

$$x_{n+1} = (5x_n) \bmod 7 \quad x_0 = 1$$

(1)

$$x_{n+1} = (5 \cdot 1) \bmod 7 = 5$$

$$x_0 = 1$$

$$x_1 = (25) \bmod 7 = 4$$

$$x_2 = (20) \bmod 7 = 6$$

$$x_3 = (30) \bmod 7 = 2$$

$$x_4 = (10) \bmod 7 = 3$$

$$x_5 = (15) \bmod 7 = 1$$

$$x_6 = (5) \bmod 7 = 5$$

$$x_0 = 4$$

$$x_1 = 6$$

$$x_2 = 2$$

$$x_3 = 3$$

$$x_4 = 1$$

$$x_5 = 5$$

$$x_6 = 4$$

x

$$x_0 = 7$$

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = 0$$

$$x_3 = 0$$

$$x_4 = 0$$

$$x_5 = 0$$

$$x_6 = 0$$

In [12]:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
```

```
#Para o valor de  $X_0 = 1$ 
```

```
x=1
```

```
x1=np.array([x])
```

```
n=6
```

```
a=5
```

```
m=7
```

```
for i in range(n):
```

```
    x=(a*x)%m
```

```
    x1=np.append(x1,x)
```

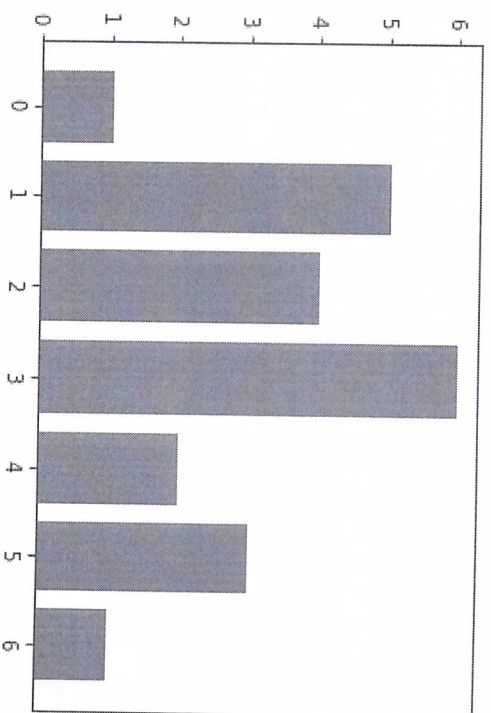
```
    print(x1)
```

```
    ind=np.arange(n+1)
```

```
    plt.bar(ind, x1)
```

```
    plt.show()
```

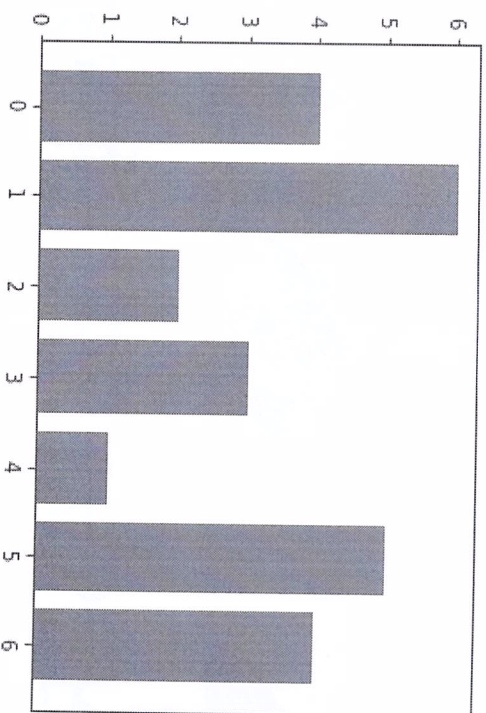
```
[1 5 4 6 2 3 1]
```



In [15]:

```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3
4 #Para o valor de Xo = 4
5
6 x=4
7 x1=np.array([x])
8 n=6
9 a=5
10 m=7
11
12 for i in range(n):
13     x=(a*x)%m
14     x1=np.append(x1,x)
15     print(x1)
16 ind=np.arange(n+1)
17 plt.bar(ind, x1)
18 plt.show()
19
20
```

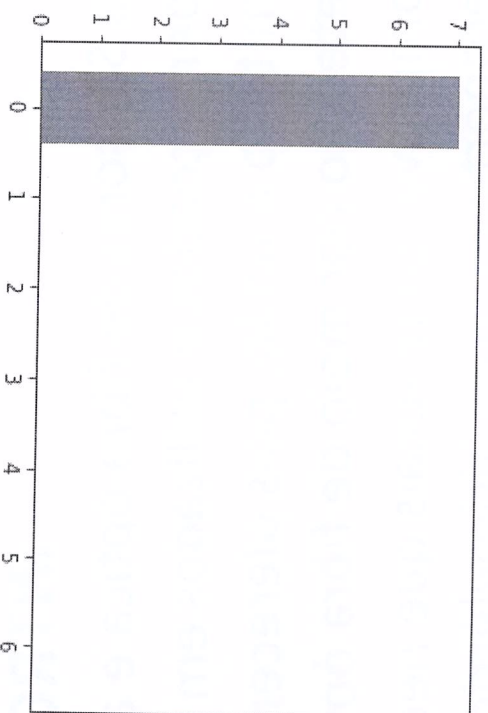
[4 6 2 3 1 5 4]



In [16]:

```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3
4 #Para 0 valor de Xo = 7
5
6 x=7
7 x1=np.array([x])
8 n=6
9 a=5
10 m=7
11
12 for i in range(n):
13     x=(a*x)%m
14     x1=np.append(x1,x)
15     print(x1)
16     ind=np.arange(n+1)
17     plt.bar(ind, x1)
18     plt.show()
19
20
```

[7 0 0 0 0 0 0]



Exercício (2)

$$P(X=x) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!} =$$

λ = Taxa média dos Eventos
 X = N.º de ocorrências
 $e = 2.71828$

a) A probabilidade de que o suporte técnico não receba chamadas em uma determinada hora.

$$P(C=0), \lambda = \frac{60}{10} = 6 \text{ ou seja } 60 \text{ chamadas em } 10 \text{ horas.}$$

$$P(C=0) = \frac{e^{-6} \cdot 6^0}{0!} \approx 0.00248$$

b) A probabilidade de que o técnico receba menos de oito chamadas é calculada por.

$P(X < 8) \Rightarrow$ Essa probabilidade é calculada somando as probabilidades de $C \geq 0 < 8$

$$P(X < 8) = \sum_{x=0}^7 \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!}$$

$$P(X < 8) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) + P(X=5) + P(X=6) + P(X=7)$$

$$P(X < 8) \approx 0.743949$$

c) O Número médio de chamadas por hora $E(C)$ é igual $\lambda = 6$

d) A Variância é dada por $\text{Var}(C) = \lambda = 6$

e) O desvio padrão de (C) é dado pela raiz quadrada da Variância, $\sigma = \sqrt{\text{Var}(C)} = \sqrt{6}$
 $= 2.44948$

02

2. O número de chamadas para o help-desk de uma empresa tem uma distribuição de Poisson com 60 chamadas por um período de 10 horas. Se C = a variável aleatória para o número de chamadas por hora, encontre:
- A probabilidade de que o suporte técnico não receba chamadas em uma determinada hora.
 - a probabilidade de que o suporte técnico receba menos de oito chamadas em uma determinada hora.
 - O número médio de chamadas por hora $E(C)$.
 - A variância de C .
 - O desvio padrão de C .

```
In [6]: import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math

# Função para calcular a probabilidade e Poisson
def poisson_prob(lambd, x):
    return math.exp(-lambd) * (lambd ** x) / math.factorial(x)

# Parâmetros do problema
lambd = 6 # Taxa média de chamadas por hora

# a. Probabilidade de que o suporte técnico não receba chamadas em uma determi
prob_zero_calls = poisson_prob(lambd, 0)
print("a. Probabilidade de não receber chamadas por hora:", prob_zero_calls)

# b. Probabilidade de que o suporte técnico receba menos de oito chamadas em u
prob_less_than_eight_calls = sum(poisson_prob(lambd, x) for x in range(8))
print("b. Probabilidade de menos oito por hora:", prob_less_than_eight_calls)

# c. Número médio de chamadas por hora
mean_calls = lambd
print("c. Número médio de chamadas por hora:", mean_calls)

# d. Variância do número de chamadas por hora
var_calls = lambd
print("d. Variância do número de chamadas por hora:", var_calls)

# e. Desvio padrão do número de chamadas por hora
std_dev_calls = math.sqrt(var_calls)
print("e. Desvio padrão do número de chamadas por hora:", std_dev_calls)

a. Probabilidade de não receber chamadas por hora: 0.0024787521766663585
b. Probabilidade de menos oito por hora: 0.743979760453717
c. Número médio de chamadas por hora: 6
d. Variância do número de chamadas por hora: 6
e. Desvio padrão do número de chamadas por hora: 2.449489742783178
```

In []:

(3)

Para Resolver o problema temos a Informação de número fixo em 8 pistões ou seja 8 tentativas em média de 15% repetidos.

A probabilidade de um pistão ser repetido é igual a 15% o que corresponde 85% de não ser repetido.

(a) Não mais que 2 repetidos:

$$P(x \leq 2) = P(x=0) + P(x=1) + P(x=2) = 1.0$$

(b) pelo menos 6 repetidos:

$$P(x \geq 6) = P(x=6) + P(x=7) + P(x=8) = 0.8943$$

3 Um fabricante de pistões de metal descobre que, em média, 15% de seus pistões são rejeitados porque são superdimensionados ou subdimensionados. Qual é a probabilidade de um lote de 8 pistões conter

(a) não mais que 2 rejeitados?

(b) pelo menos 6 rejeitados?

- Traçar o histograma da variável analisada

```
In [6]: import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

#Não Mais que 2 rejeitados

q=0.85 #Probabilidade de acerto
n=8 #Número de tentativas
value=2
N=10000#Número de amostras
c = q/(1-q) # Calculando probabilidade de sucesso
av=np.array([])
count=0
x=np.random.uniform(0,1,N)
for ix in x:
    i = 0
    pr = pow((1 - q),n)
    F = pr
    while ix>=F:
        pr = (c * (n - i) / (i + 1))* pr;
        F = F + pr;
        i = i + 1;
    a1=i
    av=np.append(av,a1)

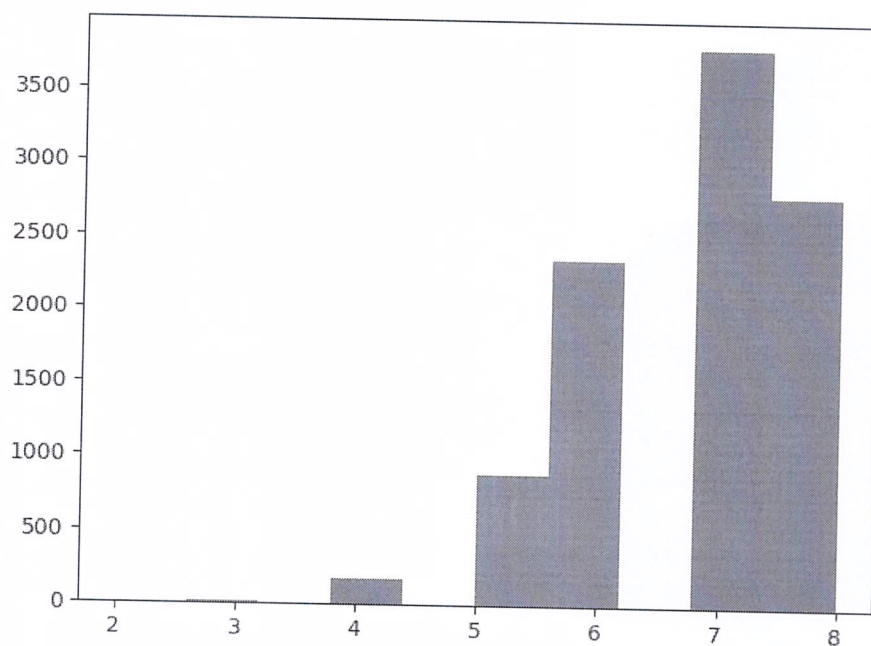
print(av)

for binvalue in av:
    if binvalue>=value:
        count=count+1
prob=count/N
print("a probabilidade e",prob)

plt.hist(av,bins=10)
plt.show()
```

[7. 6. 4. ... 7. 8. 7.]

a probabilidade e 1.0




```

In [8]: import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Pelo Menos 6 rejeitados

q=0.85#Probabilidade de acerto
n=8 #Número de tentativas
value=6
N=10000#Número de amostras
c = q/(1-q)# Calculando probabilidade de rejeitados
av=np.array([])
count=0
x=np.random.uniform(0,1,N)
for ix in x:
    i = 0
    pr = pow((1 - q),n)
    F = pr
    while ix>=F:
        pr = (c * (n - i) / (i + 1))* pr;
        F = F + pr;
        i = i + 1;
    a1=i
    av=np.append(av,a1)

print(av)

for binvalue in av:
    if binvalue>=value:
        count=count+1
prob=count/N
print("a probabilidade e",prob)

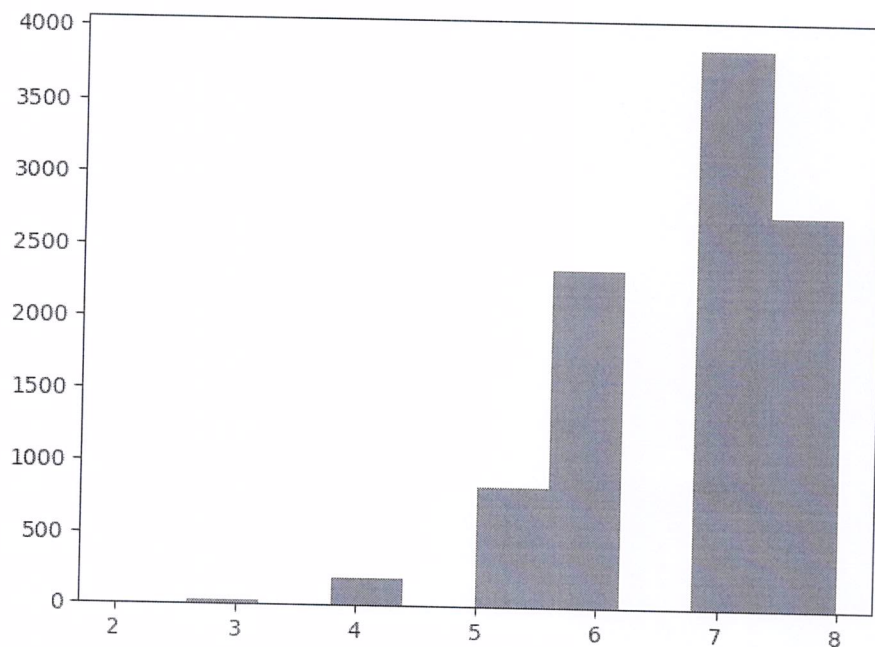
plt.hist(av,bins=10)
plt.show()

```

```

[7. 8. 7. ... 8. 7. 7.]
a probabilidade e 0.8943

```



In []:

(4)

por haver 6 falhas a cada duas semanas, ou seja, por semana são 3 Falhas, que constitui a média de falhas dividindo por 2, o que resulta numa média de 3 Falhas por semana.

A probabilidade de haver 2 Falhas durante uma semana específica, com uma média de 3 Falhas por semana, no python segue o cálculo da probabilidade e o seu histograma.

$$P(X=K) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^K}{K!}$$

① Cálculo da média de Falhas por semana

$$\lambda = \frac{6}{2} = 3$$

② Cálculo de probabilidade de 0 Falha em uma semana específica.

$$P(X=0) = \frac{e^{-3} \cdot 3^0}{0!} = e^{-3} \approx 0.049787$$

③ Cálculo de probabilidade de 1 Falha em uma semana específica.

$$P(X=1) = \frac{e^{-3} \cdot 3^1}{1!} = 3e^{-3} \approx 0.149361$$

④ Cálculo de probabilidade de pelo menos 2 Falhas em uma semana específica.

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X=0) - P(X=1)$$

4

4 Se ocorrerem falhas de energia elétrica de acordo com uma distribuição de Poisson com uma média de 6 falhas a cada duas semanas, calcule a probabilidade de que haverá ao menos 2 falhas durante uma semana específica. Traçar o histograma da variável analisada

```
In [8]: import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

N=1e5 #Número de amostras
lambda1=2 #Número falhas a cada duas semanas
N=100000 #Numero de amostras
value=3 #Numero de falhas durante uma semana
count=0
av=np.array([])
x=np.random.uniform(0,1,N)
for ix in x:
    i = 0
    pr = np.exp(-lambda1)
    F=pr
    while ix>=F:
        pr=lambda1/(i+1)*pr
        F = F + pr
        i = i + 1;
    a1=i
    av=np.append(av,a1)

print(av)

for poissonvalue in av:
    if poissonvalue <=value:
        count=count+1
prob=count/N
print("a probabilidade e",prob)
plt.hist(av,bins=15)
plt.show()
```

```
[1. 2. 2. ... 6. 1. 4.]
a probabilidade e 0.85934
```

