



Universidade Federal do Rio Grande do Norte  
Centro de Tecnologia  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica  
e de Computação



# **Um Sistema para Estimação da Vazão de Gás de Poços Produzindo por *Plunger Lift* para Vaso Separador de Teste em Plataformas de Petróleo**

**Sérgio José Gonçalves e Silva**

Orientador: Prof. Dr. Sc. Francisco das Chagas Mota

**Dissertação de Mestrado** apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e de Computação da UFRN (área de concentração: Controle e Automação) como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ciências.

**Natal, RN, Novembro de 2007**

Divisão de Serviços Técnicos

Catálogo da publicação na fonte. UFRN / Biblioteca Central Zila Mamede

Silva, Sérgio José Gonçalves e.

Um sistema para estimação da vazão de gás de poços produzindo por plunger lift para vaso separador de teste em Plataformas de petróleo / Sérgio José Gonçalves e Silva. – Natal, RN, 2007.

67 f.

Orientador: Francisco das Chagas Mota.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Centro de Tecnologia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e de Computação.

1. *Plunger lift* – Dissertação. 2. Medição de gás – Dissertação. 2. Identificação de sistemas – Dissertação. 3. Modelo ARX – Dissertação. I. Motta, Francisco das Chagas. II. Universidade Federal do Rio Grande do Norte. III. Título.

RN/UF/BCZM

CDU 665.63 (043.3)

# **Um Sistema para Estimação da Vazão de Gás de Poços Produzindo por *Plunger Lift* para Vaso Separador de Teste em Plataformas de Petróleo**

**Sérgio José Gonçalves e Silva**

Dissertação de Mestrado aprovada em 13 de Novembro de 2007 pela banca examinadora composta pelos seguintes membros:

---

Prof. Francisco das Chagas Mota, D.Sc. (Orientador) ..... DCA/UFRN

---

Profa. Vanja Maria de França Bezerra, D.Sc. .... DEQ/UFRN

---

Vicente Delgado Moreira, D.Sc. .... PETROBRÁS/UN-RNCE

---

Jaime Barros Filho, M.Sc. .... PETROBRÁS/UN-RNCE

Aos meus pais, José Manoel e Doralice.  
À minha esposa, Edna.  
Aos meus filhos, Tiago, Tomaz e Júlia.

# Agradecimentos

A Deus pela saúde e inspiração para realizar este trabalho.  
Ao Professor Francisco Mota pelo empenho, dedicação e paciência.  
À Petróleo Brasileiro S.A. pela oportunidade concedida.  
Aos colegas da Petrobrás em especial ao Edson Bolonhini, Giovani, Macêdo, Altair e Odiletil  
pelo incentivo e colaboração.  
A todos os colegas e professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica pela  
colaboração.  
À minha querida família pelo apoio e compreensão.

# Sumário

<b>Sumário</b>	<b>i</b>
<b>Resumo</b>	<b>iii</b>
<b>Abstract</b>	<b>iv</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>v</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>vii</b>
<b>Lista de Símbolos e Abreviaturas</b>	<b>viii</b>
<b>Capítulo 1 – Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 – Objetivo	2
1.2 – Motivação	2
<b>Capítulo 2 – Estudo sobre a medição de vazão de gás intermitente</b>	<b>3</b>
2.1 – Introdução	3
2.2 – Método de elevação artificial por <i>Plunger Lift</i>	3
2.2.1 Conceito	3
2.2.2 Princípio de funcionamento	4
2.2.3 Principais aplicações	6
2.2.4 Tipos de instalações	7
2.2.5 Modos de controle	7
2.2.6 Programa simulador do <i>Plunger Lift</i>	9
2.3 – Medição de gás natural através de placa de orifício	13
2.3.1 Aspectos Normativos	13
2.3.2 Equação para fluxo através de placa de orifício	14
2.3.3 Presença de vazão pulsante no trecho de medição	14
2.3.3.1 Principais fontes de pulsação	14
2.3.3.2 Alternativas para redução da pulsação	15
2.3.4 Problemas operacionais associados à medição de gás	15
2.4 – Conclusão	17
<b>Capítulo 3 – Modelagem do separador de teste</b>	<b>18</b>
3.1 – Introdução	18
3.2 – Modelo matemático proposto	18
3.2.1 Definições do vaso separador	18
3.2.2 Modelo matemático de um separador bifásico (gás + líquido)	19
3.2.2.1 Equação da pressão no interior do separador	20
3.2.2.2 Equação da vazão de gás de saída do separador	22
3.2.2.3 Curva característica da válvula de controle	22
3.3 – Simulação do separador bifásico	24
3.4 – Conclusão	29

<b>Capítulo 4 – Metodologia de identificação de sistemas</b>	<b>30</b>
4.1 – Introdução	30
4.2 – Visão geral do problema	30
4.3 – Modelos de identificação paramétrica	31
4.3.1 – Estrutura dos modelos	31
4.3.1.1 – Modelo ARX	32
4.3.1.2 – Modelo ARMAX	34
4.3.1.3 – Modelo OE (Output Error)	35
4.3.1.4 – Modelos FIR e Expansão Ortogonal	35
4.3.1.5 – Modelo Box-Jenkins	36
4.4 – Métodos de estimação de parâmetros	36
4.4.1 – Teoria dos mínimos quadrados	36
4.4.2 – Interpretação geométrica do estimador por mínimos quadrados	38
4.4.3 – Algoritmo dos mínimos quadrados recursivo	39
4.5 – Conclusão	43
<b>Capítulo 5 – Resultados obtidos e discussões</b>	<b>44</b>
5.1 – Introdução	44
5.2 – Procedimento para identificação de sistemas	44
5.2.1 – Tratamento dos dados coletados	45
5.2.2 – Métodos de identificação não paramétrica	47
5.2.2.1 – Resposta ao impulso	47
5.2.2.2 – Resposta ao degrau	48
5.2.2.3 – Resposta em frequência	48
5.2.3 – Métodos de identificação paramétrica	49
5.2.4 – Validação do modelo estimado	55
5.2.5 – Comparação com outros modelos	56
5.3 – Resultados do modelo RARX	58
5.3.1 – Maneiras para a escolha do mecanismo de adaptação e do ganho	59
5.3.2 – Rotinas do MATLAB <sup>®</sup> para a escolha do mecanismo de adaptação e do ganho	60
5.4 – Conclusão	62
<b>Capítulo 6 – Conclusões e recomendações</b>	<b>63</b>
6.1 – Introdução	63
6.2 – Conclusões	63
6.2.1 – Problemas na medição da vazão intermitente de um poço de <i>plunger lift</i>	63
6.2.2 – Adoção da metodologia de identificação de sistemas	64
6.2.3 – Uso do modelo ARX	64
6.3 – Recomendações	65
<b>Referências bibliográficas</b>	<b>67</b>

# Resumo

Este trabalho se propõe a realizar uma análise do comportamento da vazão de gás de poços produzindo por *plunger lift* para vasos separadores de teste em plataformas de produção de petróleo com o objetivo de propor uma técnica de estimação da vazão durante os instantes de golfadas provocadas por estes tipos de poços.

A motivação para este trabalho surgiu diante da perspectiva de instalação pela PETROBRAS de alguns poços equipados com *plunger lift* no campo marítimo de Ubarana situado na costa do Rio Grande do Norte onde a medição dos volumes produzidos é feita em vaso separador na plataforma.

O método de elevação artificial de petróleo denominado *plunger lift* é utilizado quando a energia disponível no reservatório não é suficiente para vencer todas as perdas de carga necessárias para elevar o petróleo do fundo do poço até a superfície de forma contínua. O método consiste, basicamente, de um pistão livre (*plunger*) agindo como uma interface mecânica entre o gás da formação e os líquidos produzidos, aumentando enormemente a eficiência de elevação. É instalada, também, uma válvula de controle acionada pneumaticamente, na linha de produção do poço para efetuar o controle dos ciclos. Ao ser aberta a válvula, o pistão se desloca do fundo do poço até a superfície, elevando o óleo e o gás que se encontram acima do mesmo até chegar no vaso separador de teste onde os fluidos serão medidos.

O vaso separador de teste é utilizado para fazer a aferição dos volumes produzidos pelo poço durante um determinado período de tempo denominado de teste de produção. Na maioria dos casos, os vasos separadores são projetados para medição de vazões estabilizadas, ou seja, razoavelmente constantes através do uso de controladores eletrônicos de nível e de pressão. No caso de poços produzindo por *plunger lift*, as vazões de líquido e de gás na superfície são cíclicas e de amplitude variável, acarretando o surgimento de golfadas no interior do vaso separador provocando, principalmente para o caso do gás, erros significativos no sistema de medição (ex.: erro de “overrange”).

A análise da vazão de gás proposta neste trabalho se baseia na integração de dois modelos matemáticos:

i) modelagem de um poço de *plunger lift* proposta por Baruzzi [1] com modificações efetuadas posteriormente por Bolonhini [2] na implementação de um simulador de *plunger lift*;

ii) modelagem de um vaso separador bifásico (gás + líquido) a partir de um modelo trifásico (óleo + gás + água) proposto por Nunes [3].

Com base nos modelos acima e utilizando-se dados coletados no vaso separador de teste da plataforma PUB-02 (campo de Ubarana), foi possível demonstrar que a vazão de saída de gás do vaso de teste pode ser estimada, com razoável precisão, a partir do sinal de controle da válvula controladora de pressão (PCV). Diversos modelos disponíveis no *toolbox* de Identificação de Sistemas do MATLAB<sup>®</sup> foram analisados para se avaliar qual seria o que melhor se adaptava aos dados coletados no campo. Para a validação dos modelos foi usado o critério de AIC, bem como uma variante do critério de validação cruzada. O modelo ARX foi o que apresentou melhor desempenho com base nos dados coletados e, desta forma, decidiu-se avaliar também um algoritmo recursivo (RARX) com dados obtidos em tempo real. Os resultados foram bastante promissores, indicando a viabilidade de se poder estimar a vazão de saída de gás de um poço de *plunger lift* produzindo para um vaso separador de teste a partir da informação contida no sinal de controle da PCV.

**Palavras-chave:** *Plunger lift*, medição de gás, Identificação de Sistemas, modelo ARX.



# Abstract

This work intends to analyze the behavior of the gas flow of plunger lift wells producing to well testing separators in offshore production platforms to aim a technical procedure to estimate the gas flow during the slug production period.

The motivation for this work appeared from the expectation of some wells equipped with plunger lift method by PETROBRAS in Ubarana sea field located at Rio Grande do Norte State coast where the produced fluids measurement is made in well testing separators at the platform.

The oil artificial lift method called plunger lift is used when the available energy of the reservoir is not high enough to overcome all the necessary load losses to lift the oil from the bottom of the well to the surface continuously. This method consists, basically, in one free piston acting as a mechanical interface between the formation gas and the produced liquids, greatly increasing the well's lifting efficiency. A pneumatic control valve is mounted at the flow line to control the cycles. When this valve opens, the plunger starts to move from the bottom to the surface of the well lifting all the oil and gas that are above it until to reach the well test separator where the fluids are measured.

The well test separator is used to measure all the volumes produced by the well during a certain period of time called production test. In most cases, the separators are designed to measure stabilized flow, in other words, reasonably constant flow by the use of level and pressure electronic controllers (PLC) and by assumption of a steady pressure inside the separator. With plunger lift wells the liquid and gas flow at the surface are cyclical and unstable what causes the appearance of slugs inside the separator, mainly in the gas phase, because introduce significant errors in the measurement system (e.g.: overrange error).

The flow gas analysis proposed in this work is based on two mathematical models used together:

- i) a plunger lift well model proposed by Baruzzi [1] with later modifications made by Bolonhini [2] to built a plunger lift simulator;
- ii) a two-phase separator model (gas + liquid) based from a three-phase separator model (gas + oil + water) proposed by Nunes [3].

Based on the models above and with field data collected from the well test separator of PUB-02 platform (Ubarana sea field) it was possible to demonstrate that the output gas flow of the separator can be estimate, with a reasonable precision, from the control signal of the Pressure Control Valve (PCV). Several models of the System Identification Toolbox from MATLAB<sup>®</sup> were analyzed to evaluate which one better fit to the data collected from the field. For validation of the models, it was used the AIC criterion, as well as a variant of the *cross validation* criterion. The ARX model performance was the best one to fit to the data and, this way, we decided to evaluate a recursive algorithm (RARX) also with real time data. The results were quite promising that indicating the viability to estimate the output gas flow rate from a plunger lift well producing to a well test separator, with the built-in information of the control signal to the PCV.

**Keywords:** Plunger lift, gas measurement, System Identification, ARX model.

# Lista de Figuras

Fig. 2.1 – Instalação de <i>plunger lift</i> convencional	4
Fig. 2.2 – 1ª. Etapa do ciclo: crescimento de pressão no anular	5
Fig. 2.3 – 2ª. Etapa do ciclo: abertura da válvula de controle na superfície	5
Fig. 2.4 – 3ª. Etapa do ciclo: pistão chega à superfície	6
Fig. 2.5 – 4ª. Etapa do ciclo: válvula fecha e o pistão desce para o fundo	6
Fig. 2.6 – <i>Plunger lift</i> com <i>packer</i>	8
Fig. 2.7 – <i>Gas lift</i> intermitente com pistão	9
Fig. 2.8 – <i>Plunger lift</i> com controlador eletrônico	10
Fig. 2.9 – Tela de entrada de dados do simulador	11
Fig. 2.10 – Tela de apresentação dos resultados	11
Fig. 2.11 – Tela de apresentação dos gráficos gerados pelo simulador	12
Fig. 2.12 – Vazão de líquido e de gás no separador	12
Fig. 2.13 – Trecho de medição tipo placa de orifício	13
Fig. 2.14 – Placas de orifício	13
Fig. 2.15 – Dispositivo porta-placa	13
Fig. 2.16 – Diagrama esquemático das malhas de controle de um separador	16
Fig. 2.17 – Diagrama de blocos do Controle por Bandas	16
Fig. 3.1 – Separador Trifásico	19
Fig. 3.2 – Separador Bifásico	20
Fig. 3.3 – Curvas características de fluxo de válvulas de controle	23
Fig. 3.4 – Formatos do conjunto plug/sede que determina a característica da válvula	23
Fig. 3.5 – Curvas características da Válvula x Sistema	24
Fig. 3.6 – Diagrama de controle utilizado no MATLAB®	24
Fig. 3.7 – Tela do <i>Simulink</i> com um aplicativo e a biblioteca de blocos pré-definidos	25
Fig. 3.8 – Modelo proposto para a malha de gás do separador	26
Fig. 3.9 – <i>Zoom</i> no bloco [Vaso + Válvula]	26
Fig. 3.10 – Gráfico dos sinais de saída do simulador	27
Fig. 3.11 – <i>Zoom</i> dos primeiros 10 s da simulação	27
Fig. 3.12 – Gráfico de Correlação (Sinal de Controle x Sinal de Saída)	28
Fig. 3.13 – Variabilidade da razão entre os sinais Go/u	28
Fig. 4.1 – Estrutura básica usada na Identificação de Sistemas	31
Fig. 4.2 – Representação de um sistema dinâmico	32
Fig. 4.3 – Diagrama de blocos do modelo ARX	34
Fig. 4.4 – Solução dos Mínimos Quadrados como projeção ortogonal	39
Fig. 5.1 – 1ª. Coleta de Dados no dia 27/12/05	45
Fig. 5.2 – 2ª. Coleta de Dados no dia 28/12/05	45
Fig. 5.3 – Tela do aplicativo <i>ident</i> do toolbox do MATLAB®	46
Fig. 5.4 – Importação e pré-processamento dos dados	46
Fig. 5.5 – Resposta estimada ao impulso do sistema	48
Fig. 5.6 – Resposta estimada ao degrau do sistema	49
Fig. 5.7 – Resposta em frequência do sistema	49
Fig. 5.8 – Pólos e zeros obtidos pela função <i>pzmap</i> do modelo “m1”	51
Fig. 5.9 – <i>Zoom</i> da parte central da Fig. 5.8	52
Fig. 5.10 – Saída do modelo ARX com $na=6$ , $nb=6$ e $nk=6$	53
Fig. 5.11 – Janela de diálogo dos modelos paramétricos	53
Fig. 5.12 – Janela de seleção da ordem do modelo ARX	54
Fig. 5.13 – Comparação entre duas estruturas do modelo ARX	55
Fig. 5.14 – Estrutura do modelo ARX c/a inversão dos dados	57
Fig. 5.15 – Comparação entre estruturas do modelo ARX	57
Fig. 5.16 – Comparação entre vários modelos paramétricos	58

Fig. 5.17 – Algoritmo RARX usado de modo <i>off-line</i>	61
Fig. 5.18 – Comunicação entre o MATLAB® e o supervisor	61
Fig. 5.19 – Algoritmo RARX usado de modo <i>on line</i>	62
Fig. 6.1 – Protótipo do vaso separador do projeto UFRN	66

## **Lista de Tabelas**

Tabela 4.1 – Exemplos de modelos paramétricos tipo caixa-preta (Black Box)	31
Tabela 5.1 – Valores de R para os modelos ARX	56

# Lista de Símbolos e Abreviaturas

$\Delta P$	diferencial de pressão medido entre as duas faces de uma placa de orifício
$P_{wf}$	pressão de fluxo de fundo de poço
$C_d$	coeficiente de descarga da placa
$d$	diâmetro do orifício calculado na temperatura de fluxo ( $T_f$ )
$E_v$	fator velocidade de aproximação
$g_c$	constante de conversão dimensional
$\pi$	constante universal (3,14159 ...)
$q_m$	vazão mássica
$q_v$	vazão volumétrica
$\rho_{t,p}$	densidade do fluido nas condições de fluxo ( $P_f$ , $T_f$ )
$Y$	fator de expansão
$\beta$	razão entre o diâmetro do orifício e o diâmetro da linha
AGA	<i>American Gas Association</i>
AIC	<i>Akaike's Information Theoretic Criterion</i>
API	<i>American Petroleum Institute</i>
BCP	bombeio de cavidades progressivas
BCS	bombeio centrífugo submerso
CLP	controlador lógico programável
GUI	<i>Graphical User Interface</i>
MPMS	<i>Manual of Petroleum Measurement Standards</i>
PCV	válvula controladora de pressão
PIC	controlador indicador de pressão
RGL	razão entre a vazão de gás e a de líquido de um poço nas condições de superfície

# Capítulo 1

## Introdução

A elevação artificial de petróleo consiste no fornecimento de energia externa ao sistema poço-reservatório, com o objetivo de transportar os fluidos presentes no fundo do poço até a superfície. Essa energia externa é necessária porque, com o passar do tempo, a pressão original existente no reservatório (rocha) vai reduzindo gradativamente, em decorrência da retirada de fluidos do seu interior, fazendo com que a vazão dos poços produtores também seja afetada por esta redução de pressão. Este efeito é denominado depleção.

A indústria do petróleo tem desenvolvido ao longo do tempo diversos mecanismos de elevação artificial de forma a compensar o efeito natural da depleção, dentre eles pode-se citar: bombeio mecânico, bombeio centrífugo submerso (BCS), bombeio de cavidades progressivas (BCP), *gas lift*, *plunger lift*, dentre outros.

O *plunger lift* é caracterizado pelo uso de um pistão ou êmbolo que é instalado no interior da coluna de produção e tem a função de criar uma interface entre o fluido que se encontra acima dele e o fluido que fica abaixo do mesmo (normalmente o gás). O pistão permanece se deslocando para cima e para baixo em movimentos cíclicos utilizando, para isto, a energia de expansão do gás que fica acumulado no espaço anular entre o revestimento e a coluna de produção. A produção de um poço com *plunger lift* se dá através de golfadas na superfície ocorrida quando o pistão alcança a cabeça do poço, momento em que todo o fluido deverá escoar pela linha de produção com grande velocidade, conforme Baruzzi [1].

Em função desta característica de produção por golfadas, a medição da vazão de gás de poços com *plunger lift* não é uma tarefa trivial, o que normalmente tem provocado a ultrapassagem da faixa de medição do equipamento. Na maioria dos casos, o tipo de medidor mais utilizado para medir a vazão de gás de um separador é um medidor tipo placa de orifício. Este medidor utiliza como elemento sensor uma placa de orifício plana que provoca um pequeno diferencial de pressão ( $\Delta p$ ) entre as duas faces da mesma quando é atravessada por uma corrente de gás. Com base neste valor de  $\Delta p$  e utilizando um algoritmo definido pela norma API-MPMS 14.3-1 [8] é obtido o valor da vazão de gás através da placa. Uma das maiores limitações deste tipo de medidor é a sua rangeabilidade, ou seja, a razão entre a vazão mínima e a vazão máxima onde a placa de orifício pode ser utilizada. Esta razão normalmente é da ordem de 1:3 ou 1:4 o que torna a tarefa de medição de gás com golfadas muito mais complexa. Durante o momento da golfada, a vazão instantânea máxima na placa de orifício pode facilmente ultrapassar dezenas de vezes o valor da vazão mínima, provocando o fenômeno chamado *overrange* do medidor, acarretando erros muito elevados na medição.

Além disto, um outro fator agravante deste quadro diz respeito à pequena distância existente entre o poço produtor e o vaso separador em uma plataforma marítima, fazendo com

que todas as oscilações presentes na saída do poço na superfície sejam absorvidas quase instantaneamente pelo separador, sem nenhuma atenuação.

Portanto, a problemática de medição de vazão pulsante é um desafio cada vez mais presente na indústria do petróleo em função dos diversos métodos de elevação artificial desenvolvidos nos últimos anos que, apesar de solucionarem a perda de energia do reservatório para elevação de fluidos (depleção), acabam introduzindo outros problemas que necessitam de um tratamento adequado visando manter um nível aceitável de precisão na medição dos fluidos produzidos.

## 1.1 - Objetivo

O principal objetivo deste trabalho é tentar encontrar uma alternativa para a medição da vazão de gás em poços *offshore* produzindo por *plunger lift* durante a realização de teste de produção. Esta proposta busca uma solução que não seja, única e exclusivamente, a simples troca do tipo do medidor atualmente instalado nos separadores de teste por um outro modelo que seja capaz de atender à ampla faixa de vazão requerida, mesmo porque esta solução poderia vir a ser economicamente inviável.

Para conseguir tal objetivo é necessária uma análise do comportamento da vazão de gás na saída do separador através da modelagem matemática do mesmo. Além do separador, era necessário um modelo que representasse um poço de *plunger lift* de forma a poder integrar ambos os modelos e permitir a visualização de alternativas para o cálculo da vazão de gás de saída do separador. Os modelos matemáticos tanto para o poço como para o separador já foram disponibilizados em trabalhos de dissertação de mestrado de engenheiros da PETROBRAS.

## 1.2 – Motivação

A maior motivação para este trabalho surgiu diante da viabilidade de implantação de um projeto piloto pela PETROBRAS com alguns poços equipados com *plunger lift* totalmente automatizados no campo marítimo de Ubarana. Este projeto visava adequar o método de elevação hoje utilizado no campo, o *gás lift*, para um outro que proporcionasse ganhos de produção em poços com depleção acentuada. Além disto, buscou-se estudar com mais profundidade o comportamento de um separador bifásico, visto sob a ótica da modelagem matemática, com o intuito de pesquisar mais detalhadamente a malha de controle de pressão que é a responsável pela variação na vazão de gás na saída do separador.

Ao longo da pesquisa por um modelo matemático mais adequado para o sistema, surgiu a possibilidade de uma abordagem como sendo um problema de Identificação de Sistemas onde o próprio modelo é obtido a partir de informações dos sinais de entrada e saída do sistema dinâmico. Esta alternativa proporcionou uma averiguação, com mais profundidade, sobre quais os modelos que mais se adequavam ao sistema em estudo de forma a obter-se um sinal estimado o mais próximo possível do sinal real obtido do separador da PUB-02. Foram testados vários modelos (ex.: ARX, ARMAX, OE, BJ, etc.) que obtiveram resultados aproximados.

Este estudo propiciou também um maior envolvimento com pesquisadores da área de Estatística da UFRN dando origem a seminários periódicos sobre o estudo da Teoria das Séries Temporais com ênfase nos tópicos relativos à Identificação de Sistemas.

## Capítulo 2

### Estudo sobre a medição de vazão de gás intermitente

#### 2.1 – Introdução

Neste capítulo é realizada uma revisão dos principais aspectos que estão relacionados com a tentativa de medição da vazão de gás na saída de um separador de teste tendo como entrada um poço produtor de petróleo através de *plunger lift*.

Será feito, inicialmente, um breve resumo sobre o método de elevação artificial *plunger lift* destacando suas principais características e aplicações mais usuais. Detalhes sobre os modos de controle deste método serão apresentados o que vêm permitindo significativos avanços tecnológicos nos últimos anos com a introdução de Controladores Lógicos Programáveis (CLP) na malha de controle do mesmo. Será abordado também sobre o Simulador de *Plunger Lift* desenvolvido por Bolonhini [2] a partir do trabalho de dissertação de mestrado de Baruzzi [1] que deu o primeiro passo na modelagem deste método dentro da PETROBRAS e permitiu uma melhor compreensão dos regimes de fluxo que ocorriam no interior da coluna de produção de um poço de *plunger lift*.

A medição da vazão de gás de um separador de teste será o tema da próxima seção deste capítulo que abordará, basicamente, alguns tópicos estabelecidos pela Norma API-MPMS 14.3-1 [8] que trata sobre medição de gás natural com placa de orifício. Serão apresentados os principais elementos que compõem o trecho de medição de gás de um separador, as equações para a determinação da vazão de gás através de placa de orifício e serão tecidos alguns comentários sobre as incertezas deste tipo de medição bem como sobre os problemas operacionais encontrados no campo quando se tenta medir um poço com produção intermitente.

#### 2.2 – Método de elevação artificial por *Plunger Lift*

##### 2.2.1 Conceito

O método de elevação artificial por *Plunger Lift* é um método de baixo custo e tem boa eficiência o que permite aumentar e otimizar a produção de poços produtores de óleo e de gás em campos marginais ou com alto grau de exploração. Ele consiste, basicamente, na criação de uma interface mecânica entre os fluidos produzidos e o gás do próprio poço que se torna a fonte de energia necessária para a elevação de um pistão de passeio livre (*plunger*)



dentro da coluna, viajando do fundo até a superfície em períodos cíclicos. Esta interface mecânica reduz drasticamente o fenômeno do escorregamento de líquido (*fall-back*) presente em outros métodos de elevação, aumentando a eficiência do método. Além disto, o *plunger lift* reduz a pressão de fluxo no fundo do poço ( $P_{wf}$ ) acarretando um incremento na produtividade do poço.

Poços equipados com pistões metálicos já são usados há mais de 45 anos na produção de óleo e gás. Na Fig. 2.1 mostramos uma instalação típica de *plunger lift*.

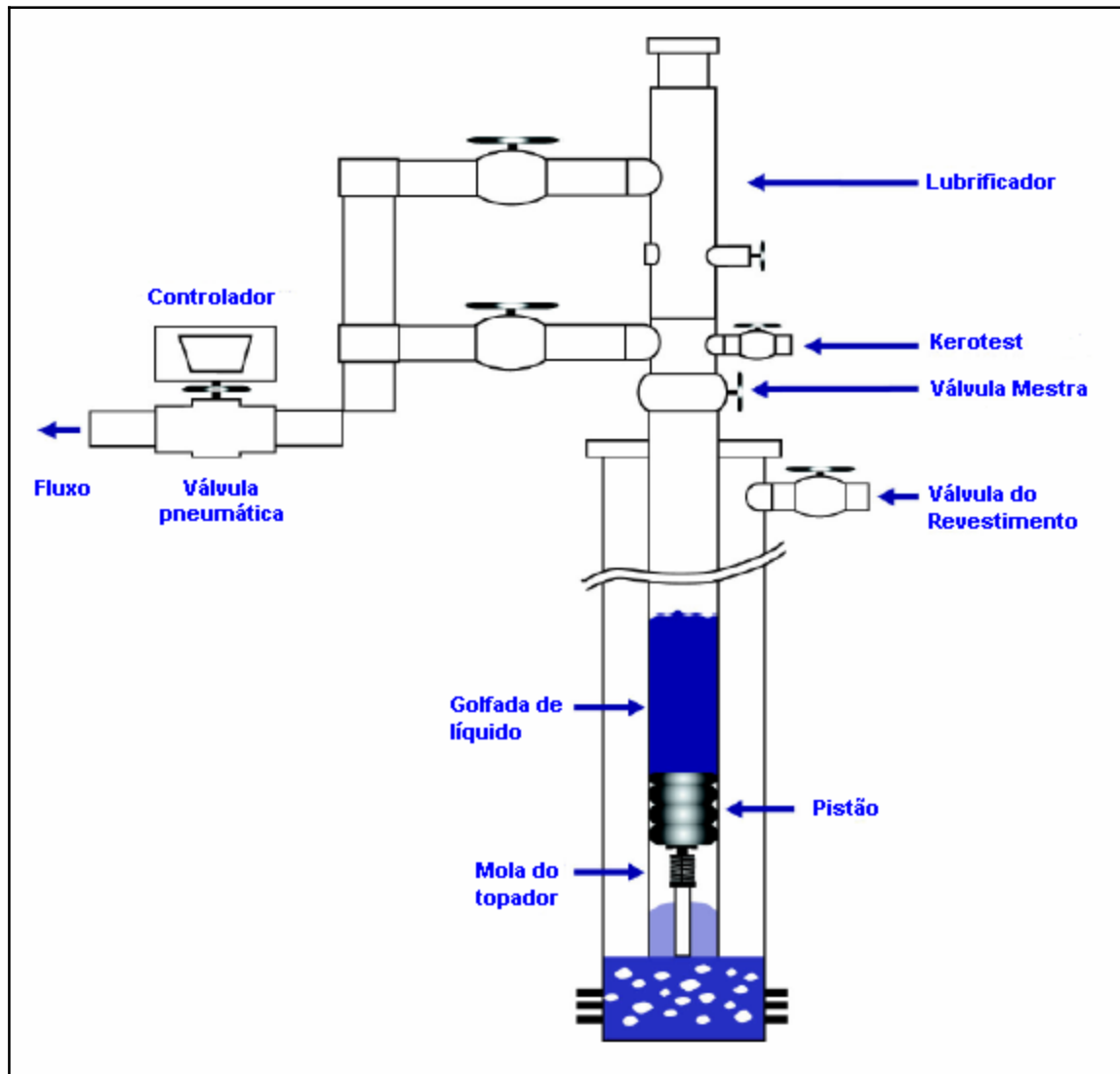


Fig. 2.1 – Instalação de *plunger lift* convencional

## 2.2.2 Princípio de funcionamento

O *plunger lift* é um método cíclico, ou seja, é constituído de etapas que se sucedem em intervalos de tempo regulares até que a última seja atingida, quando o controlador volta a repetir tudo outra vez. Em função desta característica, ele consegue ter uma grande flexibilidade para se ajustar a cada tipo de poço indicado para este método através dos controles dos tempos de cada fase do ciclo.

A seguir será detalhado um ciclo completo do *plunger lift*.

1ª Etapa: A pressão no anular (Fig. 2.2) começa a subir devido ao fechamento da válvula de controle na superfície. O pistão encontra-se no fundo da coluna com líquido e gás acima dele.

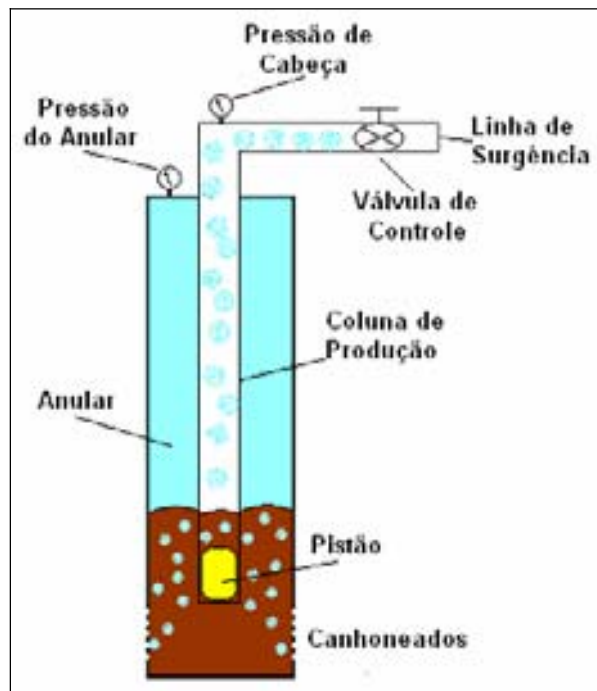


Fig. 2.2 – 1ª. Etapa do ciclo

2ª Etapa: Quando a pressão no anular atinge um valor pré-determinado (Fig. 2.3), a válvula de controle abre provocando um diferencial de pressão sobre o pistão fazendo-o subir no interior da coluna de produção elevando os fluidos acima dele.

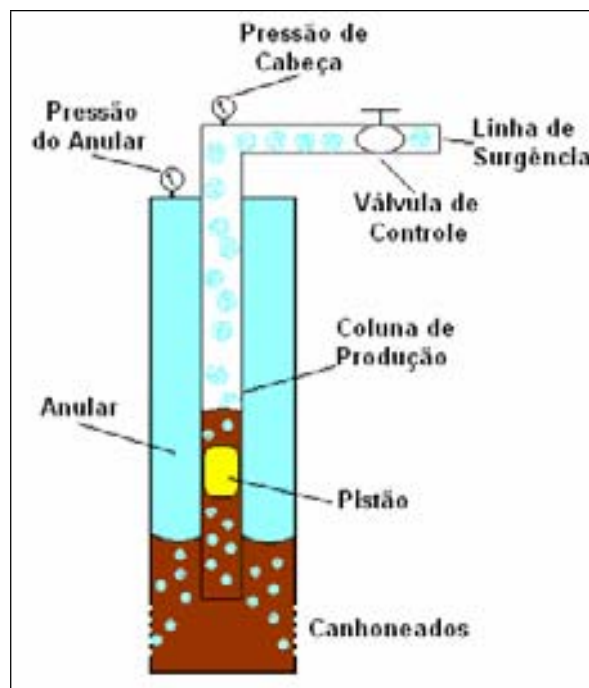


Fig. 2.3 – 2ª. Etapa do ciclo

3ª Etapa: O pistão atinge a superfície (Fig. 2.4) depois de percorrer toda a coluna fazendo com que os fluidos que se encontram acima dele sejam produzidos pela linha de surgência do poço. Neste instante, a pressão no anular cai até um valor mínimo facilitando, portanto, a entrada de novos fluidos do reservatório para dentro do poço.

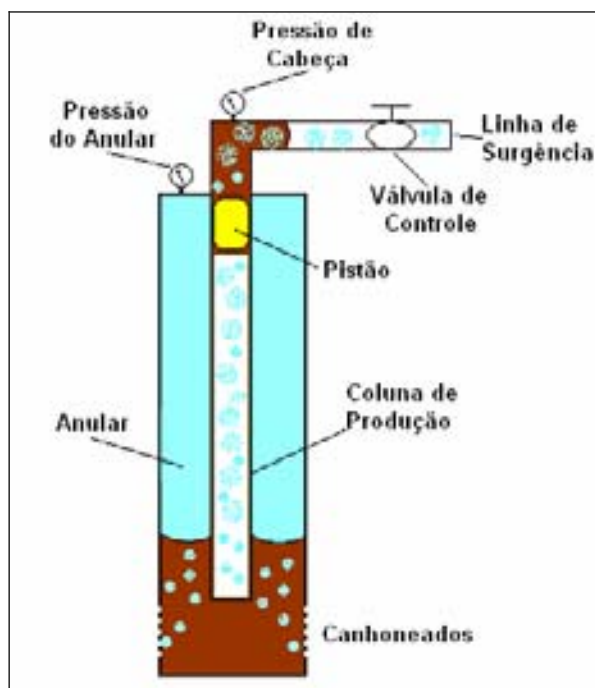


Fig. 2.4 – 3ª. Etapa do ciclo

4ª. Etapa: Quando todo o fluido carregado pelo pistão é produzido na superfície (Fig. 2.5), a válvula de controle fecha a linha de surgência e o pistão cai para o fundo da coluna de produção para dar início a um novo ciclo.

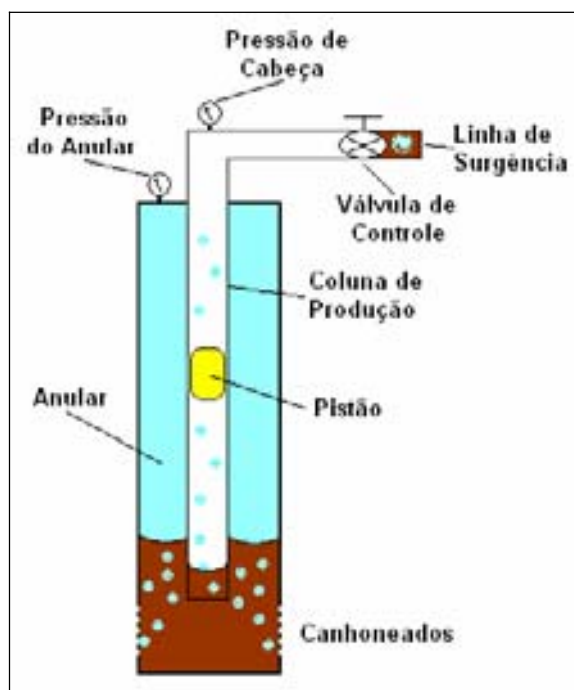


Fig. 2.5 – 4ª. Etapa do ciclo

### 2.2.3 Principais aplicações

Há quatro aplicações básicas para o *plunger lift*, contudo, as possibilidades de desdobramentos destas aplicações têm se expandido muito rapidamente nos últimos anos com o advento dos controladores digitais.

- a) Eliminar a formação de líquido em poços de gás – com a redução da vazão de poços produtores de gás ocorre uma correspondente redução no poder de carreamento de líquido até a superfície, o que acaba provocando seu acúmulo no fundo do poço até chegar a amortecê-lo completamente. O uso do *plunger lift* nestes casos é indicado para remover, continuamente, qualquer líquido que se acumule no fundo do poço permitindo, desta forma, um incremento na produção do poço devido à redução da pressão de fundo ( $P_{wf}$ );
- b) Aumentar a vida útil de poços com alta RGL – poços com alta razão gás-líquido (RGL) tendem a reduzir sua produção de óleo mais rapidamente do que outros com RGL menor devido ao efeito do escorregamento (*fall-back*) de líquido para o fundo do poço. Com o desenvolvimento de pistões de duplo selo, o efeito do escorregamento ficou bastante reduzido maximizando a eficiência deste método de elevação;
- c) Evitar a formação de incrustação de parafina ou hidratos na coluna – esta é com certeza a aplicação mais simples do *plunger lift*. Em virtude de se ter um pistão viajando diversas vezes por dia dentro da coluna de produção, o acúmulo de qualquer depósito de parafina ou outro produto incrustante se torna improvável de ocorrer;
- d) Aumentar a eficiência de poços de *gas lift* intermitente – poços de *gas lift* intermitente podem ser candidatos ideais para o *plunger lift*. O pistão vai funcionar como uma interface mecânica entre a coluna de líquido e o gás injetado na coluna através de uma válvula de *gas lift* fazendo com que o efeito do escorregamento (*fall-back*) seja minimizado.

## 2.2.4 Tipos de instalações

Na prática, encontra-se, basicamente, três tipos de instalações de *plunger lift*:

- a) *Plunger lift* convencional – é o tipo mais comum de instalação (Fig. 2.1). É utilizada na produção de poços com alta razão gás-líquido (RGL) e na remoção de líquido acumulado no fundo de poços de gás. Todo gás necessário para a operação é suprido pelo próprio poço;
- b) *Plunger lift* com *packer* – tipo pouco freqüente de instalação (Fig. 2.6). Seu uso é geralmente limitado a poços de gás para remoção de líquido acumulado no fundo do poço;
- c) *Gas lift* intermitente com pistão – Todo gás necessário para a elevação é suprido ao anular por uma fonte externa (Fig. 2.7). Uma válvula com abertura controlada pelas pressões do anular e da coluna é instalada logo abaixo do batente do pistão. A linha de produção é mantida sempre aberta. A principal utilidade do pistão é a redução do *fall-back*, diminuindo a contrapressão na formação, aumentando a produção de líquido e permitindo uma melhor utilização da energia do gás.

## 2.2.5 Modos de controle

A baixa utilização do *plunger lift* na indústria do petróleo ao longo dos anos ocorreu, basicamente, em função das dificuldades encontradas pelos operadores em manipular os controladores pneumáticos existentes na época e em ajustar os tempos corretos para a otimização da produção do poço.

No controle clássico utiliza-se um sensor de pressão no anular na superfície, um sensor de proximidade do pistão na cabeça do poço, um controlador e uma válvula pneumática (chamada vulgarmente de “*motor valve*”) na linha de produção (Fig. 2.1).

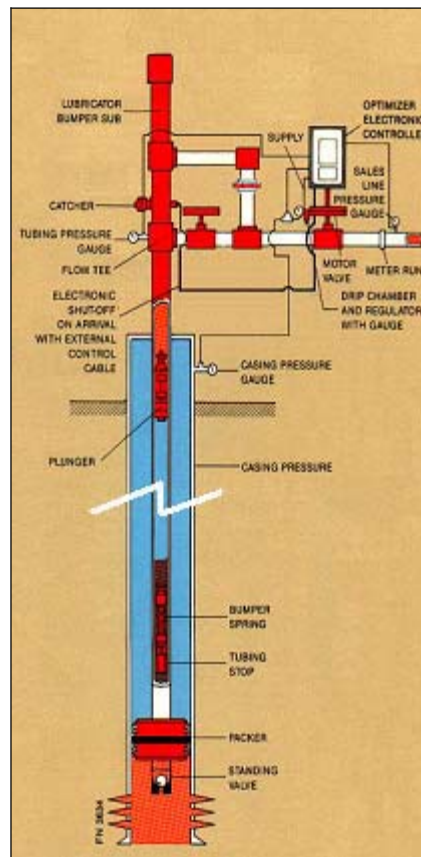


Fig. 2.6 – *Plunger lift* com packer

A operação é iniciada com o fechamento da linha de produção pela válvula pneumática o que faz com que a pressão no anular coluna-revestimento cresça até um determinado valor de pressão pré-definido.

Neste instante, o controlador envia um sinal para abertura da válvula pneumática fazendo com que o diferencial de pressão anular-coluna aumente provocando o deslocamento para cima do pistão e do fluido que se encontra acima dele. Depois que o pistão atinge a superfície e a golfada de líquido é produzida pela linha de produção, a pressão do revestimento cai para um valor mínimo, o controlador fecha a válvula pneumática e o pistão desce em queda livre até a extremidade da coluna.

À medida que os fluidos do reservatório alimentam o fundo do poço, uma nova golfada de líquido se forma acima do pistão e mais gás migra para o anular coluna-revestimento pressurizando-o. Um novo ciclo é iniciado assim que se atinja novamente um valor máximo de pressão suficiente para elevar o pistão e todo o fluido que esteja acima do mesmo ou que o *timer* do controlador acione a válvula pneumática abrindo a linha de produção e iniciando nova subida do pistão.

Um novo modo de controle tem sido usado nos últimos anos (Fig.2.8). Utiliza-se um sensor de proximidade do pistão na cabeça do poço, um controlador com microprocessador eletrônico e uma válvula pneumática na linha de produção. Em função de valores pré-fixados para as velocidades média, mínima e máxima de subida do pistão, o controlador ajusta o tempo em que a linha de produção fica fechada e o tempo em que a mesma permanece aberta após a chegada do pistão à superfície (ou tempo de *afterflow*). As principais vantagens do controlador eletrônico são o contínuo monitoramento da chegada do pistão à superfície, o ajuste automático da operação e uma menor demanda de supervisão (por exemplo: se ocorrer um aumento da resistência à subida do pistão – depósito de parafina, a menor velocidade de subida do pistão será compensada com uma maior pressão no anular graças ao aumento do tempo em que o poço permanece fechado ou a um menor tempo de *afterflow*).

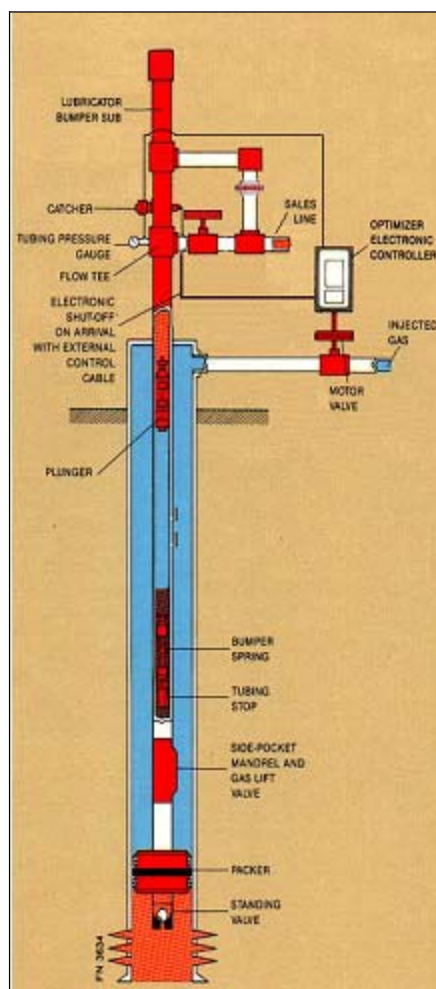


Fig. 2.7 – Gas lift intermitente com pistão

## 2.2.6 Programa simulador do *Plunger Lift*

Embora o *plunger lift* seja um método de elevação utilizado em outros países há várias décadas, somente no início da década de 90 a PETROBRAS voltou a se interessar pelo mesmo, após uma experiência mal sucedida na década de sessenta.

O motivo desse renovado interesse pelo método, foi ter-se visto nele uma possível (e talvez a melhor) alternativa para a produção de poços de bombeamento mecânico com alta RGL, considerados muito problemáticos. O sucesso na implementação do método em alguns desses poços alavancou definitivamente o interesse pelo método.

No entanto, até aquela época não se dispunha, no Brasil, de nenhuma ferramenta adequada para o dimensionamento e otimização do *plunger lift* e, conseqüentemente, o ajuste dos parâmetros operacionais visando uma melhoria na produção dos poços era feito de forma empírica.

O primeiro passo para o desenvolvimento de um simulador para o *plunger lift* ocorreu em 1994 com um trabalho experimental de modelagem do *plunger lift* desenvolvido pelo Baruzzi [1] em sua dissertação de mestrado.

O objetivo principal deste trabalho era desenvolver um modelo matemático para um poço produzindo por *plunger lift* convencional, que considerasse os principais mecanismos envolvidos no processo e como objetivo secundário era se obter uma otimização da produção por este método, através de uma análise de sensibilidade feita com o modelo proposto.

Após este trabalho pioneiro, iniciou-se um esforço para se aprofundar os conhecimentos sobre este método com diversas investidas tanto do ponto de vista operacional, com o uso mais freqüente de instalações de *plunger lift* em poços, quanto do lado da pesquisa e melhoria do modelo.

Nesta segunda fase, destaca-se o desenvolvimento de um simulador de *plunger lift* pelo Bolonhini [2] baseado na modelagem matemática proposta pelo Baruzzi. Este simulador foi escrito em *Visual Basic* com rotinas em *Fortran PL V6* para o ambiente *Windows* que facilitou enormemente o processo de dimensionamento e otimização do método.

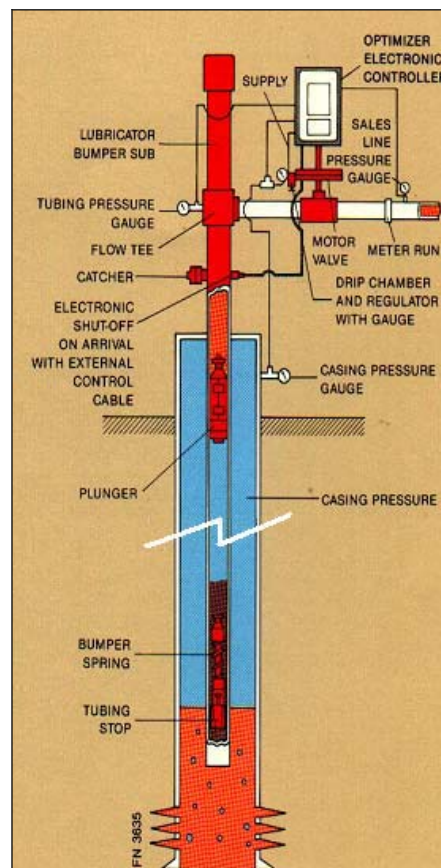



Fig. 2.8 – *Plunger lift* com controlador eletrônico

O programa apresenta uma janela de entrada de dados onde todos os campos deverão ser preenchidos com os dados disponíveis para o poço em análise (Fig. 2.9). Nesta tela existe uma opção de gerar um arquivo de saída com as variáveis calculadas na forma de arquivo texto (variável x tempo) que será utilizado neste trabalho como arquivo de entrada para o simulador do separador de teste.

Preenchidos todos os dados, utiliza-se o ícone  para executar o programa de cálculo dos parâmetros do *plunger lift* que roda em sub-rotinas do *Fortran PL\_V6* integradas ao *Visual Basic*.

Em seguida são apresentados os resultados (Fig. 2.10) e os gráficos (Fig. 2.11) gerados pelo programa.

Como pode ser observado na Fig. 2.11, a variável “Pressão na Cabeça” já sinaliza o comportamento instável que ocorre com a chegada do pistão à superfície. Estas mesmas variações bruscas serão também produzidas nas vazões de líquido e de gás que serão entregues ao separador de teste para medição (Fig. 2.12).



**Plunger Lift - JANELA de ENTRADA de DADOS - Versão 6.3 Ago/2005**

**Dados Operacionais**

Poço:  Pressão Máx. no Revestimento (psig):   
 Pressão de Separação (psig):  Duração do Pós-Fluxo (s):

**Dados do Reservatório**

Pressão Estática (kgf/cm<sup>2</sup>):  Vazão Bruta de Teste (m<sup>3</sup>/d):   
 Prof. Vertical de Registro da Pest (m):  Pressão de Fundo no Teste (kgf/cm<sup>2</sup>):

**Parâmetros Geométricos**

Comprimento Linha Produção (m):   
 Diam. Interno Linha Prod. (pol):   
 Coluna de Produção:   
 Extremidade Coluna Produção (m):   
 Revestimento:   
 Prof. Vertical do Canhoneio (m):   
 Prof. Medida do Canhoneio (m):   
 Afastamento Canh-CabPoço (m):   
 Prof. Med. do Packer Câmara (m):   
 Rugosidade dos Tubos (mm):  0.045

**Informações para Cálculo**

Fator Multiplicativo de k1 ( Kchoke):  1  
 Fator Perda - Cab. do Poço ( k1):  3  
 Fator Perda - Entrada Separador (k2):  3  
 Compr. Célula - Cálculo Vertical (m):  200  
 Compr. Célula - Cálculo Horizontal (m):  200  
 Gerar Saídas ( Variáveis x Tempo ): ☒  
 Ajuste Automático do Pós-Fluxo: ☐  
 Ajuste Automático do Slug Inicial: ☒  
 Calcular Apenas o 1º Ciclo: ☐

**Tipo de Pistão**:

**Dados do Fluido**

BSW ( % ):  Densidade do Gás Produzido:   
 Grau API do óleo:  RGL de Operação do Plunger:   
 Densidade da Água Produzida:  RGO de Produção do Poço:

Fig. 2.9 – Tela de entrada de dados do simulador

**ub-77\_E1 - RESULTADOS**

**Tempos**

Chegada do Slug à superfície (s)	510.
Tempo de viagem do pistão (s)	523.
Duração do Pós-Fluxo (s)	120.
Tempo total c/ válvula ABERTA (s)	640.
Tempo total c/ válvula FECHADA (s)	569.
Tempo de queda do pistão (s)	471.
Duração do Ciclo (s)	1209.

**Informações sobre o Cálculo**

Velocidade média de subida (m/s)	5.2
Comprimento da golfada (m)	91.0
Precisão no cálculo da golfada (%)	-0.1
Ciclos simulados até estabilização	1

**Informações sobre a Instalação**

Potencial do poço (m <sup>3</sup> /d)	25.3
Potencial da instalação (m <sup>3</sup> /d)	25.3
Vazão bruta esperada (m <sup>3</sup> /d)	19.6
RGL de operação com Plunger Lift	1050.
RGLmín p/ não haver líq. no anular	1040.

**Dados p/ Programação do Controlador**

Lim Cheg Rápida (s)	499	=> 5.5 m/s
Lim Cheg Lenta (s)	610	=> 4.5 m/s
Lim Não Chegad (s)	1373	=> 2.0 m/s
Tempo Fechado (min)	9	=> 568 seg
Mínimo Fechado (min)	8	=> 501 seg
Tempo de Pós-Fluxo (s)	120.	

**Passos de Ajuste**

Red TempoFech se Cheg Rápida (s)	24	a
Aum TempoFech se Cheg Lenta (s)	30	b
Aum TempoFech se Não Cheg (s)	68	c
Aumento Tempo de Pós-Fluxo (s)	2	d
Redução Tempo de Pós-Fluxo (s)	6	e

**Informações Operacionais**

Pressão máx no revestimento (psig):  380.  
 Vazão de gás a injetar (m<sup>3</sup>/d):  9055.

**Pistão Tipo**:  Duo-Flex ByPass  ub-77\_E1

Slug chega ao separador no instante 525 seg.

LEMBRETE : Estes resultados foram obtidos a partir de apenas 1 iteração nos cálculos

Fig. 2.10 – Tela de apresentação dos resultados



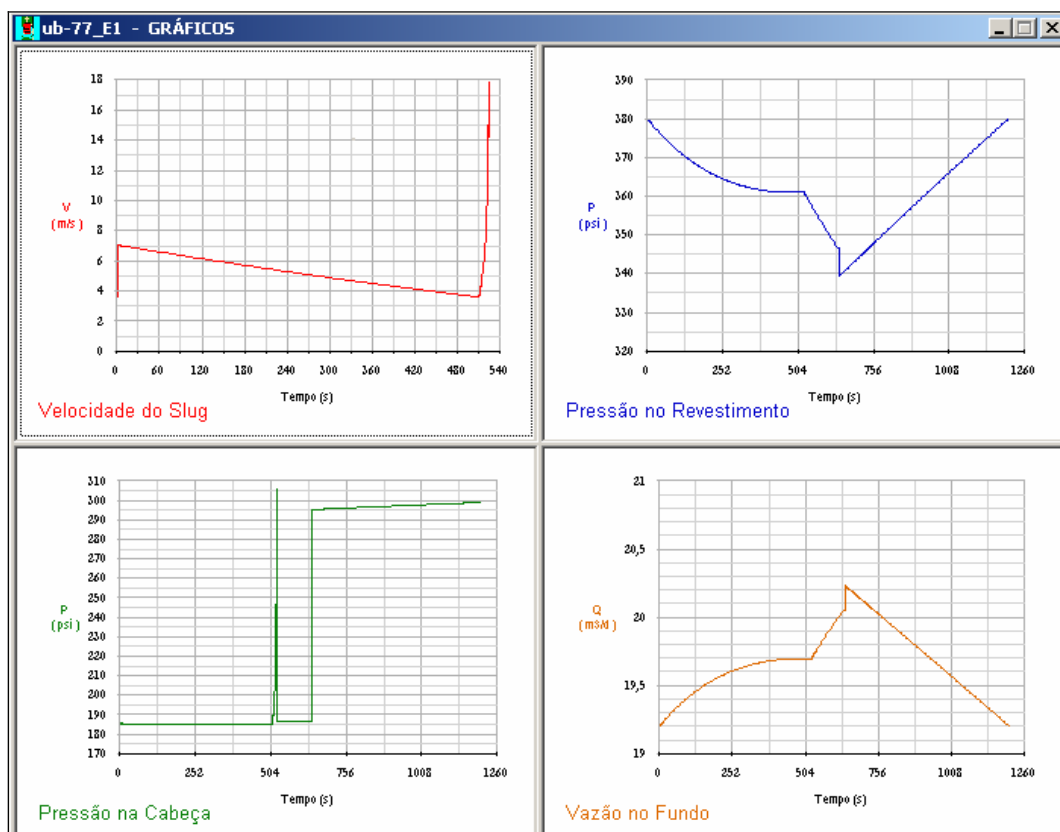


Fig. 2.11 – Tela de apresentação dos gráficos gerados pelo simulador

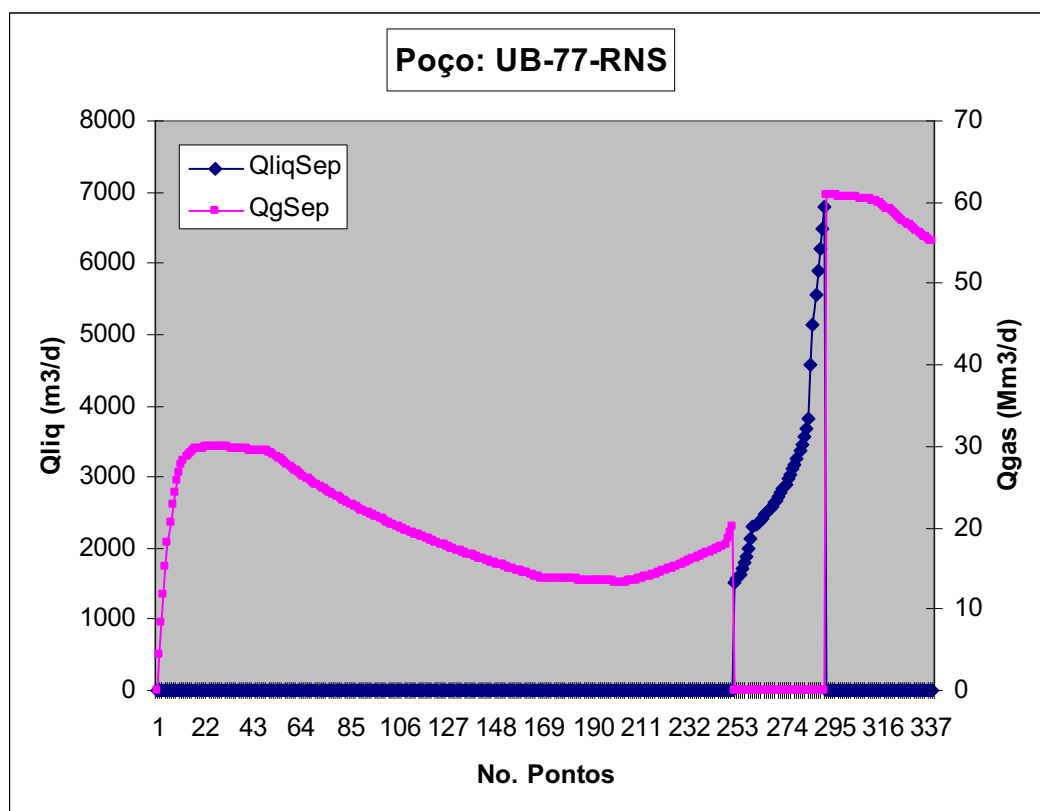


Fig. 2.12 – Vazão de líquido e de gás no separador

## 2.3 – Medição de gás natural através de placa de orifício

### 2.3.1 Aspectos normativos

A medição de gás natural através de placa de orifício na indústria do petróleo é regida atualmente pela Norma API-MPMS 14.3-1 [8] que trata em seu capítulo 14 seção 3, especificamente, da medição de gás natural através de placa de orifício com furo concêntrico e de bordas retas. Esta norma tomou como referência um relatório da A.G.A. (*American Gas Association*) o *Report No. 3* [9] e é comumente chamado de AGA-3.

As limitações de uso desta norma são para fluidos em condições de fluxo mássico em regime permanente que, para todos os efeitos práticos, estão limpos, em fase única, homogêneos, comportamento Newtoniano e um número de Reynolds para a tubulação maior ou igual a 4000. Um medidor tipo placa de orifício é um dispositivo de medição de fluxo que produz um diferencial de pressão para inferir a vazão. O medidor consiste dos seguintes elementos (Fig. 2.13):

- Uma placa fina com orifício concêntrico de bordas retas (Fig. 2.14);
- Um dispositivo porta-placa que poderá ser um simples par de flanges equipados com tomadas de pressão diferencial ou um equipamento projetado para a troca da placa de orifício mais facilmente (ex. Válvula Daniel – Fig. 2.15);
- Um tubo de medição consistindo de seções adjacentes podendo ter ou não um condicionador de fluxo.

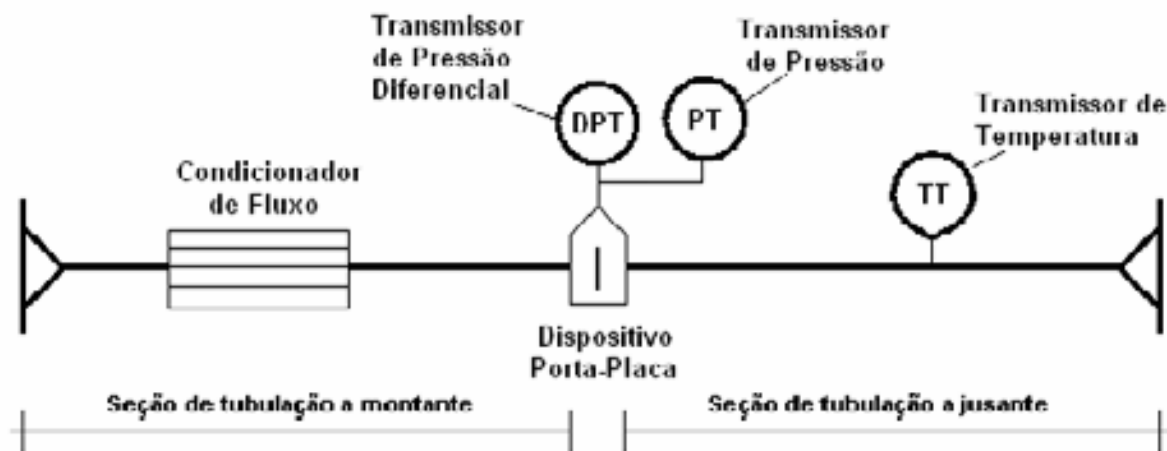


Fig. 2.13 – Trecho de medição tipo placa de orifício



Fig. 2.14 – Placas de orifício



Fig. 2.15 – Dispositivo porta-placa

### 2.3.2 Equação para fluxo através de placa de orifício

A equação unidimensional aceita para a vazão mássica através de um medidor tipo placa de orifício com furo concêntrico e de bordas retas está mostrada na equação 2.1:

$$q_m = C_d E_v Y (\pi / 4) d^2 \sqrt{2 g_c \rho_{t,p} \Delta P} \quad (2.1)$$

Onde:

$q_m$  = vazão mássica

$C_d$  = coeficiente de descarga da placa

$E_v$  = fator velocidade de aproximação

$Y$  = fator de expansão

$\pi$  = constante universal (3,14159...)

$d$  = diâmetro do orifício calculado na temperatura de fluxo ( $T_f$ )

$g_c$  = constante de conversão dimensional

$\rho_{t,p}$  = densidade do fluido nas condições de fluxo ( $P_f$ ,  $T_f$ )

$\Delta P$  = diferencial de pressão na placa

O fator de expansão,  $Y$ , está incluído na equação 2.1 porque ele é aplicável a todo fluido Newtoniano, homogêneo e de fase única. Para fluidos incompressíveis, tais como a água (15,56 °C e 1,0 atm) o valor empírico do fator de expansão é 1,0000.

O coeficiente de descarga,  $C_d$ , e o fator de expansão são funções empíricas derivadas dos dados experimentais.

O medidor tipo placa de orifício é um medidor mássico a partir do qual o sinal de pressão diferencial é desenvolvido como uma função da velocidade do fluido à medida que ele passa através da placa de orifício. Através de manipulações da variável densidade na Equação 2.1 é possível o cálculo da vazão tanto em unidades de massa como em unidades de volume. A vazão volumétrica nas condições atuais de fluxo pode ser calculada pela equação 2.2:

$$q_v = \frac{q_m}{\rho_{t,p}} \quad (2.2)$$

### 2.3.3 Presença de vazão pulsante no trecho de medição

Medições confiáveis de vazão não podem ser obtidas com um medidor tipo placa de orifício quando pulsações severas estão presentes no ponto de medição. Até o momento, não existe nenhum ajuste teórico ou empírico que possa ser aplicado à medição com placa de orifício na presença de pulsações que permita manter o nível de precisão necessário para uma medição visando transferência de custódia<sup>1</sup>, por exemplo.

#### 2.3.3.1 Principais fontes de pulsação

As pulsações em uma tubulação originárias da presença de bombas alternativas, bombas rotativas, abertura/fechamento de válvulas, configurações da tubulação, etc., consistem em mudanças bruscas na velocidade, pressão e densidade do fluido em fluxo.

---

<sup>1</sup> Processo de transferência fiscal onde ocorre medição de um fluido duas vezes: na saída do fornecedor e na entrada do consumidor.

As fontes mais comuns de pulsações são:

- a) Máquinas de deslocamento positivo (alternativas ou rotativas), compressores, caldeiras e bombas;
- b) Medidores de fluxo de deslocamento positivo;
- c) Equipamentos de controle de fluxo mal dimensionados e/ou válvulas com desgaste;
- d) Movimento irregular de quantidades de água ou condensado na linha;
- e) Poços com dispositivos que provoquem intermitência;
- f) Terminais de linha em formato de “T” e outras cavidades similares.

#### 2.3.3.2 Alternativas para redução da pulsação

Para se obter medições confiáveis é necessária a supressão da pulsação. De uma forma geral, as seguintes regras práticas têm sido efetivas na diminuição da pulsação e/ou em seu efeito sobre a medição de placas de orifício:

- a) Posicionar o trecho de medição em um local menos favorável a interferência da fonte de pulsação, tais como a montante de reguladores ou aumentando a distância entre fonte e o trecho de medição;
- b) Inserir tanques de grande capacidade (volume), limitadores de fluxo ou filtros especialmente projetados na linha entre a fonte da pulsação e o trecho de medição para reduzir a amplitude da pulsação;
- c) Usar tubo de curto circuito para o impulso e/ou *manifold* com aproximadamente a mesma dimensão das tomadas usadas pelo instrumento de medição de pressão diferencial;
- d) Operar com o mais alto diferencial de pressão possível pela troca da placa de orifício por uma de diâmetro menor ou através do uso de um trecho de medição múltiplo com um número limitado de tubos;
- e) Usar trecho de medição de menor diâmetro e manter o mesmo diâmetro de orifício de forma a garantir o limite mais alto possível da pressão diferencial.

A maioria das regras práticas citadas acima é de difícil implementação nas plataformas de produção de petróleo em função da escassez de espaço físico disponível para instalação de novos equipamentos.

Diversos estudos e experimentos têm sido conduzidos nos últimos anos para avaliar os requerimentos e métodos necessários para se alcançar a redução da pulsação. Um maior aprofundamento neste assunto foge ao escopo deste trabalho e pode ser obtido em várias publicações atualmente disponíveis [6], [7].

#### 2.3.4 Problemas operacionais associados à medição de gás pulsante

Os separadores de teste que são utilizados normalmente na indústria do petróleo possuem na malha de medição de gás um controlador PID que é ajustado para definir a pressão de separação no interior do vaso. Estes controladores são, via de regra, sintonizados para manter a variável controlada próxima ao *set point* e, conseqüentemente, têm como principal desvantagem o fato de repassarem as oscilações de carga para a vazão de saída. Assim, para sistemas com pequenas oscilações na carga a utilização do PID é satisfatória (Fig. 2.16)

Todavia, com o surgimento de poços tipo *plunger lift* o comportamento da vazão de produção é caracterizado pelas chamadas "golfadas". A não uniformidade da mistura óleo e gás proveniente do poço faz com que sejam formados bolsões intercalados com predominância ora de óleo, ora de gás, nas linhas de produção. Como conseqüência, a vazão de cada uma das fases da mistura apresenta variações que podem ser bastante bruscas e com grande amplitude.

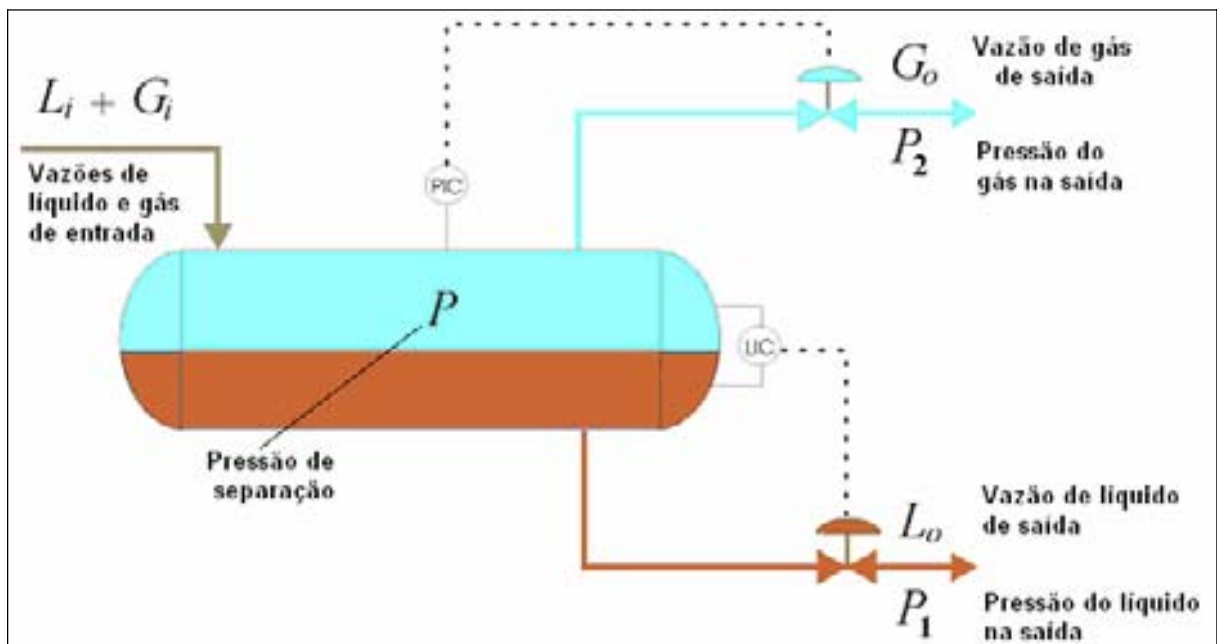


Fig. 2.16 – Diagrama esquemático das malhas de controle de um separador

Quando um poço de vazão intermitente é alinhado para um separador de teste convencional ocorre o fenômeno chamado *overrange* no instrumento de medição da pressão diferencial, ou seja, a intensidade do sinal medido pela placa de orifício é maior que o limite superior da faixa de medição do instrumento, fazendo com que ocorra a saturação do sinal de saída do mesmo. Este efeito acarreta um erro considerável no cálculo da vazão de gás, já que o operador não consegue estimar qual o percentual do sinal que ficou além da faixa de medição do instrumento.

Uma alternativa utilizada no campo para contornar este problema é utilizar-se uma placa de orifício de grande diâmetro de forma a conseguir-se captar a maior intensidade do sinal gerado pela placa, porém neste caso os níveis mais baixos do sinal ficavam comprometidos, pois o diferencial de pressão gerado é muito pequeno para ser sentido pelo instrumento com precisão aceitável.

Outra opção que poderia ser utilizada para superar esta limitação foi proposta recentemente em um trabalho intitulado “Novas Estratégias de Controle para Estabilização de Plantas de Processamento: Controle por Bandas” de Nunes [4]. Nesta abordagem, o controle do PID é modificado para permitir uma maior oscilação da variável controlada de forma que a vazão de saída permaneça razoavelmente constante. A idéia é tentar-se evitar a transferência das oscilações da entrada para a saída do separador através do uso da capacitância do mesmo como amortecedor das flutuações da entrada. Este tipo de controle utiliza o conceito de “bandas” onde o sistema é ajustado dentro de certos limites pré-fixados e permite-se que a variável controlada varie livremente dentro desta banda sem atuação do controlador, mantendo-se a válvula de saída com uma abertura fixa igual a vazão média da entrada. Nos casos em que os limites são ultrapassados comuta-se para um controlador PID com ação rápida visando garantir o retorno da variável controlada para dentro da banda (Fig. 2.17)

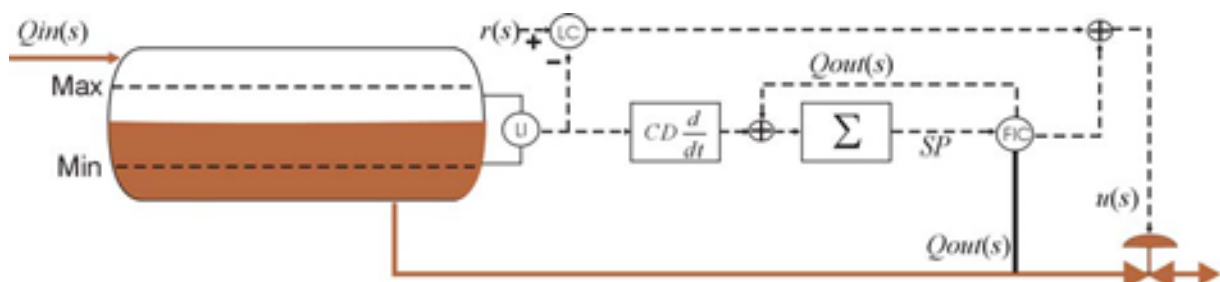


Fig. 2.17 - Diagrama de blocos do Controle por Bandas

## 2.4 – Conclusão

Neste capítulo foram apresentados os principais aspectos relacionados à medição de gás de poços de *plunger lift* produzindo para um separador de teste em plataforma de produção de petróleo. Os poços de *plunger lift*, como foi visto, constituem uma classe especial de poços produtores de petróleo onde a elevação dos fluidos do fundo do poço até a superfície é realizada através do auxílio de um pistão que funciona como uma interface mecânica entre o gás pressurizado abaixo dele e o óleo produzido acima do mesmo.

A medição do gás produzido por estes poços não é uma tarefa trivial em decorrência da grande variação na amplitude da vazão quando da chegada do pistão na superfície. A presença de golfadas em qualquer sistema de medição tende a provocar erros significativos nos equipamentos que, via de regra, foram projetados para medir vazões em regime permanente, sem a ocorrência de oscilações excessivas. A própria Norma API-MPMS 14.3-1 [8] que estabelece os critérios de medição de gás natural através de placa de orifício não recomenda o uso deste tipo de medição na presença de fluxo pulsante.

Como os separadores de teste das plataformas de produção de petróleo ainda utilizam, em sua grande maioria, este tipo de medidor para a malha do gás, o maior desafio deste trabalho é encontrar uma forma alternativa para esta medição. Algumas das soluções propostas para atenuar as pulsações são de difícil implementação prática em função do pouco espaço disponível nas plataformas para instalação de novos equipamentos. Uma alternativa seria o uso de placa de orifício de grande diâmetro para conseguir captar os picos da vazão de gás, porém o pequeno diferencial de pressão gerado nos trechos de baixa vazão comprometeria a medição do restante do sinal.

Outra opção consiste em uma mudança na filosofia de controle do PID através do uso do controle por bandas. Neste caso, a variável controlada pode excursionar dentro de uma determinada faixa, chamada de banda, sem que haja atuação imediata do controlador, o que só ocorre caso a faixa seja ultrapassada pelo sinal de entrada. Esta solução esbarra no aspecto da segurança do separador que poderá permitir a passagem de óleo através da linha de saída de gás, caso ocorra uma golfada de grande intensidade.

# Capítulo 3

## Modelagem do separador de teste

### 3.1 – Introdução

Neste capítulo são apresentadas as etapas realizadas para a determinação do modelo dinâmico do processo. O processo em estudo é um separador bifásico (gás + líquido) que tem como função, separar e medir, isoladamente, cada uma das fases que compõem a vazão de produção de um poço de petróleo.

A partir de um modelo ajustado ao sistema físico real foi possível realizar análises sobre o comportamento do mesmo utilizando o programa *Simulink*, um simulador para sistemas dinâmicos, que é um aplicativo que integra o MATLAB<sup>®</sup>. Com base nos resultados obtidos com o *Simulink* e de dados coletados do campo foi obtido um gráfico da correlação entre as variáveis (sinal de controle versus vazão de saída de gás). Verificou-se que era possível a obtenção do sinal de vazão de gás na saída do separador a partir do sinal de controle da válvula de controle de pressão, permitindo obter um modelo dinâmico para o sistema.

### 3.2 – Modelo matemático proposto

#### 3.2.1 Definições do vaso separador

Os separadores gravitacionais são muito utilizados em sistemas de produção *offshore* e visam efetuar a separação das fases aquosa, oleosa e gasosa (separadores trifásicos) ou das fases líquida e gasosa (separadores bifásicos). Sua função é manter dentro de limites toleráveis, segundo Nunes [3]:

- a) para separadores trifásicos:
  - a quantidade de líquido arrastado no gás;
  - a quantidade de água arrastada no óleo;
  - a quantidade de óleo arrastado na água;
- b) para separadores bifásicos:
  - a quantidade de líquido arrastado no gás;
  - a quantidade de gás arrastado no líquido;

Existem várias concepções de separador com variações na forma e no tipo de dispositivos internos (Fig. 3.1).

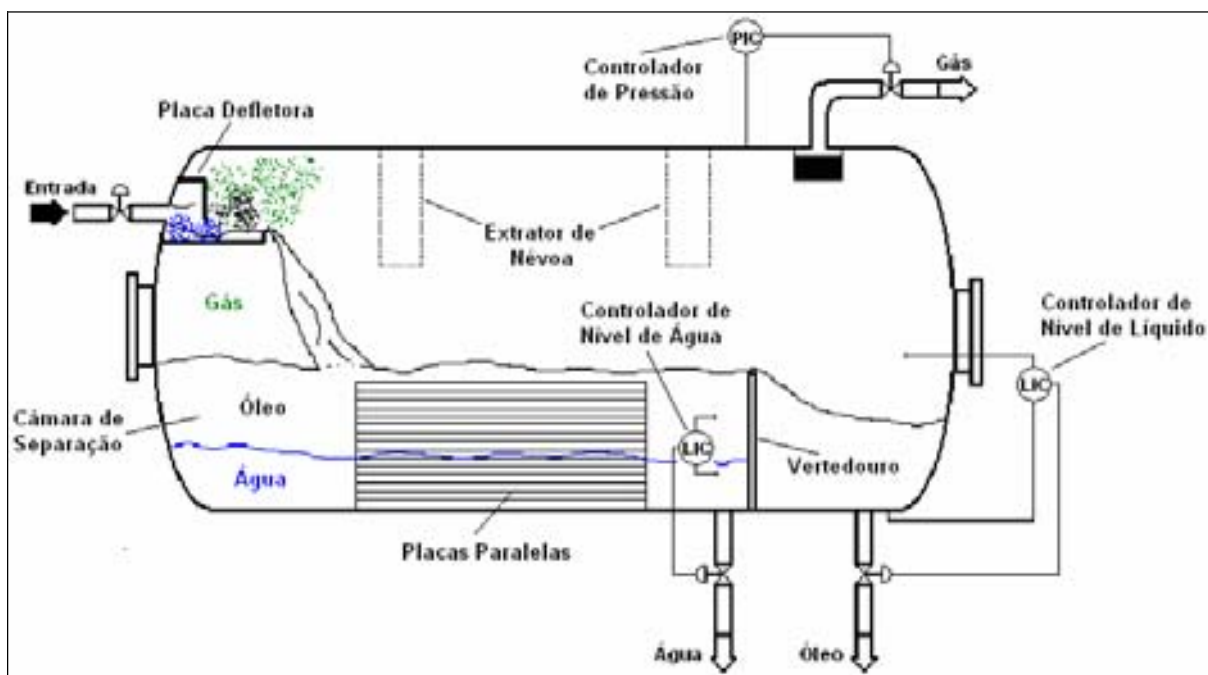


Fig. 3.1 – Separador trifásico

Na entrada do equipamento, uma placa defletora promove a fragmentação das fases, facilitando, assim, a saída do gás e ao mesmo tempo aumentando ainda mais o grau de dispersão das diversas fases. Após se chocar com a placa defletora, óleo e água vão para a câmara de separação, onde ocorre parcialmente a separação gravitacional entre os dois líquidos e o gás é exaurido. Dependendo do tipo de óleo pode ocorrer a formação de espuma, geradora da dispersão de líquidos na fase gasosa.

O controle de nível de interface na câmara de separação atua sobre a vazão de saída da fase aquosa. A fase oleosa verte para a câmara de óleo, onde o nível é controlado manipulando-se a vazão de saída da fase oleosa. O controle de pressão (PIC na Fig. 3.1) atua sobre a abertura da válvula de controle, o que faz com que a vazão de saída de gás se altere continuamente.

Vários dispositivos internos são utilizados visando melhorar a eficiência de separação. Na Figura 3.1 vemos alguns internos mais utilizados. A função do extrator de névoa é retirar da fase gasosa a dispersão de líquido carregada pelo gás. Na saída de gás vemos outro tipo de dispositivo interno utilizado para tal. As placas paralelas vistas na câmara de separação efetuam a separação óleo-água.

No caso dos separadores bifásicos, a fase líquida é composta por água + óleo, o que dispensa a saída de água existente no separador trifásico. O controle também se torna mais simples, pois só são necessários os controles do nível do líquido no vaso e da pressão de separação.

### 3.2.2 Modelo matemático de um separador bifásico (gás + líquido)

O separador bifásico mostrado na Fig. 3.2 recebe em sua entrada um fluido multifásico composto por líquidos (óleo + água) e gás com vazões  $L_i$  e  $G_i$ , respectivamente. Dentro do vaso ocorre a separação das duas fases através da segregação gravitacional, com o líquido sendo escoado através de uma saída inferior com vazão  $L_o$  e pressão  $P_1$  após a válvula de controle do nível, e o gás sai por outra linha na parte superior do separador com vazão  $G_o$  e pressão  $P_2$  a jusante da válvula de controle.



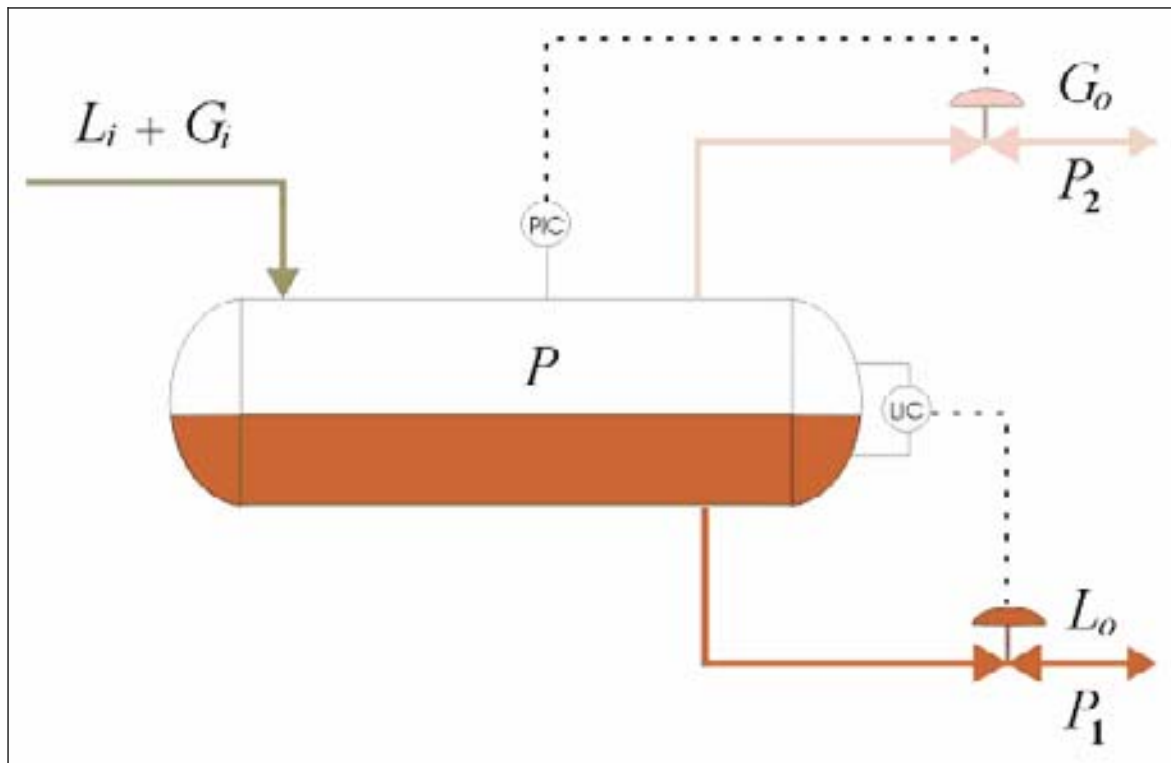


Fig. 3.2 – Separador Bifásico

O modelo matemático do separador bifásico, segundo Nunes [3], toma por base o princípio da conservação da massa quando aplicado a um sistema dinâmico, ou seja:

$$\boxed{\text{Fluxo de massa que entra no Sistema}} - \boxed{\text{Fluxo de massa que sai do Sistema}} = \boxed{\text{Taxa de variação da massa no tempo dentro do sistema}}$$

### 3.2.2.1 Equação da pressão no interior do separador

Aplicando-se esta equação para a fase gasosa do sistema mostrado na Fig. 3.2, tem-se:

$$(G_i - G_o)\rho_G = \frac{dM_G}{dt} \quad (3.1)$$

Onde:

$G_i$  – vazão volumétrica de gás na entrada

$G_o$  – vazão volumétrica de gás na saída

$\rho_G$  – densidade do gás

$M_G$  – massa de gás dentro do vaso

No entanto, pode-se escrever:  $\frac{dM_G}{dt} = \frac{d(V_G \cdot \rho_G)}{dt}$  onde  $V_G$  - volume ocupado pelo gás no vaso.

E,  $\rho_G = \frac{P \cdot PM}{R \cdot T}$  onde:  $P$  – pressão

$PM$  – peso molecular do gás

$R$  – constante universal dos gases

$T$  – temperatura

$$\text{Logo, } \frac{d(V_G \cdot \rho_G)}{dt} = \frac{d\left(V_G \frac{P \cdot PM}{R \cdot T}\right)}{dt} = \frac{PM}{R \cdot T} \frac{d(V_G \cdot P)}{dt} = \frac{PM}{RT} \left[ \frac{dV_G}{dt} \cdot P + V_G \cdot \frac{dP}{dt} \right] \quad (3.2)$$

Assumindo-se que o volume total do vaso ( $V_T$ ) é a soma do volume ocupado pelo gás ( $V_G$ ) mais o volume ocupado pelo líquido ( $V_L$ ), pode-se escrever:

$$V_T = V_G + V_L$$

Como o volume total não se altera, a cada aumento no volume de gás provoca uma redução no volume do líquido na mesma proporção. Logo,

$$\frac{dV_T}{dt} = \frac{dV_G}{dt} + \frac{dV_L}{dt} \Rightarrow \frac{dV_G}{dt} + \frac{dV_L}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{dV_G}{dt} = -\frac{dV_L}{dt} \quad (3.3)$$

A variação do volume de líquido dentro do vaso num dado período de tempo é igual à vazão de líquido que entra menos a vazão de líquido que sai, ou seja,

$$\frac{dV_L}{dt} = (L_i - L_o) \quad (3.4)$$

onde:

$L_i$  – vazão de líquido na entrada

$L_o$  – vazão de líquido na saída

Substituindo-se as Equações 3.4 e 3.3 na Eq. 3.2, tem-se:

$$\frac{d(V_G \cdot \rho_G)}{dt} = \frac{PM}{RT} \frac{d(V_G \cdot P)}{dt} = \frac{PM}{RT} \left[ -(L_i - L_o) \cdot P + V_G \cdot \frac{dP}{dt} \right] \quad (3.5)$$

Agora, pode-se substituir o resultado acima na Eq. 3.1 (Equação do Balanço de Massa) e tem-se:

$$\frac{dP}{dt} = \frac{(G_i - G_o + L_i - L_o) \cdot P}{V_T - V_L} \quad (3.6)$$

Neste ponto, será feita a primeira simplificação no modelo proposto visto que o foco neste trabalho está no comportamento da fase gasosa do separador. Por conseguinte, o volume de líquido recuperado durante uma ciclagem completa do pistão do *plunger lift* é bem inferior à capacidade de líquido do separador. Ou seja, a chegada de uma golfada de líquido trazida pelo pistão à superfície praticamente não altera, significativamente, o nível do líquido dentro do separador em função do grande volume do mesmo e, considerando-se que o controle de nível esteja bem ajustado, que as vazões de entrada podem ser escoadas por linhas de diâmetro semelhante à coluna de produção do poço, etc., pode-se escrever:

$$\frac{dV_L}{dt} = 0 \Rightarrow L_i = L_o$$

Utilizando-se a simplificação acima, a Eq. 3.6 ficará com a seguinte forma:

$$\frac{dP}{dt} = \frac{(G_i - G_o)P}{V_T - V_L} \quad (3.7)$$

### 3.2.2.2 Equação da vazão de gás de saída do separador

A equação de vazão volumétrica na válvula de gás leva em consideração que o escoamento de gás está limitado pelo fluxo crítico<sup>2</sup>, onde a vazão através da válvula deixa de ser função do  $\Delta P$  para ser função apenas da pressão a montante da válvula. A norma ANSI/ISA 75.01.01-2002 (*Flow Equations for Sizing Control Valves*) [5] que trata deste assunto propõe a seguinte equação:

$$C = \frac{Q}{N_{22}F_R} \sqrt{\frac{PMT_1}{\Delta P(P_1 + P_2)}} \quad (3.8)$$

Onde:

$C$  – coeficiente de vazão da válvula de gás

$F_R$  – fator do Número de Reynolds (adimensional)

$P_1$  – pressão a montante (bar absoluto)

$P_2$  – pressão a jusante (bar absoluto)

$\Delta P = P_1 - P_2$  – diferença de pressão na válvula (bar)

$Q$  – vazão volumétrica de gás @ 15°C e 1013 mbar absoluto (m<sup>3</sup>/h)

$T_1$  – temperatura de fluxo a montante (kelvin)

$PM$  – peso molecular do gás

$N_{22} = 1,5 \times 10^3$  - constante numérica

Isolando-se a vazão volumétrica de gás ( $Q$ ) na equação acima, tem-se:

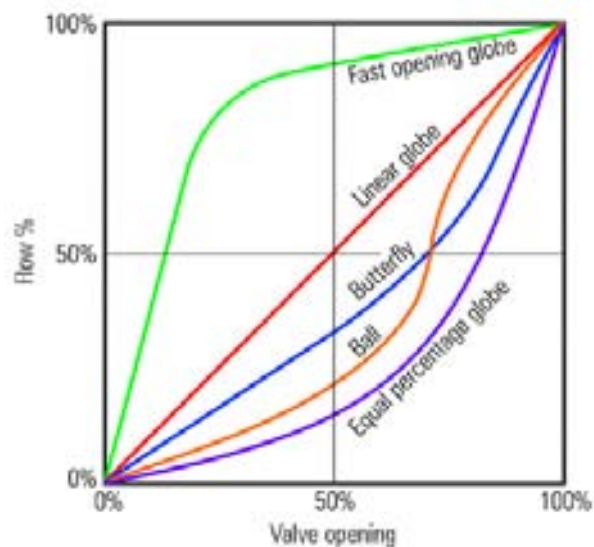
$$Q = \frac{CN_{22}F_R}{\sqrt{\frac{PMT_1}{\Delta P(P_1 + P_2)}}} = \frac{CN_{22}F_R}{\sqrt{PMT_1}} \sqrt{(P_1 - P_2)(P_1 + P_2)} \quad (3.9)$$

Considerando que a válvula existe apenas para regular a pressão do separador, o  $\Delta P$  na válvula é da ordem de 1,0 kgf/cm<sup>2</sup> ou menos. Sendo assim, o escoamento é subcrítico (a velocidade do gás é inferior à velocidade do som no gás). Neste caso, a vazão de gás na saída da válvula passa a depender, basicamente, da abertura da mesma, pois as demais variáveis passam a ter uma pequena participação no cálculo da vazão em função do regime de fluxo na válvula.

### 3.2.2.3 Curva característica da válvula de controle

Neste ponto precisamos verificar como se comporta a vazão da válvula em função da abertura do orifício variável que permite o controle da vazão. Todas as válvulas de controle têm uma curva característica de fluxo que define a relação entre a abertura da válvula e a vazão sob um diferencial de pressão constante. As curvas características mais comuns encontradas na literatura estão mostradas na Figura 3.3.

<sup>2</sup> Ocorre quando a velocidade do gás através da válvula é igual à velocidade do som no gás ( $v_{\text{som(ar)}} \approx 335,3$  m/s).



Fonte: Control Valve Characteristics : Spirax Sarco Learning Centre

Fig. 3.3 – Curvas características de fluxo de válvulas de controle

A válvula de controle utilizada no separador de teste é do tipo *globo* com característica Igual Porcentagem (curva lilás mostrada na Fig. 3.3). Este tipo de válvula tem um formato específico para o conjunto plug/sede (ver Fig. 3.4) que faz com que para cada incremento na haste da válvula a vazão aumenta de uma mesma porcentagem em relação à vazão anterior ao incremento.

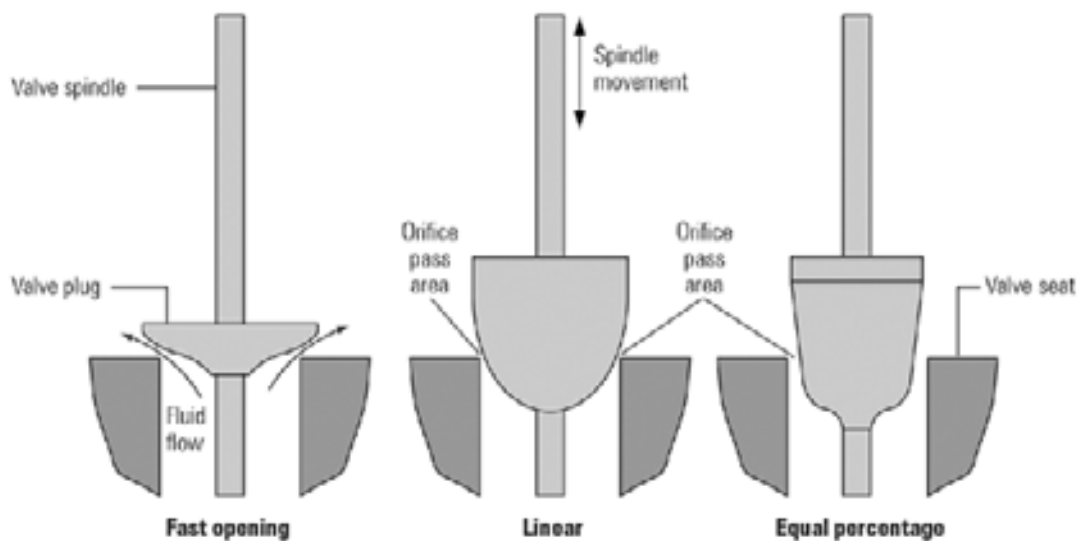


Fig. 3.4 – Formatos do conjunto plug/sede que determina a característica da válvula

A relação entre a altura da haste e o diâmetro do orifício (e, portanto, da vazão) não é linear, mas exponencial, e pode ser expressa matematicamente por:

$$Q = Q_0 e^{nL} \quad (3.10)$$

onde:  $Q$  – vazão

$L$  – altura da haste

$e$  – 2,718... (número Neperiano)

$Q_0$  – vazão mínima controlável

$n$  – constante

No entanto, apesar da característica de fluxo da válvula, isoladamente, ser do tipo igual porcentagem, a curva da válvula instalada no sistema costuma ser próxima da característica linear de fluxo. Isto ocorre normalmente quando a queda de pressão no sistema é bem maior do que a queda de pressão sobre a válvula. A adição dos efeitos das tubulações que se conectam com a válvula tem a tendência de mover a curva característica de fluxo da ideal (igual porcentagem) para a curva característica linear, conforme ilustrado na Figura 3.5.

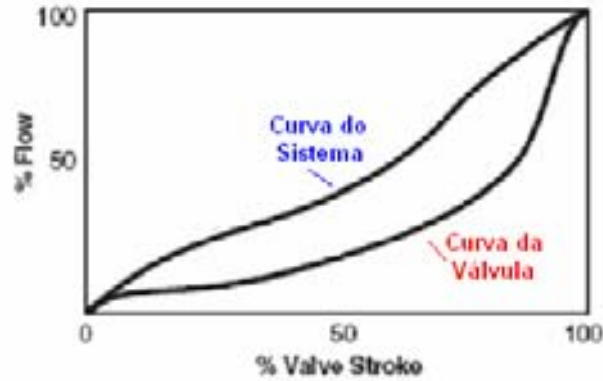


Fig. 3.5 – Curvas características da Válvula x Sistema

Logo, a equação simplificada para a curva característica da válvula instalada no separador assumirá a seguinte forma:

$$Q = \frac{C_{V_{\max}} \cdot u \cdot N_{22} \cdot F_R}{\sqrt{PMT_1}} \sqrt{(P_1 - P_2)(P_1 + P_2)} \quad (3.11)$$

onde:  $u$  – sinal de controle  
 $C_{V_{\max}}$  – coeficiente de vazão máximo da válvula

### 3.3 – Simulação do separador bifásico

A etapa seguinte à obtenção do modelo matemático do separador bifásico será efetuar uma simulação em um ambiente computacional para verificar sua coerência com o sistema real.

O sistema de controle da malha de pressão do separador foi modelado pelo seguinte sistema em malha fechada (Fig. 3.6).

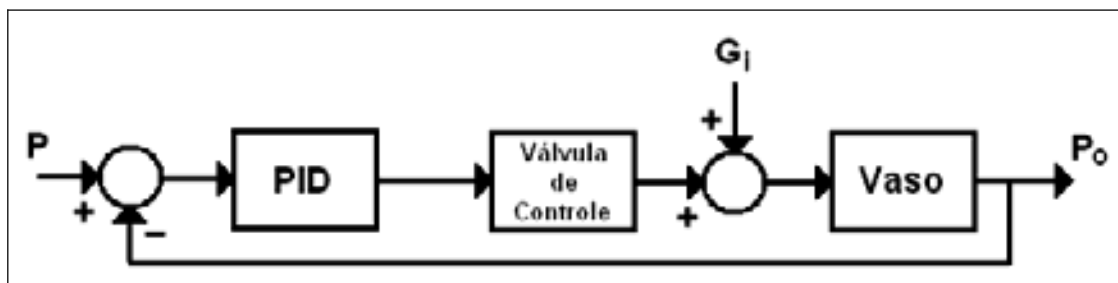


Fig. 3.6 – Diagrama de controle utilizado no MATLAB

O programa selecionado para a simulação foi o MATLAB® que possui um grande número de *toolboxes* (aplicativos específicos) para os mais variados ramos da matemática e da engenharia. O *toolbox* utilizado foi o *Simulink* que consiste em um conjunto de programas para modelagem, simulação e análise de sistemas dinâmicos. Ele permite simular sistemas lineares ou não-lineares, no tempo contínuo, no tempo discreto ou uma combinação de ambos.

Para modelagem, o *Simulink* provê uma interface gráfica amigável para o usuário construir seus modelos no formato de diagramas de blocos. Usando movimentos simples do mouse, o usuário desenha seu modelo como se utilizasse uma caneta e um papel. Existe também uma biblioteca de blocos pré-definidos com vários modelos de fontes e receptores de sinal, componentes lineares e não-lineares, e conectores. O usuário também tem a opção de criar seus próprios blocos através das funções-S (funções de sistema). Uma amostra da tela do *Simulink* está ilustrada na Fig. 3.7.

Uma vez definido o modelo, o usuário pode simulá-lo utilizando um método de integração escolhido através de menus do *Simulink* ou através de comandos digitados na janela de comandos do MATLAB®. Usando blocos do tipo monitor (*display blocks*) é possível ver o resultado da simulação enquanto ela está rodando e, ainda é possível, mudar algum parâmetro durante a simulação e ver imediatamente o que acontece com o sistema.

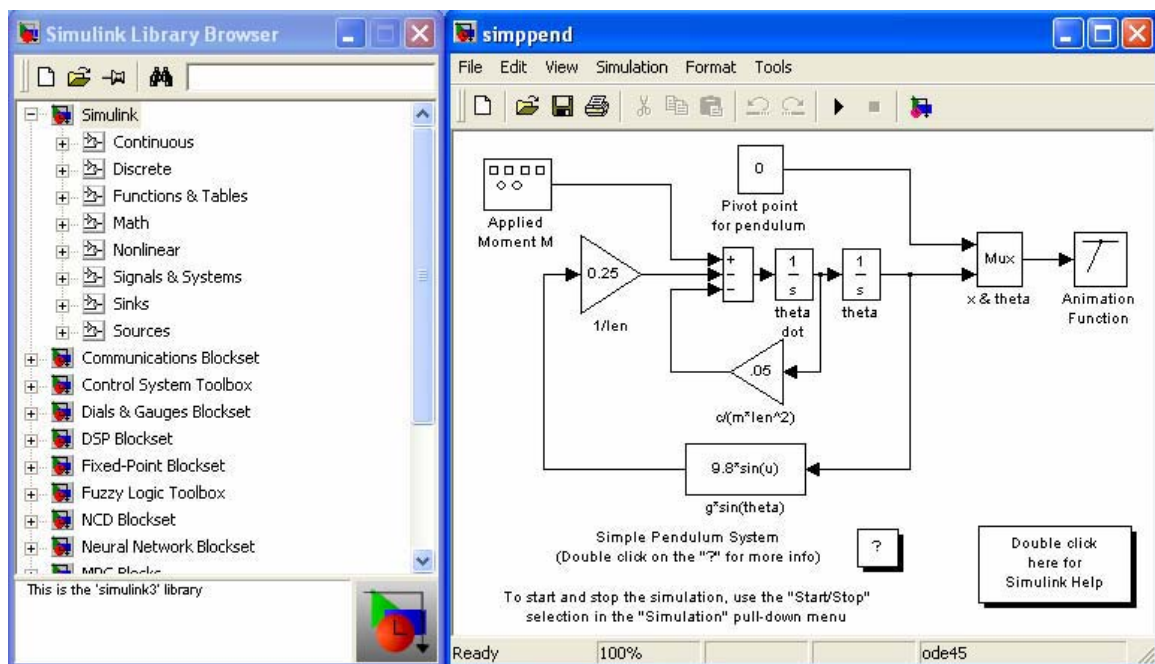


Fig. 3.7 – Tela do *Simulink* com um aplicativo e a biblioteca de blocos pré-definidos

O modelo proposto para a simulação do separador bifásico está mostrado na Fig. 3.8 onde está sendo analisada apenas a malha de gás do separador sem considerar, para este propósito, a malha de controle de líquido em função dos motivos já expostos.

Neste modelo, os dados de entrada são oriundos do Simulador de *Plunger Lift* já apresentado no Capítulo 2 onde os pares de dados [tempo, vazão] são inicialmente exportados para uma planilha Excel® e, posteriormente, importados para o MATLAB®. O modelo contém ainda um bloco PID que simula o controle de pressão usado no separador real, onde o operador define o ponto de operação (*set point*) da pressão do separador e o controlador tenta manter este valor constante durante toda a operação do vaso.

O bloco denominado [Vaso + Válvula] é o bloco principal deste modelo, pois é nele que se encontra o modelo matemático definido no início deste capítulo e que define o comportamento do separador. Visualizando o interior deste bloco tem-se o modelo mostrado na Fig. 3.9.

Percebe-se que o separador funciona, na realidade, como um bloco integrador do sinal de entrada onde a válvula de controle tem a função de manter constante a pressão dentro do vaso. No entanto, esta característica da válvula de controle tem a desvantagem de repassar para a saída todas as oscilações ocorridas no sinal de entrada, dificultando, desta forma, a medição do sinal de saída.

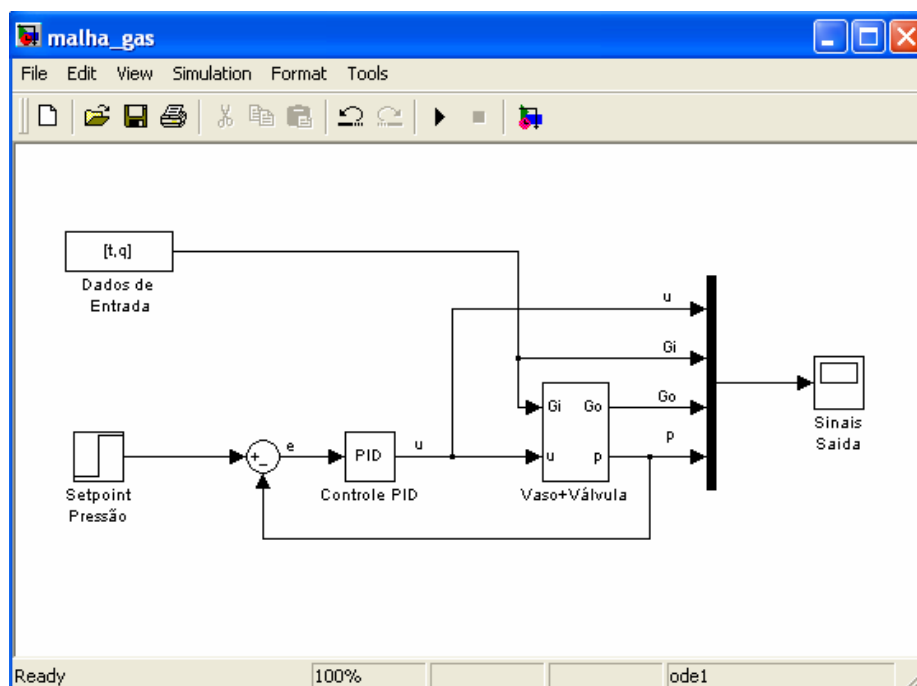


Fig. 3.8 – Modelo proposto para a malha de gás do separador

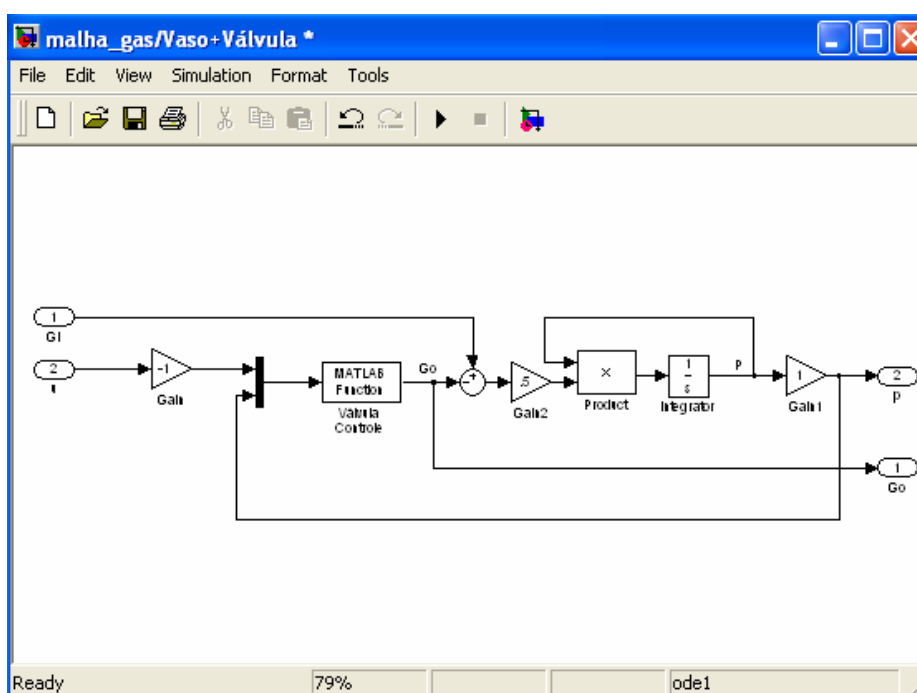


Fig. 3.9 – Zoom no bloco [Vaso + Válvula]

Isto ocorre devido ao tipo de controle que está implementado nesta malha de gás que visa manter a pressão o mais estável possível dentro do separador para garantir uma boa separação de fluidos e também evitar que o nível de líquido possa atingir a saída de gás.

Na Fig. 3.10 vê-se o resultado da simulação onde estão apresentados os quatro sinais principais do modelo: sinal de entrada ( $G_i$ ), sinal de saída ( $G_o$ ), sinal de controle ( $u$ ) e o sinal da pressão ( $p$ ). O *set point* da pressão foi ajustado para  $6,0 \text{ kgf/cm}^2$  que é um valor comumente utilizado no separador de teste da PUB-02. Os ganhos do PID foram ajustados para termos um erro de *off-set* zero ou o menor possível e um baixo *overshoot*. Os sinais de entrada e de saída praticamente se superpõem não permitindo uma visualização individual de cada um em função dos motivos expostos acima.

A característica mais importante deste gráfico pode ser obtida a partir de uma análise detalhada do sinal de controle ( $u$ ) que aciona a válvula de controle. Como pode ser visto na

Fig. 3.10, o sinal de controle acompanha as variações ocorridas no sinal de entrada de forma inversa, ou seja, quando o sinal de entrada sobe, o sinal de controle desce, e vice-versa. Isto de certa forma era esperado, pois o controlador PID tem o objetivo de manter a pressão constante a qualquer tentativa de variação da mesma. Portanto, quando a vazão de gás na entrada do separador tende a subir, acarretando um aumento na pressão interna do vaso, o controlador PID atua imediatamente na válvula mandando abri-la, de forma a compensar este aumento sentido na entrada.

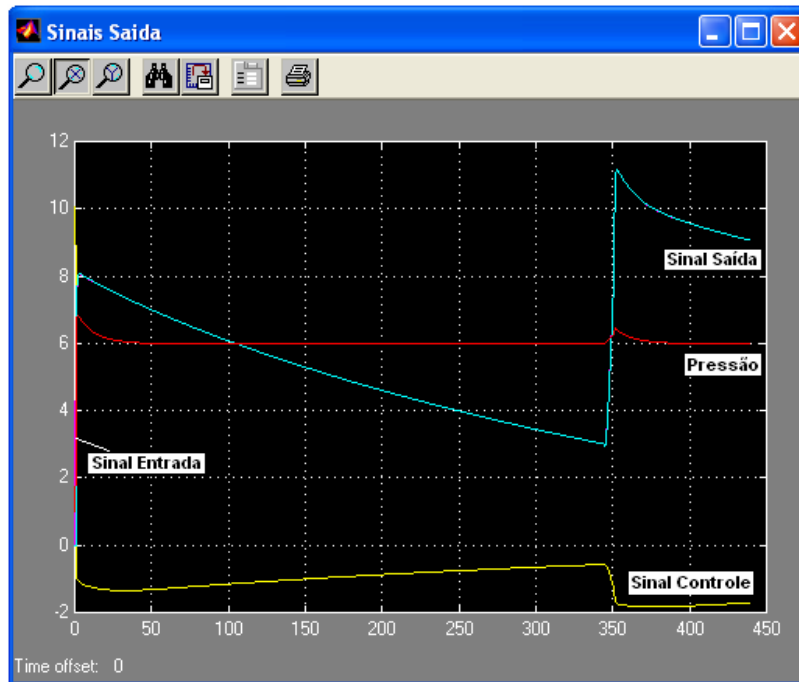


Fig. 3.10 – Gráfico dos sinais de saída do simulador

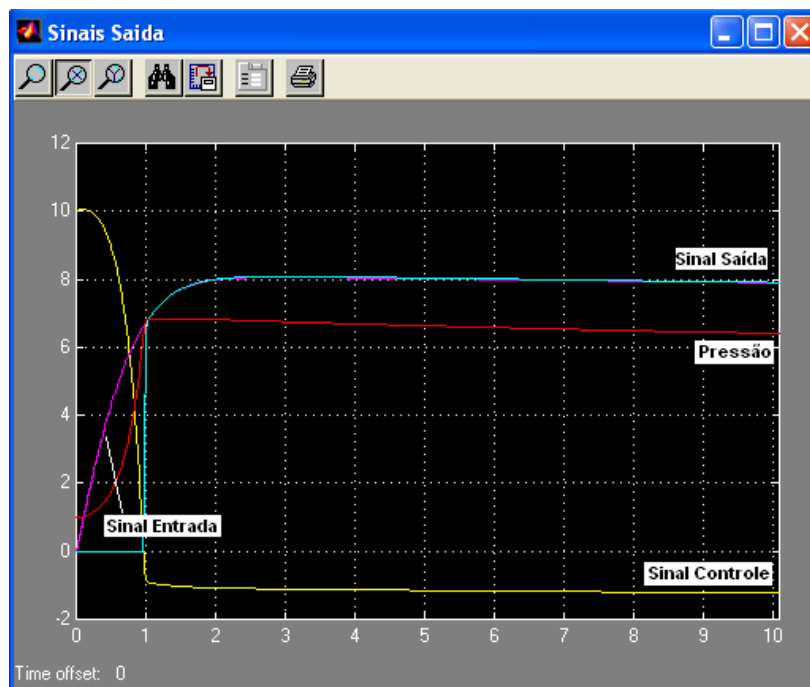


Fig. 3.11 – Zoom dos primeiros 10 s da simulação

Na Fig. 3.11 foi feito um *zoom* dos primeiros 10 segundos da simulação para poder-se visualizar os sinais mais detalhadamente.

Este comportamento do sinal de controle suscitou a primeira abordagem a respeito de como estimar o sinal de saída a partir do conhecimento prévio daquele sinal. Havia uma



suspeita inicial de que deveria haver uma forte correlação entre os dois sinais, de forma que, a partir do sinal de controle esperava-se obter o sinal de saída conhecendo-se o fator de correlação entre ambos. Para verificar se isto poderia ser realizado, foi traçado um gráfico correlacionando os dois sinais (controle x saída) com dados de um separador real (Fig. 3.12).

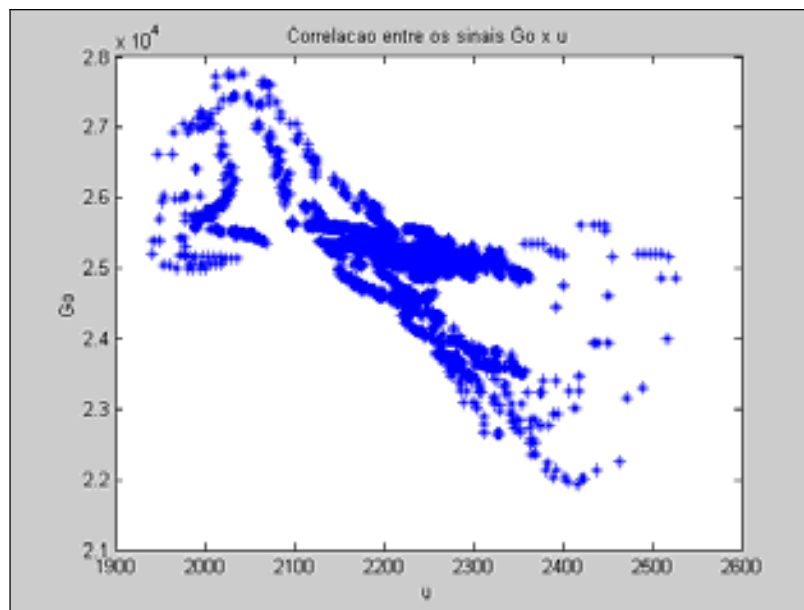


Fig. 3.12 – Gráfico de Correlação (Sinal de Controle x Sinal de Saída)

O gráfico da Fig. 3.12 mostra que existe certa correlação entre os sinais, porém ela não é tão forte quanto suposto. O coeficiente de correlação calculado para este conjunto de pontos foi de -0,5498. De posse desta informação, tentou-se, inicialmente, obter uma relação linear entre os dois sinais dividindo-se os valores do sinal de saída (Go) pelos valores do sinal de controle (u) para verificar se esta razão era, aproximadamente, constante. O resultado desta hipótese pode ser conferido na Fig. 3.13.

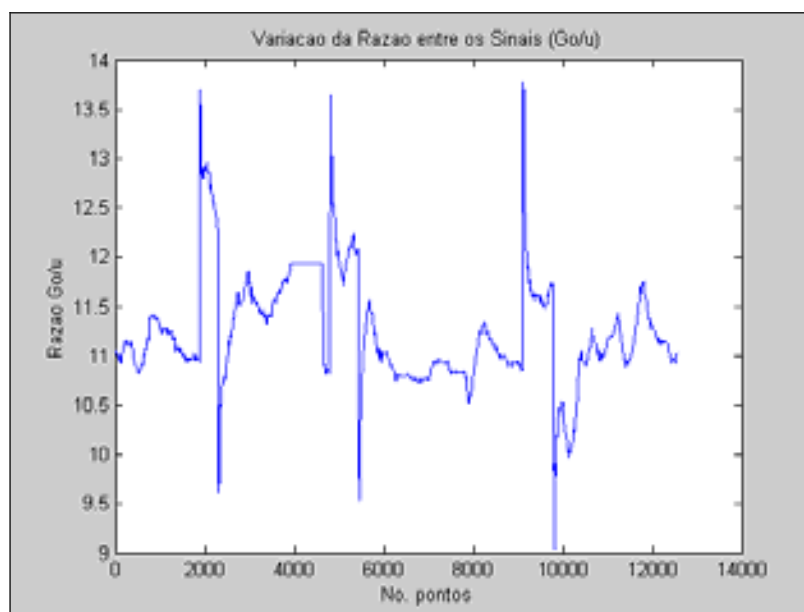


Fig. 3.13 – Variabilidade da razão entre os sinais Go/u

Como pode ser observado na Fig. 3.13, a razão entre os sinais Go/u possui uma ampla faixa de amplitude, variando desde 9,1 até 13,7 o que descarta a hipótese inicial de uma simples relação linear entre ambos os sinais com um coeficiente de proporcionalidade constante. Diante deste primeiro obstáculo, buscou-se outros métodos de correlacionar estes

sinais onde fosse possível levar em consideração não apenas os valores instantâneos, mas também os valores passados dos sinais ( $t-1$ ,  $t-2$ ,..., etc).

Para isto, foi necessário aprofundar a pesquisa na área de Identificação de Sistemas que lida com a construção de modelos matemáticos de sistemas dinâmicos a partir de dados medidos no campo e que será o tópico a ser discutido no próximo capítulo.

### 3.4 – Conclusão

Neste capítulo foi realizada a modelagem de um separador bifásico através das equações de balanço de massa da Física que relacionam as quantidades de massa que entram e saem do sistema no tempo. A partir de algumas simplificações, foram obtidas as equações que descrevem o comportamento da pressão e da vazão de gás na saída do separador que serviram de base para a elaboração do modelo do separador no MATLAB.

O *toolbox* do MATLAB utilizado foi o *Simulink* que permite simular sistemas lineares e não lineares no tempo contínuo ou discreto. Através da análise dos sinais de saída do simulador, percebeu-se a existência de uma correlação negativa entre o sinal de controle e a vazão de saída do separador, porém esta relação entre os sinais não era linear como suposto inicialmente.

Contudo, esta primeira constatação permitiu visualizar a possibilidade de obter-se a vazão de saída de gás do separador a partir do conhecimento do sinal de controle, levando-se em consideração não apenas os valores atuais, mas também os valores passados de cada sinal embasado pela Teoria de Identificação de Sistemas Dinâmicos.

# Capítulo 4

## Metodologia de identificação de sistemas

### 4.1 – Introdução

Este capítulo tem por objetivo apresentar uma rápida introdução à área de Identificação de Sistemas com ênfase nos modelos caixa-preta (*Black-Box*) que são muito difundidos na literatura e bastante utilizados na prática, pois este é um tema muito amplo com vasta literatura disponível e não é nossa intenção abordá-los todos aqui.

Identificação de Sistemas lida com o problema de construir modelos matemáticos de sistemas dinâmicos com base em dados observados dos sistemas reais. Dentre os modelos de identificação paramétrica apresentados, será dada maior ênfase ao modelo ARX que foi o que melhor se ajustou aos dados coletados do campo, como também ao método de estimação dos parâmetros por mínimos quadrados que foi utilizado neste trabalho.

Por fim, será abordada uma forma recursiva do algoritmo dos mínimos quadrados que possui a capacidade de ajustar os parâmetros do modelo de modo contínuo, sendo muito interessante de ser usado em sistemas supervisório.

### 4.2 – Visão geral do problema

O objetivo da identificação de sistemas é obter uma relação matemática que possa prever, com razoável confiabilidade, o comportamento da saída de um sistema dinâmico, usando dados coletados da entrada e da saída do processo (Fig. 4.1). Esta relação pode ser linear ou não, mas procura-se, na maioria dos casos, obter-se uma relação linear ou linearizável em torno de um ponto de equilíbrio, segundo Ljung [10].

Em função da forma como os pares de dados [entrada, saída] são convertidos em uma relação matemática, a área de identificação de sistemas é dividida, de forma genérica, em dois grandes ramos: i) identificação paramétrica; ii) identificação não-paramétrica. Segundo Franklin [11], na identificação paramétrica, a estrutura da relação matemática é fixada *a priori* através de métodos já conhecidos (ex. lugar de raízes, atribuição de pólos, etc.) e os parâmetros da estrutura são ajustados aos dados. Na identificação não-paramétrica, nenhuma (ou quase nenhuma) suposição é feita com respeito ao modelo da estrutura. São utilizados, neste caso, métodos de resposta em frequência (ex. Nyquist, Bode, Nichols, etc) obtidos a partir dos dados experimentais. Esta tem sido uma das importantes razões que tornaram este ramo da identificação de sistemas amplamente utilizado em função da relativa facilidade atualmente em se obter os dados do processo real com o uso da automação industrial.

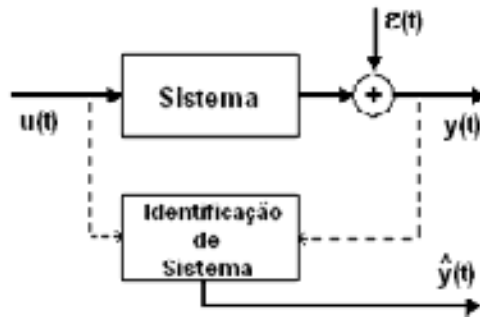


Fig. 4.1 – Estrutura básica usada na Identificação de Sistemas

## 4.3 – Modelos de identificação paramétrica

Na identificação paramétrica a estrutura do modelo matemático é definida anteriormente ao modelo ajustado. O objetivo principal é então identificar os parâmetros do modelo baseado nos dados coletados da entrada e da saída do sistema. Muito embora exista uma estrutura particular do modelo, alguns ajustes de forma iterativa são freqüentemente necessários baseados nos resultados da adaptação aos dados (por exemplo, através da análise dos resíduos).

### 4.3.1 Estruturas dos modelos

Segundo Ljung [10], a estrutura geral dos modelos paramétricos para sistemas lineares invariantes no tempo é descrita por:

$$A(q)y(t) = \frac{B(q)}{F(q)}u(t) + \frac{C(q)}{D(q)}\varepsilon(t) \quad (4.1)$$

onde:

$$A(q) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{n_a} q^{-n_a}$$

$$B(q) = b_1 q^{-1} + \dots + b_{n_b} q^{-n_b}$$

$$C(q) = 1 + c_1 q^{-1} + \dots + c_{n_c} q^{-n_c}$$

$$D(q) = 1 + d_1 q^{-1} + \dots + d_{n_d} q^{-n_d}$$

$$F(q) = 1 + f_1 q^{-1} + \dots + f_{n_f} q^{-n_f}$$

$\varepsilon(t)$  = perturbação tipo ruído branco com média nula e variância  $\lambda$ .

$q^{-k}$  = operador de deslocamento ou de atraso no tempo, equivalente a  $q^{-k}u(t) = u(t-k)$ .

De acordo com a relação dos polinômios A, B, C, D e F utilizados, a equação 4.1 obtém modelos distintos, conforme mostra a tabela 4.1. Tais modelos são conhecidos como modelos caixa-preta (Black Box), pois os parâmetros não possuem correlação com grandezas físicas do sistema.

Polinômios	Nome do Modelo
$B(q) \neq 0$ e $A(q), C(q), D(q), F(q) = 1$	FIR (Finite Impulse Response)
$A(q), B(q) \neq 0$ e $C(q), D(q), F(q) = 1$	ARX (AutoRegressive with eXtra input)

$A(q), B(q), C(q) \neq 0 \text{ e } D(q), F(q) = 1$	ARMAX (AutoRegressive w/Moving Average and eXtra input)
$A(q), C(q) \neq 0 \text{ e } B(q), D(q), F(q) = 1$	ARMA (AutoRegressive w/Moving Average)
$B(q), F(q) \neq 0 \text{ e } A(q), C(q), D(q) = 1$	OE (Output-Error)
$B(q), F(q), C(q), D(q) \neq 0 \text{ e } A(q) = 1$	BJ (Box-Jenkins)
$A(q), B(q), C(q), D(q), F(q) \neq 0$	PEM (Prediction Error Model)

Tabela 4.1 – Exemplos de modelos paramétricos tipo caixa-preta (Black Box)

A seguir, detalharemos alguns modelos paramétricos com ênfase no modelo ARX que apresentou o melhor desempenho na representação dos dados do sistema em estudo.

#### 4.3.1.1 Modelo ARX

Considere o sistema representado na figura 4.2 onde  $u(t)$  é o sinal de entrada,  $y(t)$  é o sinal de saída e  $\varepsilon(t)$  é uma perturbação:

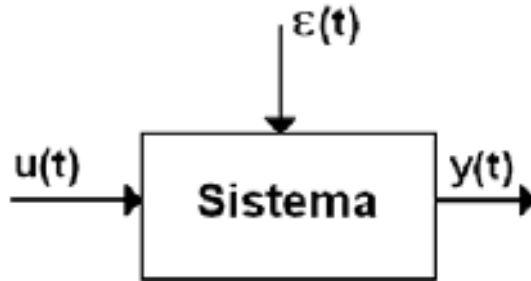


Fig. 4.2 – Representação de um sistema dinâmico

A equação que representa o sistema é dada por

$$y(t) = G(q)u(t) + H(q)\varepsilon(t) \quad (4.2)$$

sendo,

$$G(q) = \sum_{k=1}^{\infty} g(k)q^{-k} \text{ e } H(q) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} h(k)q^{-k}$$

Este é um modelo genérico de um sistema linear e invariante no tempo onde são necessárias as especificações das funções  $G(q)$  e  $H(q)$  para se ter um modelo em particular. Na prática, estas funções são especificadas em termos de uma sequência finita de valores numéricos e podem ser representadas pelas funções de transferência ou equações de estado do sistema. A perturbação  $\varepsilon(t)$  normalmente é representada pela sua função densidade de probabilidade ( $f_e(\cdot)$ ) com média nula e variância  $\lambda$ .

Para se encontrar o valor estimado de  $y(t)$  um passo a frente,  $\hat{y}(t)$ , assume-se que  $y(s)$  e  $u(s)$  são funções conhecidas para  $s \leq t-1$  e que  $v(t) = H(q)\varepsilon(t)$ . Logo, a Eq. 4.2 pode ser escrita

$$v(s) = y(s) - G(q)u(s) \quad (4.3)$$

isto significa que também  $v(s)$  é conhecida para  $s \leq t-1$ . Deseja-se encontrar o valor estimado de

$$\hat{y}(t) = G(q)u(t) + v(t)$$

baseado na informação da Eq. 4.3. Segundo Ljung [10], o valor esperado condicional de  $v(t)$  denotado por  $\hat{v}(t|t-1)$  é dado por

$$\hat{v}(t|t-1) = [1 - H^{-1}(q)]v(t) \quad (4.4)$$

Portanto, o valor esperado condicional de  $y(t)$ , dado esta informação em questão, será

$$\hat{y}(t|t-1) = G(q)u(t) + \hat{v}(t|t-1)$$

e substituindo-se a Eq. 4.4 na equação acima, tem-se:

$$\hat{y}(t|t-1) = H^{-1}(q)G(q)u(t) + [1 - H^{-1}(q)]y(t) \quad (4.5)$$

O modo mais imediato de parametrizar as funções  $G(q, \theta)$  e  $H(q, \theta)$  é representá-las como funções racionais e os parâmetros seriam os coeficientes do numerador e do denominador.

Escrevendo-se a relação entrada-saída de um sistema como uma equação linear de diferenças, tem-se:

$$y(t) + a_1 y(t-1) + \dots + a_{n_a} y(t-n_a) = b_1 u(t-1) + \dots + b_{n_b} u(t-n_b) + \varepsilon(t) \quad (4.6)$$

Como o termo da perturbação  $\varepsilon(t)$ , neste caso o ruído branco, entra como um erro direto na equação de diferenças, este modelo é normalmente chamado de *modelo do erro de equação*. Os parâmetros ajustáveis são neste caso

$$\theta = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_{n_a} \ b_1 \ b_2 \ \dots \ b_{n_b}]^T \quad (4.7)$$

Definindo

$$A(q) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{n_a} q^{-n_a}$$

e

$$B(q) = b_1 q^{-1} + \dots + b_{n_b} q^{-n_b}$$

pode-se ver que a equação (4.6) corresponde a equação (4.2) onde

$$G(q, \theta) = \frac{B(q)}{A(q)} \quad \text{e} \quad H(q, \theta) = \frac{1}{A(q)} \quad (4.8)$$

O modelo representado pela equação (4.6) é chamado de modelo ARX (AutoRegressive with eXtra input), onde  $A(q)y(t)$  é a parte regressiva e  $B(q)u(t)$  é a “entrada extra”. A Figura 4.3 descreve uma estrutura de um modelo ARX.

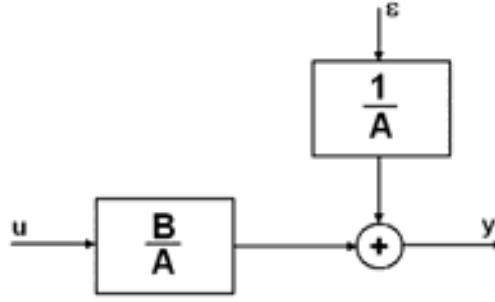


Fig. 4.3 – Diagrama de blocos do modelo ARX

Para se encontrar uma forma de predição para a equação (4.6) basta substituir a equação (4.8) na equação (4.5) e tem-se:

$$\hat{y}(t|\theta) = B(q)u(t) + [1 - A(q)]y(t) \quad (4.9)$$

Definindo o vetor

$$\varphi(t) = [-y(t-1) \dots -y(t-n_a) \ u(t-1) \dots u(t-n_b)]^T \quad (4.10)$$

como sendo os valores passados da saída e da entrada, pode-se reescrever a equação (4.9) da seguinte forma:

$$\hat{y}(t|\theta) = \theta^T \varphi(t) = \varphi^T(t) \theta \quad (4.11)$$

Esta é uma importante propriedade da equação (4.11) onde a predição da saída é o resultado do produto escalar entre um vetor conhecido  $\varphi(t)$  e o vetor de parâmetros  $\theta$ . Tal modelo é chamado *regressão linear* na Estatística e o vetor  $\varphi(t)$  é chamado vetor de regressão. Sua importância advém do fato de que já existem métodos simples e eficazes para a determinação do vetor de parâmetros  $\theta$ , onde um dos mais conhecidos é o método dos mínimos quadrados.

#### 4.3.1.2 Modelo ARMAX

Este modelo é uma extensão natural do ARX onde o termo da equação de erro é expresso como uma média móvel do ruído branco:

$$y(k) + a_1 y(k-1) + \dots + a_n y(k-n) = b_1 u(k-1) + \dots + b_m u(k-m) + \varepsilon(k) + c_1 \varepsilon(k-1) + \dots + c_l \varepsilon(k-l) \quad (4.12)$$

Para o modelo ARMAX, a parametrização da função de transferência do ruído se transforma em:

$$H(q, \theta) = \frac{C(q)}{A(q)} = \frac{1 + c_1 q^{-1} + \dots + c_l q^{-l}}{1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_n q^{-n}} \quad (4.13)$$

De acordo com Lee *et al* [12], devido ao termo de média móvel, o modelo ARMAX pode representar um sistema com um número menor de parâmetros quando comparado com o modelo ARX. De fato, um sistema representado por equações de estado de ordem  $n$  sempre tem uma representação entrada/saída dada por um modelo ARMAX de  $n$ -ésima ordem.

Contudo, estimação de parâmetro não é uma tarefa trivial e uma parametrização em excesso pode levar a uma perda da capacidade de identificação do sistema.

#### 4.3.1.3 Modelo OE (Output Error)

Ambos os modelos ARX e ARMAX utilizam pólos comuns nas funções  $G$  e  $H$ , segundo Lee *et al* [12]. Em alguns casos, pode ser mais natural modelá-los separadamente. Uma parametrização que usa este conceito é o modelo OE que é dado por:

$$\begin{aligned}\tilde{y}(k) + a_1\tilde{y}(k-1) + \dots + a_n\tilde{y}(k-n) &= b_1u(k-1) + \dots + b_mu(k-m) \\ y(k) &= \tilde{y}(k) + \varepsilon(k)\end{aligned}\quad (4.14)$$

Na Eq. 4.14,  $\tilde{y}(k)$  representa a saída livre de distúrbios e a equação do erro  $\varepsilon(k)$  é assumido sendo um ruído branco. Isto significa que a estrutura do modelo OE é dada por:

$$G(q, \theta) = \frac{A(q)}{B(q)} \text{ e } H(q) = 1 \quad (4.15)$$

Um caso ligeiramente mais genérico é quando a função  $H(q)$  não é 1, mas é completamente conhecida (i.e., o distúrbio é um ruído colorido com espectro conhecido). Neste caso, pode-se escrever:

$$\underbrace{H^{-1}(q)y(k)}_{y_f(k)} = G(q, \theta) \underbrace{H^{-1}u(k)}_{u_f(k)} + \varepsilon(k) \quad (4.16)$$

A Eq. 4.16 assumiu o mesmo formato da Eq. 4.14. Uma simples pré-filtragem nos sinais de entrada e de saída descorrelaciona o ruído e fornece a estrutura padrão do modelo OE. A estimação dos parâmetros é complicada pelo fato de que os valores dos  $\tilde{y}$ 's não são conhecidos e dependem dos parâmetros.

#### 4.3.1.4 Modelos FIR e Expansão Ortogonal

Um tipo especial de estrutura do erro de saída é obtida quando  $G(q, \theta)$  é parametrizada linearmente. Por exemplo, quando  $G(q)$  é estável, ela pode ser expandida como uma série de potência em  $q^{-1}$ . Pode ser obtida a seguinte relação

$$G(q) = \sum_{i=1}^{\infty} b_i q^{-i} \quad (4.17)$$

Se a série de potência for truncada após  $n$  termos, obtém-se o modelo a seguir:

$$y(k) = (b_1q^{-1} + b_2q^{-2} + \dots + b_nq^{-n})u(k) + H(q)\varepsilon(k) \quad (4.18)$$

Este é o modelo FIR (Finite Impulse Response) que é particularmente muito usado em aplicações de processamento de sinal.

Uma forma mais genérica da Eq. 4.17 é chamada de Modelo de Expansão Ortogonal e tem a seguinte forma:



$$G(q) = \sum_{i=1}^{\infty} b_i B_i(q) \quad (4.19)$$

A função  $\{B_i(q)\}$  mais usualmente utilizada é a chamada função de Laguerre definida da seguinte forma:

$$B_i(q) = \frac{\sqrt{1-\alpha^2}}{q-\alpha} \left( \frac{1-\alpha q}{q-\alpha} \right)^{i-1} \quad (4.20)$$

Uma vantagem no uso desta função é que o conhecimento da constante de tempo do processo pode ser incorporada na escolha do  $\alpha$  para agilizar a convergência (desde que isto ajude a reduzir o número de parâmetros).

#### 4.3.1.5 Modelo Box-Jenkins

Uma generalização natural do modelo OE seria permitir que a função de transferência do distúrbio fosse uma função racional com parâmetros desconhecidos. Este modelo foi conhecido como modelo Box-Jenkins e tem a seguinte estrutura:

$$y(k) = \frac{B(q)}{A(q)} u(k) + \frac{C(q)}{D(q)} \varepsilon(k) \quad (4.21)$$

Este modelo é bastante genérico, porém a estimação dos parâmetros é feita de forma não linear e pode ocorrer perda de capacidade de identificação do sistema.

## 4.4 – Métodos de estimação dos parâmetros

Existem várias maneiras de se ajustar modelos a um dado conjunto de dados observados de um sistema. Seja o erro de predição de um dado modelo  $M(\theta_*)$  representado por

$$e(t, \theta_*) = y(t) - \hat{y}(t|\theta_*) \quad (4.22)$$

Um bom modelo é aquele capaz de produzir os menores erros de predição possíveis quando aplicado aos dados observados. No entanto, existe muita flexibilidade na escolha de várias funções de predição e isto acaba provocando certa liberdade na definição de quão “bom” é um modelo em termos de desempenho de predição.

A seguir, será apresentada uma das abordagens mais utilizadas para a obtenção dos parâmetros  $(a_i, b_i)$  da equação 4.6 com base nos dados experimentais a partir da minimização do erro: a teoria dos mínimos quadrados.

#### 4.4.1 – Teoria dos mínimos quadrados

A teoria dos mínimos quadrados foi inicialmente proposta por Karl Gauss em 1809 para conduzir o seu trabalho de predição das órbitas dos planetas. Segundo Hsia [13], a teoria dos mínimos quadrados foi se tornando a principal ferramenta para a obtenção de parâmetros a partir de dados experimentais. Há inúmeros outros métodos de obtenção de parâmetros como a máxima verossimilhança, método de Baye's e outros, porém o método dos mínimos quadrados continua sendo o mais conhecido e o mais amplamente utilizado.

O método dos mínimos quadrados determina o melhor ajuste do modelo aos dados experimentais a partir da minimização do erro. Seja uma variável  $y$  que esteja relacionada linearmente com um conjunto de  $n$  variáveis  $x$ , sendo  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  tem-se:

$$y = \theta_1 x_1 + \theta_2 x_2 + \dots + \theta_n x_n \quad (4.23)$$

onde  $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$  é um conjunto de parâmetros constantes. Assume-se que  $\theta_i$  é desconhecido e deseja-se estimar seus valores através das variáveis  $y$  e  $x$ .

Assume-se um conjunto de  $m$  pontos observados de  $x$  e  $y$ , nos instantes de tempo dados por  $t_1, t_2, \dots, t_m$  e denota-se um conjunto de medidas dados por  $y(i)$  e  $x_1(i), x_2(i), \dots, x_n(i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ . Assim, tem-se um conjunto composto por  $m$  equações lineares:

$$y(i) = \theta_1 x_1(i) + \theta_2 x_2(i) + \dots + \theta_n x_n(i) \quad (4.24)$$

O sistema de equações 4.24 pode ser escrito na forma matricial:

$$Y = \theta X \quad (4.25)$$

onde,

$$Y = \begin{bmatrix} y(1) \\ y(2) \\ \vdots \\ y(m) \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} x_1(1) & x_2(1) & \dots & x_n(1) \\ x_1(2) & x_2(2) & \dots & x_n(2) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_1(m) & x_2(m) & \dots & x_n(m) \end{bmatrix} \quad \theta = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_n \end{bmatrix}$$

Para estimar os  $n$  parâmetros  $\theta_i$  é necessário que  $m \geq n$ . Se  $m = n$  então  $\theta$  pode ser calculado por:

$$\hat{\theta} = X^{-1}Y \quad (4.26)$$

com  $X^{-1}$  sendo a inversa da matriz quadrada de  $X$  e  $\hat{\theta}$  sendo a estimativa de  $\theta$ . Contudo, quando  $m > n$  não é possível determinar um conjunto de  $\theta_i$  que satisfaça as  $m$  equações.

Este problema pode ser colocado como um problema de otimização, minimizando o erro entre o modelo e os dados experimentais a partir do ajuste de  $\theta$ .

Definindo um vetor para o erro como sendo  $e = (e_1, e_2, \dots, e_m)^T$ :

$$e = Y - X\theta \quad (4.27)$$

Determinando a função objetivo

$$J(\theta) = \sum_{i=1}^m e_i^2(k, \theta) = e^T e \quad (4.28)$$

a ser minimizada. Considerando que

$$\begin{aligned}
J &= (Y - X\theta)^T (Y - X\theta) \\
&= Y^T Y - \theta^T X^T Y - Y^T X\theta + \theta^T X^T X\theta
\end{aligned} \tag{4.29}$$

e derivando-se  $J$  em relação a  $\theta$  e igualando-se a zero, é possível obter-se o vetor  $\hat{\theta}$  que minimiza  $J$ , tendo:

$$\left. \frac{\partial J}{\partial \theta} \right|_{\theta=\hat{\theta}} = -2X^T Y + 2X^T X\hat{\theta} = 0 \tag{4.30}$$

sendo assim,

$$X^T X\hat{\theta} = X^T Y \tag{4.31}$$

na qual  $\hat{\theta}$  pode ser resolvida por

$$\hat{\theta} = (X^T X)^{-1} X^T Y \tag{4.32}$$

Este resultado é chamado de estimador por mínimos quadrados (LSE, least-squares estimator) de  $\theta$ . A equação 4.25 é referida como a equação normal e  $e$  é chamado de resíduo.

#### 4.4.2 – Interpretação geométrica do estimador por mínimos quadrados

A solução por mínimos quadrados pode ser visualizada também através de uma interpretação geométrica que pode ser útil na determinação de certas propriedades. Seja

$$X_N = [x_1, \dots, x_d]$$

e considere  $Y_N$  e  $x_1, \dots, x_d$  como vetores no espaço vetorial  $\mathbb{R}^N$ . O problema expresso na equação

$$Y_N = X_N^+ \theta$$

onde

$$X_N^+ = (X^T X)^{-1} X^T \text{ - pseudoinversa de } X_N$$

é encontrar uma combinação linear dos vetores  $x_i, i=1, \dots, d$ , que se aproxime de  $Y_N$  o tanto quanto possível. Seja  $D_d$  um subespaço de dimensão  $d$  que é formado pelos vetores  $x_i$ . Se ocorrer do vetor  $Y_N$  pertencer a este subespaço, ele pode ser escrito como uma única combinação linear dos  $x_i$ . Caso contrário, a melhor aproximação de  $Y_N$  no subespaço  $D_d$  será o vetor em  $D_d$  que tenha a menor distância para  $Y_N$ , ou seja, esta distância será a projeção ortogonal de  $Y_N$  em  $D_d$  (Fig. 4.4).

Seja esta projeção simbolizada por  $\hat{Y}_N$ . Desde que esta projeção é ortogonal, pode-se escrever,

$$(Y_N - \hat{Y}_N) \perp x_i$$

Ou seja,

$$(Y_N - \hat{Y}_N)^T x_i = 0, \quad i = 1, \dots, d$$

e desde que  $\hat{Y}_N \in D_d$ , tem-se para algumas coordenadas  $\hat{\theta}_i$ ,

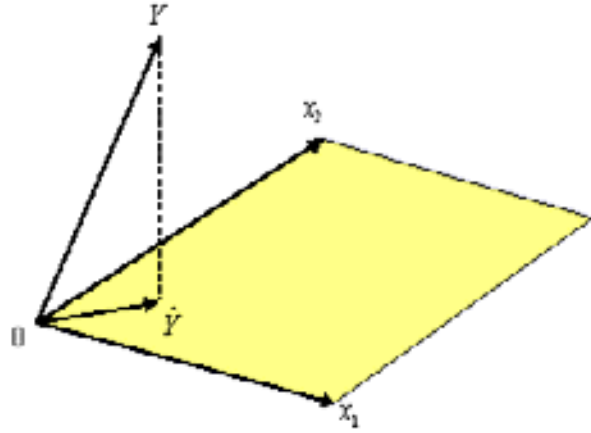


Fig. 4.4 – Solução dos mínimos quadrados como projeção ortogonal

$$\hat{Y}_N = \sum_{j=1}^d \hat{\theta}_j x_j$$

Substituindo-se na equação anterior, tem-se

$$Y_N^T x_i = \sum_{j=1}^d \hat{\theta}_j x_j^T x_i, \quad i = 1, \dots, d \quad (4.33)$$

que, na forma matricial, é a mesma equação (4.31) descrita anteriormente.

#### 4.4.3 – Algoritmo dos mínimos quadrados recursivo

O método dos mínimos quadrados sofreu, ao longo dos anos, diversas adaptações e melhorias em função da grande utilização do mesmo. Há situações onde os dados são adquiridos seqüencialmente em vez de bateladas ou lotes, e em outras vezes, é desejável examinar a natureza da solução à medida que mais dados são adquiridos para verificar se é necessário algum melhoramento na estimativa dos parâmetros à medida que ele é realizado ou se ocorreu alguma mudança repentina no vetor  $\theta$  ou um deslocamento persistente em um ou mais dos parâmetros, segundo Franklin [11].

A função objetivo descrita na equação 4.28 que mede o desempenho do método é baseada na premissa de que todos os erros são igualmente importantes. Isto não é necessariamente verdade, uma vez que dados adquiridos no início do tempo de amostragem tendem a produzir erros maiores em relação ao sinal estimado do que os dados adquiridos recentemente onde o próprio algoritmo já teve tempo suficiente para ajustar os parâmetros. Com base nisto, adaptou-se a função objetivo para permitir a ponderação do erro com base nos valores mais recentes (peso mais alto) e, gradativamente, ir decrescendo este peso para os erros mais antigos. Este novo algoritmo recebeu o nome de Mínimos Quadrados Ponderados e sua função objetivo tem a seguinte forma

$$J(\theta) = \sum_{i=1}^m w(k) e_i^2(k, \theta) = e^T W e \quad (4.34)$$

onde a função de ponderação  $w(k)$  é uma função positiva e, presumivelmente, deverá ter um valor baixo quando os erros esperados são grandes (valores mais antigos) e um valor alto para os erros relativamente pequenos (valores mais recentes). Uma escolha comum para esta função é  $w(k) = (1 - \lambda)\lambda^{N-k}$  para  $\lambda < 1$ . Esta escolha pondera mais as observações recentes ( $k \rightarrow N$ ) do que as passadas ( $k \rightarrow n$ ) e corresponde a um filtro de primeira ordem operando sobre uma função de erro quadrático. O fator  $(1 - \lambda)$  faz com que o ganho do filtro seja igual a 1 para erros constantes. A medida que  $\lambda$  se aproxima de 1, a memória do filtro torna-se longa e efeitos de ruídos são reduzidos; porém para pequenos  $\lambda$ , a memória torna-se curta e o valor estimado consegue acompanhar mudanças que ocorram nos parâmetros  $\theta$  se o tempo de computação é aumentado repetidas vezes quando  $N$  cresce. Este é o princípio do método dos mínimos quadrados recursivo. O passado é ponderado geometricamente pelo parâmetro  $\lambda$ , onde para uma estimativa grosseira do comprimento da memória do algoritmo, pode-se aproximar por  $1/(1 - \lambda)$  que para um valor de  $\lambda = 0,99$  corresponde a uma memória de cerca de 100 amostras.

Substituindo-se a Eq. 4.34 na Eq. 4.28 descrita anteriormente e efetuando-se o mesmo procedimento de cálculo do mínimo da função, chega-se ao seguinte resultado

$$X^T W X \hat{\theta}_w = X^T W Y \quad (4.35)$$

de onde pode ser resolvida para  $\hat{\theta}_w$ , tem-se:

$$\hat{\theta}_w = (X^T W X)^{-1} X^T W Y \quad (4.36)$$

A Eq. 4.36 ainda não está na forma adequada para o cálculo iterativo do vetor de parâmetros  $\hat{\theta}_w$ , pois neste caso é necessário se conhecer *a priori* o vetor de dados de tamanho  $N$  para, a partir dele, se calcular as matrizes  $Y$  e  $X$  e com o uso da matriz de peso  $W$  se obter o valor de  $\hat{\theta}_w$ . É necessário desenvolver uma fórmula para o cálculo de  $\hat{\theta}_w$  que seja capaz de recalculá-la a Eq. 4.36 a partir da chegada de um novo dado no vetor de entrada, ou seja, o novo vetor de tamanho  $N+1$ .

Seja, inicialmente, o primeiro termo da Eq. 4.36,  $X^T W X$ . Ao se utilizar a função de ponderação de peso como sendo  $w = a\lambda^{N-k}$ , onde para  $a = \lambda = 1$  tem-se o algoritmo dos mínimos quadrados original e para  $a = 1 - \lambda$  tem-se o algoritmo dos mínimos quadrados ponderado exponencialmente. Com a chegada de um novo dado ( $N+1$ ) no vetor de entrada ele ficará com a seguinte forma,

$$X^T = [x(n) \dots x(N) x(N+1)]$$

e

$$X^T W X = \sum_{k=n}^{N+1} x(k) w(k) x^T(k) = \sum_{k=n}^{N+1} x(k) a \lambda^{N+1-k} x^T(k),$$

que pode ser re-escrita numa forma de dois termos como

$$\begin{aligned} X^T W X &= \sum_{k=n}^N x(k) a \lambda^{N-k} x^T(k) + x(N+1) a x^T(N+1) \\ &= \lambda X^T(N) W(N) X(N) + x(N+1) a x^T(N+1) \end{aligned} \quad (4.37)$$

Da Eq. 4.36 percebe-se que a solução requer uma inversão de matriz e, por conveniência e convenção, define-se uma matriz auxiliar  $P$  de dimensões  $2n \times 2n$  como,

$$P(N+1) = [X^T(N+1)WX(N+1)]^{-1} \quad (4.38)$$

Então, a Eq. 4.37 poderá ser expressa da seguinte forma

$$P(N+1) = [\lambda P^{-1}(N) + x(N+1)ax^T(N+1)]^{-1} \quad (4.39)$$

que para ser resolvida é necessário calcular a inversa da soma de duas matrizes. A solução deste problema já existe e é conhecida como *lema da inversão de matriz*:

$$(A + BCD)^{-1} = A^{-1} - A^{-1}B(C^{-1} + DA^{-1}B)^{-1}DA^{-1} \quad (4.40)$$

Aplicando Eq. 4.40 à Eq. 4.39 tem-se as seguintes associações:

$$\begin{aligned} A &= \lambda P^{-1}(N), \\ B &= x(N+1) \equiv x, \\ C &= w(N+1) \equiv a, \\ D &= x^T(N+1) \equiv x^T, \end{aligned}$$

e obtém-se a seguinte equação

$$P(N+1) = \frac{P(N)}{\lambda} - \frac{P(N)}{\lambda} x \left( \frac{1}{a} + x^T \frac{P(N)}{\lambda} x \right)^{-1} x^T \frac{P(N)}{\lambda} \quad (4.41)$$

Para resolver o segundo termo da Eq. 4.36,  $X^T WY$ , que pode ser escrito como

$$X^T WY = [x(n) \dots x(N)x(N+1)] \begin{bmatrix} a\lambda^{N+1-n} & 0 \\ \vdots & \\ 0 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(n) \\ \vdots \\ y(N) \\ y(N+1) \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

pode-se expressá-lo em dois termos como,

$$X^T WY(N+1) = \lambda X^T WY(N) + x(N+1)ay(N+1) \quad (4.43)$$

Substituindo agora as Eqs. 4.41 e 4.43 na Eq. 4.36 tem-se a seguinte expressão (fazendo-se  $P(N) = P$ ,  $x(N+1) = x$  e  $y(N+1) = y$  para simplificação):

$$\hat{\theta}_w(N+1) = \left[ \frac{P}{\lambda} - \frac{P}{\lambda} x \left( \frac{1}{a} + x^T \frac{P}{\lambda} x \right)^{-1} x^T \frac{P}{\lambda} \right] [\lambda X^T WY(N) + xay] \quad (4.44)$$

Quando se efetuar a multiplicação dos fatores na Eq. 4.44, percebe-se que o termo  $PX^T WY(N)$  é igual a  $\hat{\theta}_w(N)$ , o que faz com que esta equação possa ser reduzida a

$$\hat{\theta}_w(N+1) = \hat{\theta}_w(N) + \frac{P}{\lambda} x a y - \frac{P}{\lambda} x \left( \frac{1}{a} + x^T \frac{P}{\lambda} x \right)^{-1} x^T \hat{\theta}_w - \frac{P}{\lambda} x \left( \frac{1}{a} + x^T \frac{P}{\lambda} x \right)^{-1} x^T \frac{P}{\lambda} x a y \quad (4.45)$$

Inserindo-se a seguinte identidade

$$\left( \frac{1}{a} + x^T \frac{P}{\lambda} x \right)^{-1} \left( \frac{1}{a} + x^T \frac{P}{\lambda} x \right) = 1$$

entre o  $x$  e o  $a$  no segundo termo do lado direito da Eq. 4.45, pode-se combinar os dois termos no segundo membro da Eq. 4.45 que poderá ser reduzida para

$$\hat{\theta}_w(N+1) = \hat{\theta}_w(N) + L(N+1) (y(N+1) - x^T \hat{\theta}_w(N)) \quad (4.46)$$

onde define-se

$$L(N+1) = \frac{P}{\lambda} x \left( \frac{1}{a} + \frac{x^T P x}{\lambda} \right)^{-1} \quad (4.47)$$

As equações 4.41, 4.46 e 4.47 combinadas constituem um algoritmo para o cálculo do vetor de parâmetros  $\hat{\theta}$  recursivamente. Segue abaixo um modelo deste algoritmo.

1. Selecione  $a$ ,  $\lambda$  e  $N$ . => Obs.: Se  $a = \lambda = 1 \Rightarrow$  mínimos quadrados ordinário;  
Se  $a = 1 - \lambda$  e  $0 < \lambda < 1 \Rightarrow$  mínimos quadrados exponencialmente ponderado;
2. Selecione valores iniciais para  $P(N)$  e  $\hat{\theta}(N)$ .
3. Obtenha os valores de  $y(0), \dots, y(N)$  e de  $u(0), \dots, u(N)$  e forme  $x^T(N+1)$
4. Faça  $k \leftarrow N$
5.  $L(k+1) \leftarrow \frac{P(k)}{\lambda} x(k+1) \left( \frac{1}{a} + x^T(k+1) \frac{P(k)}{\lambda} x(k+1) \right)^{-1}$
6. Obtenha os valores de  $y(k+1)$  e  $u(k+1)$
7.  $\hat{\theta}(k+1) \leftarrow \hat{\theta}(k) + L(k+1) (y(k+1) - x^T(k+1) \hat{\theta}(k))$
8.  $P(k+1) \leftarrow \frac{1}{\lambda} [I - L(k+1) x^T(k+1)] P(k)$
9. Forme  $x(k+2)$
10. Faça  $k \leftarrow k+1$
11. Volte ao passo 5.

Neste algoritmo pode-se destacar a fórmula que atualiza o próximo valor a ser estimado para o vetor  $\theta$  (passo 7), pois ela é formada pelo termo  $x^T \hat{\theta}(N)$  que é a saída a ser esperada no tempo  $N+1$  baseada nos dados passados,  $x(N+1)$ , e na estimativa passada,  $\hat{\theta}(N)$ . Assim, a próxima estimativa de  $\theta$  é dada pela estimativa antiga corrigida por um termo linear no erro entre os valores observados na saída,  $y(N+1)$ , e os valores esperados

para a saída,  $x^T \hat{\theta}(N)$ . Uma característica importante neste algoritmo é que não é requerida nenhuma inversão de matriz, mas apenas uma divisão por  $\left( \frac{1}{a} + x^T \frac{P}{\lambda} x \right)$  que é um escalar.

Existe ainda a questão das condições iniciais (passo 2) para ser resolvida. Duas possibilidades são normalmente recomendadas:

1. Coletar um conjunto de  $N > 2n$  valores de dados e resolver a Eq. 4.36 uma vez para  $P(N)$ ,  $L(N+1)$  e  $\hat{\theta}(N)$ , e entrar com os valores no passo 2 do algoritmo;
2. Fazer  $\hat{\theta}(N) = 0$ ,  $P(N) = \alpha I$ , onde  $\alpha$  é um grande escalar. Uma sugestão que tem sido usada para estimar o valor de  $\alpha$  é

$$\alpha = (10) \frac{1}{N+1} \sum_{i=0}^N y^2(i).$$

## 4.5 – Conclusão

Este capítulo abordou, de forma sucinta, alguns aspectos da vasta área de Identificação de Sistemas com foco nos modelos paramétricos mais importantes. Dentre os modelos apresentados, destaca-se a importância do modelo ARX que foi o que apresentou o melhor desempenho no conjunto de dados coletados no campo e que será objeto do próximo capítulo que trata dos resultados obtidos.

Além dos modelos estudados, dedicou-se especial atenção ao algoritmo dos mínimos quadrados como principal método de estimação de parâmetros por ele ter se mostrado bastante robusto e muito eficiente quando se lida com sistemas lineares ou de comportamento linearizável dentro de uma faixa de interesse.

Por fim, foi analisado uma forma recursiva do algoritmo dos mínimos quadrados que possui uma característica bastante interessante em relação ao algoritmo original que é o fato dele permitir uma atualização permanente dos parâmetros à medida que novos dados estão sendo adquiridos, o que o torna mais adequado para uso no campo onde as condições de produção de um poço de petróleo variam ao longo do tempo.



# Capítulo 5

## Resultados obtidos e discussões

### 5.1 – Introdução

No presente capítulo serão apresentados os resultados obtidos com as ferramentas disponibilizadas pelo System Identification Toolbox do MATLAB® aplicado sobre dois arquivos de dados coletados de um separador de teste da plataforma PUB-02. Inicialmente será apresentado um procedimento típico para identificação de sistemas que é bastante citado na literatura, apesar de não existir um roteiro padrão e confiável para tal. Neste procedimento são percorridas várias etapas para se chegar ao modelo mais adequado para o sistema em estudo: 1 - Tratamento dos dados; 2 - Métodos de identificação não paramétrica; 3 – Métodos de identificação paramétrica; 4 - Validação do modelo e 5 - Comparação entre os modelos.

Dentre os modelos avaliados, o modelo ARX foi o que apresentou melhor desempenho quando testado no modo *off-line*, ou seja, o processo de estimação foi realizado depois que os dados foram coletados. Porém, em muitos processos na prática, é necessário que a estimação seja realizada de forma *on line* à medida que os dados vão sendo coletados. Neste caso a utilização de um algoritmo recursivo é mandatória e foi avaliado o desempenho do modelo RARX (ARX recursivo) que se mostrou bem mais adequado para representar o sistema em estudo.

### 5.2 – Procedimento para identificação de sistemas

Não existe um roteiro padrão e seguro para se obter bons modelos em Identificação de Sistemas. O processo de identificação é caracterizado como um processo de busca: busca por uma estrutura de modelo razoável, busca por um modelo representativo de uma dada estrutura, etc. Este processo é fortemente iterativo: várias tentativas serão descartadas antes que se alcance uma descrição do modelo aceitável. Além disto, ele não pode ser completamente automatizado; decisões do especialista no sistema serão agregadas a cálculos numéricos formais para se obter uma eficiência razoável no processo de identificação.

Algumas etapas típicas podem servir de roteiro inicial para se obter um modelo mais adequado, conforme Ljung [10]. São elas:

1. Tratamento dos dados: visualização, filtragem, remoção de média, etc.;
2. Métodos de identificação não paramétrica: resposta ao impulso, resposta ao degrau, análise da resposta em frequência, etc.;
3. Métodos de identificação paramétrica em várias estruturas de modelos;
4. Validação do modelo estimado com os dados experimentais coletados;
5. Comparação com outros modelos estimados.

### 5.2.1 – Tratamento dos dados coletados

Os dados utilizados neste trabalho foram coletados no período de 27 a 28 de Dezembro de 2005 na sala de controle da plataforma PUB-02 através do uso de um notebook conectado diretamente ao CLP da plataforma (Allen-Bradley PLC-5/60). Desta forma, conseguiu-se obter dados com o menor nível de ruído possível, pois a conexão utilizou uma porta da rede DH+ do CLP que é a mesma usada para os sistemas supervisórios. Foram coletados cerca de 12.500 pontos no dia 27 (Fig. 5.1) e 25.650 pontos no dia 28 (Fig. 5.2). Cada dado adquirido é composto por duas variáveis: o sinal de controle da válvula PV ( $u$ ) e a vazão de gás instantânea ( $Q_g$ ) medida na placa de orifício. As perturbações apresentadas pelos sinais foram intencionalmente provocadas através da mudança no *set point* do controlador de pressão do separador para simular o efeito do comportamento de um poço de *plunger lift*, já que não existia nenhum poço deste tipo na plataforma.

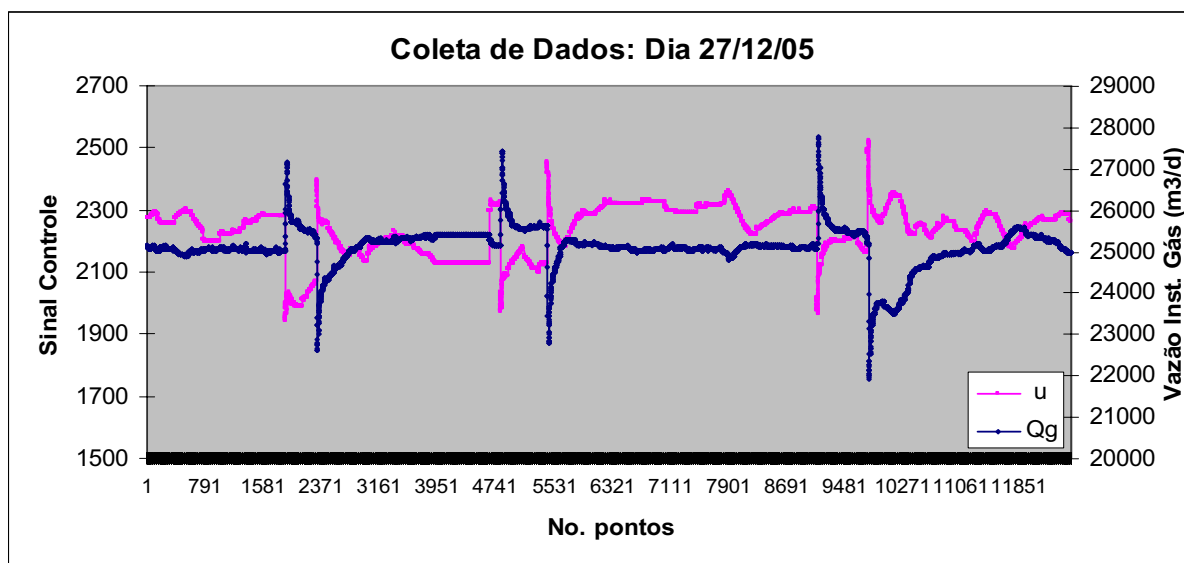


Fig. 5.1 – 1ª. Coleta de Dados no dia 27/12/05

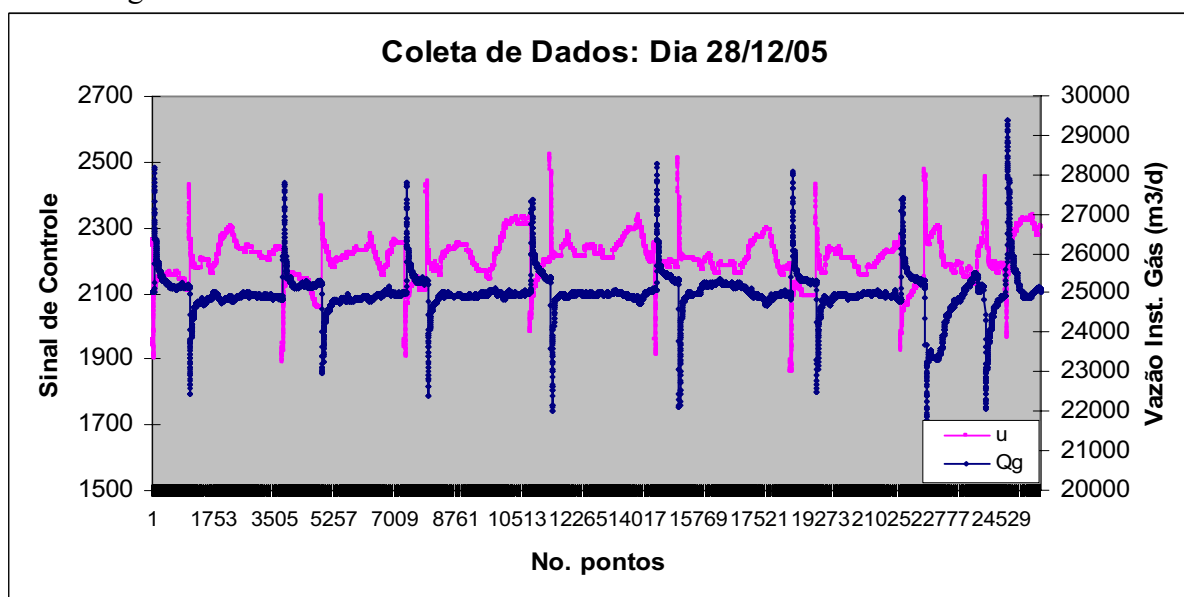


Fig. 5.2 – 2ª. Coleta de Dados no dia 28/12/05.

De posse dos dados era necessário realizar um pré-tratamento dos mesmos e para isto foi utilizado um aplicativo do MATLAB® chamado *ident* que integra o *System Identification Toolbox*. O *ident* é, basicamente, uma interface gráfica para o usuário (GUI) das funções disponíveis no *toolbox* (Fig. 5.3). Nele é possível selecionar os arquivos de dados que serão

usados tanto para estimar o tipo do modelo (working data) como para validá-lo (validation data). É importante destacar que, sempre que possível, sejam utilizados arquivos de dados distintos para a estimação e para a validação para evitar que o modelo “aprenda” com os dados usados na modelagem e perca a capacidade de generalização que é fundamental neste processo.

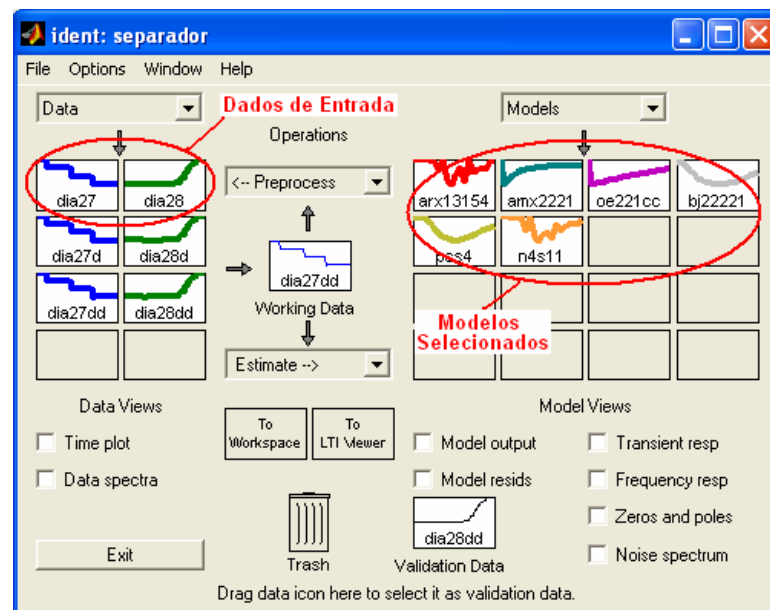


Fig. 5.3 – Tela do aplicativo *ident* do toolbox do MATLAB®

Os dados de entrada são importados através da opção *import* na caixa de diálogo [Data] no canto superior esquerdo. As variáveis de entrada e saída devem estar disponíveis no ambiente de trabalho (workspace) do MATLAB®. Uma vez importados os dados, a próxima etapa consiste no pré-processamento destes dados para que possam ser usados nas rotinas de estimação. Esta etapa é feita pelas funções disponíveis na caixa de diálogo [Preprocess] que irá manipular o arquivo de dados selecionado no espaço dos dados de trabalho [Working Data].

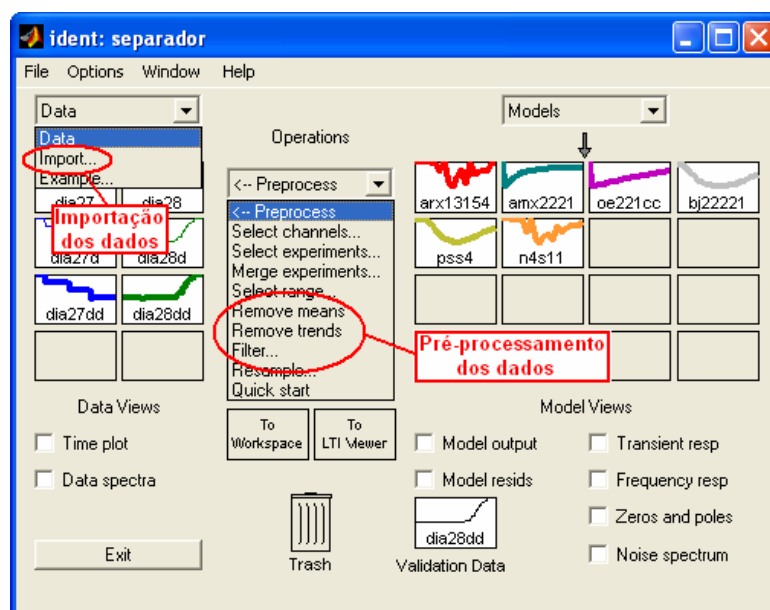


Fig. 5.4 – Importação e pré-processamento dos dados

A etapa de pré-processamento dos dados consiste, basicamente, em operações de condicionamento dos dados brutos coletados do campo que não estão no formato adequado para uso nos algoritmos de identificação. Há várias possibilidades de deficiências nos dados que deveriam ser observadas, tais como:

- a) Distúrbios de alta-frequência nos dados gravados, acima das frequências de interesse para a dinâmica do sistema;
- b) Intermitência ocasional e pontos fora da curva (outliers);
- c) Desvio e deslocamento (offset), distúrbios de baixa-frequência e possibilidade de caracteres periódicos.

As principais operações realizadas nesta etapa são: remoção de média e de tendência dos dados e filtragem do sinal. Após cada operação, o aplicativo cria um novo arquivo de dados acrescentando a letra “d” no final do nome do arquivo para as remoções de média e de tendência e a letra “f” para o caso de filtragem.

## 5.2.2 – Métodos de identificação não paramétrica

Os métodos de identificação não paramétrica são utilizados para se obter algumas informações preliminares a respeito do sistema em estudo sem ser necessário o emprego de um vetor de parâmetros como o utilizado nos modelos paramétricos. A resposta ao impulso, ao degrau e a análise da resposta em frequência são os métodos mais usados.

### 5.2.2.1 – Resposta ao impulso

Considerando a descrição de um sistema linear e invariante no tempo conforme Eq. 4.2, para estimar os coeficientes da resposta ao impulso é necessário definir um modelo FIR de ordem alta, tal como:

$$y(t) = g(0)u(t) + g(1)u(t-1) + \dots + g(n)u(t-n) \quad (5.1)$$

e estimar os coeficientes  $g_s$  por um método dos mínimos quadrados. Na realidade, para checar se existem efeitos não-causais da entrada na saída, e.g., devido à realimentação de  $y$  na geração de  $u$  (sistema com loop fechado), o valor de  $g$  para *lags* negativos podem ser estimados por:

$$y(t) = g(-m)u(t+m) + \dots + g(-1)u(t+1) + g(0)u(t) + g(1)u(t-1) + \dots + g(n)u(t-n) \quad (5.2)$$

Se o sinal de entrada  $u$  for um ruído branco, os coeficientes da resposta ao impulso serão corretamente estimados, mesmo se a dinâmica verdadeira de  $u$  para  $y$  for mais complexa do que a apresentada neste modelo. Portanto, é natural que se utilizem filtros tanto para a saída quanto para a entrada de forma que se obtenha uma sequência de entrada a mais próxima possível do ruído branco, antes de estimar os coeficientes  $g_s$ . Esta é a essência da análise de correlação para estimar a resposta ao impulso.

Através desta análise, tem-se alguma noção sobre constantes de tempo do sistema e sobre o formato da curva. Para isto, usa-se a função *impulse* do MATLAB<sup>®</sup> que mostra a resposta do sistema submetido a uma função impulso na entrada com uma região de confiança de três desvios padrão (Fig. 5.5).

```
impulse(data, 'sd', 3); % resposta ao impulso do sistema c/intervalo
                        de confiança igual a 3 desvios padrão
```

As linhas tracejadas definem um intervalo de confiança de 99% (três desvios padrão). A primeira amostra depois de  $t=0$  na qual a resposta estimada ao impulso ultrapassa o intervalo de confiança é, portanto, uma boa estimativa do atraso de tempo do sistema. Na Fig. 5.5 vê-se que após 6 amostras ocorre um sinal de saída significativo em relação à entrada. Portanto, pode-se estimar, inicialmente, um  $nk=6$ . Outro aspecto importante na Fig. 5.5 é a inversão na polaridade do gráfico que normalmente é positivo. Isto ocorre porque o sinal de

controle da válvula PV possui um comportamento inverso ao sinal de controle do nível (válvula LV), pois em caso de falha, o sistema deve ir para uma posição segura que, no caso da válvula PV, significa abrir a válvula totalmente e neste caso, o sinal de controle deverá ter nível zero.

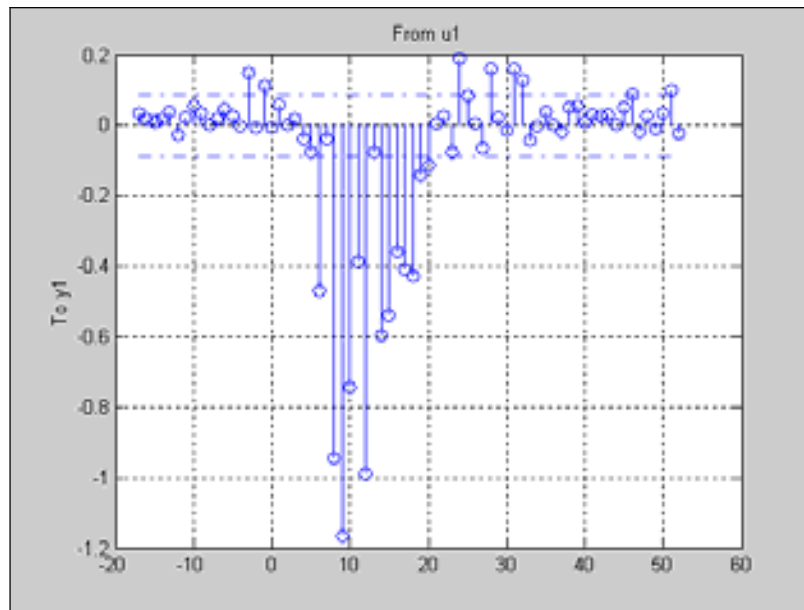


Fig. 5.5 – Resposta estimada ao impulso do sistema

#### 5.2.2.2 – Resposta ao degrau

Baseado na resposta ao degrau, alguns números característicos podem ser graficamente construídos e podem ser usados para determinar parâmetros em um modelo de determinada ordem. Informações tais como: ganho estático do sistema (que neste caso será igual ao ganho proporcional do PID da válvula de controle da pressão), tempo de atraso (delay time), constante de tempo dominante, etc., podem ser obtidas deste gráfico. Similarmente à resposta ao impulso, a resposta ao degrau é estimada a partir de um modelo FIR de alta ordem e não causal, com filtragem no sinal de entrada para que se assemelhe a um ruído branco. A ordem inicial deste filtro é pré-definida em 10, mas pode ser alterada posteriormente. (Fig. 5.6)

```
step(data); % resposta ao degrau do sistema descrito
```

#### 5.2.2.3 – Resposta em frequência

Todos os modelos lineares que são estimados podem ser escritos na forma

$$y(t) = G(z)u(t) + v(t) \quad (5.3)$$

onde  $G(z)$  é a função de transferência discreta no tempo do sistema e  $v(t)$  é um distúrbio aditivo. A resposta em frequência ou função de frequência do sistema é uma função de valor complexo  $G(e^{j\omega T})$  vista como uma função angular da frequência  $\omega$ , onde  $T$  é o intervalo de amostragem.

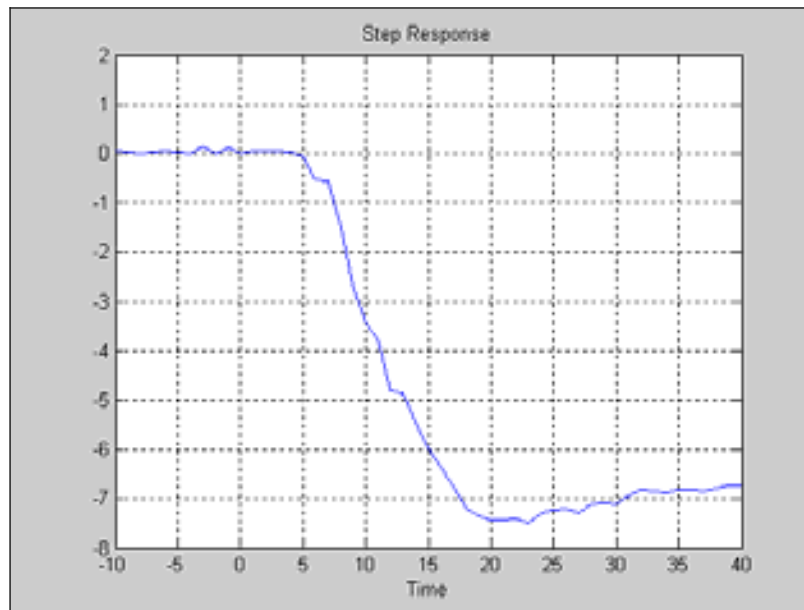


Fig. 5.6 – Resposta estimada ao degrau do sistema

Esta função é freqüentemente apresentada como um diagrama de *Bode*, onde o primeiro gráfico representa a amplitude de  $\log |G(e^{j\omega T})|$  e o segundo, o deslocamento da fase  $\arg G(e^{j\omega T})$  contra o logaritmo da freqüência  $\omega$ . Estes gráficos são obtidos escolhendo-se a opção Model View Frequency Response na janela principal do aplicativo *ident*.

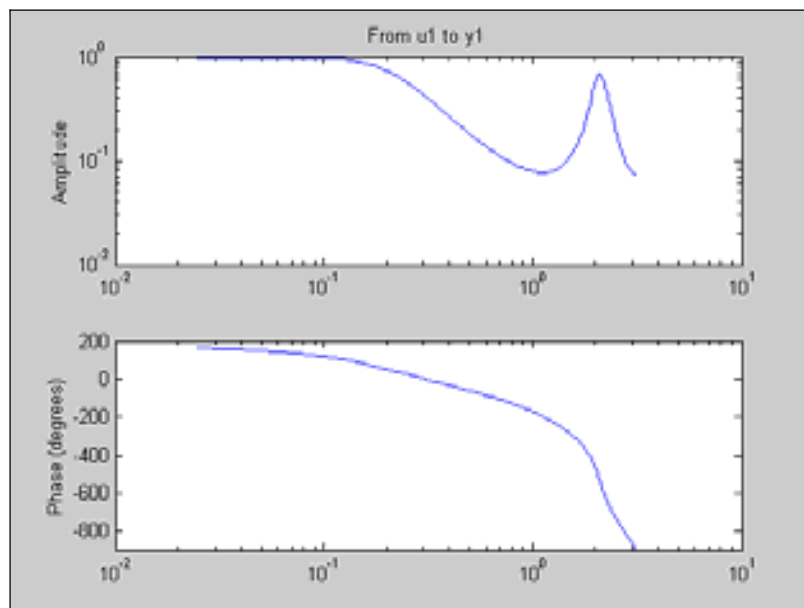


Fig. 5.7 – Resposta em freqüência do sistema

### 5.2.3 – Métodos de identificação paramétrica

A maneira mais simples de se iniciar uma rotina de estimação paramétrica é construir um modelo de equação de estado onde a ordem do modelo é automaticamente determinada utilizando o método de predição do erro (pem).

```
m1 = pem(data); % função de estimação do modelo pelo método pem
```

Para inspecionar as propriedades do modelo estimado acima, basta digitar o nome do modelo [m1] na linha de comando do MATLAB® e tem-se:

State-space model:  $x(t+Ts) = A x(t) + B u(t) + K e(t)$   
 $y(t) = C x(t) + D u(t) + e(t)$

A =

	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7
x1	0.98466	-0.043269	0.032296	0.03948	0.023979	-0.012166	0.0097453
x2	-0.020512	0.92736	0.12672	0.080429	0.03459	-0.006502	0.023629
x3	-0.050701	-0.11364	0.82205	-0.22607	-0.12828	0.072852	-0.026801
x4	0.041523	0.072377	0.03802	0.13486	-0.6486	0.19986	-0.19026
x5	-0.023027	-0.066769	-0.0072072	0.48678	-0.3089	0.79441	0.26311
x6	-0.006054	-0.017796	-0.060376	0.0024975	-0.75194	-0.70144	0.47564
x7	-0.016166	-0.034148	-0.012202	0.31732	-0.10572	-0.38968	-0.80746

B =

x1	2.1905e-007
x2	6.6423e-006
x3	-1.2405e-005
x4	3.1154e-005
x5	-1.7569e-005
x6	-3.3519e-005
x7	-3.0424e-005

C =

	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7
	44992	-69.397	156.71	-472.59	-85.045	-31.519	-145.45

D =

0

K =

x1	2.1704e-005
x2	-1.0846e-005
x3	3.2364e-006
x4	-2.4108e-006
x5	-4.0131e-007
x6	-8.1192e-008
x7	5.4972e-007

$x(0) =$

x1	0
x2	0
x3	0
x4	0
x5	0
x6	0
x7	0

Estimated using PEM from data set ze

Loss function 739.003 and FPE 741.478

Sampling interval: 1 Seconds

Modelos de equações de estado são representações comuns de modelos dinâmicos. Eles descrevem o mesmo tipo de relação linear das equações de diferenças entre as entradas e as saídas como faz um modelo ARX, mas eles são rearranjados de forma que um único atraso seja usado nas expressões. Para alcançar isto, algumas variáveis extras, as variáveis de estado, são introduzidas. Elas podem, em alguns casos, ser medidas, mas é possível ser reconstruídas a partir da medição dos dados de entrada-saída. Isto é especialmente útil quando há vários sinais de saída, i.e., quando  $y(t)$  é um vetor. A ordem do modelo de equações de estado se

relaciona com o número de atrasos nos sinais de entrada e de saída usado na correspondente equação linear de diferenças. A representação do modelo de equação de estado tem o seguinte formato:

$$\begin{aligned}x(t+1) &= Ax(t) + Bu(t) + Ke(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) + e(t)\end{aligned}\tag{5.4}$$

Aqui  $x(t)$  é o vetor das variáveis de estado. A ordem do modelo é a dimensão deste vetor. A matriz  $K$  determina as propriedades dos distúrbios. Quando  $K = 0$ , então a fonte de ruído  $e(t)$  afeta apenas a saída, e nenhum modelo específico para o ruído é criado. Este modelo é conhecido como modelo OE (Output-Error model). No caso onde  $D = 0$  significa que não existe influência direta da entrada  $u(t)$  na saída  $y(t)$ . Assim, o efeito da entrada na saída passa, necessariamente, pela variável de estado  $x(t)$  e será sempre atrasada de pelo menos uma amostra do sinal. Quando se lida com modelos na forma de equações de estado, é comum estimarmos valores para  $D, K$  e  $x(0)$  ou fazê-los iguais a zero.

Para se verificar a ordem do futuro modelo paramétrico é interessante visualizar os pólos e zeros do sistema baseado no modelo de Equação de Estado definido pela Eq. 5.4. No MATLAB® isto pode ser feito através da seguinte função

```
pzmap(m1, 'r'); % função que mostra os pólos e zeros do modelo m1
```

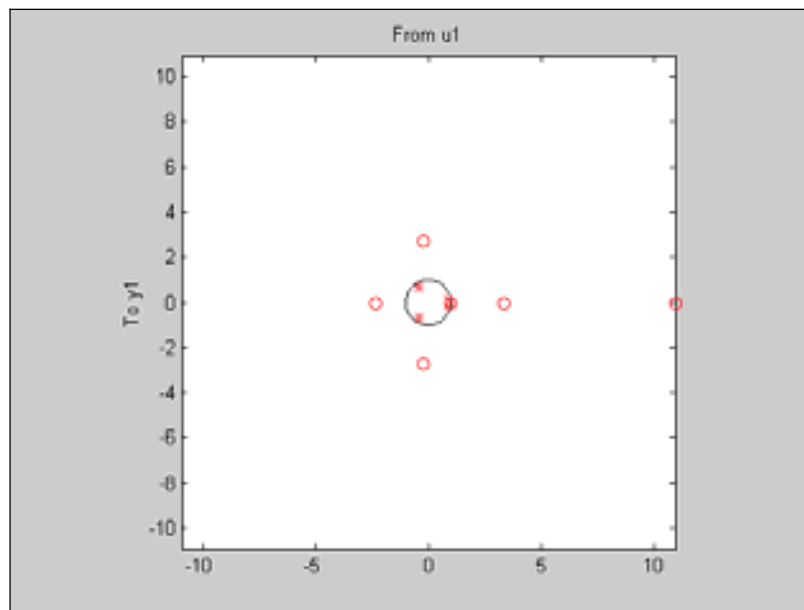


Fig. 5.8 – Pólos e zeros obtidos pela função *pzmap* do modelo “m1”

Para melhor visualização dos pólos e zeros no interior do círculo unitário será feito um *zoom* próximo do centro do gráfico da Fig. 5.8.

Na Fig. 5.9 pode-se perceber a existência de 6 pólos isolados e o cancelamento de 1 pólo com 1 zero na posição (1,0) do círculo unitário. Isto faz com que a ordem do sistema seja reduzida em um grau devido a este fenômeno.



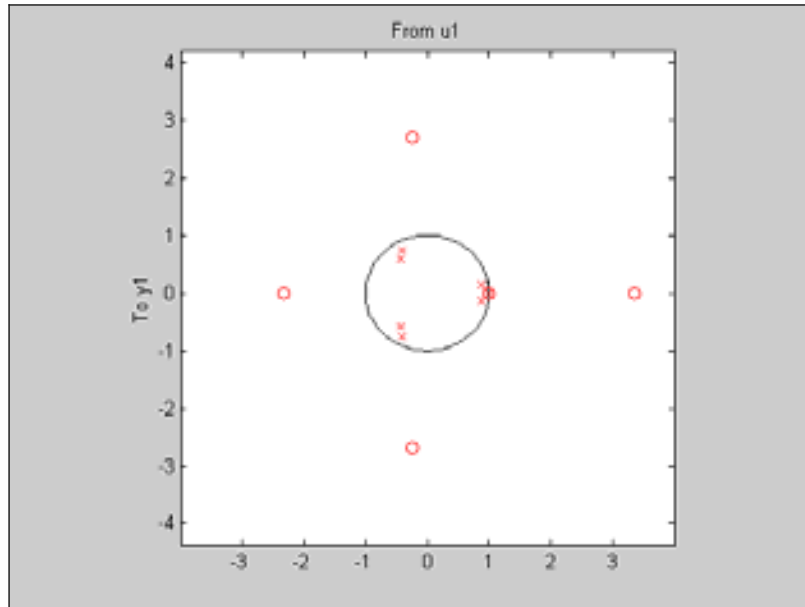


Fig. 5.9 – Zoom da parte central da Fig. 5.8

Portanto, uma estimativa inicial usando-se o método paramétrico poderá ser obtida com uma equação de diferenças com 6 pólos, 5 zeros e com atraso  $n_k$  igual a 6. A função *arx* será usada para este propósito.

```
m2 = arx(data, [na nb nk]); % função de estimação do modelo pelo
                             método ARX
```

A estrutura do modelo ARX é inteiramente definida pelos três números inteiros  $na$ ,  $nb$  e  $nk$ . O valor de  $na$  corresponde ao número de pólos,  $nb-1$  corresponde ao número de zeros e  $nk$  é o atraso puro do sistema. Logo, para este caso tem-se:  $na=6$ ,  $nb=6$  e  $nk=6$ .

Para verificar o modelo gerado, basta digitar o nome do modelo  $m2$  na janela de comando.

Discrete-time IDPOLY model:  $A(q)y(t) = B(q)u(t) + e(t)$   
 $A(q) = 1 - 0.9274 q^{-1} - 0.1437 q^{-2} - 0.1275 q^{-3} - 0.01554 q^{-4}$   
 $\quad + 0.1668 q^{-5} + 0.05071 q^{-6}$   
 $B(q) = -0.502 q^{-6} + 0.4005 q^{-7} - 0.8184 q^{-8} - 0.2346 q^{-9}$   
 $\quad + 0.4596 q^{-10} + 0.6823 q^{-11}$   
 Estimated using ARX from data set zed  
 Loss function 539.027 and FPE 540.057  
 Sampling interval: 1

Visualizando-se a saída do modelo  $m2$  plotado contra os dados medidos na saída, tem-se o gráfico da Fig. 5.10. Como pode ser observado, o modelo não consegue uma boa representação do sistema com os parâmetros obtidos dos modelos não paramétricos. Para melhorar esta resposta, utilizou-se uma outra ferramenta do aplicativo *ident* que consiste na avaliação iterativa dos parâmetros  $na$ ,  $nb$  e  $nk$  utilizando-se os critérios AIC (Akaike's Information Theoretic Criterion) e MDL (Minimum Description Length) para definição da ordem do modelo, vide Ljung [10]. A equação 5.5 descreve o critério AIC onde além da função de custo ( $V$ ) são considerados a ordem do modelo  $n$  e o número de dados disponíveis  $N$ . De acordo com a Teoria de Akaike, em uma coleção de diferentes modelos, deve-se escolher aquele que apresentar o menor valor do AIC.

$$AIC = \ln \left\{ \left[ 1 + 2 \left( \frac{n}{N} \right) \right] V \right\} \quad (5.5)$$

$$V = \sum_{k=1}^N e(k)^2$$

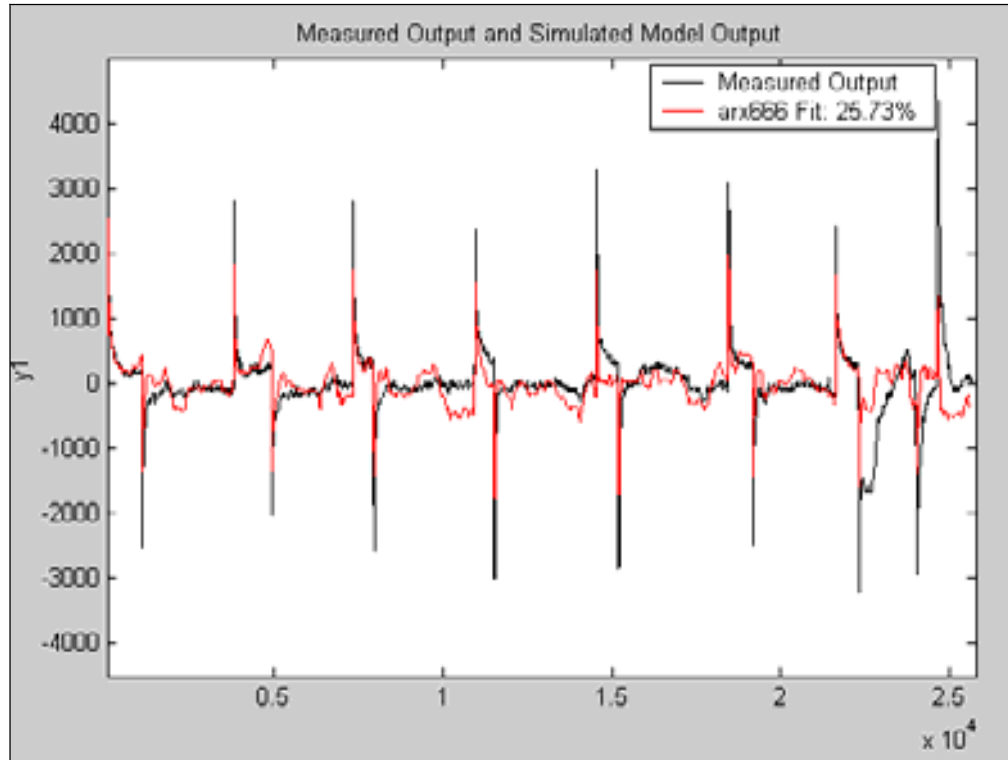


Fig. 5.10 – Saída do modelo ARX com  $na=6$ ,  $nb=6$  e  $nk=6$

Os modelos paramétricos podem ser estimados no aplicativo *ident* através da janela de diálogo mostrada na Fig. 5.11.

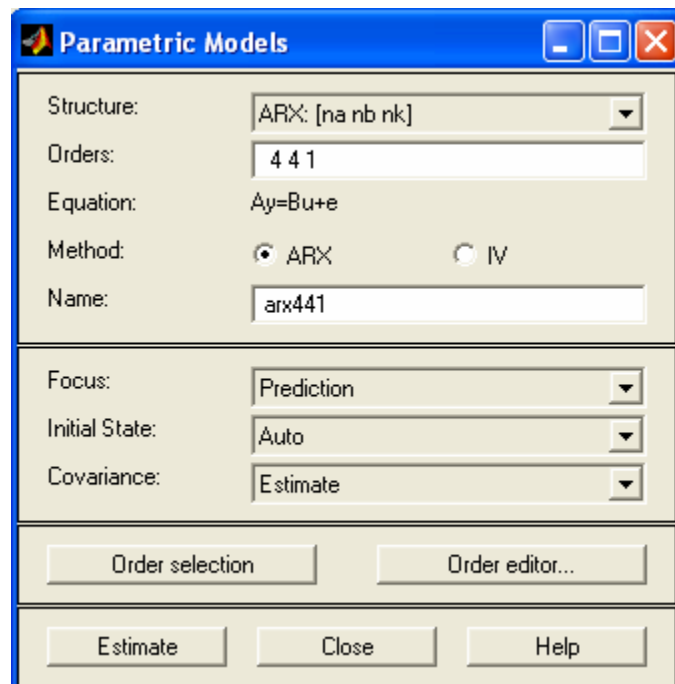


Fig. 5.11 – Janela de diálogo dos modelos paramétricos

O *ident* contém alguns valores *default* para os parâmetros de cada modelo, porém é possível usar a notação de iteração do MATLAB<sup>®</sup> como  $na=1:10$ , etc., para definir várias combinações simultâneas das ordens dos parâmetros e selecionar o modelo que apresentar o menor índice AIC. Caso o parâmetro selecionado seja o valor limite do range definido, por exemplo:  $na=10$ , é interessante aumentar o limite superior da iteração, pois é possível que o sistema possua ordem maior que a definida na iteração proposta.

Como estimativa inicial, propõe-se a seguinte faixa para cada um dos parâmetros do modelo ARX:  $na=1:20$ ,  $nb=1:20$  e  $nk=1:10$ . Tem-se, portanto, 4000 iterações possíveis para serem testadas.

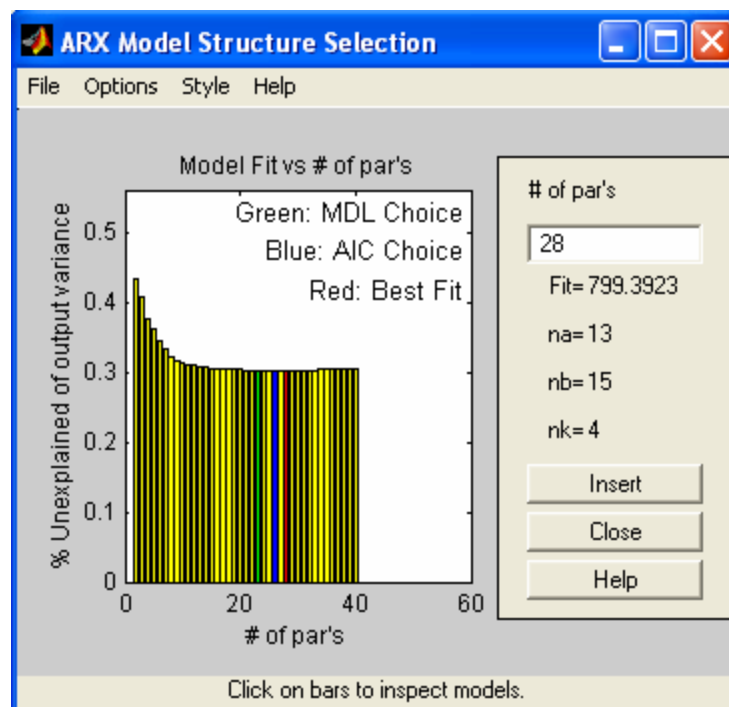


Fig. 5.12 – Janela de seleção da ordem do modelo ARX

Como pode ser visto pela Fig. 5.12, o conjunto de parâmetros que apresentou melhor resultado foi  $na=13$ ,  $nb=15$  e  $nk=4$ . São apresentados também os valores obtidos pelos critérios MDL e AIC que ficaram muito próximos do resultado escolhido. A porcentagem da variação da saída que é explicada pelo modelo é medida pelo índice *fit* conforme Eq. 5.6 onde *norm* corresponde a norma 2.

$$fit = 100 * \left( 1 - \frac{norm(\hat{y} - y)}{norm(y - \bar{y})} \right) \quad (5.6)$$

O gráfico da Fig. 5.13 mostra que houve uma melhora na resposta do modelo ARX quando se alterou a ordem do modelo, principalmente nos picos do sinal, indicando que o sistema em estudo é bem mais complexo que o mostrado pelos métodos não paramétricos.

#### 5.2.4 – Validação do modelo estimado

Um dos meios naturais de busca por um modelo adequado ao sistema em estudo é simplesmente testar vários modelos diferentes e comparar os resultados obtidos. Não é surpresa que um modelo terá um bom desempenho se for avaliado com os mesmos dados em que foi ajustado. Para isto, busca-se realizar um teste onde o modelo é submetido a valores novos nunca antes utilizados durante o ajuste do mesmo. O modelo que apresentar o melhor desempenho com os novos dados será o modelo escolhido.

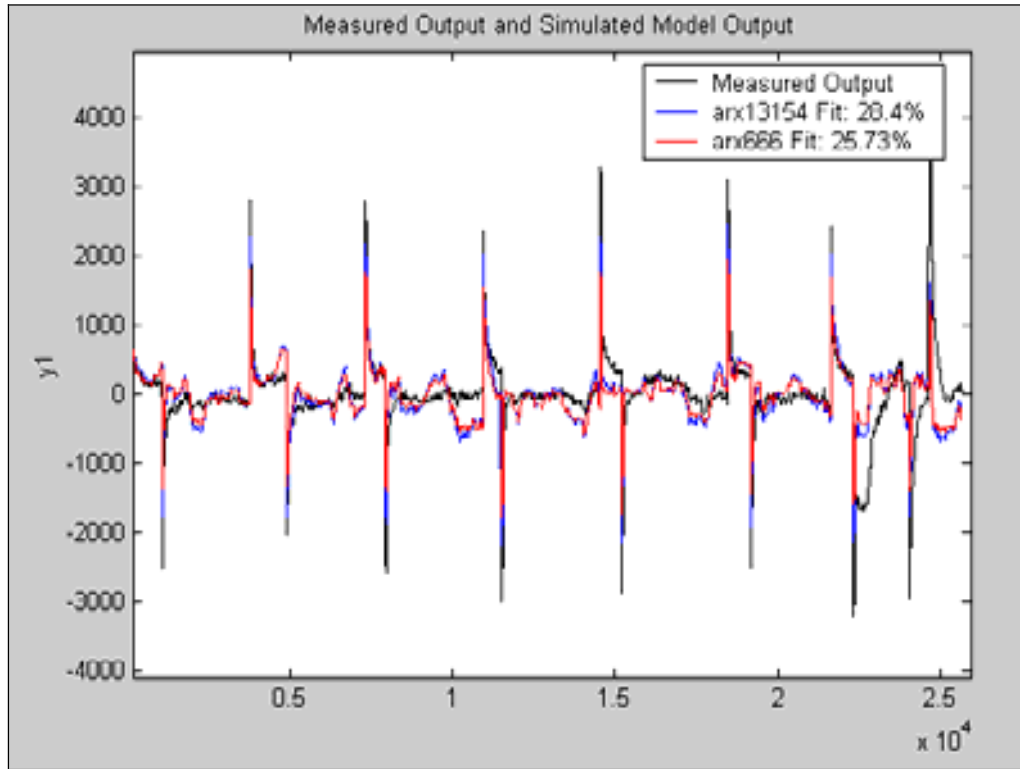


Fig. 5.13 – Comparação entre duas estruturas do modelo ARX

Tal procedimento é conhecido como validação cruzada (*cross validation*) e já existem variantes desenvolvidas para ele, segundo Ljung [10].

Uma das medidas de desempenho a ser utilizada poderia ser a soma dos erros de predição ao quadrado ou o desvio entre a saída atual e a saída simulada. Uma característica atrativa do procedimento de validação cruzada é seu caráter pragmático: a comparação faz sentido mesmo sem nenhum argumento probabilístico ou premissa a respeito do sistema real. A única desvantagem é que é necessário reservar uma parte dos dados coletados para fazer a comparação e, portanto, não é possível aproveitar esta informação na construção do modelo.

Para validação dos modelos foi utilizada neste trabalho uma variação do processo de validação cruzada. Considerando a existência de dois conjuntos de dados distintos, o processo de validação baseou-se em alternar os conjuntos de dados usados para estimativa e validação, ou seja, inicialmente um conjunto de dados foi utilizado para estimativa e o outro para validação. Em seguida, os conjuntos foram trocados e realizada uma nova estimativa e validação. O critério usado para comparação foi o percentual da variação da saída real que é reproduzida pelo modelo avaliado. Na equação 5.7,  $R$  representa a parte da variação da saída real que é reproduzida pelo modelo, para expressar em porcentagem basta multiplicar  $R$  por 100. O modelo escolhido foi o que obteve o melhor resultado, considerando o processo de validação. Também foi considerado como critério de comparação a análise visual entre o valor medido e os valores estimados pelos modelos.

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{j=1}^N |y_{k+j} - \hat{y}_{k+j}|^2}{\sum_{j=1}^N |y_{k+j} - \bar{y}|^2} \quad (5.7)$$

Utilizando-se este critério, estimou-se um novo modelo ARX com os dados invertidos, ou seja, o data-set de estimação será o do dia 28/12/05 e o de validação será o do dia 27/12/05. Neste caso, tem-se uma nova ordem para o modelo conforme mostra a Fig. 5.14.

Portanto, para decidir quais dos modelos gerados até agora é o que melhor representa o sistema, é necessário calcular o valor de R para os três modelos apresentados.

Modelos =>	ARX [6 6 6]	ARX [13 15 4]	ARX [13 6 8]
Valor de R =>	R=66,16%	R=69,39%	R=67,35%

Tabela 5.1 – Valores de R para os modelos ARX

Percebe-se pela Tabela 5.1 que a nova estrutura do modelo ARX ( $na=13$ ,  $nb=6$  e  $nk=8$ ) obtido pelo procedimento de validação cruzada não apresenta um desempenho tão bom quanto o anteriormente calculado (ARX [13 15 4]). Isto pode ser confirmado também graficamente através da Fig. 5.15.

### 5.2.5 – Comparação com outros modelos

A última etapa do procedimento sugere a investigação de outras estruturas de modelos paramétricos, tais como: ARMAX, OE, BJ, etc., para verificar se eles se ajustam melhor do que o ARX inicialmente utilizado. Todos estes modelos estão disponíveis no aplicativo *ident* e também podem ser usados através da linha de comando do MATLAB®. O maior obstáculo no uso dos demais modelos é que não está disponível uma rotina de pesquisa da melhor ordem para o modelo como existe para o ARX, o que faz com que seja necessário usar o método de tentativa na combinação dos parâmetros de cada modelo em particular. Como alternativa inicial, será usada a mesma ordem de grandeza dos parâmetros utilizados no modelo ARX para ter-se uma base para comparar o desempenho entre os modelos.

O MATLAB® através do comando *armax* estima os parâmetros da estrutura do modelo ARMAX

```
modelo = armax (data, [na nb nc nk]); % função de estimação do modelo ARMAX
```

usando um método de predição do erro. Os parâmetros  $na$ ,  $nb$  e  $nc$  são as ordens do modelo e  $nk$  é o atraso. Especificamente,

$$A(q)y(t) = B(q)u(t - nk) + C(q)e(t), \text{ onde: } \begin{cases} na: & A(q) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{na} q^{-na} \\ nb: & B(q) = b_1 + b_2 q^{-1} + \dots + b_{nb} q^{-nb+1} \\ nc: & C(q) = 1 + c_1 q^{-1} + \dots + c_{nc} q^{-nc} \end{cases} \quad (5.8)$$

O modelo OE (Output-Error) é estimado através do comando *oe* que possui a seguinte sintaxe:

```
modelo = oe (data, [nb nf nk]); % função de estimação do modelo OE
```

Os parâmetros  $nb$  e  $nf$  são as ordens do modelo e  $nk$  o atraso. Neste modelo apenas são considerados os valores antepassados da entrada e não da saída, como no ARX ou ARMAX. Especificamente,

$$y(t) = \frac{B(q)}{F(q)}u(t - nk) + e(t), \text{ onde: } \begin{cases} nb: & B(q) = b_1 + b_2 q^{-1} + \dots + b_{nb} q^{-nb+1} \\ nf: & F(q) = 1 + f_1 q^{-1} + \dots + f_{nf} q^{-nf} \end{cases} \quad (5.9)$$

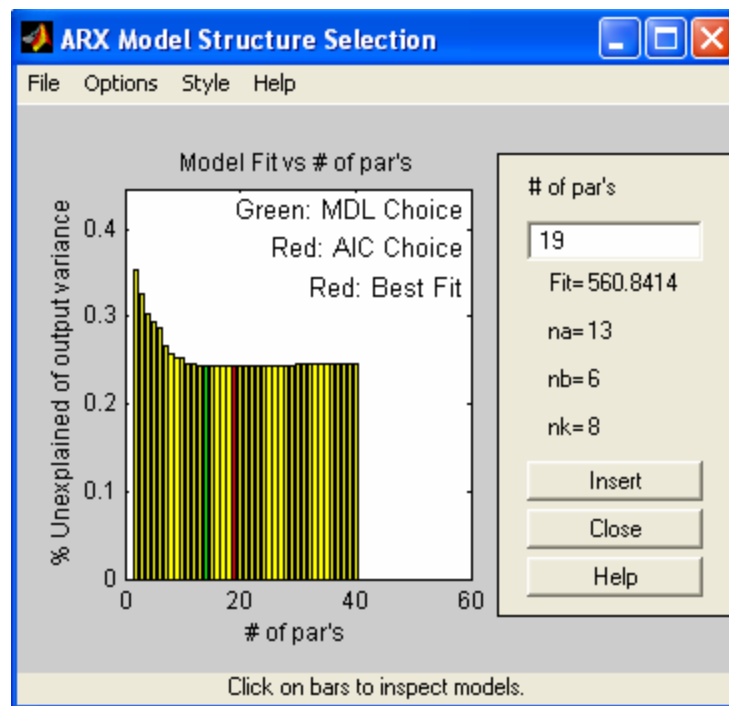


Fig. 5.14 – Estrutura do modelo ARX c/a inversão dos dados

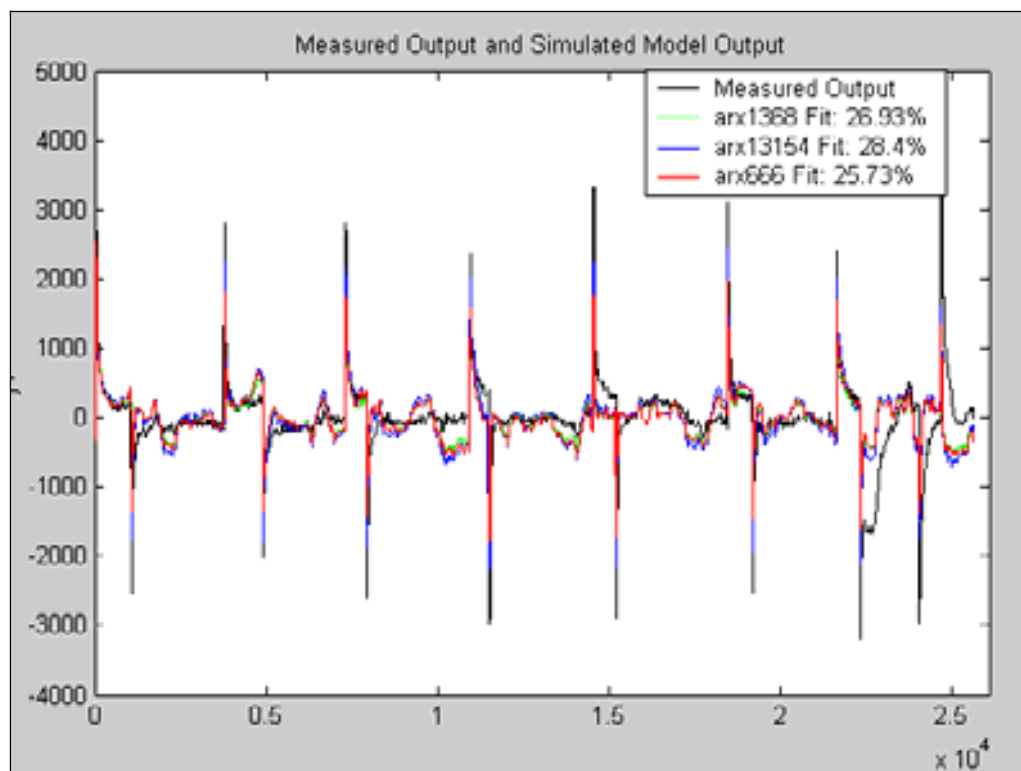


Fig. 5.15 – Comparação entre estruturas do modelo ARX

O modelo BJ (Box-Jenkins) pode ser obtido pelo comando *bj* do System Identification Toolbox do MATLAB®

```
modelo = bj (data, [nb nc nd nf nk]); % função de estimação do modelo OE
```

ele usa, basicamente, o mesmo algoritmo do *armax* com modificações no cálculo do erro de predição e do gradiente. Especificamente,

$$y(t) = \frac{B(q)}{F(q)}u(t-nk) + \frac{C(q)}{D(q)}e(t), \text{ onde: } \begin{cases} nb: & B(q) = b_1 + b_2q^{-1} + \dots + b_{nb}q^{-nb+1} \\ nc: & C(q) = 1 + c_1q^{-1} + \dots + c_{nc}q^{-nc} \\ nd: & D(q) = 1 + d_1q^{-1} + \dots + d_{nd}q^{-nd} \\ nf: & F(q) = 1 + f_1q^{-1} + \dots + f_{nf}q^{-nf} \end{cases} \quad (5.10)$$

Na Fig. 5.16 percebe-se que, exceto o modelo ARMAX, todos os demais modelos apresentaram um desempenho muito próximo do modelo ARX inicial tomado como referência. Isto corrobora a decisão tomada anteriormente de adotar este modelo como padrão para o estudo.

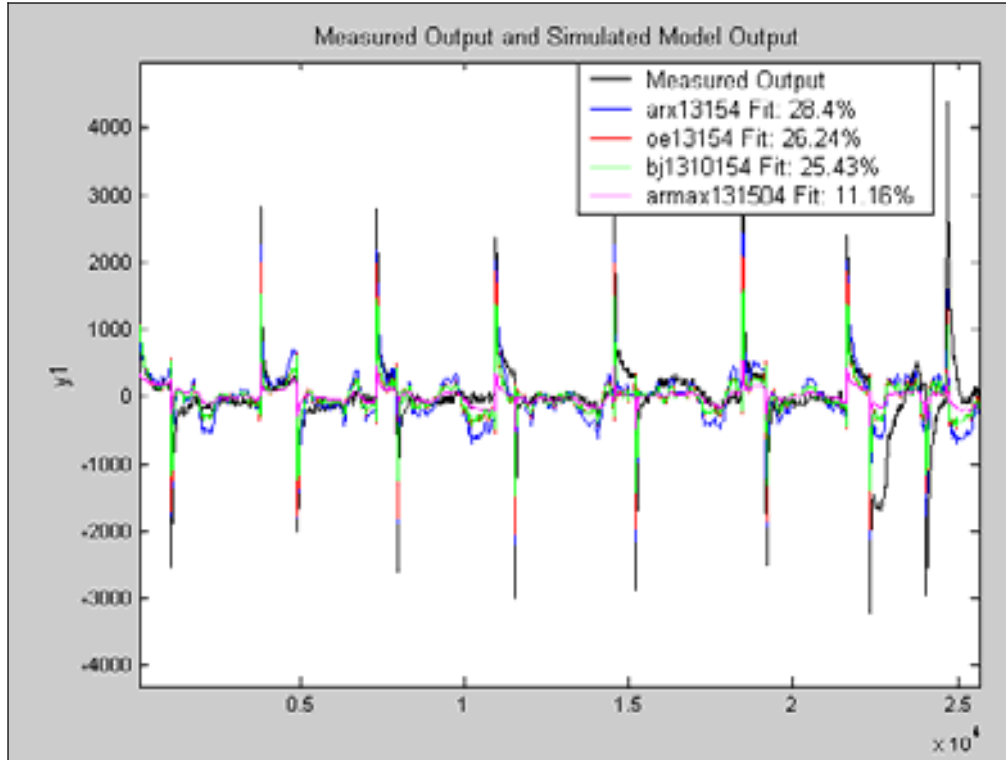


Fig. 5.16 – Comparação entre vários modelos paramétricos

### 5.3 – Resultados do modelo RARX

Em muitos casos, pode ser necessário estimar o modelo de modo *on line*, ou seja, ao mesmo tempo em que os dados de entrada-saída são recebidos. Este recurso torna-se interessante à medida que o comportamento da entrada (ex.: poço de *plunger lift*) não é estável e varia abruptamente com o tempo, permitindo assim que os parâmetros do modelo sejam continuamente ajustados para a nova situação, como ocorre, por exemplo, no controle adaptativo.

Um típico algoritmo recursivo de identificação é dado por

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + K(t)(y(t) - \hat{y}(t)) \quad (5.11)$$

Aqui  $\hat{\theta}(t)$  é o vetor de parâmetros estimado no tempo  $t$  e  $y(t)$  é o vetor de saída observado no tempo  $t$ . Além disso,  $\hat{y}(t)$  é uma predição do valor de  $y(t)$  baseado nas observações até  $t-1$  e também baseado no modelo atual (e possivelmente modelos anteriores) no tempo  $t-1$ . O ganho  $K(t)$  determina de que maneira o erro de predição corrente ( $y(t) - \hat{y}(t)$ ) afeta a

atualização da estimativa dos parâmetros. Seguindo Ljung [14], ele é escolhido tipicamente como

$$K(t) = Q(t)\psi(t) \quad (5.12)$$

onde  $\psi(t)$  é uma aproximação do gradiente de  $\hat{y}(t|\theta)$  com relação a  $\theta$ . As estruturas dos modelos AR e ARX que correspondem a regressões lineares podem ser escritas como

$$y(t) = \psi^T(t)\theta_0(t) + \varepsilon(t) \quad (5.13)$$

onde o vetor de regressão  $\psi(t)$  contém valores passados das entradas e saídas observadas, e  $\theta_0(t)$  representa a descrição real do sistema. A Eq. 5.13 pode ser comparada com a Eq. 4.10 onde  $\varepsilon(t)$  é a fonte de ruído (as inovações). A predição natural de  $y(t)$  é  $\hat{y}(t) = \psi^T(t)\hat{\theta}(t-1)$  e seu gradiente com relação a  $\theta$  é exatamente  $\psi(t)$ .

Para modelos que não podem ser escritos na forma de uma regressão linear não é possível se calcular recursivamente a predição exata e seu gradiente para a estimativa atual de  $\hat{\theta}(t-1)$ . Neste caso aproximações de  $\hat{y}(t)$  e  $\psi(t)$  devem ser utilizadas.

A matriz  $Q(t)$  que afeta tanto o ganho de adaptação como a direção na qual a atualização é feita pode ser escolhida de várias maneiras diferentes.

### 5.3.1 Maneiras para a escolha do mecanismo de adaptação e do ganho

Uma boa aproximação para o problema de adaptação é a diminuição exponencial de medidas antigas, de forma que uma observação que seja feita a  $\tau$  amostras atrás, seja ponderada com um peso que é  $\lambda^\tau$  do peso das observações mais recentes. Isto significa que a seguinte função é minimizada no tempo  $t$ .

$$\sum_{k=1}^t \lambda^{t-k} e^2(k) \quad (5.14)$$

Aqui  $\lambda$  é um número positivo menor que 1. As medidas que são mais antigas do que  $\tau = 1/(1-\lambda)$  são penalizadas de acordo com a Eq. 5.14 com um fator menor que 0,3. Portanto, este coeficiente funciona como um “horizonte de memória” para o algoritmo. Os valores típicos de  $\lambda$  estão na faixa entre 0,97 e 0,995.

O critério da Eq. 5.14 pode ser minimizado exatamente no caso de regressão linear e o algoritmo completo fica da seguinte forma

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(t) &= \hat{\theta}(t-1) + K(t)(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) &= \psi^T(t)\hat{\theta}(t-1) \\ K(t) &= Q(t)\psi(t) \\ Q(t) &= P(t) = \frac{P(t-1)}{\lambda + \psi(t)^T P(t-1)\psi(t)} \\ P(t) &= \frac{1}{\lambda} \left( P(t-1) - \frac{P(t-1)\psi(t)\psi(t)^T P(t-1)}{\lambda + \psi(t)^T P(t-1)\psi(t)} \right) \end{aligned} \quad (5.15)$$



Este algoritmo é chamado de aproximação por Fator de Esquecimento (FF) para a adaptação, com fator de esquecimento  $\lambda$ . Ele é também conhecido como algoritmo dos Mínimos Quadrados Recursivos (RLS) para o caso de regressão linear.

### 5.3.2 Rotinas do MATLAB® para a escolha do mecanismo de adaptação e do ganho

O MATLAB® dispõe de várias funções para implementar a maioria dos algoritmos de identificação recursiva, tais como: rarx, rarmax, rbj, roe, rpem, etc. Todos possuem a seguinte sintaxe básica:

```
[mod,yh] = func (data, nn , adm , adg); % função de estimação do modelo
                                     recursivo
```

onde:

- func – define o modelo a ser usado (ex.: rarx, rarmax, rbj, roe, rpem, etc)
- data – contém os dados de entrada-saída do sistema
- nn – especifica a estrutura do modelo da mesma forma que o algoritmo *off-line*  
ex.: nn = [na nb nk]
- adm – seleciona o mecanismo de adaptação:  
‘ff’ – *forgetting factor* (fator de esquecimento)  
‘ug’ – *unnormalized gradient* (gradiente não-normalizado)  
‘ng’ – *normalized gain* (ganho normalizado)  
‘kf’ – *Kalman filter* (filtro de Kalman)
- adg – seleciona o valor do ganho de adaptação

O modelo a ser utilizado será o *rarx* (ARX Recursivo) com os mesmos parâmetros do algoritmo *off-line*, ou seja,  $na=13$ ,  $nb=15$  e  $nk=4$ . Isto acabou contribuindo para um melhor desempenho deste modelo, pois toda a etapa de escolha dos parâmetros já foi realizada de modo *off-line* permitindo um ajuste bem superior ao algoritmo ARX. O mecanismo de adaptação selecionado será o fator de esquecimento (FF) com um ganho  $\lambda = 0,98$ . Na Fig. 5.17 tem-se o resultado do modelo RARX usado na forma *off-line*, ou seja, foram utilizados os dados coletados e comparado com a saída medida no campo.

Percebe-se que o modelo RARX consegue um ajuste quase perfeito aos valores medidos no campo com um índice de ajuste (Fit) de 97,01%. Alguns fatores contribuíram para este resultado, dentre os quais pode-se citar:

- i) O modelo recursivo utilizou os mesmos parâmetros já ajustados anteriormente para o ARX *off-line*, minimizando o erro global do modelo;
- ii) Os dados utilizados na Fig. 5.17 já haviam sido coletados anteriormente, ou seja, não foi realizada uma estimação *on line* do sistema e sim, usada uma rotina recursiva de maneira *off-line*, obtendo-se assim um desempenho bem superior.

Porém, este não é o melhor teste para este tipo de rotina que foi desenvolvida para ser usada recebendo os dados ao mesmo tempo em que são coletados. Para isto, utilizou-se uma outra funcionalidade do MATLAB® que permite a aquisição de dados diretamente do sistema supervisorio da plataforma de modo que foi possível avaliar como o algoritmo recursivo funciona na prática.

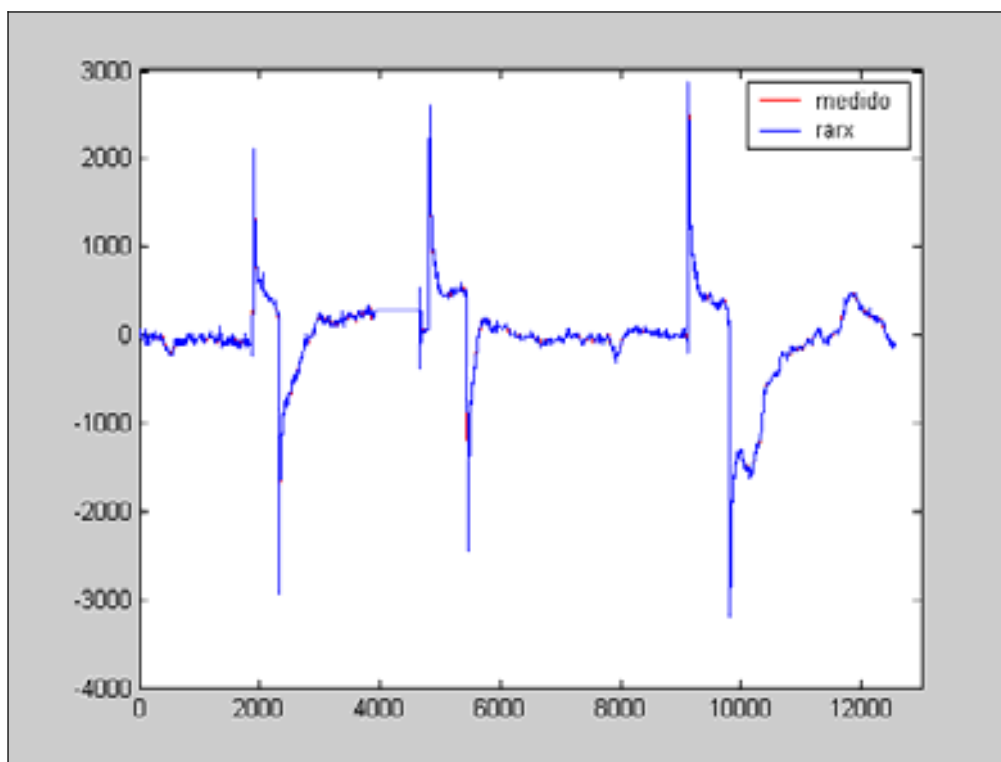


Fig. 5.17 – Algoritmo RARX usado de modo *off-line*

A comunicação entre o MATLAB® e o aplicativo do supervisório (InTouch 7.11) se dá através do protocolo DDE (Dynamic Data Exchange) conforme ilustrado na Fig. 5.18 abaixo.



Fig. 5.18 – Comunicação entre o MATLAB® e o supervisório

Uma vez estabelecido o canal de comunicação através de DDE, o MATLAB® passa a funcionar como uma estação cliente do supervisório recebendo os dados em tempo real. Neste momento, foi executada uma rotina de aquisição de dados e estimação do modelo RARX que passou a corrigir o erro no sinal de saída de forma contínua, obtendo-se, depois de decorrido algum tempo, um ajuste muito próximo do obtido no modo *off-line* (vide Fig. 5.19).

O resultado obtido em tempo real, mesmo levando-se em consideração os atrasos típicos da rede de comunicações, foi bastante promissor, sinalizando com um bom desempenho deste algoritmo em uma aplicação real de campo. O erro apresentado entre os dois sinais nos primeiros pontos coletados do gráfico da Fig. 5.19 é normal neste tipo de algoritmo, pois devido à característica de recursividade, os parâmetros vão se ajustando à medida que o tempo passa, ficando cada vez mais preciso. Em função do caráter preliminar deste estudo, não se explorou a fundo todo o potencial do algoritmo RARX que poderá permitir um ajuste ainda maior através de uma análise de sensibilidade nos seus parâmetros.

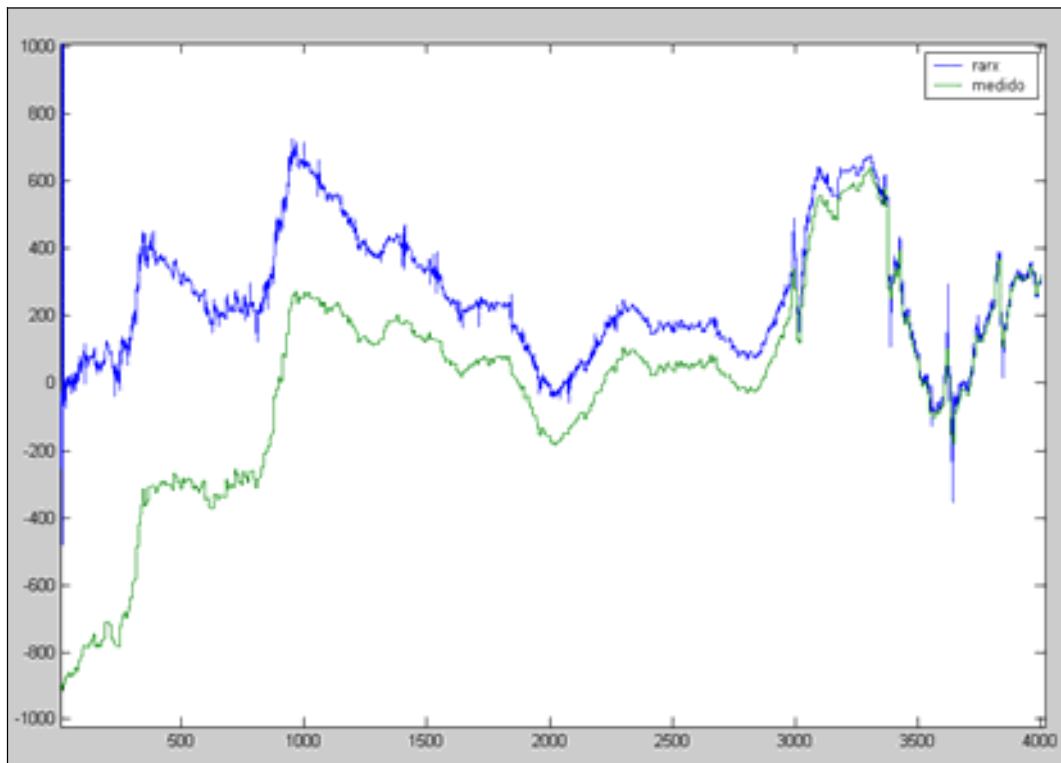


Fig. 5.19 – Algoritmo RARX usado de modo *on line*

## 5.4 – Conclusões

Neste capítulo foram cobertas todas as etapas de um processo de identificação de sistemas na prática, ou seja, desde a aquisição e pré-tratamento dos dados de entrada, passando pelos métodos de identificação não paramétrica (ex.: resposta ao impulso, ao degrau, etc.), pelos métodos de identificação paramétrica (ex. ARX, ARMAX, OE, BJ, etc.) dentre eles com destaque para o ARX que melhor se ajustou ao sistema em estudo e, finalmente, utilizou-se um método de validação e comparação com outros modelos.

O modelo ARX possui uma característica interessante que é a existência de um mecanismo que permite a seleção da melhor estrutura deste modelo que se ajusta ao conjunto de dados usados na estimação. Este mecanismo calcula vários valores da função objetivo para diferentes estruturas do modelo e apresenta os valores que resultaram nos menores erros em relação ao sinal medido.

Todos os métodos analisados inicialmente foram com base em dados previamente adquiridos, ou seja, avaliou-se o desempenho dos modelos no modo *off-line* onde todos os pontos já são conhecidos *a priori*. No entanto, muitas vezes na prática não se tem a oportunidade de conhecer antecipadamente os dados que serão usados na modelagem de um determinado fenômeno. Por isso a importância dos algoritmos recursivos torna-se mais evidente, pois todos os parâmetros dos modelos são atualizados continuamente à medida que novos dados vão chegando, fazendo com que os modelos recursivos sejam vistos como a solução mais provável para a estimação de sistemas lineares em tempo real.

# Capítulo 6

## Conclusões e recomendações

### 6.1 – Introdução

Este trabalho descreveu a utilização da metodologia de identificação de sistemas para estimar a vazão de gás na saída de um separador de teste de um poço de *plunger lift*. Os resultados mostraram que com base em um arquivo de dados coletados diretamente do separador e através do uso de algoritmos de identificação paramétricos é possível obter-se uma boa correlação entre o sinal de comando da válvula de controle da vazão de gás e a vazão de gás que flui através da linha de saída de gás do vaso.

Foi proposto e aprovado pelo Comitê Técnico Operacional (CTO) da Petrobrás um projeto de pesquisa em parceria com a UFRN cujo escopo é implementar em laboratório um protótipo de separador bifásico (água + ar) para tentar reproduzir as golfadas presentes em um sistema real e estimar a vazão de ar na saída do separador. Este projeto vai permitir um aprofundamento na pesquisa sobre algoritmos recursivos que apresentaram resultados promissores. Espera-se que, em breve, a estratégia proposta nesta dissertação possa ser validada com a implantação desse projeto.

Neste capítulo estão relacionadas as conclusões referentes ao método proposto neste trabalho como também algumas recomendações para o desenvolvimento do projeto de pesquisa.

### 6.2 – Conclusões

#### 6.2.1 – Problemas na medição da vazão intermitente de um poço de *plunger lift*

A existência de pulsação tem sido reconhecida como uma fonte de erro em medição; contudo, o mecanismo e o grau deste erro não é bem compreendido. Quando se trata de efeitos de pulsação em medidores tipo placa de orifício eles não são simplesmente decorrentes dos sistemas acessórios na medição (ex.: transmissor de pressão diferencial, transmissor de temperatura, etc.), mas o erro básico advém diretamente da passagem do fluxo pulsante pelo orifício da placa e é independente dos demais componentes do sistema de medição.

As fontes mais comuns de pulsações são:

- a) Máquinas de deslocamento positivo (alternativas ou rotativas), compressores, caldeiras e bombas;
- b) Medidores de fluxo de deslocamento positivo;
- c) Equipamentos de controle de fluxo mal dimensionados e/ou válvulas com desgaste;
- d) Movimento irregular de quantidades de água ou condensado na linha;

- e) Poços com dispositivos que provoquem intermitência;
- f) Terminais de linha em formato de “T” e outras cavidades similares.

Os vasos separadores utilizados na indústria do petróleo são, em sua grande maioria, projetados para manipular vazões estabilizadas tanto de líquido quanto de gás o que limita seu uso para sistemas que trabalhem em regime permanente. O sistema de medição de fluidos destes separadores não está preparado para receber vazões pulsantes, principalmente na malha de gás que é a mais afetada quando se trata de poços de *plunger lift*.

Como alternativas para contornar este problema, várias soluções já foram propostas tanto pelos fabricantes de equipamentos de medição como pelos próprios operadores que lidam com este tipo de poço no dia-a-dia. Dentre elas pode-se destacar:

- a) Uso de uma placa de orifício de grande diâmetro para conseguir captar o diferencial de pressão máximo durante a ocorrência de um pulso de vazão. Esta solução tem a desvantagem de não conseguir registrar as vazões mais baixas com precisão;
- b) Substituição da medição com placa de orifício por um medidor tipo ultrassônico que possui uma ampla faixa de medição (range). O principal fator impeditivo neste caso é o custo deste tipo de medidor;
- c) Mudança na estratégia de controle do vaso separador através da utilização de um controle por bandas e não mais um controle por *set point*. Neste caso, o problema reside na segurança operacional do vaso separador, pois ele ficará mais vulnerável no caso de uma golfada severa haver passagem de líquido pela saída de gás.

Portanto, como se pode observar este não é um problema trivial em função de vários aspectos que estão em discussão (ex.: precisão da medição, custo de equipamentos, segurança operacional, etc.). A solução proposta neste trabalho adotou como premissa não alterar o sistema atual de medição de gás com placa de orifício e tentar estimar a vazão de gás do separador a partir de informações do próprio equipamento.

#### 6.2.2 – Adoção da metodologia de identificação de sistemas

O processo de automação da indústria de um modo geral, e mais especificamente, das plataformas de produção de petróleo, permitiu um ganho extraordinário no conhecimento dos vários sistemas que integram uma unidade de produção na medida em que a etapa de aquisição de dados se tornou simplificada e de baixo custo. De posse dos dados, o analista tem em mãos a oportunidade de extrair informações valiosas sobre o comportamento do sistema em estudo sem ser necessário o complexo detalhamento matemático das leis físicas que estão presentes no processo.

Neste cenário, a identificação de sistemas ganha fundamental importância na criação de modelos matemáticos de sistemas dinâmicos baseados nos dados observados dos sistemas. O tema é assim parte de uma metodologia científica básica, e desde que sistemas dinâmicos são abundantes atualmente, as técnicas de identificação de sistemas têm uma vasta área de aplicação.

O principal objetivo deste trabalho foi utilizar os dados disponíveis no sistema supervisor da plataforma que armazena as variáveis do vaso separador de teste e, com base nestes dados, estimar a vazão de gás na saída do separador. Para isto, utilizou-se as ferramentas disponibilizadas pelo *System Identification Toolbox* que é um pacote de rotinas de identificação de sistemas integradas ao programa MATLAB®.

#### 6.2.3 – Uso do modelo ARX

Durante o desenvolvimento do trabalho buscou-se sempre um compromisso entre o desempenho do algoritmo e sua simplicidade, pois modelos muito complexos poderiam apresentar problemas de convergência em determinadas situações práticas. Dentre os modelos pesquisados, o modelo ARX conseguiu um bom resultado com base nos dados coletados do

separador de teste da PUB-02 e quando foi utilizado o algoritmo recursivo (RARX) o índice de ajuste (*fit*) foi de cerca de 97 % no modo *off-line*.

Este modelo usa como método de otimização dos parâmetros o algoritmo dos mínimos quadrados desenvolvido por Gauss em 1795. Trata-se de um algoritmo bastante conhecido e muito robusto do ponto de vista computacional, com sua convergência provada analiticamente. A versão recursiva deste algoritmo mostrou-se particularmente interessante neste caso, pois foi conectado ao sistema supervisor da plataforma PUB-02 passando a operar no modo *on line* onde os parâmetros foram atualizados continuamente à medida que novos dados eram adquiridos. O resultado obtido neste caso foi muito promissor fazendo com que este tipo de algoritmo seja o mais adequado para uso com sistemas supervisor.

## 6.3 – Recomendações

Ao longo do desenvolvimento deste trabalho, surgiu a idéia de dar continuidade ao estudo deste problema de forma mais experimental e abrangente, partindo-se para a construção de um protótipo de um vaso separador com todos os equipamentos de controle e aquisição de dados montados em um laboratório específico. Esta idéia transformou-se em uma proposta de projeto de pesquisa (PPP) que foi submetida ao Comitê Tecnológico Operacional (CTO) da Petrobrás que seleciona anualmente vários projetos de pesquisa para serem desenvolvidos em parceria com universidades no País.

O projeto foi aprovado sob o título “Sistema de Medição em Vaso Separador para Poços de Petróleo Produzido por “Plunger-Lift”” com prazo de execução de dois anos tendo iniciado em Setembro de 2006. As etapas de execução do projeto foram assim definidas:

1ª. Etapa: Estudo de técnicas de medição de vazão de gás utilizadas atualmente

Inicialmente será feita uma revisão bibliográfica sobre os métodos atuais de medição de vazão de gás. Serão analisados os diversos tipos de válvulas disponíveis nos poços da PETROBRÁS e estudadas técnicas de estimação de vazão. Ainda nesta fase será iniciada a aquisição dos componentes para montagem do protótipo do “plunger-lift”.

2ª. Etapa: Montagem do protótipo para emulação do processo de vazão de gás do “plunger-lift”

Montagem de um vaso separador em escala que será acoplado a um compressor que emulará a produção de gás pelo método “plunger-lift”. Além da montagem do protótipo, serão desenvolvidas rotinas computacionais para controle e aquisição de dados.

3ª. Etapa: Desenvolvimento do sistema

Estudo e desenvolvimento de software para estimação de vazão de gás. O software desenvolvido poderá ser integrado ao sistema supervisor da PETROBRÁS com o propósito de estimar a produção de gás em poços que produzem por “plunger-lift”.

4ª. Etapa: Testes de campo

Testes finais em campo serão realizados com o intuito de validar os resultados obtidos com o emulador. Ao final, será elaborado um Relatório Final a ser entregue à PETROBRÁS com a descrição de todo o sistema, incluindo o seu funcionamento detalhado e testes de operação.

Atualmente o projeto encontra-se na segunda etapa, ou seja, montagem do protótipo do separador (Fig. 6.1) através da contratação de empresas locais para montagem do separador e aquisição dos equipamentos de controle de nível e pressão.

Para complementação deste trabalho e de uma forma geral para o desenvolvimento da área de modelagem de separadores bifásico, são apresentados alguns tópicos para estudos futuros:

- Estudar de forma mais detalhada como o modelo ARX se comporta diante de variações bruscas no sinal de entrada, pois como ele foi desenvolvido para sistemas lineares pode ser que nestas situações apareçam algumas não linearidades do vaso separador que afetarão o desempenho do modelo;
- Avaliar o comportamento de um modelo não linear para verificar se ele possui um desempenho melhor que o modelo ARX proposto neste trabalho;
- Verificar a influência da sintonia do PID da válvula de controle de gás do separador no desempenho do modelo ARX já que este modelo utiliza, basicamente, o sinal de controle desta válvula para estimar a vazão de saída de gás;
- Medir o desempenho do algoritmo recursivo (modelo RARX) no modo *on line* e compará-lo com o *fit* obtido no modo *off-line*.
- Utilização da Teoria de Séries Temporais para uma melhor caracterização dos sinais envolvidos no processo de Identificação de Sistemas.

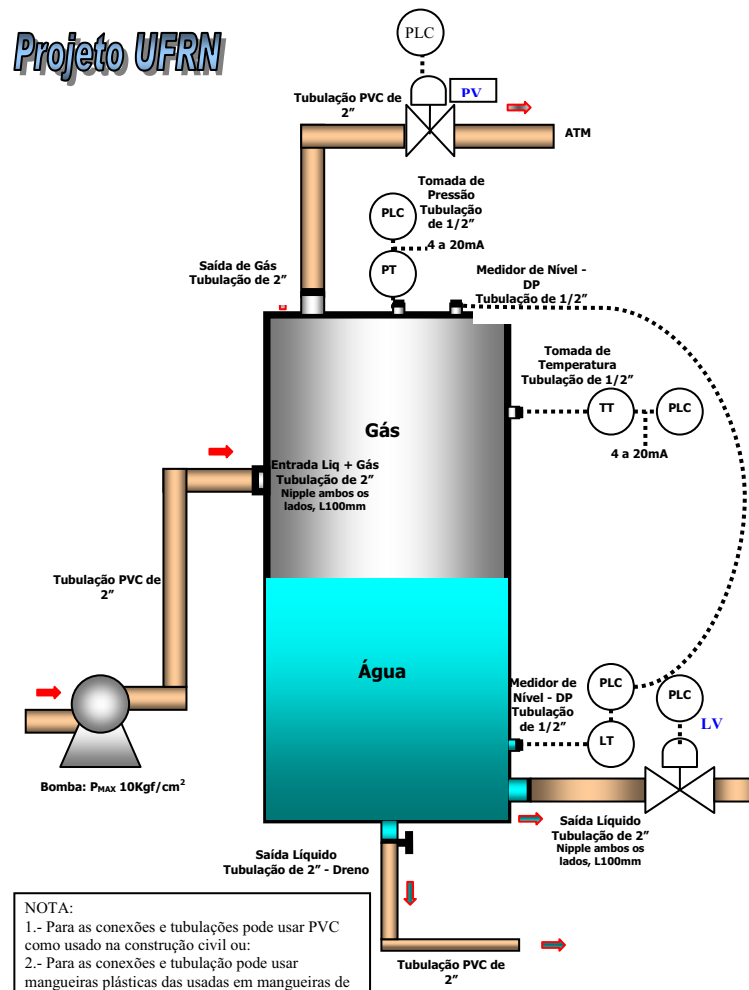


Fig. 6.1 – Protótipo do vaso separador do projeto UFRN

## Referências Bibliográficas

- [1] Baruzzi, J. O. A., *Modelagem do plunger lift convencional*, dissertação de mestrado apresentada em Fev/1994 à Faculdade de Engenharia Mecânica da UNICAMP;
- [2] Bolonhini, E. H., *Software para Simulação de Plunger Lift*, programa de computador escrito em linguagem *Visual Basic* com sub-rotinas em *FORTRAN PL V6*, Versão 6.3 baseado na modelagem proposta pelo Eng<sup>o</sup>. Baruzzi;
- [3] Nunes, G. C., *Modelagem e simulação dinâmica de separador trifásico água-óleo-gas*, dissertação de mestrado apresentada em Out/1994 à Faculdade de Engenharia Química da COPPE/UFRJ;
- [4] Nunes, G. C., *Novas Estratégias de Controle para Estabilização de Plantas de Processamento: Controle por Bandas*, trabalho apresentado no II SEMINÁRIO DA ÁREA DE INSTALAÇÕES DE PRODUÇÃO DE SUPERFÍCIE, realizado pela PETROBRÁS - Petróleo Brasileiro S.A., de 23 a 26 de novembro de 2004, no Hotel Fiesta de Salvador – BA;
- [5] ANSI/ISA-75.01.01-2002 (60534-2-1 Mod), *Flow Equations for Sizing Control Valves*, ISA, Research Triangle Park, North Carolina 27709, USA, 2002;
- [6] Shinskey, F. G., *Process Control Systems: Application, Design and Tuning*, McGraw Hill Book Company, 3a Edição, Singapura, 1988;
- [7] Luyben, W. L., *Process Modeling, Simulation and Control for Chemical Engineers*, McGraw Hill Book Company, 2a Edição, Singapura, 1990;
- [8] Norma API-MPMS 14.3-1 *Manual of Petroleum Measurements Standards*, Chapter 14, “Natural Gas Fluids Measurements”, Section 3, “Concentric, Squared-Edged Orifice Meters” - Third Edition, September, 1990.
- [9] AGA Report No. 3, Part 1, *Orifice Metering of Natural Gas and Other Related Hydrocarbon Fluids* – General Equations and Uncertainty Guidelines (1990)
- [10] Ljung, L., *System Identification: theory for the user*, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1987;
- [11] Franklin, G., Powell, J. D., Wordman, M. L., *Digital Control of Dynamic Systems*, Addison-Wesley Publishing Company, 2o. Edition, 1990;
- [12] Jay H. Lee, Jin Hoon Choi, and Kwang Soon Lee, *Model prediction course for special control*, Chapter III. Background for Advanced Issues - <http://www.cheric.org/education/practical/>
- [13] Hsia, Tien C., *System Identification*, D. C. Heath and Company, Estados Unidos, 1977
- [14] Ljung, L., *System Identification Toolbox: for use with MATLAB*, The MathWorks, Inc., Fourth printing for Version 5.0 (Release 12), November 2000;