TAREAS CON PLAZO FIJO, DURACIÓN Y COSTE

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE MADRID

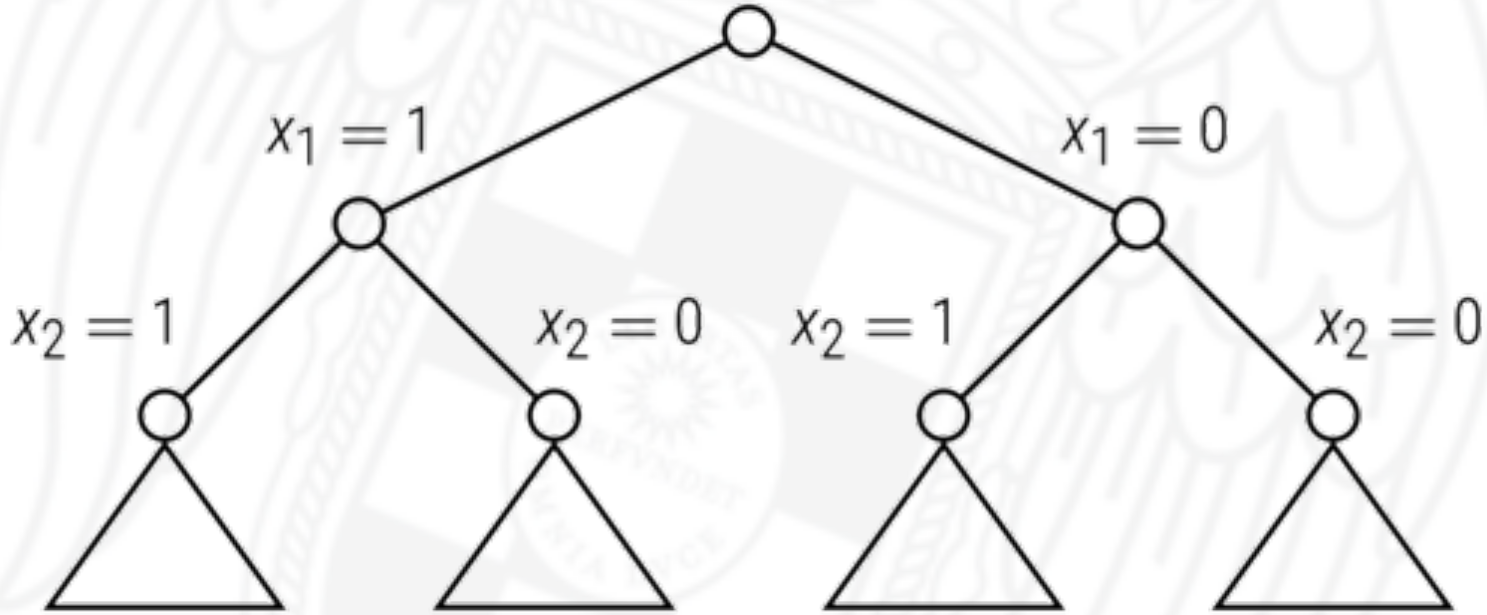
ALBERTO VERDEJO

Tareas con plazo fijo, duración y coste

- Tenemos n tareas y un procesador.
- Cada tarea i tiene asociada una terna (t_i, p_i, c_i) que indica que la tarea i tarda un tiempo t_i en ejecutarse, y que si su ejecución no está completa antes del plazo p_i, deberá pagarse una multa c_i por ella.
- El objetivo es seleccionar un subconjunto S de las n tareas que puedan realizarse antes de su plazo y que la multa impuesta por las tareas no realizadas sea mínima.

Representación de las soluciones y árbol de exploración

- Las soluciones son subconjuntos de tareas.
- Cada subconjunto se representa mediante su función característica, mediante una tupla $(x_1, \ldots, x_n)$, donde $x_i = 1$ indica que la tarea i-ésima se realiza, mientas que $x_i = 0$ indica que no.



Test de factibilidad (o función de poda)

- Un subconjunto S de tareas es factible si y solo si la secuencia que ordena las tareas en S de forma no decreciente según plazo es admisible.
- Supongamos que $p_1 \leq p_2 \leq \ldots \leq p_k$ y que existe una tarea r, con $1 \leq r \leq k$, tal que $p_r < \sum_{i=1}^{r} t_i = T_r$
- Pero entonces $\forall i : 1 \leq i \leq r : p_i < T_r$
- S no es factible.

Estimación

- Necesitamos una cota inferior:

  1. Coste actual, $\sum_{i=1}^{k}(1 - x_i)c_i$.

  2. Coste actual más el coste de las tareas pendientes (desde $k + 1$ hasta n) que ya no pueden hacerse antes de su plazo.

Implementación

```
struct Tarea {
   double t, p, c;
};

struct Nodo {
   vector<bool> sol;
   int k;
   double tiempo; // tiempo ocupado
   double coste;  // coste acumulado
   double coste_estimado; // estimación, prioridad
   bool operator<(Nodo const& otro) const {
      return otro.coste_estimado < coste_estimado;
   }
};
```

Implementación

```
double calculo_estimacion(vector<Tarea> const& tareas, Nodo const& X) {
    double estimacion = X.coste;
    for (int i = X.k + 1; i < tareas.size(); ++i) {
        if (X.tiempo + tareas[i].t > tareas[i].p) {
            estimacion += tareas[i].c;
        }
    }
    return estimacion;
}
```

Implementación

```
// tareas ordenadas de menor a mayor plazo
void tareas_rp(vector<Tarea> const& tareas,
               vector<bool> & sol_mejor, double & coste_mejor) {
   size_t N = tareas.size();
   // se genera la raíz
   Nodo Y;
   Y.sol = vector<bool>(N, false);
   Y.k = -1;
   Y.tiempo = Y.coste = 0;
   Y.coste_estimado = calculo_estimacion(tareas, Y);
   priority_queue<Nodo> cola;
   cola.push(Y);
   coste_mejor = numeric_limits<double>::infinity();
```

Implementación

```
// búsqueda mientras pueda haber algo mejor
while (!cola.empty() && cola.top().coste_estimado < coste_mejor) {
   Y = cola.top(); cola.pop();
   Nodo X(Y);
   ++X.k;
   // hijo izquierdo, realizar la tarea
   if (Y.tiempo + tareas[X.k].t <= tareas[X.k].p) {
      X.sol[X.k] = true;
      X.tiempo = Y.tiempo + tareas[X.k].t; X.coste = Y.coste;
      X.coste_estimado = calculo_estimacion(tareas, X);
      if (X.coste_estimado < coste_mejor)
         if (X.k == N-1) {
            sol_mejor = X.sol; coste_mejor = X.coste;
         } else cola.push(X);
   }
```

Implementación

```
        // hijo derecho, no realizar la tarea
        X.sol[X.k] = false;
        X.tiempo = Y.tiempo; X.coste = Y.coste + tareas[X.k].c;
        X.coste_estimado = calculo_estimacion(tareas, X);
        if (X.coste_estimado < coste_mejor) {
            if (X.k == N-1) {
                sol_mejor = X.sol; coste_mejor = X.coste;
            } else
                cola.push(X);
        }
    }
}
```