

Ejercicio 1: Dado un array de enteros, devolver el producto de todos sus elementos.

Si el array está vacío se devuelve 1 por conveniencia.

funcionNoFinal

Pseudocódigo:

```
funcionNoFinal(v, n):  
  si n == 0:  
    devolver 1  
  sino:  
    devolver v[0] * funcionNoFinal(v+1, n-1)
```

$T(n) = T(n-1) + 1$
 $O(n)$

funcionFinalaux

Pseudocódigo:

```
funcionFinalaux(v, n, acc):  
  si n == 0:  
    devolver acc  
  sino:  
    devolver funcionFinalaux(v+1, n-1, v[0] * acc)
```

$T(n) = T(n-1) + 1$
 $O(n)$

funcionFinal

Pseudocódigo:

```
funcionFinal(v, n):  
  devolver funcionFinalaux(v, n, 1)
```

$T(n) = 1$
 $O(1)$

funcionIterativa

Pseudocódigo:

```
funcionIterativa(v, n):  
  aux ← 1  
  para i desde 0 hasta n-1:  
    aux ← aux * v[i]  
  devolver aux
```

$T(n) = n + 1$
 $O(n)$

Ejercicio 2: Dado un array de float, suma el cuadrado de la raíz cúbica de sus elementos.

funcionNoFinal

Pseudocódigo:

```
funcionNoFinal(v, n):  
    si n == 0:  
        devolver 0  
    sino:  
        devolver (cbrt(v[0])^2) + funcionNoFinal(v+1, n-1)
```

$T(n) = T(n-1) + 1$
 $O(n)$

funcionFinalaux

Pseudocódigo:

```
funcionFinalaux(v, n, acc):  
    si n == 0:  
        devolver acc  
    sino:  
        devolver funcionFinalaux(v+1, n-1, acc + (cbrt(v[0])^2))
```

$T(n) = T(n-1) + 1$
 $O(n)$

funcionFinal

Pseudocódigo:

```
funcionFinal(v, n):  
    devolver funcionFinalaux(v, n, 0)
```

$T(n) = 1$
 $O(1)$

funcionIterativa

Pseudocódigo:

```
funcionIterativa(v, n):  
    aux ← 0  
    para i desde 0 hasta n-1:  
        aux ← aux + (cbrt(v[i])^2)  
    devolver aux
```

$T(n) = n + 1$
 $O(n)$

Ejercicio 3. Dada una cadena de caracteres, contar cuántas vocales contiene.

esVocal

Pseudocódigo:

esVocal(c):

devolver (c es 'a','e','i','o','u' mayúscula o minúscula)

$T(n) = 1$

$O(1)$

funcionNFaux

Pseudocódigo:

funcionNFaux(cad, i):

si $i == longitud(cad)$:

devolver 0

suma \leftarrow esVocal(cad[i])

devolver suma + funcionNFaux(cad, i+1)

$T(n) = T(n-1) + 1$

$O(n)$

funcionNF

Pseudocódigo:

funcionNF(cad):

devolver funcionNFaux(cad, 0)

$T(n) = 1$

$O(1)$

funcionFaux

Pseudocódigo:

funcionFaux(cad, i, acc):

si $i == longitud(cad)$:

devolver acc

devolver funcionFaux(cad, i+1, acc + esVocal(cad[i]))

$T(n) = T(n-1) + 1$

$O(n)$

funcionF

Pseudocódigo:

funcionF(cad):

devolver funcionFaux(cad, 0, 0)

$T(n) = 1$

$O(1)$

funcionIterativa

Pseudocódigo:

```
funcionIterativa(cad):  
    acumulador ← 0  
    para i desde 0 hasta longitud(cad)-1:  
        acumulador ← acumulador + esVocal(cad[i])  
    devolver acumulador
```

$$T(n) = n + 1$$

$$O(n)$$

Ejercicio 8. Dado un array de cadenas, encontrar la cadena con mayor longitud (la primera del vector en caso de empate).

funcionNoFinal

Pseudocódigo:

```
funcionNoFinal(v, n):  
  si n == 0:  
    devolver ""  
  si n == 1:  
    devolver v[0]  
  resto ← funcionNoFinal(v+1, n-1)  
  si longitud(v[0]) >= longitud(resto):  
    devolver v[0]  
  sino:  
    devolver resto
```

$T(n) = T(n-1) + 1$
 $O(n)$

funcionFinalAux

Pseudocódigo:

```
funcionFinalAux(v, n, mayor):  
  si n == 0:  
    devolver mayor  
  si longitud(v[0]) > longitud(mayor):  
    mayor ← v[0]  
  devolver funcionFinalAux(v+1, n-1, mayor)
```

$T(n) = T(n-1) + 1$
 $O(n)$

funcionFinal

Pseudocódigo:

```
funcionFinal(v, n):  
  si n == 0:  
    devolver ""  
  devolver funcionFinalAux(v+1, n-1, v[0])
```

$T(n) = 1$
 $O(1)$

funcionI

Pseudocódigo:

```
funcionI(v, n):  
  si n == 0:  
    devolver ""  
  mayor ← v[0]  
  para i desde 1 hasta n-1:  
    si longitud(v[i]) > longitud(mayor):  
      mayor ← v[i]  
  devolver mayor
```

$T(n) = n$
 $O(n)$

Ejercicio 9. Dado un array, decidir si todos los elementos son números perfectos (se puede hacer uso de una función auxiliar que compruebe si un elemento es un cuadrado perfecto o no, y cuya complejidad sea lineal).

esPerfecto

Pseudocódigo:

```
esPerfecto(n):  
  si n < 0:  
    devolver falso  
  divisores ← {1}  
  para i desde 2 hasta n/2:  
    si n mod i == 0:  
      añadir i a divisores  
  aux ← 0  
  para cada elemento t en divisores:  
    aux ← aux + t  
  devolver (aux == n)
```

$$T(n) = n + n/2$$

$$O(n)$$

funcionNoFinal

Pseudocódigo:

```
funcionNoFinal(v, n):  
  si n == 0:  
    devolver verdadero  
  devolver esPerfecto(v[0]) AND funcionNoFinal(v+1, n-1)
```

$$T(n) = T(n-1) + n$$

$$O(n^2)$$

funcionFinalaux

Pseudocódigo:

```
funcionFinalaux(v, n, a):  
  si n == 0:  
    devolver a  
  devolver funcionFinalaux(v+1, n-1, a AND esPerfecto(v[0]))
```

$$T(n) = T(n-1) + n$$

$$O(n^2)$$

funcionFinal

Pseudocódigo:

```
funcionFinal(v, n):  
  devolver funcionFinalaux(v, n, verdadero)
```

$$T(n) = 1$$

$$O(1)$$

funcionIterativa

Pseudocódigo:

funcionIterativa(v, n):

 si n == 0:

 devolver verdadero

 para i desde 0 hasta n-1:

 si esPerfecto(v[i]) == falso:

 devolver falso

 devolver verdadero

$T(n) = n * n$

$O(n^2)$

Ejercicio 15. Encontrar el espejo de la parte derecha de una cadena de caracteres. Por ejemplo, dada la palabra “antonio”, el resultado sería “oinonio”.

funcionNoFinal (versión auxiliar)

Pseudocódigo:

```
funcionNoFinal(entrada, i, n):  
    si  $i \geq n$ :  
        devolver  
    funcionNoFinal(entrada, i+1, n-1)  
    entrada[i]  $\leftarrow$  entrada[n]
```

$$T(n) = T(n-2) + 1$$

$$O(n)$$

funcionNoFinal (versión pública)

Pseudocódigo:

```
funcionNoFinal(entrada):  
    si tamaño(entrada)  $\leq 1$ :  
        devolver entrada  
    funcionNoFinal(entrada, 0, tamaño(entrada)-1)  
    devolver entrada
```

$$T(n) = 1$$

$$O(1)$$

funcionFinal (versión auxiliar)

Pseudocódigo:

```
funcionFinal(entrada, i, n):  
    si  $i \geq n$ :  
        devolver  
    entrada[i]  $\leftarrow$  entrada[n]  
    funcionFinal(entrada, i+1, n-1)
```

$$T(n) = T(n-2) + 1$$

$$O(n)$$

funcionFinal (versión pública)

Pseudocódigo:

```
funcionFinal(entrada):  
    si tamaño(entrada)  $\leq 1$ :  
        devolver entrada  
    funcionFinal(entrada, 0, tamaño(entrada)-1)  
    devolver entrada
```

$$T(n) = 1$$

$$O(1)$$

funcionIterativa

Pseudocódigo:


```
funcionIterativa(entrada):  
  n ← tamaño(entrada)-1  
  i ← 0  
  mientras i < n:  
    entrada[i] ← entrada[n]  
    i ← i + 1  
    n ← n - 1  
  devolver entrada
```

$T(n) = n/2 + 1$
 $O(n)$

Ejercicio 16. Dado un entero, obtener una lista de sus divisores primos (se puede implementar una función que determine si un número es primo o no, y cuya complejidad sea lineal). Consideraremos el 1 como número primo.

esPrimo

Pseudocódigo:

```
esPrimo(n):  
  si n == 1 o n == 0:  
    devolver falso  
  si n == 2:  
    devolver verdadero  
  si n mod 2 == 0:  
    devolver falso  
  para i desde 3 hasta  $\sqrt{n}$ , paso 2:  
    si n mod i == 0:  
      devolver falso  
  devolver verdadero
```

$T(n) = \sqrt{n}$
 $O(\sqrt{n})$

funcionNoFinal (auxiliar)

Pseudocódigo:

```
funcionNoFinal(n, i, div):  
  si i  $\geq$  n:  
    devolver  
  si n mod i == 0 y esPrimo(i):  
    añadir i a div  
  funcionNoFinal(n, i+1, div)
```

$T(n) = T(n-1) + \sqrt{n}$
 $O(n\sqrt{n})$

funcionNoFinal (principal)

Pseudocódigo:

```
funcionNoFinal(n):  
  div  $\leftarrow$  lista vacía  
  añadir 1 a div  
  si esPrimo(n):  
    añadir n a div  
  devolver div  
  funcionNoFinal(n, 2, div)  
  devolver div
```

$T(n) = n\sqrt{n}$
 $O(n\sqrt{n})$

funcionFinal (auxiliar)

Pseudocódigo:

funcionFinal(n, i, div):

 si $i \geq n$:

 devolver

 si $n \bmod i == 0$ y esPrimo(i):

 añadir i a div

 funcionFinal(n, i+1, div)

$$T(n) = T(n-1) + \sqrt{n}$$

$$O(n\sqrt{n})$$

funcionFinal (principal)

Pseudocódigo:

funcionFinal(n):

 div \leftarrow lista vacía

 añadir 1 a div

 si esPrimo(n):

 añadir n a div

 devolver div

 funcionFinal(n, 2, div)

 devolver div

$$T(n) = n\sqrt{n}$$

$$O(n\sqrt{n})$$

funcionIterativa

Pseudocódigo:

funcionIterativa(n):

 si $n \leq 0$:

 devolver lista vacía

 div \leftarrow lista vacía

 añadir 1 a div

 si esPrimo(n):

 añadir n a div

 devolver div

 para i desde 2 hasta n-1:

 si $n \bmod i == 0$ y esPrimo(i):

 añadir i a div

 devolver div

$$T(n) = n\sqrt{n}$$

$$O(n\sqrt{n})$$

Ejercicio 17. Dado un número, determinar el producto, el número de cifras pares y la suma de sus cifras. Por ejemplo: dado 5394, el resultado debe ser {540, 1, 21}.

esPar

Pseudocódigo:

esPar(n):

devolver (n mod 2 == 0)

$T(n) = 1$

$O(1)$

funcionNoFinal

Pseudocódigo:

funcionNoFinal(n):

si n == 0:

devolver {0, 1, 0}

si n < 10:

digito \leftarrow n

devolver {digito, esPar(digito), digito}

r \leftarrow funcionNoFinal(n / 10)

digito \leftarrow n mod 10

r.producto \leftarrow r.producto * digito

si esPar(digito):

r.nPares \leftarrow r.nPares + 1

r.suma \leftarrow r.suma + digito

devolver r

$T(n) = T(n/10) + 1$

$O(\log n)$

funcionFinal (auxiliar)

Pseudocódigo:

funcionFinal(n, r):

 si n == 0:

 devolver r

 digito \leftarrow n mod 10

 r.producto \leftarrow r.producto * digito

 si esPar(digito):

 r.nPares \leftarrow r.nPares + 1

 r.suma \leftarrow r.suma + digito

 devolver funcionFinal(n / 10, r)

$T(n) = T(n/10) + 1$

$O(\log n)$

funcionFinal (principal)

Pseudocódigo:

funcionFinal(n):

 si n == 0:

 devolver {0, 1, 0}

 devolver funcionFinal(n, {1, 0, 0})

$T(n) = 1$

$O(1)$

funcionIterativa

Pseudocódigo:

funcionIterativa(n):

 si $n == 0$:

 devolver {0, 1, 0}

 producto $\leftarrow 1$

 pares $\leftarrow 0$

 suma $\leftarrow 0$

 mientras $n > 0$:

 digito $\leftarrow n \bmod 10$

 producto \leftarrow producto * digito

 si esPar(digito):

 pares \leftarrow pares + 1

 suma \leftarrow suma + digito

$n \leftarrow n / 10$

 devolver {producto, pares, suma}

$T(n) = \log n$

$O(\log n)$

Ejercicio 18. Dado un número entero, obtener la suma de los cuadrados de las cifras pares, la cantidad de cifras impares, y el valor mínimo de sus cifras. Por ejemplo: dado 5863, el resultado sería {100, 2, 3}.

funcionNoFinal

Pseudocódigo:

funcionNoFinal(n):

 si n == 0:

 devolver {0, 0, 0}

 si n < 10:

 digito ← n

 si digito es par:

 devolver {digito*digito, 0, digito}

 sino:

 devolver {0, 1, digito}

 r ← funcionNoFinal(n / 10)

 digito ← n mod 10

 si digito es par:

 r.suma ← r.suma + digito*digito

 si digito es impar:

 r.nImpares ← r.nImpares + 1

 si digito < r.minimo:

 r.minimo ← digito

 devolver r

$$T(n) = T(n/10) + 1$$

$$O(\log n)$$

funcionFinal (auxiliar)

Pseudocódigo:

funcionFinal(n, r):

 si n == 0:

 devolver r

 digito ← n mod 10

 si digito es par:

 r.suma ← r.suma + digito*digito

 si digito es impar:

 r.nImpares ← r.nImpares + 1

 si digito < r.minimo:

 r.minimo ← digito

 devolver funcionFinal(n / 10, r)

$$T(n) = T(n/10) + 1$$

$$O(\log n)$$

funcionFinal (principal)

Pseudocódigo:

funcionFinal(n):

 si n == 0:

 devolver {0, 0, 0}

 devolver funcionFinal(n, {0, 0, 9})

$$T(n) = 1$$

$$O(1)$$

funcionIterativa

Pseudocódigo:

funcionIterativa(n):

 si $n == 0$:

 devolver $\{0, 0, 0\}$

$r \leftarrow \{0, 0, 9\}$

 mientras $n > 0$:

$\text{digito} \leftarrow n \bmod 10$

 si digito es par:

$r.\text{suma} \leftarrow r.\text{suma} + \text{digito} * \text{digito}$

 si digito es impar:

$r.\text{nImpares} \leftarrow r.\text{nImpares} + 1$

 si $\text{digito} < r.\text{minimo}$:

$r.\text{minimo} \leftarrow \text{digito}$

$n \leftarrow n / 10$

 devolver r

$T(n) = \log n$

$O(\log n)$

Ejercicio 19. Realice la División por restas sucesivas. Si se desea realizar A/B y obtener el resultado S y el resto R , el proceso consistirá en restar a A la cantidad B hasta que el resultado de la resta sea menor que el propio B . S será el número de operaciones de resta realizadas y R el resultado de la última resta.

divisionNF

Pseudocódigo:

divisionNF(A, B):

```
si A < B:
    devolver {0, A}
r ← divisionNF(A - B, B)
r.S ← r.S + 1
devolver r
```

$$T(n) = T(n-1) + 1$$

$$O(n)$$

divisionF (auxiliar)

Pseudocódigo:

divisionF(A, B, r):

```
si A < B:
    r.R ← A
    devolver r
r.S ← r.S + 1
devolver divisionF(A - B, B, r)
```

$$T(n) = T(n-1) + 1$$

$$O(n)$$

divisionF (principal)

Pseudocódigo:

divisionF(A, B):

```
r ← {0, 0}
devolver divisionF(A, B, r)
```

$$T(n) = 1$$

$$O(1)$$

divisionI

Pseudocódigo:

```
divisionI(A, B):  
  r ← {0, 0}  
  mientras A ≥ B:  
    A ← A - B  
    r.S ← r.S + 1  
  r.R ← A  
  devolver r
```

$T(n) = n$

$O(n)$

Ejercicio 20. Realizar la transformación a iterativo de la siguiente función recursiva definida para $n \geq 0$:

funcionRecursiva

Pseudocódigo:

```
funcionRecursiva(n):  
  si n < 3:  
    devolver n*n  
  devolver 2*funcionRecursiva(n-1)  
    - funcionRecursiva(n-2)  
    + funcionRecursiva(n-3)
```

$T(n) = T(n-1) + T(n-2) + T(n-3) + 1$

$O(3^n)$

funcionIterativa

Pseudocódigo:

```
funcionIterativa(n):  
  si n < 3:  
    devolver n*n  
  g0 ← 0  
  g1 ← 1  
  g2 ← 4
```

```
para i desde 3 hasta n:  
   $g \leftarrow 2 \cdot g_2 - g_1 + g_0$   
   $g_0 \leftarrow g_1$   
   $g_1 \leftarrow g_2$   
   $g_2 \leftarrow g$   
devolver  $g_2$ 
```

$T(n) = n$
 $O(n)$