

OPPGAVER UKE 7-8, STA-1001 2024

Fra læreboka og oppgavene under:

4.23, 4.35, 4.41, 4.53, 4.60, 4.62, 4.63, 4.78, A1, A2, A3.

Andre oppgaver:

1*

De stokastiske variablene X og Y har simultan sannsynlighetstetthet

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{2}\sqrt{y}e^{-xy}, & 0 < x < \infty, \quad 1 < y < 4. \\ 0, & \text{ellers.} \end{cases}$$

- a) Vis at fordelinga for Y (marginalfordeling) har sannsynlighetstetthet

$$h(y) = \frac{1}{2\sqrt{y}}, \quad 1 < y < 4.$$

- b) Finn forventningsverdi, varians og standardavvik for Y .
- c) Bruk den simultane sannsynlighetstettheten til å finne $E(XY)$ og $E(X)$.
Hva blir kovariansen mellom X og Y ?

Vi er interessert i den stokastiske variabelen $1/Y$.

- d) Finn forventningsverdi og varians for $1/Y$.

Siste deloppgave vil antakelig bli frivillig på den obligatoriske innleveringa:

- e) Finn tilnærma verdier for forventningsverdi og varians av $1/Y$ ved bruk av svara fra b) og taylorrekkeapproksimasjonsmetoden.

2

Tida, X (i år), det tar før et byggefirma har oppført kulturet huset i en by er antatt å følge ei fordeling:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{160}{x^6}, & x > 2 \\ 0, & \text{ellers} \end{cases}$$

- a) Finn forventning og varians for oppføringstida.
- b) Finn teoretisk median for oppføringstida, det vil si verdien m slik at $P(X < m) = 0.5$.

Firmaet får betalt 100 millioner for jobben uansett, men i tillegg har de en kontrakt som er slik at dersom de bruker over 2.5 år må de betale dagbøter tilsvarende 30 millioner per år. (Så 0.1 år over tida gir 3 millioner i bøter etc.)

- c) Sett opp en funksjon for betalinga firmaet får som funksjon av oppføringstida. Bruk denne funksjonen til å finne forventninga til betalinga.

3

Vi antar følgende simultane sannsynlighetstetthet for X og Y :

$$f(x, y) = \begin{cases} 2e^{-(2x+y)}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{ellers} \end{cases}$$

- a) Finn forventet total tid brukt på de to aktivitetene, det vil si finn $E(X+Y)$ direkte fra den simultane sannsynlighetstettheten.

Vi har tidligere funnet de marginale sannsynlighetstetthetene for X og Y :

$$g(x) = \begin{cases} 2e^{-2x}, & x > 0, \\ 0, & \text{ellers} \end{cases} \quad h(y) = \begin{cases} e^{-y}, & y > 0, \\ 0, & \text{ellers} \end{cases}$$

- b) Finn forventning og varians til X og Y .
- c) Vis ved regning at kovariansen mellom X og Y er 0.
Finn variansen til total tidsbruk, $Var(X + Y)$.

Oppgaver merka med “*” vil komme på obligatorisk øving.