

Forma generale delle EDS

$$dX_t = a(t, X_t, \theta) dt + b(t, X_t, \sigma) dW_t$$

Parametri:

X_t : Valore del processo al tempo t

$a(t, X_t, \theta)$: Parte deterministica dell'equazione con il parametro θ

$b(t, X_t, \sigma)$: Parte stocastica dell'equazione con il parametro σ

σ : Volatilità

dW_t : Incremento di un processo di Wiener, che rappresenta la componente casuale del processo

Arithmetic Brownian Motion

$$S_{t+1} = S_t + \mu\Delta t + \sigma\varepsilon\sqrt{\Delta t}$$

Parametri:

S_t : Valore dell'asset al tempo t

μ : Tasso di deriva (movimento medio)

σ : Volatilità

Δt : Intervallo di tempo

ε : Variabile casuale distribuita normalmente con media 0 e deviazione standard 1

Geometric Brownian Motion (Black–Scholes)

$$S_{t+1} = S_t \exp \left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) \Delta t + \sigma \varepsilon \sqrt{\Delta t} \right)$$

Parametri: Come sopra.

Ornstein–Uhlenbeck (mean-reverting)

$$dX_t = \theta(\mu - X_t)dt + \sigma dW_t$$

Parametri:

X_t : Valore del processo al tempo t

θ : Velocità di reversibilità

μ : Valore di reversibilità

σ : Volatilità

dW_t : Incremento del processo di Wiener (rumore bianco)

Vasicek

$$dX_t = \alpha(\beta - X_t)dt + \sigma dW_t$$

Parametri:

X_t : Valore del processo al tempo t

α : Velocità di reversibilità

β : Valore di reversibilità

σ : Volatilità

dW_t : Incremento del processo di Wiener (rumore bianco)

Hull–White

$$dr_t = (\theta(t) - ar_t)dt + \sigma dW_t$$

Parametri:

r_t : Tasso di interesse al tempo t

$\theta(t)$: Parametro di media reversibile variabile nel tempo

a : Velocità di reversibilità

σ : Volatilità

dW_t : Incremento del processo di Wiener (rumore bianco)

Cox–Ingersoll–Ross (CIR)

$$dr_t = \alpha(\beta - r_t)dt + \sigma\sqrt{r_t}dW_t$$

Parametri:

r_t : Tasso di interesse al tempo t

α : Velocità di reversibilità

β : Valore di reversibilità

σ : Volatilità

dW_t : Incremento del processo di Wiener (rumore bianco)

Black–Karasinski

$$dr_t = (\theta(t) - ar_t)dt + \sigma r_t^\gamma dW_t$$

Parametri:

r_t : Tasso di interesse al tempo t

$\theta(t)$: Parametro di media reversibile variabile nel tempo

a : Velocità di reversibilità

σ : Volatilità

γ : Parametro di potenza

dW_t : Incremento del processo di Wiener (rumore bianco)

Heston

$$\begin{aligned}dS_t &= \mu S_t dt + \sqrt{v_t} S_t dW_t^S \\ dv_t &= \kappa(\theta - v_t)dt + \sigma\sqrt{v_t}dW_t^v\end{aligned}$$

Parametri:

S_t : Prezzo dell'asset al tempo t

v_t : Volatilità dell'asset al tempo t

μ : Tasso di deriva del prezzo dell'asset

κ : Velocità di reversibilità della volatilità

θ : Valore di reversibilità della volatilità

σ : Volatilità della volatilità

dW_t^S : Incremento del processo di Wiener per il prezzo dell'asset

dW_t^v : Incremento del processo di Wiener per la volatilità

Chen Model

Da capire (?)