associare i lavoratori la cui esperienza è costituita quasi esclusivamente da ruoli indipendenti da compagnie. Anche in questo caso, il percent salary hike è relativamente basso. Il cluster blu può essere considerato il gruppo di lavoratori la cui esperienza non è stata influenzata da altri impieghi nel passato. Infatti si nota che in questo caso l'aumento percentuale dello stipendio è indipendente dal numero di compagnie precedenti. Infine il cluster verde può essere visto come il gruppo di persone che hanno acquisito competenze utili all'azienda (ciò è evidente dalla percentuale di aumento di stipendio molto alta rispetto a tutti gli altri gruppi) in altri ambienti. La classificazione fatta non è certamente da considerarsi assoluta, poiché dai valori della silhouette non elevati, si capisce che la distinzione tra i cluster non è netta: mescolamenti tra di essi sono molto plausibili. Ragionamenti simili possono essere applicati agli altri grafici.

#### 4.1.1 Validazione

Per quanto riguarda la validazione dei cluster ottenuti, si è valutata la distribuzione dell'SSE e della silhouette generati dal K-Means su un numero  $N = 500$  di set di dati random estratti dallo stesso dominio degli attributi usati. La clusterizzazione è quindi ritenuta non random se l'SSE e la silhouette sono al di fuori di quattro deviazioni standard dal valor medio, ciò assicura che i dati ottenuti sono esterni al 99.994% delle relative distribuzioni. Dalle immagini seguenti si evince che tutti i valori ottenuti sono compatibili con una clusterizzazione non random.

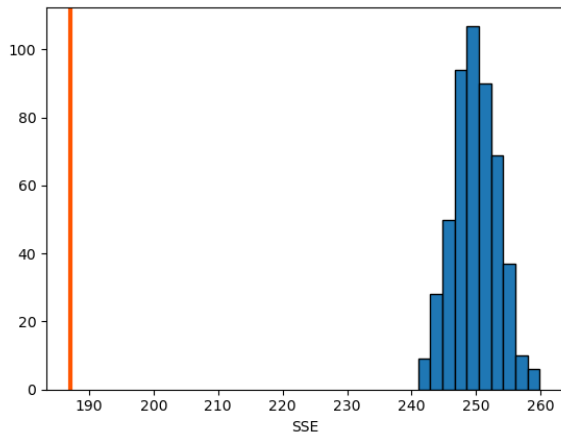


Figura 20: Distribuzione dell'SSE su 500 set di dati random per il sottoinsieme 1. Media: 250; Deviazione Standard: 3. La linea arancione rappresenta l'SSE sui dati reali.

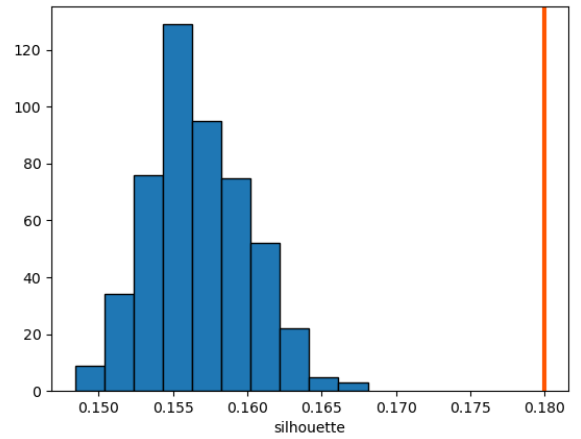


Figura 21: Distribuzione della silhouette su 500 set di dati random per il sottoinsieme 1. Media: 0.156; Deviazione Standard: 0.003. La linea arancione rappresenta la silhouette sui dati reali.

## 4.2 DB-Scan

Per quanto riguarda il DB-Scan i sottoinsiemi che sono stati utilizzati :

1. PercentSalaryHike, FractionYearsAtCompany, YearsInCurrentRole, RateIncome
2. PercentSalaryHike, FractionYearsAtCompany, RateIncome, YearsInCurrentRole, NumCompaniesWorked
3. DistanceFromHome, FractionYearsAtCompany, RateIncome, YearsInCurrentRole, TrainingTimesLast Year

La sensibilità dell'algoritmo alla scelta dei parametri è molto più elevata rispetto al K-Means. L'approccio utilizzato è stato quello di far variare il numero di min samples tra 5 e 20 e, attraverso il grafico dell'elbow curve, è stato scelto il valore di *eps* in prossimità del gomito. Successivamente è stato fatto variare il valore di *eps* su una scala molto fine in un suo intorno.

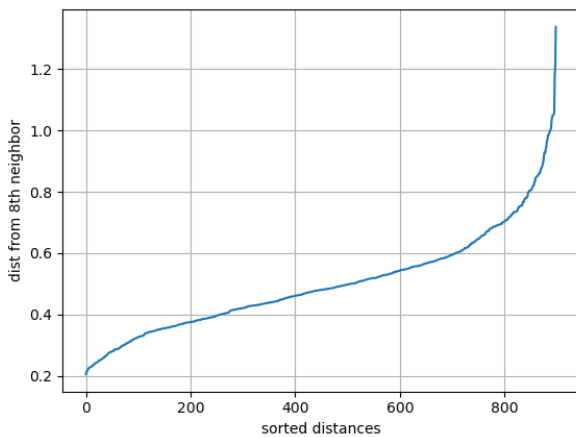


Figura 22: Sottoinsieme 1. Elbow curve con min samples = 8

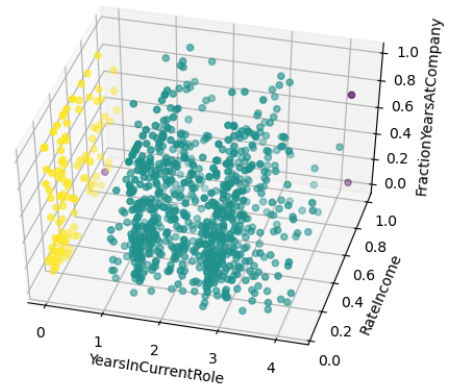


Figura 23: Sottoinsieme 1.  $\epsilon = 0.750$  , silhouette = 0.26

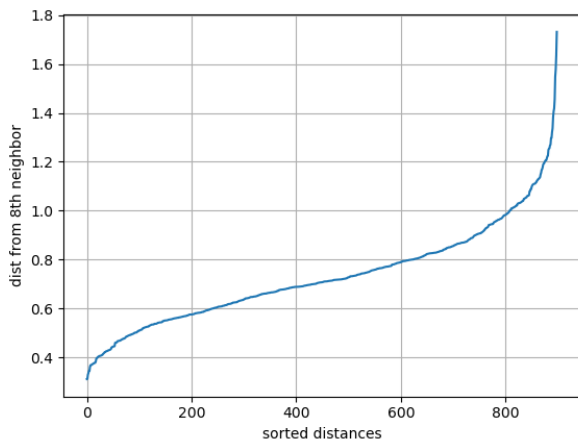


Figura 24: Sottinsieme 2. Elbow curve con min samples = 8

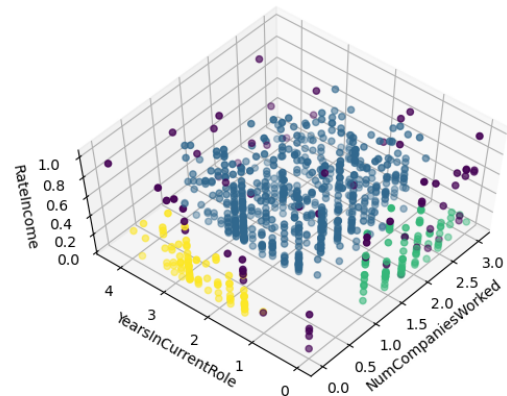


Figura 26: Sottinsieme 2.  $\text{eps} = 0.950$ ,  $\text{silhouette} = 0.12$

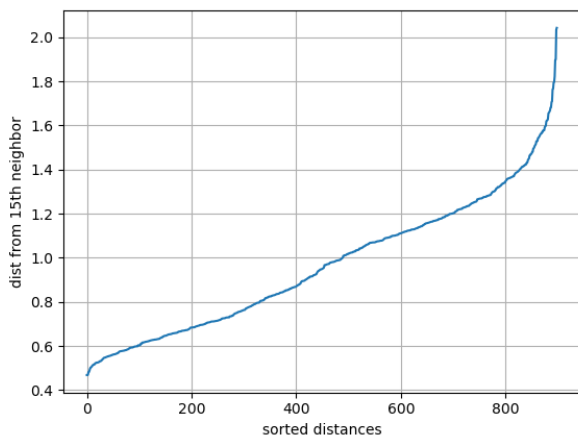


Figura 25: Sottinsieme 3. Elbow curve con min samples = 15

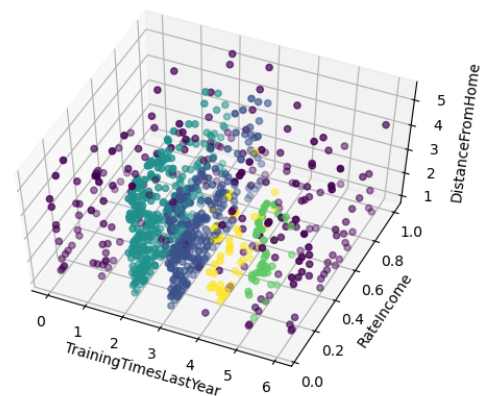


Figura 27: Sottinsieme 3.  $\text{eps} = 1.20$ ,  $\text{silhouette} = 0.02$

Come si può notare dai grafici l'algoritmo è riuscito ad evidenziare un diverso numero di cluster ed un certo numero di noise points (punti viola). Questo è essenzialmente dovuto alla distribuzione dei valori nello spazio tridimensionale: essi formano infatti delle slices molto dense a valori fissati di uno dei tre attributi, come si può ad esempio osservare nella Figura 33. In questo caso inoltre si nota che il valore della silhouette è praticamente nullo e ciò implica che la divisione ottenuta è totalmente inconsistente. Per tali motivi non è stato possibile associare ai cluster alcun significato.

#### 4.2.1 Validazione

La validazione è stata eseguita anche in questo caso tramite la costruzione di  $N = 500$  distribuzioni random su cui si è valutata la silhouette. La clusterizzazione è stata considerata non random se il valore ottenuto della silhouette è al di fuori di quattro deviazioni standard dal valor medio, quindi esterno al 99.994% della distribuzione. Come si può notare dal secondo grafico i risultati ottenuti sono da scartare.

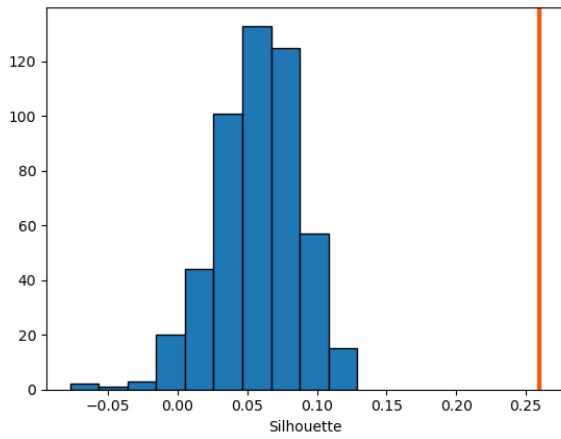


Figura 28: Distribuzione della silhouette su 500 set di dati random per il sottoinsieme 1. Media: 0.06; Deviazione Standard: 0.03. La linea arancione rappresenta la silhouette sui dati reali.

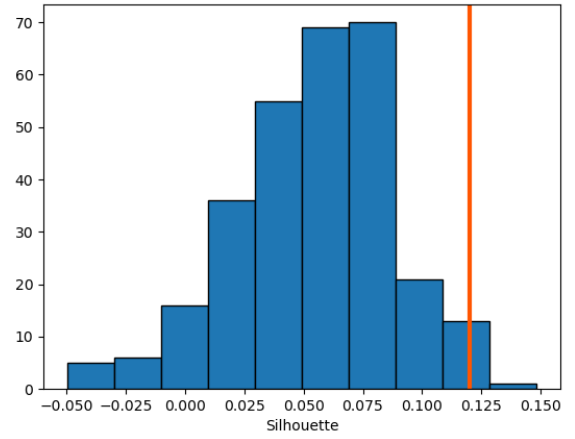


Figura 29: Distribuzione della silhouette su 500 set di dati random per il sottoinsieme 2. Media: 0.06; Deviazione Standard: 0.03. La linea arancione rappresenta la silhouette sui dati reali.

### 4.3 Hierarchical

Per quanto riguarda il Hierarchical i sottoinsiemi che hanno mostrato i risultati migliori sono:

1. DistanceFromHome, Age, MonthlyIncome
2. PercentSalaryHike, TrainingTimeLastYear, MonthlyIncome, Age

Per entrambi sono stati usati algoritmi di tipo agglomerativo con diverse definizioni della distanza inter clusters. Ai fini della scelta del metodo da utilizzare, come primo approccio, si è deciso di visualizzare lo scatter plot dei data frame alla ricerca di strutture che possano suggerire una scelta appropriata. Dall'analisi non sono emerse particolari evidenze e la decisione è ricaduta sui metodi che si sono rivelati più performanti. Di seguito sono riportati i metodi usati per ciascun sottoinsieme e i rispettivi dendrogrammi.

- Sottoinsieme 1: Group Average, Ward.
- Sottoinsieme 2: Median, Ward.

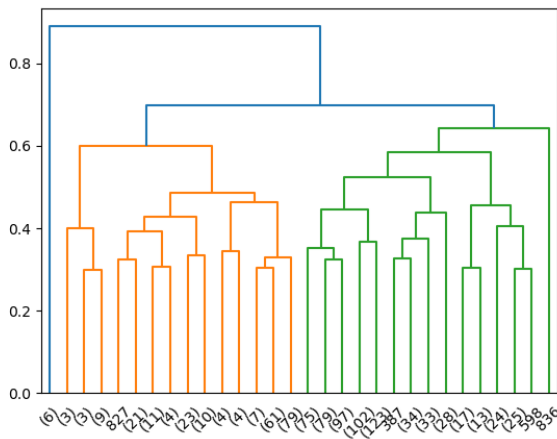


Figura 30: Dendrogramma sottoinsieme 1: metodo = Group Average; silhouette = 0.35

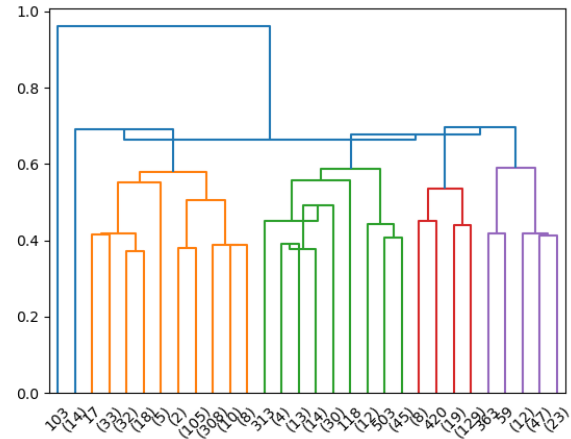


Figura 31: Dendrogramma sottoinsieme 2: metodo = Median; silhouette = 0.37

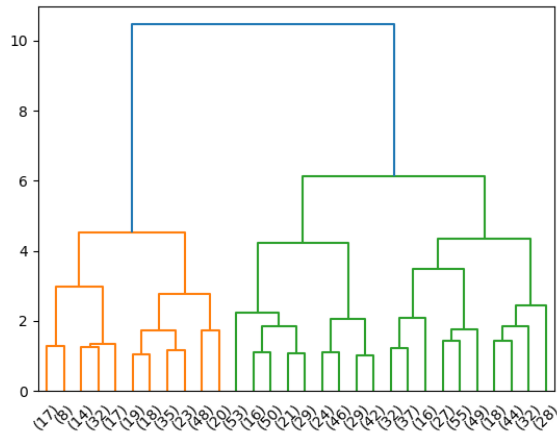


Figura 32: Dendrogramma sottoinsieme 1: metodo = Ward; silhouette = 0.35

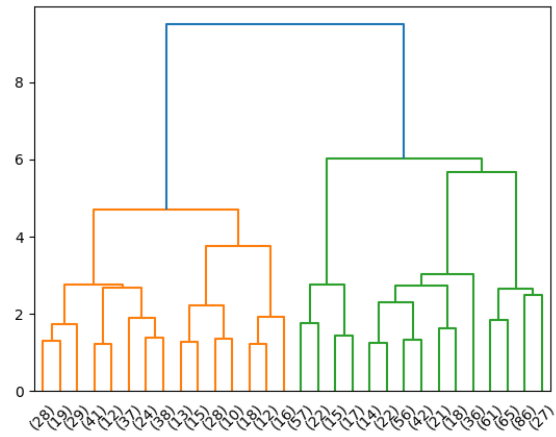


Figura 33: Dendrogramma sottoinsieme 2: metodo = Ward; silhouette = 0.24

Nei dendrogrammi mostrati è possibile notare le differenze dei vari metodi. In generale con Ward la robustezza risultante è maggiore, sebbene nel secondo sottoinsieme la silhouette calcolata è significativamente più bassa rispetto all'altro metodo.

#### 4.3.1 Validazione

Anche in questo caso per validare i risultati ottenuti, sono stati generati  $N = 500$  set di dati random su cui è stato eseguito l'algoritmo Hierarchical e calcolata la silhouette. Se quella valutata sui dati reali cade al di fuori della distribuzione (media  $\pm$  quattro deviazioni standard) allora il risultato è stato considerato attendibile.

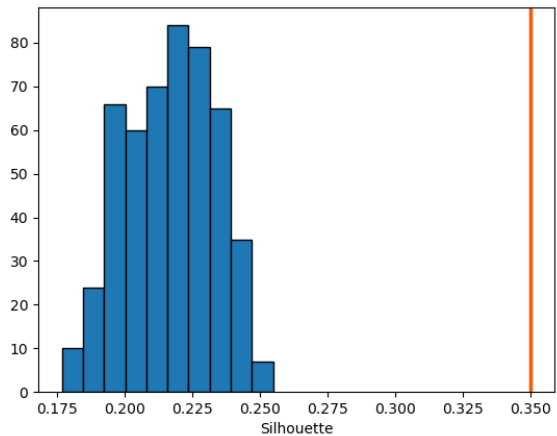


Figura 34: Distribuzione della silhouette su 500 set di dati random per il sottoinsieme 1. Media: 0.22; Deviazione Standard: 0.02. La linea arancione rappresenta la silhouette sui dati reali.

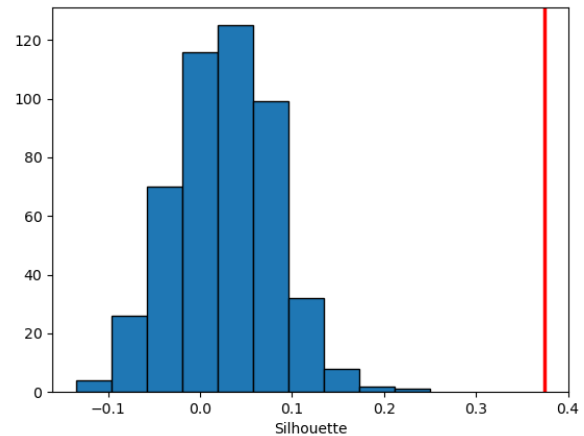


Figura 35: Distribuzione della silhouette su 500 set di dati random per il sottoinsieme 2. Media: 0.03; Deviazione Standard: 0.08. La linea arancione rappresenta la silhouette sui dati reali.