Вариант 2

1. (1) Вычислить неопределённый интеграл

$$\int \frac{2x+8}{(x+1)\,(x^2-x+1)}dx$$

2. (1) Вычислить неопределённый интеграл

$$\int \left(\frac{\operatorname{sh}(\operatorname{arctg} x) + 7\operatorname{ch}(\operatorname{arctg} x)}{2\operatorname{sh}(\operatorname{arctg} x) - \operatorname{ch}(\operatorname{arctg} x)}\right)\frac{dx}{1+x^2}.$$

3. (2) Исследовать функцию $f(x, y)$ на непрерывность и дифференцируемость в точке $(0, 0)$ при различных значения параметра $\alpha \in \mathbb{R}$. Должны быть указаны (и доказаны) значения, при которых функция непрерывна, разрывна, дифференцируема и недифференцируема.

$$f(x,y) = \begin{cases} \operatorname{arctg}\left(|x|^{\alpha} \cdot |y|^{1/3}\right), & x^2+y^2 \neq 0, \\ 0, & x^2+y^2 = 0, \end{cases}$$

4. (1)

Найти первый и второй дифференциалы в точке $M(e, 2\pi)$ следующей функции: $f(x, y) = (\ln x + y)^{\cos y}$. Разложить эту функцию в точке M по формуле Тейлора до $o((x-e)^2 + (y-2\pi)^2)$ при $x \to e,\ y \to 2\pi$.

5. (1) Может ли множество в $\mathbb{R}^n$ содержаться в своей границе, но с ней не совпадать? Привести необходимые определения и строго доказать ответ.

6. (Extra) В пространстве R построим множество C следующим образом. Из отрезка $[0; 1]$ удалим интервал $(1/3; 2/3)$. Каждый из двух оставшихся отрезков разделим на три равные части и удалим средние интервалы $(1/9; 2/9)$ и $(7/9; 8/9)$. Затем каждый из оставшихся четырех интервалов делим на три равные части и средние интервалы удаляем. В результате неограниченного продолжения этого процесса деления оставшихся отрезков на три равные части и удаления средних интервалов получим подмножество C точек отрезка $[0; 1]$, которое называют *канторовым множеством.*

Доказать, что:

1) множество C является замкнутым и совершенным; (нет изолированных точек)

2) множество C имеет мощность континуума.