# Prosjekt 1, MAT-0001 Vår 2024

05-03-2024

I denne oppgaven er det brukt KI til å skrive inn oppgave tekst. Nøyaktig bruk er dokumentert på siste side.

Kode som er brukt for å lage figur ligger i Quarto fil lagt ved innlevering. Dette er bare brukt for å lage figur i oppgave 1 og 4. Utregning på papir står i appendix.

# Innholdsfortegnelse



# List of Figures

# List of Tables

## Oppgave 1

### Følgende ulikheter bestemmer et område i $(xy)$-planet

$$3x - 2y \leq 6, \quad y \leq x, \quad |x| \leq 2$$

### a) Skraver området, og bestem områdets hjørner.

For å løse denne delen, vil jeg omgjøre ulikhetene til funksjoner for å plotte dem i et koordinatsystem.

$3x - 2y \leq 6$: Denne linjen deler planet i to, hvor området på og under linjen er inkludert. $y \leq x$: Dette betyr at det skraverte området må ligge på eller under linjen $y = x$. $|x| \leq 2$: Dette begrenser $x$-verdiene til å være mellom $-2$ og 2, inkludert disse verdiene.

Beregner så ut hva funksjonen er

$2y = -3x - 6$

$\frac{2y}{2} = \frac{-3x-6}{2}$

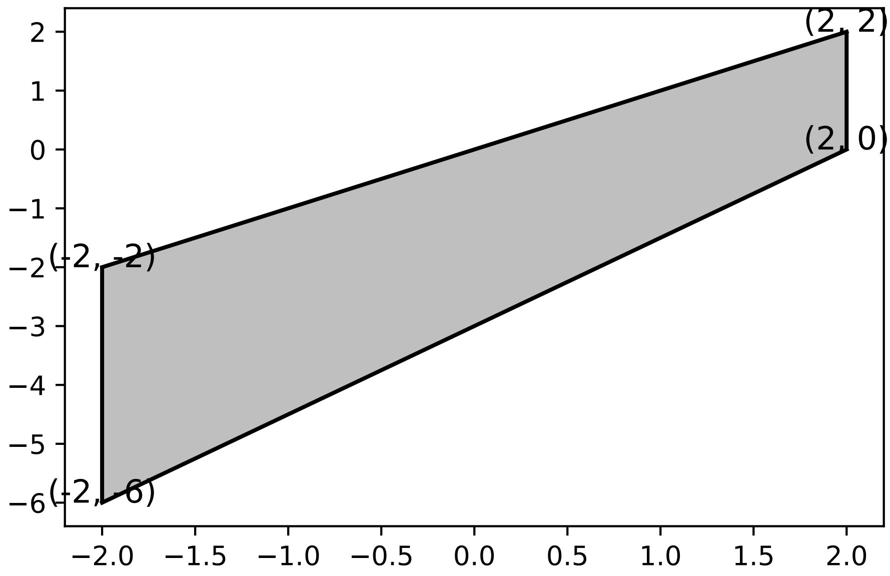
$y = 1.5x - 3$

Så vi ser at ved x=0, så er y=-3, ved laveste verdi $x = -2$så finner vi $y = -6$, og ved høyeste verdi $x = 2$ så finner vi $y = 0$. så vi har da hjørner på $-2x - 6$, dersom $x = -2$så får vi $y = -2 \cdot 1.5 - 3 = -6$, dersom $x = 2$ $y = 2 \cdot 1.5 - 3 = 0$. Så vi har da hjørner på $(-2, -6), (2, 0), (-2, -2), (2, 2)$. Dette er vist i appendix 1 på papir

```
import numpy as np
from matplotlib import pyplot as plt
x = np.linspace(-2, 2, 100)
#|x| \leq 2




def funksjon(x):
    return 1.5*x -3

#how do i make it so y is never larger than x
def funksjon2(x):
    return x


fig, ax = plt.subplots()
#3x - 2y \leq 6
ax.plot(x, funksjon(x), color='black')
ax.plot(x, funksjon2(x), color='black')

#vline from -6 to -2
ax.vlines(-2, -6, -2, color='black')
```

```
ax.vlines(2, 0, 2, color='black')

#fillbetween
ax.fill_between(x, funksjon(x), funksjon2(x), where=(x <= 2), color='gray', alpha=0.5)

#finding angles in the plot
ax.text(-2, -6, '(-2, -6)', fontsize=12, ha='center')
ax.text(2, 0, '(2, 0)', fontsize=12, ha='center')
ax.text(-2, -2, '(-2, -2)', fontsize=12, ha='center')
ax.text(2, 2, '(2, 2)', fontsize=12, ha='center')
```

```
Text(2, 2, '(2, 2)')
```




**b) Finn alle vinklene og sidelengdene til området.**

**Teorem 1 Pythagoras**
I en rettvinklet trekant med kateter $a, b$ og hypotenus $c$ har vi $a^2 + b^2 = c^2$.

Sidelengdene AD er 4 og BC er 2. For å finne AB og AC bruker jeg pythagoras setning. $AB = \sqrt{4^2 + 5.66^2} = 7.21$ og $AC = \sqrt{2^2 + 7.21^2} = 7.66$.

**Teorem 2 Cosinussetningen**
Cosinussetningen: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\ cos(A)$

Vinklene for A B C og D blir da:

```
#calculating the angles of the corners
import math
```

```
# A
cos_A = (4**2 + 5.66**2 - 7.21**2) / (2 * 4 * 5.66)


# B
cos_B = (5.66**2 + 2**2 - 4**2) / (2 * 5.66 * 2)


# C
cos_C = (2**2 + 7.21**2 - 5.66**2) / (2 * 2 * 7.21)


# D
cos_D = (7.21**2 + 4**2 - 5.66**2) / (2 * 7.21 * 4)



print(f''' A = ''',math.degrees(math.acos(cos_A)))
print(f''' B = ''',math.degrees(math.acos(cos_B)))
print(f''' C = ''',math.degrees(math.acos(cos_C)))
print(f''' D = ''',math.degrees(math.acos(cos_D)))
```

```
 A =  95.00265214208113
 B =  27.752826808200204
 C =  33.8609918676748
 D =  51.446854250359905
```

### c) Regn ut arealet til området.

Jeg deler firkanten i 2 og trekker en diagnoal fra A til C. Arealet blir da 13.26. utregning vist på papir i appendix.

### d) Finn største og minste verdi til funksjonen

$ f(x, y) = 2x + 2y $ i det skraverte området.

$f(x, y) = 2x + 2y$ i funksjon $y = 1.5x - 3$

$Fmin = f(-2, -6) = -2 \cdot (-2) - 6 \cdot (-2) => -4 - 12 = -16$

$Fmax = f(2, 2) = 1.5 \cdot 2 - 3 \cdot 2 => 4 - 6 = 2$

## Oppgave 2

Anta du manøvrerer ett Boeing 737 passasjerfly som 35 000 ft over bakken holder marsjfart på 453 (knop) i forhold til bakken. Videre kan du lese på dashboardet at makshastigheten oppgis som 583 mph.

### a) Oppgi makshastigheten både i m/s, km/h, knop og ft/s. \

Maks hastighet 583 m/ph

$583 \cdot 0.447 = 260.601 m/s$

$583 \cdot 1.6093 = 938.2279 km/t$

$583 \cdot 0.8690 = 506.627 knop$

$583 \cdot 1.4667 = 855.6961 ft/s$

**Hint:** bruk Tabell 1. \ Når man flyr er "tre til en' '-regelen for nedstigning nyttig. Denne forteller hvor brå nedstigningen din maksimalt kan være uten at det blir ubehagelig for passasjerene dine. Regelen sier at du skal avlegge 3 nautiske mil for hver 1000 feet med nedstigning.

### b) Flygelederen ønsker at du skal synke til høyde på 1000 ft like før du når flyplassen.

### i) Anta du følger 3 : 1 regelen. Beregn hvor langt fra flyplassen du bør begynne nedstigningen.

Fra 35,000 ft til 1,000 ft

3 nautiske mil per 1,000 ft

skal synke 34 000fot så $34 \cdot 3 = 102$ nautiske mil

### ii) Hvor lang tid tar det å nedstige til denne høyden?

Hastighet på 1knop betyr at man reiser 1 nautisk mil per time.

Dermed deler jeg distansen på hastighet for å få dette i timer

$\frac{102}{453} = 0.2256$ timer. For å omgjøre dette til minutter så ganger jeg med 60 for å få $13.509 min$

La oss avslutningsvis ta ett ekte eksempel på hvorfor det er viktig å kunne regne mellom ulike enheter. Katastrofen inntraff i tidsrommet hvor Canada's luftfart var i ferd med å bytte til det metriske systemet. Som en del av denne prosessen anskaffet av Air Canada nye (på det tidspunktet) Boeing 767. Som var de første flyene kalibrert for metriske enheter (liter og kilogram) og ikke empiriske enheter (gallons og pounds), mens resten av flåten til Air Canada fortsatt brukte empiriske enheter. Flyturen vi skal se nærmere på skjer mellom Montreal og Edmonton og for turen beregnet piloten at flyet ville trenge 22

| | m/s | km/h | mph | knop | ft/s |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 m/s | 1 | 3,6000 | 2,2369 | 1,9438 | 3,2898 |
| 1 km/h | 0,2778 | 1 | 0,6214 | 0,5400 | 0,9113 |
| 1 mph | 0,4470 | 1,6093 | 1 | 0,8690 | 1,4667 |
| 1 knop | 0,5144 | 1,8520 | 1,1508 | 1 | 1,6878 |
| 1 ft/s | 0,3048 | 1,0973 | 0,6818 | 0,5924 | 1 |

Table 1: Sammenheng mellom ofte brukte enheter for hastighet

300 kilogram (49 200 lbs) med drivstoff. En målepinne ble senket ned i drivstofftanken og målte at det var 7 682 liter allerede i tanken. For å beregne hvor mye drivstoff som må legges til måtte bakkepersonellet først konvertere volumet (i liter) i tankene til masse (kilogram), trekke dette fra den ønskede drivstoffmengden (22 300 kg) og konvertere resultatet tilbake til volum.

Volumet til flydrivstoffet Jet A1 varierer med temperaturen, men i dette tilfellet var massen til en liter flybensin gitt som 0,803 kg.

### c) (i) Bestem hvor mye Jet A1 bakkepersonellet burde fylle flyet med.

De beregnet 22300kg drivstoff som er 49200lbs. De målte 7682liter før fylling der en liter drivstoff var 0.803kg så jeg må trekke fra 7682 liter fra 22300kg.

$7682 \cdot 0.803 = 6168.646$kg og $22300 - 6168.646 = 16131.354$kg drivstoff må fylles eller $\frac{16131.354}{0.803} = 2098.997$liter

### (ii) Vis at massen til en liter flybensin i pound er gitt som 1, 77lbs.

I min utregning på papir så søkte jeg opp hva en lbs i kg var men jeg fant senere ut at jeg skulle bruke tabellen. $0.803 \cdot 2.2046226 = 1.77031196$kg

Så dersom 22300kg er 49200lbs så tar jeg $\frac{49200}{22300} = 2.206$kg. ved å gange dette med 0.803 så får jeg $0.803 \cdot 2.206 = 1.7716$

Katastrofalt nok var ikke bakkepersonellet klar over at dette flyet brukte metriske og ikke emperiske enheter. Kort sagt antok de at flyet ville trenge 22 300 pound drivstof to talt.

### (iii) Gjenta beregningen ovenfor i oppgave 2c)(i) når du tar i betraktning at bakkepersonellet antok flyet brukte em piriske enheter. Hvor mye bensin ble fylt på ? Vis at flyet nå totalt inneholder ca. 10 100 kg drivstof.

Jeg deler 22300 på 2.2046226 for å få dette i kg og får 10115kg drivstoff.

Det oppgis at flytypen Boeing 767 har en marsjhastighet på 858 km/h, og ett drivstoforbruk på ca. 2 690 kg/h per flymotor 767 har to slike motorer.

**d) (i) Bruk opplysningene ovenfor til å vise at flyet klarer å fly ca.1 613 km før flyet går tom for drifstof og motorene stopper.**

reiser 858km/t og forbruker 2690kg/t per motor. Ganger så motor forbruk med 2 og deler total drivstoff på det. $\frac{10115}{5380} = 1.87732$ timer i luften som da ganges med hastighet for å få $1.87732 \cdot 858 = 1610.73$km

**(ii) Hvor i Canada går flyet tom for drivstof?**

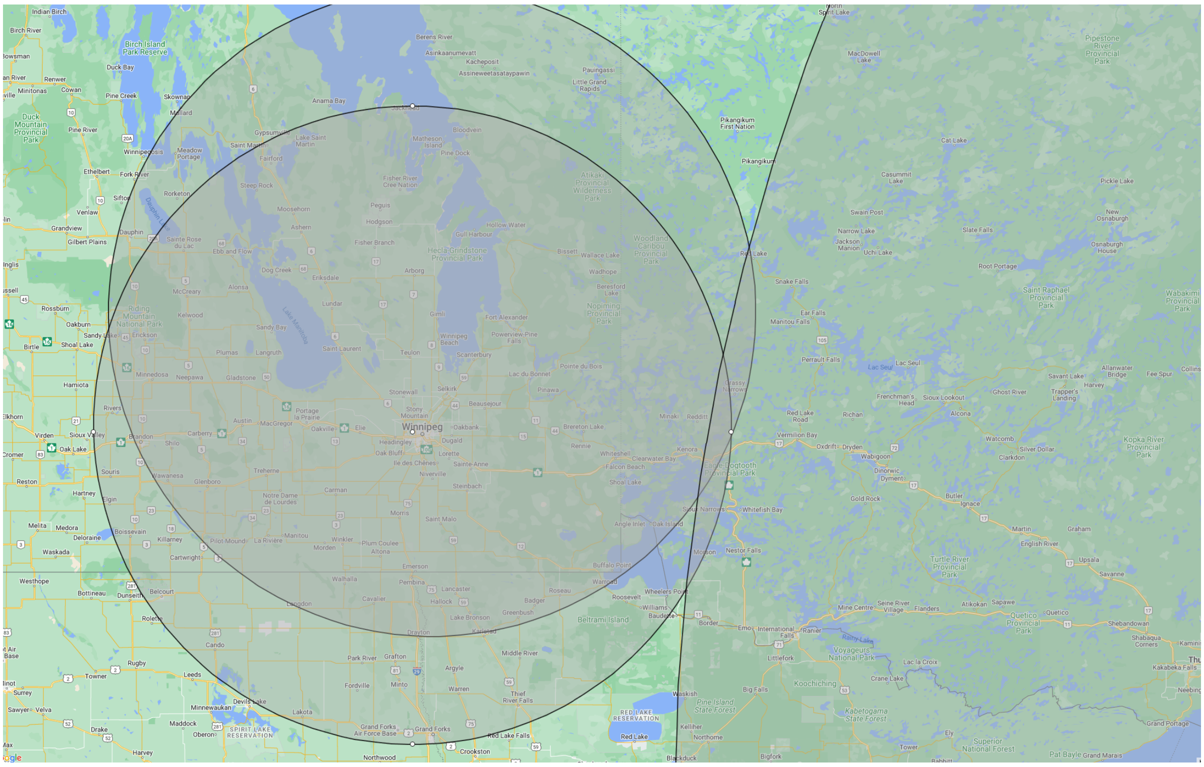

Hint: Lag en sirkel som starter i Montreal flyplass, og har radius lik flydistansen til motorene stoppet. Lag en sirkel med sentrum i Edmonton flyplass, og øk radiusen til sirkelene skjærer hverandre (kan brukes https://www.mapdevelopers.com/draw-circle-tool.php.) Det viser seg at flyet i virkeligheten går tom for drivstof over Red Lake, Ontario. Nærmeste flyplass er Winnipeg flyplass, men ”Gimli Motorsports Park” ligger og i nærheten en nedlagt militærflyplass omgjort til dragrace og go-kart bane.

Pilotene befant seg 41 000 ft over bakken når motorene skrudde seg av, og deretter falt flyet i snitt 3 300 ft per 10 nautiske mil.

**e) (i) Legg med en figur på innleveringen med sirkel i Montreal flyplass, og radius lik flydistansen. En sirkel med sentrum i Winnipeg flyplass og ”Gimli Motorsports Park” med radius lik distansen flyet klarte å gli. Zoom inn slik at du tydelig ser Winnipeg, og området der flyet gikk tom for drivstoff.**

For å plotte dette inn brukte jeg en sånn online converter https://www.metric-conversions.org/no/lengde/internasjonal-nautiske-mil-til-miles.

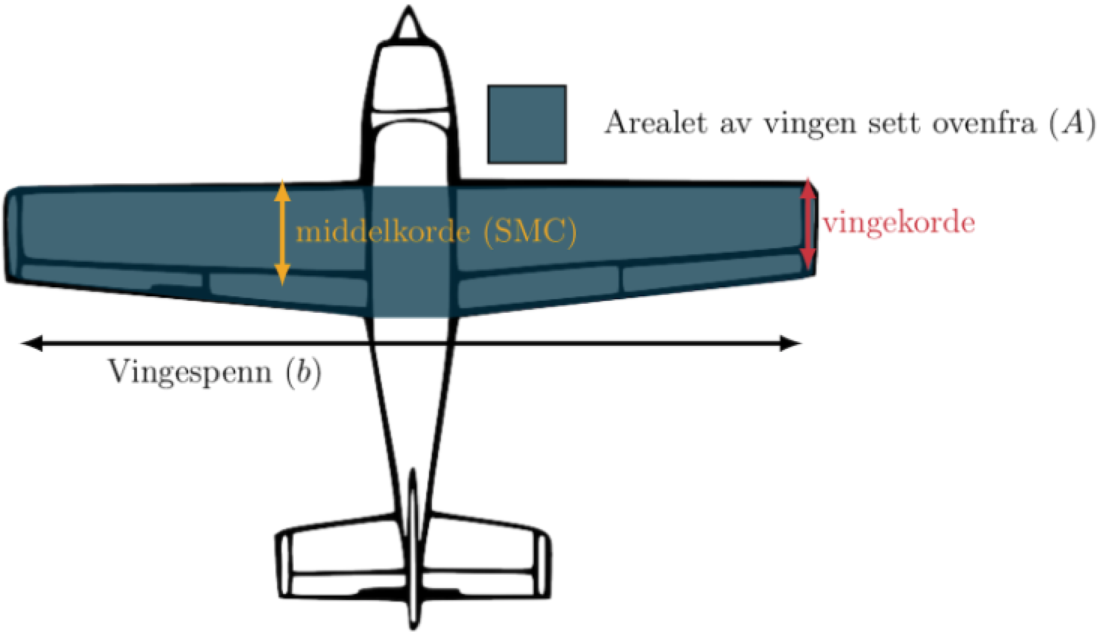

htm




**(ii) Avgør hvor Boeing 767 rekker å gjøre en nødlanding.**

potentiell distanse delt på vertikal hastighet gir $\frac{41000}{330} = 124$ nautiske mil de kan glide

## Oppgave 3




Høyden til en flyvinge kalles for vingekorden, mens bredden defineres som vingespennet, se Figure 2. Ofte varierer vingekorden, og vi definerer derfor middelkorden (MAC, dvs. Mean Aerodinamic Chord) som den gjennomsnittlige høyden til vingekorden.

### a) (i) Finn en formel som beskriver sammenhengen mellom arealet til vingen sett ovenfra, vingespennet og middelkorden.

For å regne arealet så tar jeg lengden av vingen og ganger denne med bredden. $A = lengde \cdot bredde$ Men siden bredden endrer seg mot midtpunktet så må jeg gange med gjennomsnittlig bredde. Altså det blir $A \cdot SMC$.

Sideforhold for fly er definert som forholdet mellom en vinges lengde (vingespenn) og bredde (middelkorde), og har et symbol

$$AR = \frac{b}{MAC}$$

### (ii) Vis ved hjelp av forrige deloppgave at sideforholdet kan

$AR = \frac{b}{MAC}$ for å få MAC alene så deler jeg med b på begge sider

$$\frac{AR}{b} = \frac{MAC}{b}$$

Når jeg nå har $MAC = \frac{A}{b}$ så setter jeg inn for A

$$\frac{b}{MAC} = \frac{b}{\frac{A}{b}}$$

ganger inn b over og under brøken

$$\frac{b \cdot b}{\frac{A}{b} \cdot b} = \frac{b \cdot b}{A} = \frac{b^2}{A}$$

$$AR = \frac{b^2}{A}$$

hvor b betegner vingespennet og A er arealet til vingen sett ovenfra.

### b) Finn vingespennet og arealet til flyvingen sett ovenfra (dette betegnes ofte som arealet til tversnittet av flyvingen) for en flytype du er kjent med. Bruk disse til å regne ut sideforholdet

fornuftig avrundet.

Googlet og fant cessna 172. Denne har en MAC på 1.47m, vingebredde på 11m så jeg tar $1.47 \cdot 11 = 16.17$ avrundet til 16.2 og bruker så formelen $AR = \frac{b^2}{A} = \frac{11^2}{16.2} = 7.47$

side 6 på https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/764/1/012026/pdf

### c) Forklart kort (2-3 setninger) hvordan sideforholdet påvirker et fly.

Påvirker aerodynamikken, jo høyere sideforhold jo bedre er det for å minske luftmotstand. Dette gjør at flyet blir mer "effektivt". Lange smale vinger vil få en lav mac men høy b. Det vil da føre til at $\frac{b^2}{A}$ blir høyere og dermed får vi et høyere sideforhold. Dette vil føre til at flyet får en bedre glideevne og lavere luftmotstand. Men motsatt så vil korte brede vinger få et lavere sideforhold og dermed få høyere luftmotstand og dårligere glideevne men dette gir bedre manøvreringsevne. Så flyene som ofte tar av i tromsø har lange smale vinger som passasjerflyene mens F35 til Norge har korte og brede.

## Oppgave 4

La $f(x)$ være en funksjon gitt ved

$$f(x) = \frac{3x^2 - 6x}{x^2 + 3x - 10} \div \frac{x - 3}{x^2 - 2x - 3}$$

**a)] Skriv uttrykket for $f(x)$ så enkelt som mulig.**

$$\frac{\frac{3x^2-6x}{x^2+3x-10}}{\frac{x-3}{x^2-2x-3}}$$

$$(1)\frac{3x^2 - 6x}{x^2 + 3x - 10}$$

$$\frac{3x(x-2)}{(x+5)(x-2)}$$

$$\frac{3x\cancel{(x-2)}}{(x+5)\cancel{(x-2)}} \tag{1}$$

$$(2)\frac{x-3}{x^2 - 2x - 3}$$

$$\frac{x-3}{(x+1)(x-3)}$$

$$\frac{\cancel{x-3}}{(x+1)\cancel{(x-3)}} \tag{2}$$

$$\frac{\frac{3x}{x+5}}{\frac{1}{x+1}}$$

$$\frac{3x}{x+5} \cdot (x+1)$$

$$\frac{3x(x+1)}{x+5}$$

Så ikke det sto at jeg kunne bruke abc formelen så gjor det på papir. Har også testet min utregning med bruk av abc formelen.

**Hint:** Bruk (abc)-formelen.

### b) Bestem definisjonsmengden for $ f(x) $.

Definisjonsmengden er alle x-verdier som gjør at nevneren ikke blir 0. Da nevneren er x+5 så vil x ikke kunne være -5.

I original ligning er det også x-3, $x^2 + 3x - 10$ der hvor x=2 så vil dette bli 0, $x^2 - 2x - 3$ hvor x=(-1) fører til at nevneren også blir 0. så definisjonsmengden er alle x-verdier utenom -5, -3, -1 og 2.

### c) Finn eventuelle horisontale og vertikale asymptoter for $f(x)$.

Det er en vertikal asympotote ved $x = -5$ men ingen horisontal asymptote.

### d) Finn skrå asymptoter for $f(x)$.

Jeg brukte https://bjornestol.github.io/assets/pdf/TRE1100/Ch06/Forelesning-06-05.pdf for hjelp

For å finne skrå asymptoter så polynom dividerer jeg uttrykket

starter med å gange ut parantesen igjen

$$\frac{3x^2 + 3x)}{x + 5}$$

deler første ledd på x

$$\frac{3x^2}{x} = 3x \quad (1)$$

ganger inn dette med nevneren

$$3x \cdot (x + 5) = 3x^2 + 15x$$

trekker fra tellern

$$(3x^2 + 3x) - (3x^2 + 15x) = -12x$$

Og deler på x

$$\frac{-12x}{x} = -12 \quad (2)$$

Så skrå asymptoten er $y = 3x - 12$

resten har ikke noe å si for skrå asymptoten.

**e) Skisser grafen til $f(x)$ ut fra det du fant i a)-d).**

Setter inn noen verdier i x for å få noen punkter

$f(-4) = \frac{3\cdot(-4)\cdot(-4+1)}{(-4+5)} = \frac{36}{1} = 36$

$f(-3) = \frac{3\cdot(-3)\cdot(-3+1)}{(-3+5)} = \frac{18}{2} = 9$

$f(-2) = \frac{3\cdot(-2)\cdot(-2+1)}{(-2+5)} = \frac{6}{3} = 2$

$f(-1) = \frac{3\cdot(-1)\cdot(-1+1)}{(-1+5)} = \frac{0}{4} = 0$

$f(0) = \frac{3\cdot 0\cdot(0+1)}{(0+5)} = 0$

$f(1) = \frac{3\cdot 1\cdot(1+1)}{(1+5)} = \frac{6}{6} = 1$

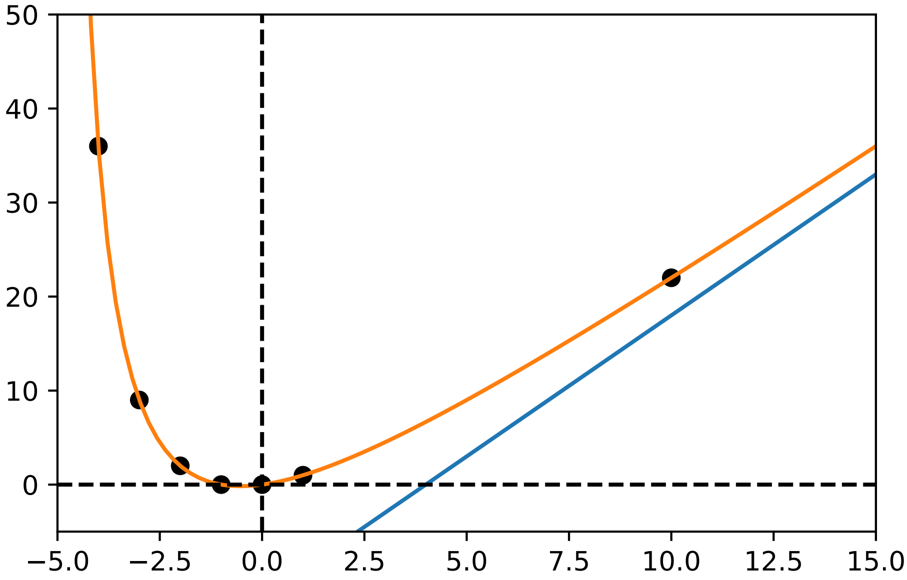
$f(10) = \frac{3\cdot 10\cdot(10+1)}{(10+5)} = \frac{330}{15} = 22$

Så jeg har punktene (-4, 36), (-3, 9), (-2, 2), (-1, 0), (0, 0), (1, 1), (10, 22)

Så jeg har en skrå asymptote $y = 3x - 12$ og en vertikal asymptote ved x=-5

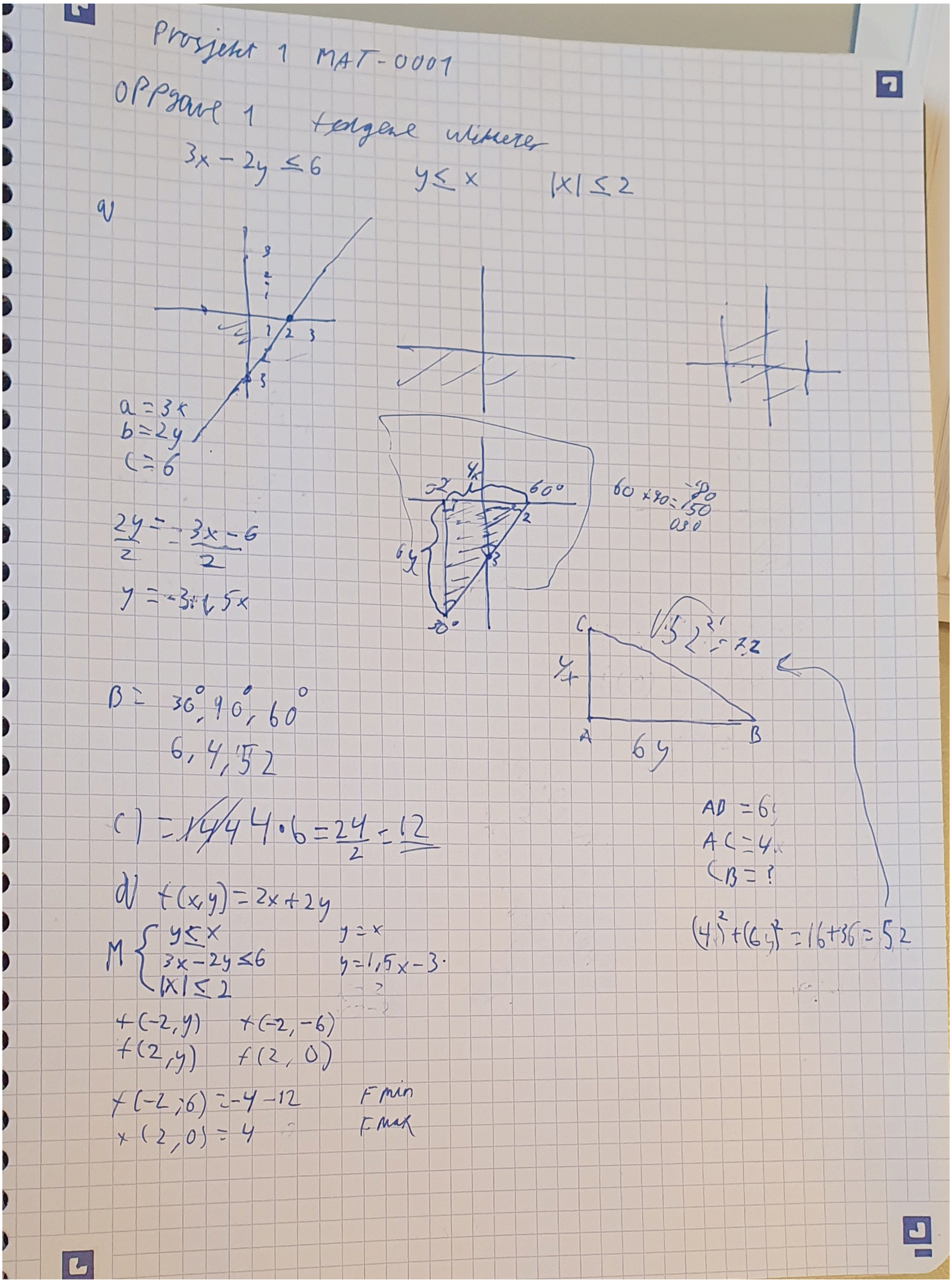
```
punkter = [(-4, 36), (-3, 9), (-2, 2), (-1, 0), (0, 0), (1, 1), (10, 22)]


x = np.linspace(-4.99, 15, 100)
y = 3*x - 12

fig, ax = plt.subplots()

ax.plot(x, 3*x - 12, label='y=3x-12')


for i in punkter:
  ax.scatter(i[0], i[1], color='black')


#\frac{3x(x+1)}{x+5}
def oppgave4(x):
    return 3*x*(x+1)/(x+5)

ax.plot(x, oppgave4(x), label='y=3x(x+1)/(x+5)')

ax.set_xlim(-5, 15)

ax.set_ylim(-5, 50)

ax.hlines(0, -5, 15, color='black', linestyle='dashed')
ax.vlines(0, -5, 50, color='black', linestyle='dashed')
```

```
plt.show();
```




Pass på $D_f$!

# Appendix Bilde utregning oppgave 1


Prosjekt 1 MAT-0001

Oppgave 1 følgende ulikheter

$3x - 2y \leq 6$ $y \leq x$ $|x| \leq 2$

a)

$a = 3x$
$b = 2y$
$c = 6$

$\frac{2y}{2} = \frac{3x - 6}{2}$

$y = -3 + 1,5x$

$60 + 90 = 150$

$B = 30^\circ, 90^\circ, 60^\circ$

$6, 4, \sqrt{52}$

$\sqrt{52} = 7,2$

$AB = 6$
$AC = 4$
$CB = ?$

$(4)^2 + (6)^2 = 16 + 36 = 52$

c) $= \cancel{14} \; 4 \cdot 6 = \frac{24}{2} = 12$

d) $f(x,y) = 2x + 2y$

$M \begin{cases} y \leq x \\ 3x - 2y \leq 6 \\ |x| \leq 2 \end{cases}$ $y = x$, $y = 1,5x - 3$

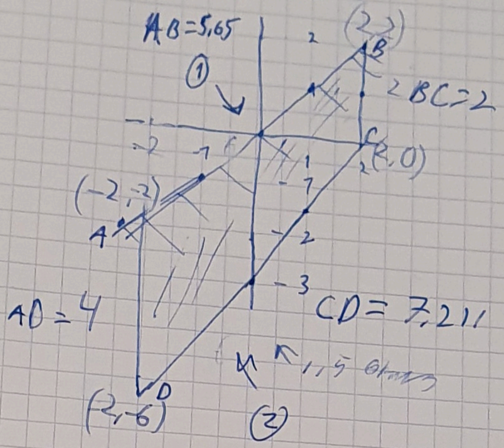
$f(-2, y)$ $f(-2, -6)$
$f(2, y)$ $f(2, 0)$

$f(-2, -6) = -4 - 12$ Fmin
$f(2, 0) = 4$ Fmax

$3x - 2y \leq 6$ $\quad y \leq x \quad |x| \leq 2$ opg 1 petter

$1{,}5x - y \leq 3$

$y = -1{,}5x - 3$




$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$① = \sqrt{(2-(-2))^2 + (2-(-2))^2}$$

$$① = \sqrt{16 + 16} = \sqrt{32} \approx 5{,}65$$

$$② = \sqrt{(-2-2)^2 + (0-6)^2}$$

$$② = \sqrt{16 + 36} = \sqrt{52} \approx 7{,}21$$

areal beregner jeg ved å dele firkanten i 2 ved å trekke strek fra -2,-2 til 2.0

$$AC = \sqrt{(-2-2)^2 + (-2-0)^2} = 4{,}47$$

$$4{,}42 \cdot 4 = \frac{17{,}68}{2} = 8{,}84$$

$$4{,}42 \cdot 2 = \frac{8{,}84}{2} = 4{,}42$$

13,26 areal

Cos

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos(C)$$

$$\cos(C) = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

## Appendix Bilde utregning oppgave 2

Oppgave 2

a) 35 000 ft
453 knop
$\boxed{\text{Maks hastighet } 583 \text{ mph}}$
oppgi i m/s, km/h, knop og ft/s

~~453 · 0,5144 = 233,0232 m/s~~
~~453 · 1,8520 = 838,956 km/h~~

583 · 0,447 = 260,601 m/s
583 · 1,6093 = 938,2219 km/t
583 · 0,8690 = 506,627 knop
583 · 1,4667 = 855,0861 ft/s

b) fra 35 000 ft til 1000 ft.
i) 3 nautiske mil per 1000 ft
34 · 3 = 102 nautiske mil.

ii) reiser 453 knop. må dra 102 nautiske mil.
~~$\frac{453}{102}$ = 4,441176 timer~~

$\frac{102}{453}$ = 0,22516 timer
13,509 min

Oppgave 2

c) beregnet 22300 kg drivstoff  ~~tbers~~ 49200 lbs

målte 7682 liter før fylling

trekke fra 7682 liter fra 22300 kg

1L bensin 0,803 kg.

$7682 \cdot 0,803 = 6168,646$ kg

$$\begin{array}{r} 22300 \\ -\ 6168,646 \\ \hline 16131,354 \end{array}$$ kg må fylles

eller $\frac{16131,354}{0,803} =$

20088,8592 Liter

ii) 1lbs = 2,20462262 kg.

gange 0.803 = 1,77031196386

iii) ble fyllt 22300 lbs istedet

$\frac{22300}{2,20462262} = 10115,109859$

Oppgave 2

d) 858 km/t

i) 2690 kg/t per motor

2690·2 = ~~4780~~ 5380

838 km/t og ~~4780~~ 5380 kg per time

ble fylt 10115 kg

~~$\frac{10115}{4780} = 2,1161$~~

~~2,1161 · 838 km/t = 1773,299 km~~

$\frac{10115}{5380} = 1,87732 \cdot 858 = \underline{\underline{1610,7349}}$

ii) legges i PDF

e i) ↗

e.ii. 41000 ft

3300 ft per 10 nautiske mil

330 ft per nautiske mil

$\frac{41000}{330}$ = 124 nautiske mil kan flys.

# Appendix Bilde utregning oppgave 3

Oppgave 3

a) i) For å regne arealet så tar vi lengden av vingen og ganger denne med bredden. Siden bredden endrer seg mot midpunktet så må vi gange med gjennomsnittlig bredde. $A = \text{lengde} \cdot \text{bredde}$

(lengde er gitt med "b") $A = b \cdot SMC$

ii) oppgaven gir oss formel $A = \frac{b}{MAC}$ og skal vise dette blir likt som $\frac{b^2}{A}$

$AR \Rightarrow \frac{A}{b} = \frac{b \cdot MAC}{b}$

$MAC = \frac{A}{b}$

Setter inn for A

$$AR \Rightarrow \frac{b}{MAC} = \frac{b}{\frac{A}{b}} \Rightarrow \frac{b \cdot b}{\frac{A}{\cancel{b}} \cdot \cancel{b}} = \frac{b \cdot b}{A} = \frac{b^2}{A}$$

iii) Cessna 172 link i artikkel.

$MAC = 1{,}47\,m$

wing span $= 11\,m$

$1{,}47 \cdot 11 = 16{,}17\,m$ Avrundet til $16{,}2\,m$

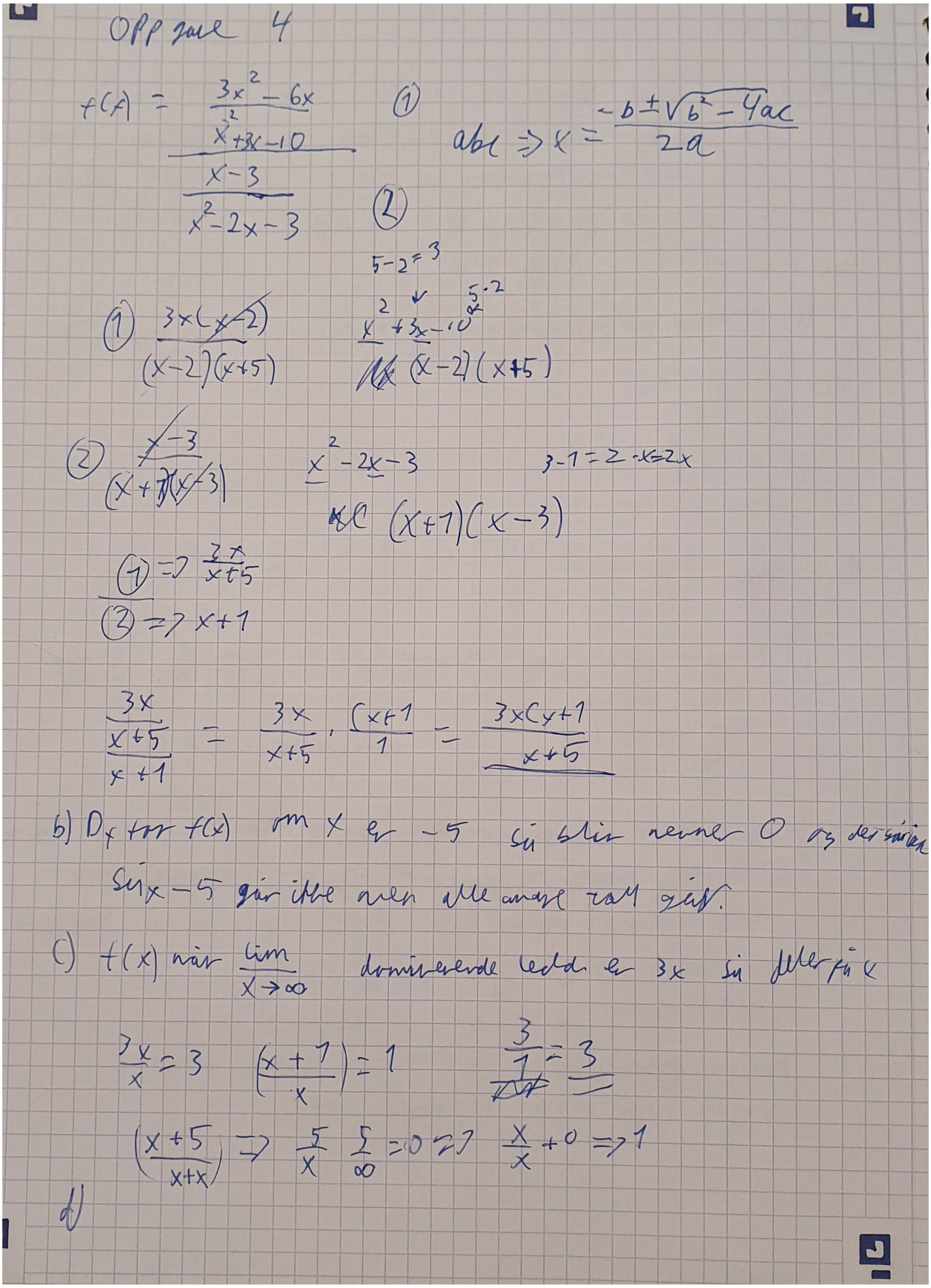
$AR = \frac{11^2}{16{,}2} = \underline{7{,}469}$

c) påvirker aerodynamikk. Sideforholdet kan da fortelle oss om hvor "effektivt" flyet er. Lange smale vinger vil få en lav MAC men høy b. Det vil da føre til at $\frac{b \cdot b}{A}$ vil gi et høyt tall men dersom b er lav så vil vi få et lavt AR.

Boeing passasjerfly har lange tynne vinger.

Norges nye F35 har kortere brede.

## Appendix Bilde utregning oppgave 4



Oppgave 4

$$f(x) = \frac{\frac{3x^2-6x}{x^2+3x-10}}{\frac{x-3}{x^2-2x-3}}$$

① ②

abc $\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$5-2=3$

$5 \cdot 2$

① $\frac{3x(\cancel{x-2})}{(\cancel{x-2})(x+5)}$ $x^2+3x-10$ ~~abc~~ $(x-2)(x+5)$

② $\frac{\cancel{x-3}}{(x+1)(\cancel{x-3})}$ $x^2-2x-3$ $3-1=2 \cdot x = 2x$

~~abc~~ $(x+1)(x-3)$

$$\frac{① \Rightarrow \frac{3x}{x+5}}{② \Rightarrow x+1}$$

$$\frac{\frac{3x}{x+5}}{x+1} = \frac{3x}{x+5} \cdot \frac{(x+1)}{1} = \frac{3x(x+1)}{x+5}$$

b) $D_f$ for $f(x)$ om $x$ er $-5$ så blir nevner $0$ og det går ikke

så $x-5$ går ikke men alle andre tall går.

c) $f(x)$ når $\lim_{x \to \infty}$ dominerende ledd er $3x$ så deler på $x$

$\frac{3x}{x} = 3$ $\left(\frac{x+1}{x}\right) = 1$ $\frac{\frac{3}{1}}{\cancel{1}} = 3$

$\left(\frac{x+5}{x+x}\right) \Rightarrow \frac{5}{x}$ $\frac{5}{\infty} = 0 \Rightarrow \frac{x}{x} + 0 \Rightarrow 1$

d)

$$\frac{\dfrac{3x^2-6}{x^2+3x-10}}{\dfrac{x-3}{x^2-2x-3}}$$

$$abc = x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

① $x^2 + 3x - 10$
a b c

② $x^2 - 2x - 3$
a b c

① $\dfrac{-3\sqrt{3^2-4\cdot(1\cdot-10)}}{2\cdot 1}$

$\dfrac{-3\pm\sqrt{9+40}}{2}$

$\dfrac{-3\pm\sqrt{49}}{2} = \dfrac{-3\pm 7}{2} = \dfrac{-10}{2} = -5$ $\quad (x+5)(x-2)$

$\dfrac{4}{2} = 2$

② $\dfrac{2\sqrt{-2^2-4(1\cdot-3)}}{2} = \dfrac{2\pm\sqrt{4+12}}{2} = \dfrac{2\pm 4}{2} = \dfrac{-2}{2}$ og $\dfrac{6}{2}$

$(x+1)(x-3)$

$$\frac{\dfrac{3x^2-6}{(x+5)(x+2)}}{\dfrac{x-3}{(x+1)(x-3)}} \Rightarrow \frac{\dfrac{3x(x-2)}{(x+5)(\cancel{x-2})}}{\dfrac{\cancel{x-3}}{(x+1)(\cancel{x-3})}} \Rightarrow \frac{\dfrac{3x}{x+5}}{x+1} \quad \frac{3x}{x+5}\cdot\frac{x+1}{1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{3x(x+1)}{x+5}$$

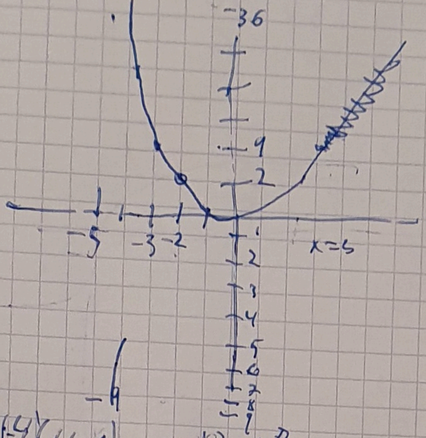
Oppgave 4

Horisontal asymptote ved $y = 3$

vertikal ved $x = -5$.

d) skjønte ikke forekommen

e)



Også funksjonen kan ikke ha

$x = 3$ så

$x = -1$

$x = 2$

$x = -5$

$D_f = [-5, -1\rangle, [2, 3\rangle$

$-12 \cdot -4$

40

8

+48

-12

36

$f(4)\ \dfrac{3(-4)(-4+1)}{-4+5} = \cancel{-12 \cdot +3} =$

$f(-3)\ \dfrac{3(-3)(-3+1)}{-3+5} = -9 \cdot -3 = \dfrac{+27-9}{2} = 9$

$36 \to 9 \to 2 \to$

$f(-2) = \dfrac{3(-2)(-2+1)}{-2+5} = \dfrac{-6+12}{3} = \dfrac{6}{3} = 2$

Går under 0 en kommer

$x = 0 = y = 0$

$f(-1)$

eller $f(-4)$ $\dfrac{3 \cdot -4(-4+1)}{-4+5} = \dfrac{(-12 \cdot -3)}{1} = 36$

# Appendix KI bruk

Jeg har tatt skjermbilde av oppgave teksten fra pdf'en og bedt ChatGPT skrive dette som LaTeX kode.

Dette bildet er også lagt ut på github siden.

ChatGPT 4

**You**

**Oppgave 1**

Følgende ulikheter bestemmer et området i $(xy)$-planet

$$3x - 2y \leq 6, \qquad y \leq x, \qquad |x| \leq 2.$$

a) Skraver området, og bestem områdets hjørner.

b) Finn alle vinklene og sidelengdene til området.

c) Regn ut arealet til området.

d) Finn største og minste verdi til funksjonen

$$f(x, y) = 2x + 2y$$

i det skraverte området.

**Oppgave 2**

Anta du manøvrerer ett Boeing 737 passasjerfly som 35 000 ft over bakken holder marsjfart på 453 (knop) i forhold til bakken. Videre kan du lese på dashbordet at makshastigheten oppgis som 583 mph.

write this in latex

**ChatGPT**

Sure, here's the LaTeX code for the content in the provided image:

```latex
\documentclass{article}
\usepackage[utf8]{inputenc}

\begin{document}

\section*{Oppgave 1}

Følgende ulikheter bestemmer et område i $(xy)$-planet

\[
3x - 2y \leq 6, \quad y \leq x, \quad |x| \leq 2.
\]

\begin{itemize}
    \item[a)] Skraver området, og bestem områdets hjørner.
    \item[b)] Finn alle vinklene og sidelengdene til området.
    \item[c)] Regn ut arealet til området.
    \item[d)] Finn største og minste verdi til funksjonen
    \[
    f(x, y) = 2x + 2y
    \]
    i det skraverte området.
\end{itemize}

\section*{Oppgave 2}

Anta du manøvrerer ett Boeing 737 passasjerfly som 35 000 ft over bakken holder marsj

\end{document}
```

This LaTeX code will produce a document with two sections corresponding to the tasks in the image. Task 1 includes a mathematical expression and a list of subtasks a) through d), each specifying a mathematical problem to solve. Task 2 describes a scenario involving a Boeing 737 passenger aircraft. Please note that to compile this code, you will need a LaTeX environment set up on your computer, such as TeXLive, MiKTeX, or Overleaf.

**You**

latex pls

**ChatGPT**

Certainly! Here is the LaTeX code for the content in the provided images:

```latex
\documentclass{article}
\usepackage[utf8]{inputenc}
\usepackage{booktabs}

\begin{document}

\begin{itemize}
    \item[a)] Oppgi makshastigheten både i m/s, km/h, knop og ft/s. \\
    \textbf{Hint:} bruk Tabell 1. \\
    Når man flyr er ``tre til en''-regelen for nedstigning nyttig. Denne forteller hv

    \item[b)] Flygelederen ønsker at du skal synke til høyde på 1000 ft like før du n
    \begin{itemize}
        \item[(i)] Anta du følger 3 : 1 regelen. Beregn hvor langt fra flyplassen du
        \item[(ii)] Hvor lang tid tar det å nedstige til denne høyden?
    \end{itemize}
\end{itemize}

\section*{Tabell 1: Sammenheng mellom ofte brukte enheter for hastighet}
\begin{tabular}{@{}llllll@{}}
\toprule
      & m/s    & km/h   & mph    & knop   & ft/s   \\ \midrule
1 m/s  & 1      & 3,6000 & 2,2369 & 1,9438 & 3,2898 \\
1 km/h & 0,2778 & 1      & 0,6214 & 0,5400 & 0,9113 \\
1 mph  & 0,4470 & 1,6093 & 1      & 0,8690 & 1,4667 \\
1 knop & 0,5144 & 1,8520 & 1,1508 & 1      & 1,6878 \\
1 ft/s & 0,3048 & 1,0973 & 0,6818 & 0,5924 & 1      \\ \bottomrule
\end{tabular}

\end{document}
```

This LaTeX code will generate an itemized list with subitems that refer to the tasks in the first image. It also includes a section for a table that corresponds to the second image, displaying the conversion factors between different units of speed. To render this LaTeX code into a document, use a LaTeX compiler such as pdflatex, which is available in most LaTeX distributions like TeX Live or MiKTeX, or use an online LaTeX editor like Overleaf.

**You**

**Oppgave 4**

La $f(x)$ være en funksjon gitt ved

$$f(x) = \frac{3x^2 - 6x}{x^2 + 3x - 10} \Big/ \frac{x - 3}{x^2 - 2x - 3}$$

a) Skriv uttrykket for $f(x)$ så enkelt som mulig.
**Hint:** Bruk $(abc)$–formelen.

b) Bestem definisjonsmengden for $f(x)$.

c) Finn eventuelle horisontale og vertikale asymptoter for $f(x)$.

d) Finn skrå asymptoter for $f(x)$.

e) Skisser grafen til $f(x)$ ut fra det du fant i a)-d).
Pass på $D_f$!
Scan grafen med bruk av "Microsoft Office Lens" eller en tilsvarende app.

latex pls

**ChatGPT**

Here's the LaTeX code for the content in the provided image:

```latex
\documentclass{article}
\usepackage[utf8]{inputenc}
\usepackage{amsmath}

\begin{document}

\section*{Oppgave 4}

La \( f(x) \) være en funksjon gitt ved

\[
f(x) = \frac{3x^2 - 6x}{x^2 + 3x - 10} \div \frac{x - 3}{x^2 - 2x - 3}
\]

\begin{enumerate}
    \item[a)] Skriv uttrykket for \( f(x) \) så enkelt som mulig. \\
    \textbf{Hint:} Bruk (abc)-formelen.
    \item[b)] Bestem definisjonsmengden for \( f(x) \).
    \item[c)] Finn eventuelle horisontale og vertikale asymptoter for \( f(x) \).
    \item[d)] Finn skrå asymptoter for \( f(x) \).
    \item[e)] Skisser grafen til \( f(x) \) ut fra det du fant i a)-d). \\
    Pass på \( D_f \)! \\
    Scan grafen med bruk av ``Microsoft Office Lens'' eller en tilsvarende app.
\end{enumerate}

\end{document}
```

This LaTeX code represents a structured assignment with a mathematical function and a list of tasks a) through e) that refer to operations with the function, such as simplification, domain determination, and asymptote identification. The function is typeset using the `amsmath` package for proper mathematical formatting. To process this LaTeX code, you will need a LaTeX distribution like TeX Live or MiKTeX, or you can use an online editor like Overleaf.