



# Transformada de Hough



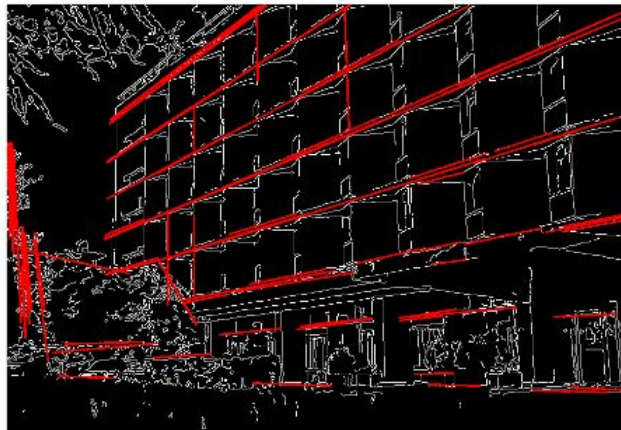
Luiz Eduardo Pita Mercês Almeida  
Processamento Digital de Imagens - FEEC  
Prof. Dr<sup>a</sup>. Letícia Rittner

# Sumário

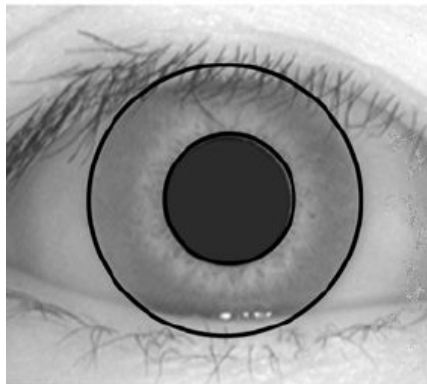
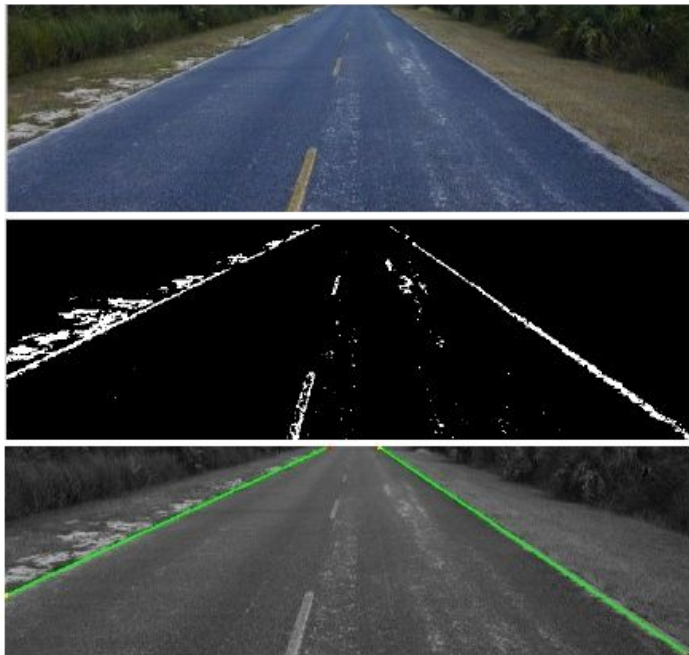
- Introdução
- A Transformada de Hough (Duda e Hart, 1972)
- Aplicação
- Considerações Finais
- Referências

# Introdução

- A Transformada de Hough (TH) é uma técnica de reconhecimento de formas geométricas facilmente parametrizadas como linhas, círculos e elipses.
- Pontos colineares ou pontos de uma determinada forma geométrica no plano da imagem podem ser mapeados em construções geométricas que se intercedem no espaço da transformada (espaço de parâmetros).



# Introdução



# Introdução

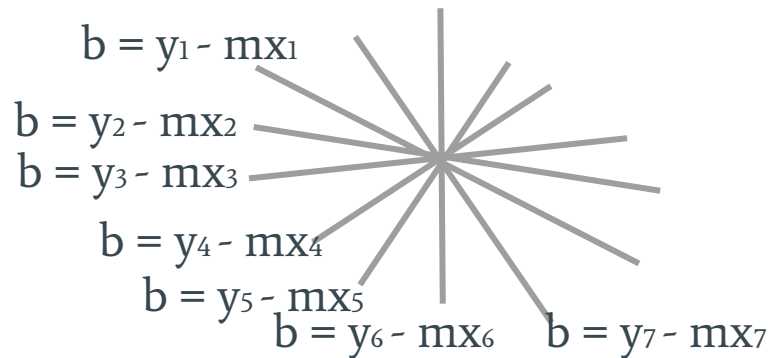
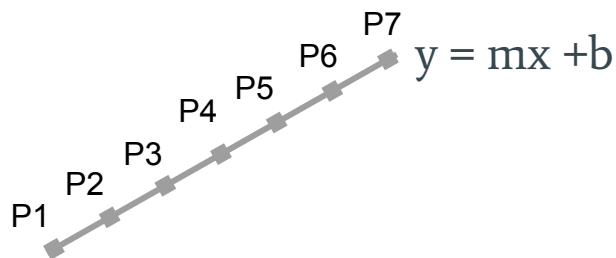
- Foi inicialmente proposta por F. V. C. Hough (1962) como um método para reconhecer padrões em fotografias, em especial, para detectar o movimento de partículas subatômicas em fotografias de câmara de bolhas.
- Ela mapeava pontos colineares em **retas** que se intercedem em um único ponto no espaço de parâmetros.
- Em 1969, Azriel Rosenfeld em seu livro *Picture Processing by Computer* definiu a Transformada algebricamente, dada pela equação:

$$b = y_i - mx_i$$

onde  $\mathbf{x}_i$  e  $\mathbf{y}_i$  são pontos da imagem e  $\mathbf{b}$  e  $\mathbf{m}$  são os eixos do plano da transformada,  $\mathbf{m}$  é a declividade e  $\mathbf{b}$ , a interseção com o eixo  $y$ .

# Introdução

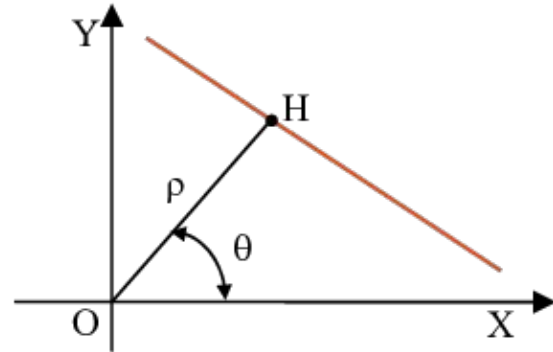
- A ideia de Hough e Rosenfeld, utilizando-se os parâmetros de declividade e interseção para identificar retas em imagens foi a base para Richard O. Duda e Peter E. Hart (1971) desenvolverem o modelo atual da Transformada de Hough.
- Esse modelo tornou-se popular após os avanços feitos por Dana H. Ballard (1981) na publicação *Generalizing the Hough Transform to detect arbitrary shapes*



# A Transformada de Hough (Duda e Hart, 1972)

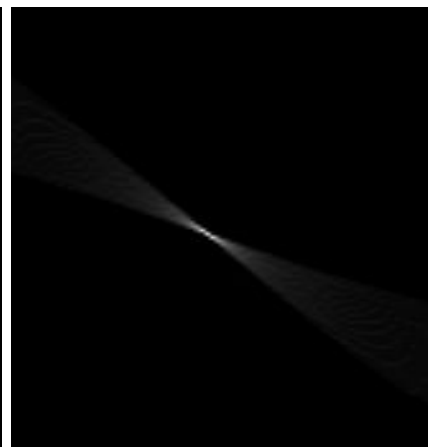
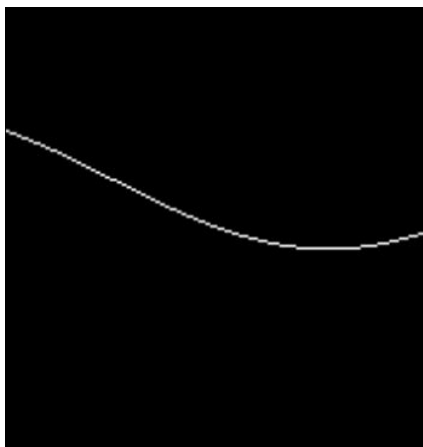
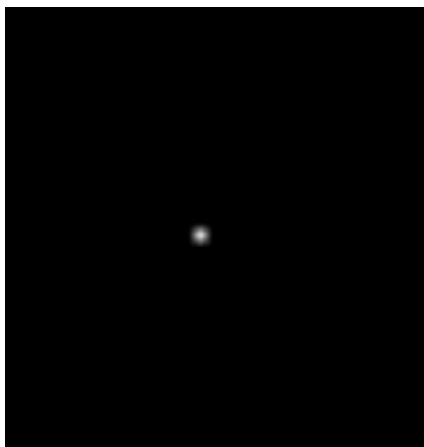
- **Problema:** O espaço de parâmetros da Transformada proposta por Hough-Rosenfeld é ilimitado para ambos os parâmetros. O que amplia sua complexidade, i.e., nessa técnica, os pontos das retas aproximadamente paralelas ao eixo x, transformavam-se em retas cuja interseção ocorrem no infinito.
- **Solução:** Utilizar a equação normal da reta para parametrizar os pontos do plano da imagem. Dessa forma, uma reta é especificada pelo ângulo da normal e a distância algébrica a origem.

$$\rho = x_i \cos(\theta) + y_i \sin(\theta)$$



# A Transformada de Hough (Duda e Hart, 1972)

- Esses parâmetros podem ser limitados de modo a garantir que cada reta no espaço da imagem possua um único ponto  $(\rho, \theta)$  que a represente no espaço de parâmetros.
- Assim, essa transformada mapeia pontos colineares em **curvas senoidais** que se interceptam em um único ponto no espaço de parâmetros.





# A Transformada de Hough (Duda e Hart, 1972)

Em resumo:

1. Um ponto no plano da imagem corresponde a uma curva senoidal no plano dos parâmetros.
2. Um ponto no plano dos parâmetros corresponde a uma reta no plano da imagem.
3. Pontos sobre uma mesma reta no plano da imagem correspondem a curvas sobre um ponto comum no plano dos parâmetros.
4. Pontos sobre uma mesma curva no plano dos parâmetros correspondem a diferentes linhas sobre um único ponto no plano da imagem.

# A Transformada de Hough (Duda e Hart, 1972)

- Duda e Hart ainda propuseram o uso do método para uso na detecção de outros padrões geométricos a partir de curvas de parametrização analíticas. Como exemplo, a detecção de círculos a partir da parametrização:

$$(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2 = c$$

onde  $x_i$  e  $y_i$  são pontos da imagem e  $a$ ,  $b$  e  $c$  são os eixos do plano da transformada.

- Pontos são representados por cones no espaço 3D dos parâmetros e um círculo corresponde a conjunto de cones que se interceptam em um único ponto ( $a_0$ ,  $b_0$ ,  $c_0$ )

# Aplicação

Para implementação da TH padrão é necessário seguir o seguinte algoritmo:

- **Realizar a detecção de bordas na imagem**
  - Obtenção de imagem binária para a TH
- **Definição da janela de valores de  $\rho$  e  $\theta$** 
  - Define-se a quantidade de bins que serão atribuídos a  $\rho$  e  $\theta$
  - Ao calcular  $\rho$  pela equação da reta normal o resultado será aproximado para um dos bins pré-definidos.
  - Essa é a medida da quantização feita na TH e, portanto, interfere na acurácia e velocidade do algoritmo e no espaço de memória demandados por ele.
  - Normalmente  $\theta$  no intervalo de  $0^\circ$  a  $180^\circ$  e  $\rho$  de 0 ao tamanho da diagonal da imagem.

# Aplicação

- **Definição do Acumulador de Hough**

- Implementação sugerida por Azriel Rosenfeld (1969)
- Array 2D com número de linhas igual ao número de  $\rho$  valores e número de colunas igual ao de  $\theta$
- Como visto, para cada ponto na imagem, será determinado uma curva senoidal no espaço de parâmetros  $(\rho, \theta)$ , essas curvas são contabilizadas incrementando-se os pontos  $(\rho, \theta)$  do acumulador.
- Inicializar o acumulador com zeros.

- **Votação**

- Para cada ponto não nulo da imagem e para cada  $\theta$  determina-se o valor de  $\rho$  mais próximo e incrementa o valor do acumulador nos pontos  $(\rho, \theta)$
- Assim, após a aplicação na transformada, o valor presente em cada elemento do acumulador indica quantas curvas passaram por cada ponto, ou seja, quantos pontos colineares (votos) existem para cada possível reta na imagem.

# Aplicação

- **Localização dos pontos de máxima**
  - Os elementos que possuírem maior quantidade de votos representam as retas mais proeminentes na imagem
  - Esses elementos podem ser selecionados a partir de um limiar

# Considerações Finais

- Como visto os pontos com valores mais altos no acumulador correspondem as retas relevantes na imagem. Entretanto, muitas vezes fica difícil determinar quando uma reta é relevante ou não.
- A eficiência da TH depende da quantidade de parâmetros. Como visto para uma circunferência depende de três parâmetros, para curvas mais complexas a dimensionalidade pode ser maior.
- Segmentos com regiões obstruídas, ocultadas o com presença de ruído continuam sendo detectadas. As regiões de descontinuidade causarão apenas uma redução no número de votos desse elemento.

# Considerações Finais

- Existem técnicas para reduzir o número de parâmetros necessários, entre elas o cálculo do gradiente, permite que se considere apenas os pontos da bordas para realização da TH.
- Dana H. Ballard (1981) ampliou o conceito da TH permitindo sua execução em diferentes formas e padrões.
- Existem muitas variações da TH cada uma com sua melhoria e aplicabilidade. Entre elas podemos citar a TH Probabilística e a TH com uso de kernel (KTH).

# Referências

Duda, R. O. e Hart, P. E. *Use of Hough Transform to detect lines and curves in pictures*. Comm. ACM, Vol. 15, No. 1., January, 1972, pp. 11-15

Hough, P. V. C. *Method and means for recognizing complex patterns*. U. S. Patent 3,069,654, December 18, 1962

Rosenfeld, A. *Picture Processing by Computer*. New York: Academic, 1969, pp. 335–336

Ballard, D.H. *Generalizing the Hough transform to detect arbitrary shapes*. Pattern Recognition. 13 (2). 1981, pp. 111–122

Hart, P. E. How the Hough Transform was Invented. IEEE Signal Processing Magazine. 26 (6). Novembro, 2009, pp. 18–22

Pedrini, H e Schwartz, W. R. *Análise de imagens digitais: princípios, algoritmos e aplicações*. São Paulo, Thomson Learning, 2008.





# Transformada de Hough



Luiz Eduardo Pita Mercês Almeida  
Processamento Digital de Imagens - FEEC  
Prof. Dr<sup>a</sup>. Letícia Rittner