## ANÁLISE DE UM SISTEMA DE MOTOR CC SEM ESCOVAS

MICHAEL PARIZ PEREIRA, MANUELA TORRES VIEIRA, DANIEL MARTINS DE CARVALHO

\*Endereço de Michael Pariz UTFPR Apucarana, Paraná, Brasil †Endereço de Manuela Torres UTFPR Apucarana, Paraná, Brasil ‡Endereço de Daniel Carvalho UTFPR Apucarana, Paraná, Brasil

Emails: michaelpariz@alunos.utfpr.edu.br, manuelatorres@alunos.utfpr.edu.br, danielc.2020@alunos.utfpr.edu.br

Abstract— In this work, five methodologies for tuning a PID controller implemented in a closed-loop control system, where the plant is the transfer function of a brushless DC motor, are evaluated. The results presented were generated using MATLAB code. The performance order obtained was: Genetic Algorithm, Ant Colony Algorithm, Trial and Error, Ziegler-Nichols, and Cohen-Coon. The last three methods were implemented first, and their results were used to define the optimization range for the Genetic and Ant Colony Algorithms. This approach allowed for fine-tuning of the controller parameters through the algorithms. Both the Genetic and Ant Colony Algorithms produced similar parameters, resulting in similar responses, with the Genetic Algorithm standing out primarily due to its shorter settling time.

Keywords— Brushless DC motor. PID Controller, Transfer Function, Closed Loop.

Resumo— Neste trabalho, são avaliadas cinco metodologias para o ajuste de um controlador PID implementado em um sistema de controle de malha fechada, onde a planta é a função de transferência de um motor CC sem escovas. Os resultados apresentados foram gerados utilizando códigos no MATLAB. A ordem de desempenho obtida foi: Algoritmo Genético, Algoritmo de Colônia de Formigas, Tentativa e Erro, Ziegler-Nichols e Cohen-Coon. Os três últimos métodos foram implementados inicialmente, e seus resultados foram utilizados para delimitar o intervalo de otimização dos Algoritmos Genético e de Colônia de Formigas. Essa abordagem permitiu um ajuste refinado dos parâmetros do controlador por meio dos algoritmos. Ambos os algoritmos, Genético e de Colônia de Formigas, produziram parâmetros semelhantes, resultando em respostas semelhantes, com o Algoritmo Genético se destacando principalmente pelo menor tempo de acomodação.

Palavras-chave— Motor CC sem escovas. Controlador PID, Função de Transferência, Malha Fechda.

## 1 Introdução

A crescente necessidade de atender às demandas materiais e culturais da humanidade abrange diversas áreas da sociedade. Para garantir o conforto e bem-estar das pessoas, é necessário que elas possam viajar, se alimentar, descansar, entre outras atividades. Para isso, são necessários motores (máquinas) que possibilitem a produção em massa de alimentos, bebidas e seu transporte. Da mesma forma, para o lazer, são utilizados meios de transporte aéreos, marítimos ou terrestres, que também dependem do uso de máquinas. Essas máquinas (motores) convertem energia mecânica em elétrica (ou vice-versa) para diferentes propósitos. Para garantir o uso eficiente das máquinas, existem os sistemas de controle, que, por meio de circuitos eletrônicos, aplicam as leis e teorias de controle para otimizar o funcionamento das máquinas. O controle de processos visa manter as variáveis de processo dentro das faixas operacionais desejadas, como a temperatura em um forno, a pressão e o fluxo em um sistema pneumático, e a posição, velocidade e aceleração em um sistema de localização. O controle de processos através da retroalimentação negativa é a forma mais comum de controle automático. O controlador automático mais utilizado é o PID, devido à sua simplicidade, robustez e ampla aplicabilidade. Estimase que mais de 90 porcento dos controladores comerciais sejam do tipo PID. Entre suas diversas aplicações, destacam-se o controle de velocidade e posição de atuadores mecânicos, como servos e motores. Devido à alta demanda, vários métodos de sintonização do controlador PID são empregados. Este trabalho aborda a análise de um sistema máquina-controlador, avaliando o desempenho de cinco metodologias de controle em máquinas elétricas de corrente contínua.

## 2 Materiais e métodos

## 2.1 Origem e Descrição dos Dados Utilizados

Os dados utilizados foram retirados de um trabalho de conclusão de curso realizado na universi-

dade de Brasília Tavares (2019). As fontes incluem referências teóricas de autores renomados como Nise (2011), Ogata (2001), Chau (2002), Sung et al. (2009), e Torres et al. (2017). O conteúdo abrange desde a modelagem matemática de processos até técnicas de ajuste de controladores PID, incluindo métodos clássicos e avançados como algoritmos genéticos e colônia de formigas.

## 2.2 Especificação de Parâmetros do Sistema

Os parâmetros considerados para a análise e modelagem dos sistemas de controle incluem:

- Motor CC sem escovas: resistência (R), indutância (L), constante de força eletromotriz (Ke), constante de torque (Kt), momento de inércia (J) e coeficiente de atrito viscoso (B).
- Controlador PID: ganho proporcional (Kp), constante de tempo integral (Ti) e constante de tempo derivativo (Td).
- 2.3 Equações Diferenciais que Regem a Dinâmica do Sistema

As equações diferenciais que descrevem a dinâmica do motor CC sem escovas são:

$$V(t) = L\frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + Ke\omega(t)$$
 (1)

$$T(t) = Kti(t) \tag{2}$$

$$J\frac{d\omega(t)}{dt} + B\omega(t) = T(t) - T_L \tag{3}$$

Onde V(t) é a tensão aplicada, i(t) é a corrente,  $\omega(t)$  é a velocidade angular, T(t) é o torque e  $T_L$  é a carga de torque.

2.4 Metodologia Empregada para Tratar e Analisar o Sistema

A metodologia segue os seguintes passos:

- Modelagem Matemática: Desenvolver um modelo matemático utilizando equações diferenciais que descrevem a dinâmica do sistema.
- Transformada de Laplace: Aplicar a transformada de Laplace para converter as equações diferenciais do domínio do tempo para o domínio da frequência, facilitando a análise e a obtenção das funções de transferência.
- Ajuste dos Controladores PID: Utilizar diferentes técnicas de ajuste para otimizar os parâmetros do controlador PID. Os métodos abordados incluem Ziegler-Nichols, Cohen-Coon, algoritmos genéticos e colônia de formigas.

- 4. Simulação e Análise: Simular o comportamento do sistema controlado em diferentes cenários para avaliar a estabilidade, resposta transitória e erro estacionário.
- 2.5 Equacionamentos para Obter a Modelagem Matemática do Sistema Utilizando Transformada de Laplace

Para o motor CC sem escovas, aplicamos a transformada de Laplace nas equações diferenciais:

$$V(s) = (Ls + R)I(s) + Ke\Omega(s) \tag{4}$$

$$T(s) = KtI(s) \tag{5}$$

$$(Js + B)\Omega(s) = T(s) - T_L(s)$$
(6)

Simplificando para encontrar a função de transferência do motor:

$$\Omega(s) = \frac{Kt}{(Ls+R)(Js+B) + KeKt}V(s)$$
 (7)

2.6 Equacionamento do Controlador PID

A função de transferência do controlador PID no domínio da frequência é dada por:

$$G_{PID}(s) = Kp\left(1 + \frac{1}{Tis} + Tds\right)$$
 (8)

2.7 Hipóteses Adotadas para Análise dos Resultados

Para simplificação e análise dos resultados, adotamos as seguintes hipóteses:

- Linearidade: O sistema pode ser linearizado em torno de um ponto de operação para facilitar a análise.
- Invariância no Tempo: As características do sistema não variam com o tempo.
- Desprezo de Perturbações Externas: Perturbações externas são mínimas e podem ser negligenciadas na análise inicial.
- Condições Iniciais Nulas: As condições iniciais para as variáveis de estado são consideradas nulas para simplificação das equações diferenciais.

## 3 Controle de Sistemas

O controle de processos desempenha um papel crucial em todos os tipos de processos industriais, desde sistemas simples, como a descarga de um vaso sanitário, até sistemas complexos, como a emissão de radiação eletromagnética em um micro-ondas. A representação dos sistemas de controle pode ser SISO (Single Input Single Output) ou MIMO (Multiple Input Multiple Output).

## 3.1 Identificação de Processo

A representação de processos com fins de controle pode ser abordada de duas maneiras: determinística, quando há conhecimento prévio do sistema, e não determinística, quando não há um modelo matemático conhecido. As principais ferramentas matemáticas incluem equações diferenciais, funções de transferência e a representação de espaçoestado.

## 3.2 Equações de Estado e Funções de Transfe-

As equações de estado são uma forma matricial de representar equações diferenciais que descrevem a dinâmica do sistema:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \tag{9}$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \tag{10}$$

Onde x(t) é o vetor de variáveis de estado, u(t) é o vetor de entrada, y(t) é o vetor de saída, e A, B, C, e D são matrizes que descrevem o sistema.

#### 3.3 Desempenho do Sistema

A análise do desempenho do sistema é realizada mediante a excitação deste com sinais de teste como degrau, impulso, rampa e senoidais. A estabilidade do sistema é avaliada com base na resposta transitória e no estado estacionário.

## 3.4 Sistemas de Segunda Ordem e Parâmetros da Resposta Transitória

Para sistemas de segunda ordem, a função de transferência padrão é:

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \tag{11}$$

Onde  $\omega_n$  é a frequência natural de oscilação e  $\zeta$  é a taxa de amortecimento. Os parâmetros de desempenho incluem tempo de atraso, tempo de subida, instante de pico, porcentagem máxima de sobressinal e tempo de acomodação.

#### 4 Controladores PID

O controlador PID é amplamente utilizado devido à sua praticidade e desempenho satisfatório. Desenvolvido inicialmente em 1922, sua popularidade se deve à capacidade de alcançar resultados eficazes em mais de 90% dos processos de controle industriais.

## 4.1 Funcionamento e Estrutura

## 4.1.1 Ação Proporcional (P)

O controlador proporcional ajusta a saída de controle de acordo com o erro atual:

$$u(t) = u_0(t) + K_c e(t)$$
 (12)

## 4.1.2 Ação Proporcional Integral (PI)

A ação integral elimina o erro estacionário acumulando o erro ao longo do tempo:

$$u(t) = K_c \left(\frac{1}{T_i} \int e(t)dt + e(t)\right)$$
 (13)

## 4.1.3 Ação Proporcional Derivativa (PD)

A ação derivativa melhora a estabilidade do sistema considerando a taxa de variação do erro:

$$u(t) = K_c \left( e(t) + T_d \frac{de(t)}{dt} \right) \tag{14}$$

# 4.1.4 Ação Proporcional Integrativa Derivativa (PID)

O controlador PID combina as ações P, I e D para otimizar o desempenho do sistema:

$$u(t) = K_{cp} \left( e(t) + \frac{1}{T_{ip}} \int e(t)dt + T_{dp} \frac{de(t)}{dt} \right)$$
(15)

#### 4.2 Estruturas PID

## 4.2.1 PID em Paralelo

A função de transferência do controlador PID em paralelo é:

$$G_p(s) = K_{cp} \left( 1 + \frac{1}{sT_{ip}} + sT_{dp} \right)$$
 (16)

## 4.2.2 PID em Série

A função de transferência do controlador PID em série é:

$$G_s(s) = K_{cs} \left( 1 + \frac{1}{sT_{is}} \right) (1 + sT_{ds})$$
 (17)

#### 4.3 Técnicas de Ajuste dos Controladores PID

#### 4.3.1 Método de Ziegler-Nichols

Este método utiliza a resposta ao degrau do sistema em malha aberta para determinar os parâmetros do controlador.

#### 4.3.2 Método de Cohen-Coon

Semelhante ao método de Ziegler-Nichols, mas ajusta os tempos integral e derivativo de forma mais precisa para sistemas com grandes diferenças entre tempo morto e constante de tempo.

#### 4.3.3 Algoritmos Genéticos

Utilizam princípios de evolução natural para otimizar os parâmetros do controlador, aplicando seleção, cruzamento e mutação em uma população de soluções potenciais.

## 4.3.4 Algoritmo Colônia de Formigas

Modela o comportamento de formigas em busca de comida para encontrar o caminho mais eficiente, aplicando isso na otimização dos parâmetros do controlador PID.

#### 4.3.5 Tentativa e erro

O método de ajuste por tentativa e erro consiste em observar a saída do processo ou sua simulação à medida que os parâmetros são ajustados. Por isso, é crucial entender como o controlador funciona e o significado de cada parâmetro. A escolha dos parâmetros se concentra em duas características: velocidade e estabilidade. Velocidade para alcançar o resultado final e estabilidade durante o período de transição. Cada parâmetro influencia esses dois aspectos. Normalmente, o primeiro parâmetro selecionado é o ganho proporcional, seguido pelo tempo integral e, por fim, o tempo derivativo.

#### 5 Resultados e Discussões

Neste capítulo são apresentados os resultados dos cinco métodos de ajuste de controlador PID, bem como os resultados dos algoritmos de otimização utilizados para encontrar os parâmetros do controlador PID, aplicados ao controle de velocidade de um motor CC sem escovas. Por fim, apresentamse os resultados comparativos dos desempenhos dos métodos e elege-se o melhor método em termos de tempo de subida, acomodação e da integral do erro quadrático.

Em cada tópico, será apresentado o gráfico da resposta do sistema em malha fechada ao degrau e uma tabela com os valores da análise de transiente, sendo eles, o tempo de subida  $(t_r)$ , o instante de pico  $(t_p)$ , a porcentagem de sobresinal  $(M_p)$  e o tempo de acomodação  $(t_s)$ . Além disso, será adicionada na tabela a integral do erro quadrático (ISE - integral square error) entre a função degrau e a resposta do sistema em malha fechada. A Equação 5.1 apresenta a função do ISE.

$$ISE = \int_0^\infty e^2(t)dt \tag{18}$$

Onde e(t) é a função do erro no tempo que representa a diferença entre a entrada do sistema de controle e a saída do sistema de controle.

Para realizar a simulação, alguns dos parâmetros necessários para a função de transferência do motor CC foram extraídos da referência Tsai et

al. (2011). Foi o valor da indutância que foi aumentado para que a resposta do motor apresente um tempo morto mais significativo, isto é, aumentando o tempo de carregamento das bobinas. A Tabela 4 mostra os parâmetros utilizados na função de transferência do motor CC sem escovas.

A substituição destes valores na função de transferência que representa a planta do motor CC sem escovas é representada pela Equação 5.2.

$$G_m(s) = \frac{4.2}{2.7s^2 + 3.36s + 0.53} \tag{19}$$

Assim, a função de transferência do sistema de controle em malha fechada será a combinação em realimentação negativa do sinal com a função de transferência do controlador PID. Portanto, a função de transferência do sistema de controle irá mudar de acordo com os parâmetros escolhidos para o controlador PID, seguindo o método usado. A próxima seção apresenta os resultados obtidos no método de tentativa e erro.

No que diz respeito à equação de transferência, visando um melhor entendimento e uma visão mais clara do que está sendo trabalhado, segue abaixo o gráfico do degrau da função de transferência.

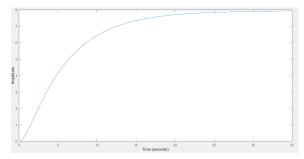


Figura 1: Degrau da função transferência

O mapa de polos e zeros é uma ferramenta crucial na engenharia de controle, especialmente para analisar a estabilidade de sistemas dinâmicos. Nele, os polos, representando a estabilidade do sistema, devem estar no semiplano esquerdo do plano complexo. Se um polo estiver no semiplano direito, o sistema será instável. A proximidade dos polos ao eixo imaginário pode causar oscilações indesejadas. Ao analisar o mapa, os engenheiros podem determinar a estabilidade do sistema, identificar problemas potenciais e projetar estratégias de controle adequadas.

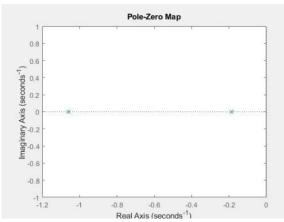


Figura 2: Mapa de Polos e Zeros

Como pode ser observado na figura 2, Todos os polos estão no semiplano esquerdo, indicando que o sistema é estável. A parte real dos polos influencia a taxa de decaimento, enquanto a parte imaginária está associada à frequência de oscilação.

#### 5.1 Método de Tentativa e Erro

Para ajustar o controlador PID através do método de tentativa e erro, as seguintes ações devem ser tomadas. Variar o valor do parâmetro do controlador proporcional, mantendo os outros parâmetros próximos a zero, e então os efeitos da variação são analisados. Em seguida, o próximo parâmetro a ser variado é o parâmetro correspondente ao controlador integral, mantendo o parâmetro do controlador derivada igual a zero. Finalmente, o parâmetro do controlador derivada é ajustado.

A função da Equação 5.1 foi utilizada como função de custo. Isto é, os parâmetros escolhidos são os que resultam no menor valor da integral do erro quadrático.

$K_P$	$K_I$	$K_D$	$t_r(s)$	$t_s(s)$	$t_p(s)$	$M_p(\%)$	ISE
10	1	5	0.233	1.011	0.604	3.808	0.061

Tabela 1:Valores dos parâmetro do controlador e da resposta ao degrau obtidos através do método de tentativa e erro.

Na figura abaixo, está representado o gráfico resultante da aplicação do método de Tentativa e Erro, revelando a análise detalhada dos parâmetros obtidos.

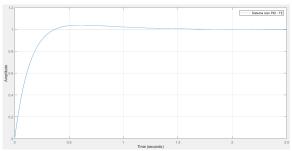


Figura 3: Gráfico da abordagem de tentativa e erro (TE)

#### 5.2 Método de Ziegler-Nichols

Para implementar o método de ajuste de Ziegler-Nichols, é necessário extrair os parâmetros da curva de reação. Os parâmetros são extraídos a partir de uma reta tangente à curva que é traçada no ponto de inflexão. Esses parâmetros são encontrados no cruzamento da reta com o eixo x e com o valor máximo da curva de reação, e através do estado final estacionário da curva de reação e da função degrau.

$K_P$	$K_I$	$K_D$	$t_r(s)$	$t_s(s)$	$t_p(s)$	$M_p(\%)$	ISE
2.245	1.314	0.590	0.768	9.152	1.957	40.368	0.550

Tabela 2: Valores dos parâmetros do controlador PID e da resposta ao degrau do sistema obtidos através do método de Ziegler-Nichols.

Na figura apresentada a seguir, temos uma representação visual do processo de otimização dos parâmetros utilizando o método de Ziegler-Nichols.

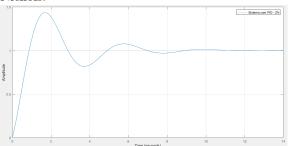


Figura 4: Legenda: Resultados da técnica de Ziegler-Nichols (ZN)

#### 5.3 Método de Cohen-Coon

Neste método, as informações extraídas da curva de reação são as mesmas usadas no método de Ziegler-Nichols. Muda apenas o cálculo dos coeficientes do controlador PID.

$K_P$	$K_I$	$K_D$	$t_r(s)$	$t_s(s)$	$t_p(s)$	$M_p(\%)$	ISE
2.257	2.000	0.491	0.724	6.833	1.818	40.860	0.534

Tabela 3:Valores dos parâmetros do controlador PID e da resposta ao degrau obtidos através do método de Cohen-Coon.

Na figura subsequente, destacam-se os resultados obtidos através da metodologia de Cohen-Coon, oferecendo uma visão clara das modificações implementadas nos parâmetros do sistema.

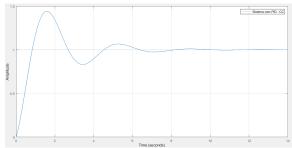


Figura 5: Efeitos do método de Cohen-Coon (CC)

## 5.4 Método do Algoritmo Genético

Na metodologia de ajuste com o algoritmo genético, foram usadas quatro funções de custo, sendo a primeira a mesma da Equação 5.1, e as outras três definidas pelas equações ITSE, ITAE e RMS abaixo:

$$ITSE = \int_0^\infty te^2(t)dt \tag{20}$$

$$ITAE = \int_0^\infty t|e(t)|dt \tag{21}$$

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T e^2(t)dt}$$
 (22)

Resultado	$K_P$	$K_I$	$K_D$	$t_r(s)$	$t_s(s)$	$t_p(s)$	$M_p(\%)$	ISE
GA-ISE	15	1.561	7.5	0.163	0.753	0.454	3.184	0.0413

Tabela 4:Valores dos parâmetros do controlador PID e da resposta ao degrau obtidos através do método de algoritmos genético.

A análise gráfica apresentada na figura a seguir ilustra a aplicação bem-sucedida do Algoritmo Genético na determinação dos parâmetros ideais, demonstrando sua eficácia e precisão.

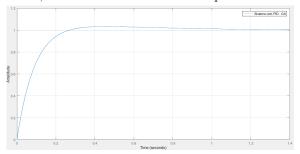


Figura 6: Resultados do Algoritmo Genético (GA)

## 5.5 Método do Algoritmo Colônia de Formigas

A condição necessária para execução do código do algoritmo colônia de formigas é criar o sistema no Simulink. Os parâmetros do algoritmo: quantidade de feromônio, taxa de evaporação, quantidade de formigas e número de excursões foram configurados conforme referência Unal et al. (2013).

Resultado	$K_P$	$K_I$	$K_D$	$t_r(s)$	$t_s(s)$	$t_p(s)$	$M_p(\%)$	ISE
ACO-ISE	13 5628	1 3974	7 2962	0.171	0.619	0.464	0.632	0.0422

Tabela 5: Valores dos parametros do controlador PID pelo algoritmo colônia de formigas

Na seguinte figura, são apresentados os resultados obtidos pelo Algoritmo Colônia de Formigas, evidenciando sua capacidade de encontrar soluções ótimas para a configuração dos parâmetros do sistema em questão.

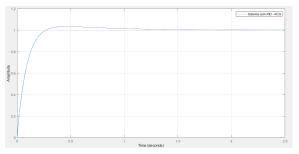


Figura 7: Resultados da técnica de Colônia de Formigas (ACO)

## 5.6 Comparação entre os Métodos de Ajuste

Pode-se observar na figura a seguir uma comparação visual abrangente de todos os métodos explorados: Tentativa e Erro, Ziegler-Nichols, Cohen-Coon, Algoritmo Genético e Algoritmo Colônia de Formigas. Esta representação gráfica oferece uma visão panorâmica das diferentes abordagens utilizadas para otimizar os parâmetros do sistema em análise. A análise conjunta desses métodos nos permite avaliar suas respectivas eficácias, vantagens e limitações, fornecendo insights valiosos para futuras decisões de projeto e implementação.

Além disso, uma tabela contendo os resultados obtidos será apresentada a seguir, fornecendo uma compilação concisa das métricas e desempenhos de cada método para uma análise mais detalhada e comparativa.

Resultado  $K_P$  $t_r(s)$  $t_s(s)$  $t_p(s)$  $M_n(\%)$ ISE PID-ZN 1.8189 1.5621 0.5295 0.76841 1.9574 0.5509 PID-CC 0.72496 0.5339 PID-GA 1 5617 0.16308 0.45453 0.0413 0.16374 PID-ACO

Tabela 10: Valores dos parametros e resultados de todos o metodos implementados

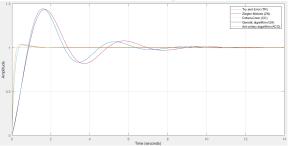


Figura 8: Comparação dos Métodos de Otimização

O algoritmo genético apresentou o melhor desempenho, seguido pela colônia de formigas, tentativa e erro, Cohen-Coon e, por último, Ziegler-Nichols.

## 6 Conclusões

A análise comparativa dos métodos de sintonia de controladores PID revela que a combinação de diversos métodos proporciona um critério mais ajustável para a seleção de parâmetros dos controladores. O algoritmo genético destacou-se pelo

melhor desempenho, demonstrando menor valor para ISE, menor tempo de subida, menor tempo de acomodação e menor porcentagem de sobressinal em comparação com os outros métodos.

O algoritmo de colônia de formigas, embora tenha obtido resultados próximos ao algoritmo genético, apresentou valores ligeiramente maiores para ISE. O método de tentativa e erro se posicionou como o terceiro melhor resultado, superando os métodos de Ziegler-Nichols e Cohen-Coon. Estes últimos são práticos e de fácil aplicação, mas não atingiram o mesmo nível de desempenho que os métodos de otimização.

A análise das curvas de resposta ao degrau, representadas nas Figuras 3, 4 e 5 para os métodos tradicionais, Figura 6 para o Algoritmo Genético e Figura 7 para o Algoritmo Colônia de Formigas, sustenta as conclusões mencionadas. O gráfico comparativo apresentado na Figura 6 oferece uma visão abrangente das diferentes abordagens e seus desempenhos, reforçando a superioridade dos métodos de otimização, especialmente do algoritmo genético, na sintonia de controladores PID.

#### Referências

TAVARES, Péricles Alves Nery. Análise de diferentes tipos de ajuste de um controlador PID aplicado a um motor CC sem escovas. 2019. Trabalho de Conclusão de Curso (Engenharia Eletrônica) – Universidade de Brasília, Faculdade UnB Gama, Brasília, DF, 2019. Orientador: Prof. Dr. Luís Filomeno de Jesus Fernandes.

TSAI TSAI, M. et al. Model construction and verification of a ldc motor using matlab/simulink and fpga control. p. 1797–1802, 2011.

UNAL ÜNAL, M. et al. Optimization of PID Controllers Using Ant colony and Genetic Algorithms. 1. ed. [S.l.]: Springer-Verlag Berlin eidelberg, 2013. (Studies in Computational Intelligence 449). ISBN 978-3-642-32899-2,9783-642-32900-5.

NISE, N. S. Control Systems Engineering. [S.l.]: Wiley, 2011. ISBN 9780470646120.

OGATA, K. Modern Control Engineering. 4. ed. [S.l.]: rentice Hall, 2001. ISBN 9780130432452,0130432458, 0130609072.9780130609076.

CHAU, P. Process Control: A First Course with MATLAB. 1. ed. [S.l.]: Cambridge University Press, 2002. (Cambridge Series in Chemical Engineering). ISBN 0-521-00255-9,9780521002554,0-521-80760-3.

SUNG, S.; LEE, J.; LEE, I. Process Identification and PID Control. 1. ed. [S.l.]: Wiley-IEEE Press, 2009. ISBN 0470824107,9780470824108.

TORRES, W. et al. Mathematical modeling and pid controller parameter tuning in a didactic thermal plant. IEEE Latin America Transactions, IEEE, v. 15, n. 7, p. 1250–1256, 2017. ISSN 1548-0992.