

OPPGAVER UKE 9-10, STA-1001 2024

Fra læreboka og oppgavene under:

6.2, 6.9, 6.14, 6.22, 6.36, 6.44, A1, A2, A3, A4.

Andre oppgaver:

1*

Vi definerer en enhet av en råvare (kan være gull, olje, korn, etc) som den mengden du får kjøpt for M NOK (det er ikke viktig hva M er). Du regner med at om du kjøper en enhet av vare A blir fortjenesta etter ett år normalfordelt med forventning $\mu_A = 50$ NOK og standardavvik $\sigma_A = 100$ NOK. Vi kaller fortjenesta X :

- a) Om du kjøper en slik enhet av vare A hva blir sannsynligheten for
 - at du ikke går med tap (det vil si får positiv fortjeneste)?
 - at du ikke går med tap og at fortjenesten er mindre enn 150?
 - at du får fortjeneste mindre enn 150, gitt at du ikke går med tap?

- b) Finn fortjenesten som er slik at du er 80% sikker på å få en fortjeneste over dette.

(I oppgave c) er fortsatt standardavviket 100 NOK.)

- c) Hva må forventningsverdien være for at det skal være en sannsynlighet på 90% for ikke å gå med tap?

2

Det påstås at i en populasjon av pasienter vil 40% overleve en viss operasjon. Vi observerer $n = 10$ pasienter som har gjennomgått operasjonen.

- a) Hvilke antakelser må du gjøre for å kunne påstå at X , antallet som overlever, er binomisk fordelt? Finn sannsynligheten for at fleire enn 1, men ikke fleire enn 5 overlever.

Nå observerer vi $n = 100$ pasienter som tar operasjonen.

- b) Begrunn hvorfor du kan anta at X , antallet som overlever, er tilnærma normalfordelt, og rekn ut følgende sannsynligheter:

$$P(X > 45) \quad P(X > 45 \mid X > 40)$$

Du lurar på om det stemmer at 40% overlever, av de 100 overlevde 34.

- c) Lag et (tilnærma) 95% prediksjonsintervall for X forklar hva dette intervallet sier deg. Sammenlikn med observert antall.

3

En type lyspærer har levetid, X , gitt ved eksponensialfordeling med forventning 18 måneder.

- a) Skriv opp sannsynlighetstettheten til levetida, bruk tid x målt i år.
Finn sannsynligheten for ei levetid på minst 2 år.
Dersom lyspæra har levd 1 år, hva er sannsynligheten for ei levetid på minst 3 år (2 år til)?

For ei lampe er det slik at lyspæra blir skifta ut umiddelbart når den svikter.

- b) Hva slags fordeling får vi for total levetid, T , av de 2 første lyspærene i lampa?
Hva er sannsynligheten for at vi greier oss med 2 lyspærer for en 3-årsperiode.
(Hint: Den inkomplette gammafunksjonen.)
- c) Hva slags fordeling får vi for antall lyspærer, S , som svikter i løpet av 3 år?
(Hint: Utskiftingsraten er $1/1.5 = 2/3$ per år.)
Bruk denne fordelinga til å finne sannsynligheten for at vi greier oss med 2 lyspærer.

4

På et bestemt geografisk sted kan det forekomme jordskjelv som kan stamme fra to ulike geologiske forkastninger. Om det kommer et jordskjelv er det sannsynlighet 0.7 for at dette stammer fra forkasting A, sannsynlighet 0.3 for forkasting B.

I tillegg veit vi at et jordskjelv fra forkasting A har en styrke som er normalfordelt med $\mu = 3$ og $\sigma = 1$, et jordskjelv fra forkasting B har en styrke som er normalfordelt med $\mu = 5$ og $\sigma = 2$. Jordskjelva blir regna som følbare om de har en styrke over 3.

- a) Hva er nå sannsynligheten for at et tilfeldig jordskjelv fra forkasting A skal være følbart (styrke over 3)?
- b) Hva er sannsynligheten for at et tilfeldig jordskjelv skal være følbart (styrke over 3)?
- c) Gitt at det er et følbart jordskjelv, finn sannsynligheten for at det kom fra forkasting A?

Oppgaver merka med “*” vil komme på obligatorisk øving.