

# Predicción y Análisis del S&P 500 mediante Modelos Estadísticos y de Machine Learning

Daniel David Florez Bocanegra

7 de noviembre de 2025

## Resumen

Este informe presenta el desarrollo y evaluación de diversos modelos para la predicción del retorno mensual del índice S&P 500. El objetivo fue doble: (i) estimar los retornos futuros del S&P 500 con distintos enfoques estadísticos y de aprendizaje automático, y (ii) analizar la influencia de los principales stocks sobre el comportamiento del índice.

Se compararon cinco modelos: **Regresión Ridge**, **ARIMA**, **SARIMAX-PCA**, **SARIMAX con todas las features** y **Random Forest Regressor**, aunque hubieron dos variantes de Rolling en los modelos tipo ARIMA. Se evaluaron las métricas MSE, MAE y  $R^2$ . Los resultados muestran diferencias significativas en desempeño y estabilidad, destacando el **Random Forest** como el modelo más consistente para la predicción del retorno.

## 1. Introducción

El índice S&P 500 resume el comportamiento de las 500 empresas más grandes de Estados Unidos y es un referente clave de la economía global. Predecir su retorno constituye un desafío complejo debido a la naturaleza no estacionaria de los mercados y la interacción entre múltiples variables.

El propósito de este trabajo es comparar modelos estadísticos tradicionales (ARIMA, SARIMAX, haciéndolos variar en estrategias) con enfoques de regresión regularizada (Ridge) y de aprendizaje automático (Random Forest), para determinar cuál ofrece mejor capacidad predictiva sobre los retornos mensuales del S&P 500 (Tomados en logaritmo). Adicionalmente, se busca interpretar los coeficientes o importancias para identificar qué acciones contribuyen más a la variación del índice.

## 2. Metodología

Los datos utilizados consisten en los retornos logarítmicos mensuales del S&P 500 y de sus acciones individuales. Los modelos se entrenaron con un subconjunto histórico y se validaron con un conjunto de testeo posterior.

Los enfoques comparados fueron:

- **Regresión Ridge**: modelo lineal regularizado, con penalización L2 para reducir sobreajuste.
- **ARIMA**: modelo univariado clásico, empleado como línea base.
- **ARIMA Rolling**: versión actualizada secuencialmente en cada paso, simulando una predicción realista.
- **SARIMAX-PCA**: modelo con variables exógenas reducidas mediante Análisis de Componentes Principales. (También se prueba usando rolling)
- **SARIMAX (todas las features)**: versión que incorpora la totalidad de las variables exógenas.
- **Random Forest Regressor**: modelo no lineal basado en ensamble de árboles.

Las métricas de evaluación fueron el **error cuadrático medio (MSE)**, el **error absoluto medio (MAE)** y el **coeficiente de determinación ( $R^2$ )**.

## 3. Resultados por Modelo

### 3.1. Regresión Ridge

El modelo Ridge presentó un error medio en test de  $\text{MAE} = 0.006456657739364911$ ,  $\text{MSE} = 0.000091$  y un  $R^2$  casi nulo (0.0012), indicando una capacidad predictiva que aunque mejor que predecir la media, el margen en que lo hace es extremadamente bajo. El  $R^2$  nos permite concluir que el modelo falla en generar buenas predicciones de los retornos, pero sigue siendo mejor que nada. El MSE y el MAE, aunque bastante pequeños hay que recordar que en realidad se están calculando los log-retornos lo que implica que el orden de los valores se reduce drásticamente.



Figura 1: Gráfica de la serie de tiempo predicha por Ridge vs la serie de tiempo real del S&P500

### 3.2. ARIMA

El modelo ARIMA prediciendo de forma estática (todo el testeo de golpe) obtuvo  $MAE = 0.00644683993217529$ ,  $MSE = 0.000091$  y  $R^2 = -0,0037$ . El hecho de que el  $R^2$  sea negativo nos indica que el modelo es peor que predecir la media y en la gráfica podemos observar de hecho que ARIMA tras los primeros valores termina prediciendo una recta constante que simula la media.

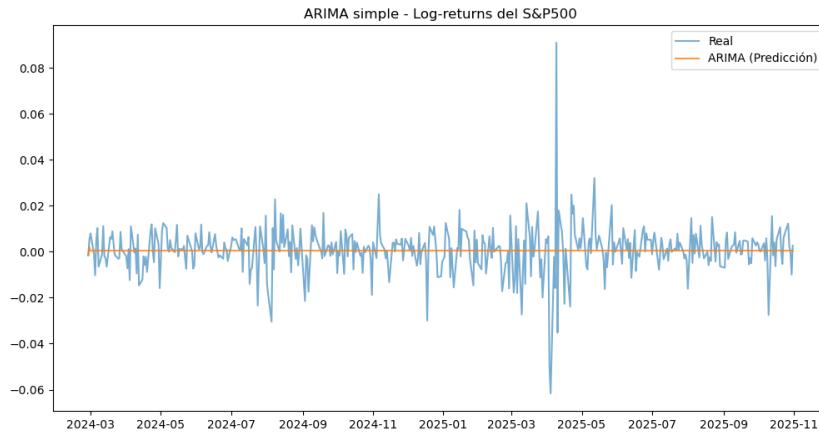


Figura 2: Gráfica de la serie de tiempo predicha por ARIMA vs la serie de tiempo real del S&P500

Cuando se actualizó dinámicamente en cada paso (“rolling”), el rendimiento empeoró ligeramente aunque esto suele variar dependiendo del tamaño del conjunto de muestra que se tome y otros parámetros; hay casos donde ARIMA Rolling se desempeña mejor, como se esperaría.  $MAE = 0.0065289993455282$ ,  $MSE = 0.000092$  y  $R^2 = -0,0145$ . Aquí podemos observar que el modelo empeoro, aunque ya no predice la media, pero de nuevo,  $R^2$  es negativo y por ende es peor que predecirla

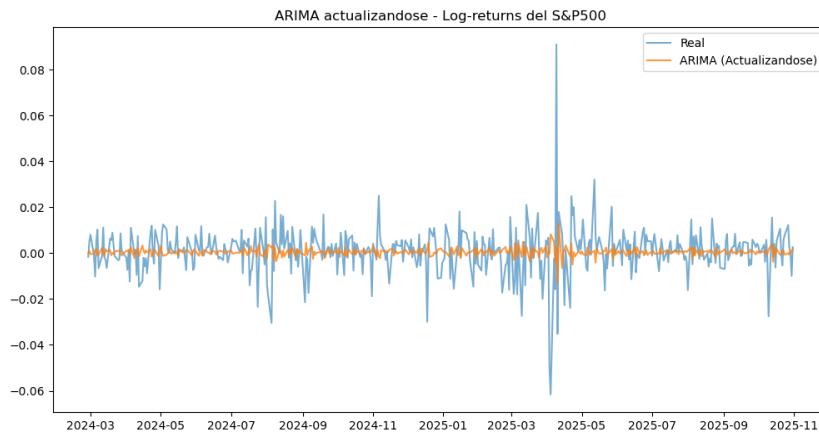


Figura 3: Gráfica de la serie de tiempo predicha por ARIMA Rolling vs la serie de tiempo real del S&P500

### 3.3. SARIMAX-PCA

SARIMAX con variables exógenas reducidas por PCA mostró un  $MAE = 0.006470704932721328$ ,  $MSE = 0.000092$  y  $R^2 = -0,0174$ . Parece que la información adicional comprimida por PCA en SARIMAX no dio mejores resultados que ARIMA ni ARIMA Rolling, nuevamente el modelo no captura nada de la varianza y es peor que predecir la media.

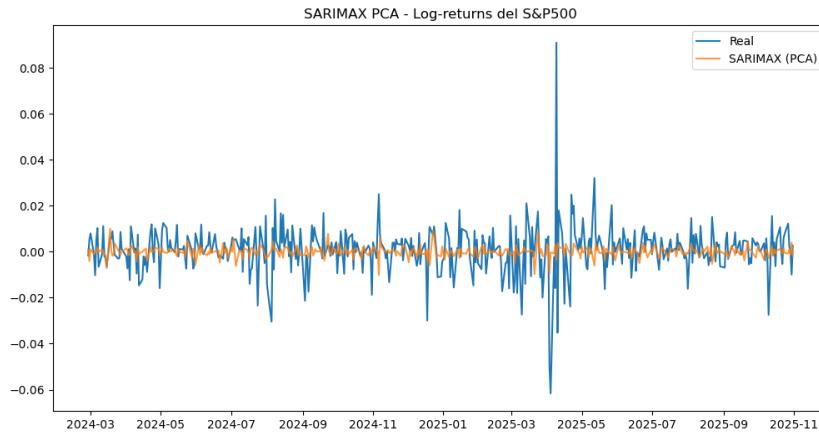


Figura 4: Gráfica de la serie de tiempo predicha por SARIMAX PCA vs la serie de tiempo real del S&P500

Al hacer rolling en SARIMAX-PCA obtuvimos los siguientes resultados,  $MAE = 0.006472484619759626$ ,  $MSE = 0.000092$  y  $R^2 = -0,0124$

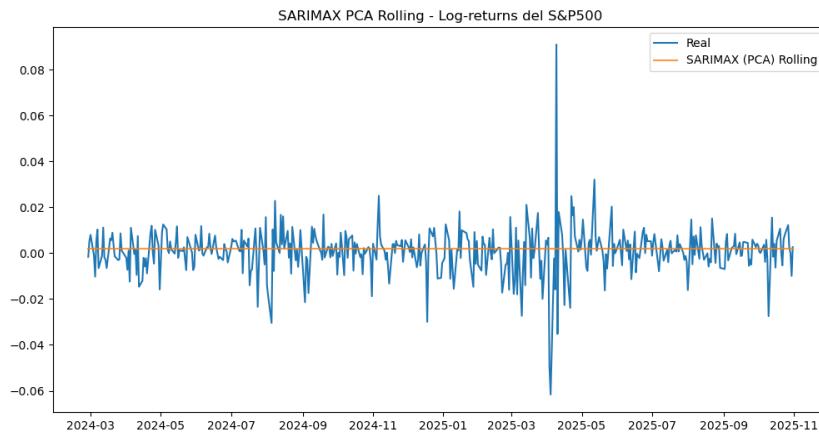


Figura 5: Gráfica de la serie de tiempo predicha por SARIMAX PCA Rolling vs la serie de tiempo real del S&P500

Parece que hacer Rolling con SARIMAX-PCA afectó positivamente el desempeño y optó por predecir una línea recta.

### 3.4. SARIMAX con todas las features

Este modelo obtuvo el peor desempeño general con  $MAE = 0.016557139864262434$ ,  $MSE = 0.000442$  y un  $R^2 = -3.8667$ , lo que podría indicarnos un sobreajuste, sin embargo, va más allá, si nos fijamos en la gráfica SARIMAX esta prediciendo valores mucho más altos (o bajos) que los reales lo que no había pasado con ningún otro modelo que solía mayormente predecir valores de menor magnitud.

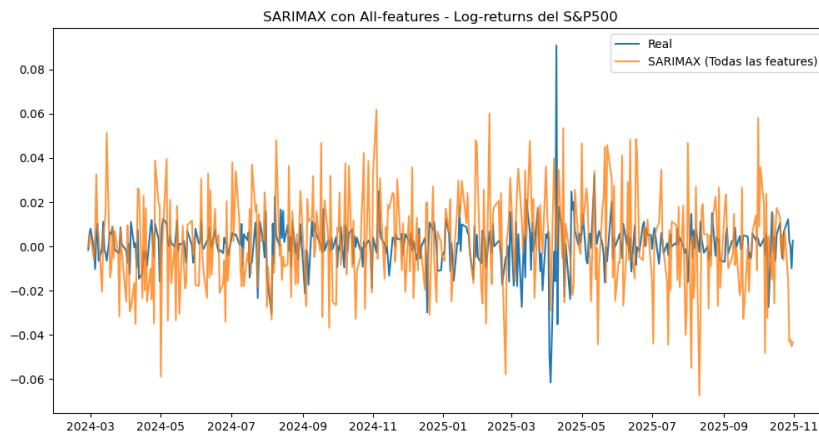


Figura 6: Gráfica de la serie de tiempo predicha por SARIMAX all features vs la serie de tiempo real del S&P500

### 3.5. Random Forest Regressor

El modelo Random Forest alcanzó el mejor balance entre error y estabilidad, con MAE = 0.006229671194917177, MSE = 0.000090 y  $R^2$  = 0,0114 aunque la mejora es marginal.

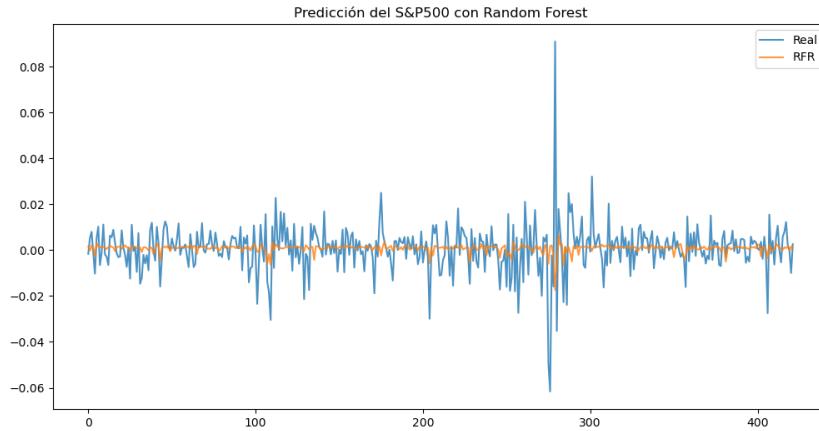


Figura 7: Gráfica de la serie de tiempo predicha por RFR vs la serie de tiempo real del S&P500

Cuadro 1: Comparación de métricas de desempeño en el conjunto de test

Modelo	MAE	MSE	$R^2$
Ridge Regression	0.006456657739364911	0.000091	0.0012
ARIMA (batch)	0.00644683993217529	0.000091	-0.0037
ARIMA (rolling)	0.0065289993455282	0.000092	-0.0145
SARIMAX-PCA	0.006470704932721328	0.000092	-0.0174
SARIMAX-PCA-Rolling	0.006472484619759626	0.000092	-0.0124
SARIMAX (full)	0.016557139864262434	0.000442	-3.8667
Random Forest	0.006229671194917177	0.000090	0.0114

## 4. Análisis de Importancia de Stocks

Para calcular la importancia de cada stocks se sumaron los pesos de cada una de sus features. Ridge y Random Forest Regression (RFR) no tuvieron ningun stock en común, mientras que RFR y SARIMAX (usando todas las features) tuvieron a BlackRock, Inc. (BLK) en común, por otro lado, Ridge y SARIMAX tuvieron en común dos stocks; Lamb Weston Holdings (LW) y Regency Centers Corporation (REG).

## 5. Conclusiones

Ningún modelo logró un poder predictivo alto ( $R^2$  muy pequeños o negativos), lo que refleja la dificultad inherente de predecir retornos financieros. RFR, ARIMA, y Ridge fueron los mejores tres modelos en orden. ARIMA Rolling no pudo predecir mejor que ARIMA, aunque al menos no predijo una linea recta. Usando SARIMAX, RFR y Ridge generaron los 20 stocks más relevantes muy diferentes entre ellos lo que nos imposibilita construir un portfolio unificado usando los resultados de los tres modelos.