

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Отчет о выполнении лабораторной работы №3.7.1

## Скин-эффект в полом цилиндре

Выполнил студент группы Б03-405  
Тимохин Даниил

24 октября 2025 г.

## 1. Аннотация

В данной работе исследуется скин-эффект в полом цилиндре. А также выполнение теории и нахождение проводимости самого цилиндра.

## 2. Теоретическая справка

Из уравнений максвелла следует, что

$$\nabla^2 H = \sigma \mu \mu_0 \frac{dH}{dt} \quad (1)$$

Но из-за того, что мы используем медь, то можно считать  $\mu = 1$

Тогда если создать электро-магнитное поле катушкой:

$$E = E(r)e^{i\omega t} \text{ и } H = H(r)e^{i\omega t}$$

Также используя  $E(r) = -\frac{1}{2}\mu_0 r \cdot i\omega H_0$  исходя цилиндрической симметрии задачи и связи электрического поля и магнитного. Получаем, что поле внутри и снаружи стенки должно быть одинаково, а значит можно брать за граничные условия напряженность поля в молиноидах, которые мы используем. С учетом граничных условий  $H(0) = H_0$  и  $H(h) = H_1$ .

Ищем решение в виде  $H(r) = Ae^{\alpha x} + Be^{-\alpha x}$  и тогда получим, так как  $\alpha = \sqrt{i\sigma\mu\omega} = \frac{1+i}{\delta}$ , то

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\sigma\omega\mu}} \quad (2)$$

$$H_1 = \frac{H_0}{ch(\alpha h) + \frac{1}{2}a\alpha sh(\alpha h)} \quad (3)$$

Подставляя глубину проникновения получаем при малых частотах получаем

$$\frac{|H_1|}{|H_0|} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{4}(ah\sigma\mu_0\omega)^2}} \quad (4)$$

$$\tan \psi = \frac{ah}{\delta^2} \quad (5)$$

И при больших

$$\frac{|H_1|}{|H_0|} = \frac{2\sqrt{2}\delta}{a} e^{-\frac{h}{\delta}} e^{-i(\frac{\pi}{4} - \frac{h}{\delta})} \quad (6)$$

$$\psi = \frac{\pi}{4} - \frac{h}{\delta} \quad (7)$$

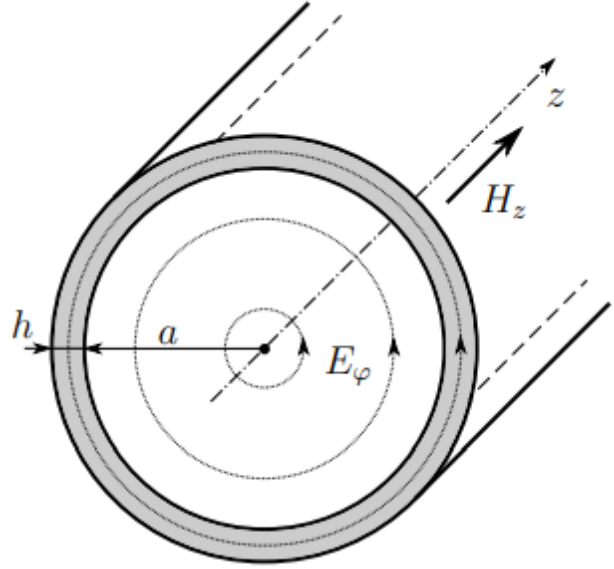


Рис. 1. установка

## 3. Оборудование

Осциллограф

Вольтметр

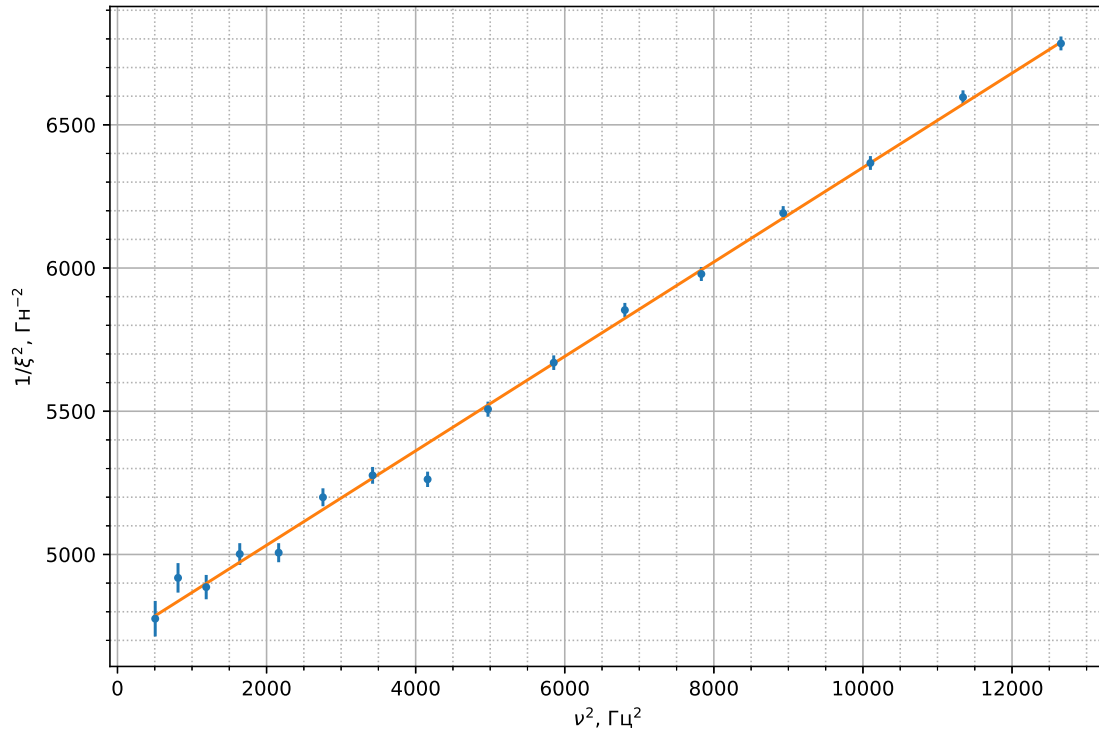
Амперметр

Генератор частот

#### 4. Проведение эксперимента и обработка результатов

Определим частоту, при котором глубина проникновения скин-слоя равна толщине полого цилиндра. Она равна  $\nu = 2250$  Гц.

Сначала проведем эксперимент при малых частотах и найдем зависимость обратного квадрата  $\xi = \frac{U}{I\nu}$ , который имеет размерность индуктивности от квадрата частоты. Это нам нужно, так как  $\frac{|H_1|}{|H_0|} \propto \frac{U}{I\nu}$  и тем самым мы можем найти коэффициент пропорциональности и проводимость меди

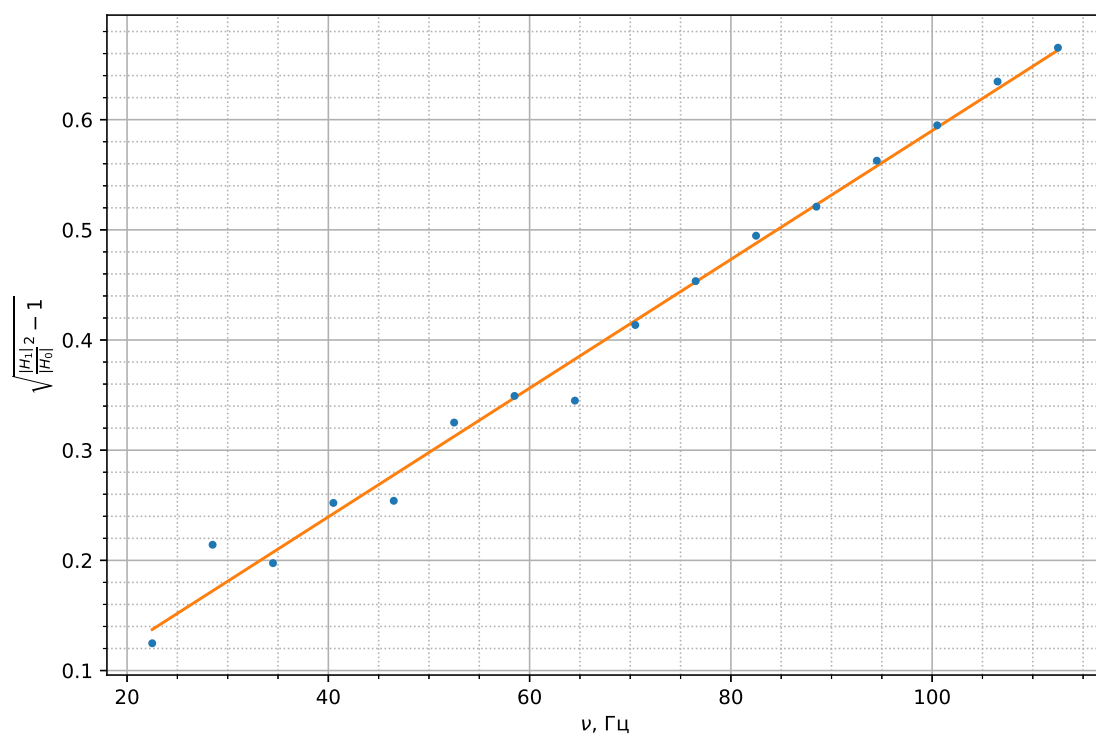


Получаем значения линейной зависимости  $y = k_1 x + 1/\xi_0^2$

$$k_1 = 0.16 \frac{1}{\text{Гн}^2 \text{Гц}^2} \quad \varepsilon_{k_1} = 0.01$$

$$\xi_0 = 0.0145 \text{ Гн} \quad \varepsilon_{\xi_0} = 0.01$$

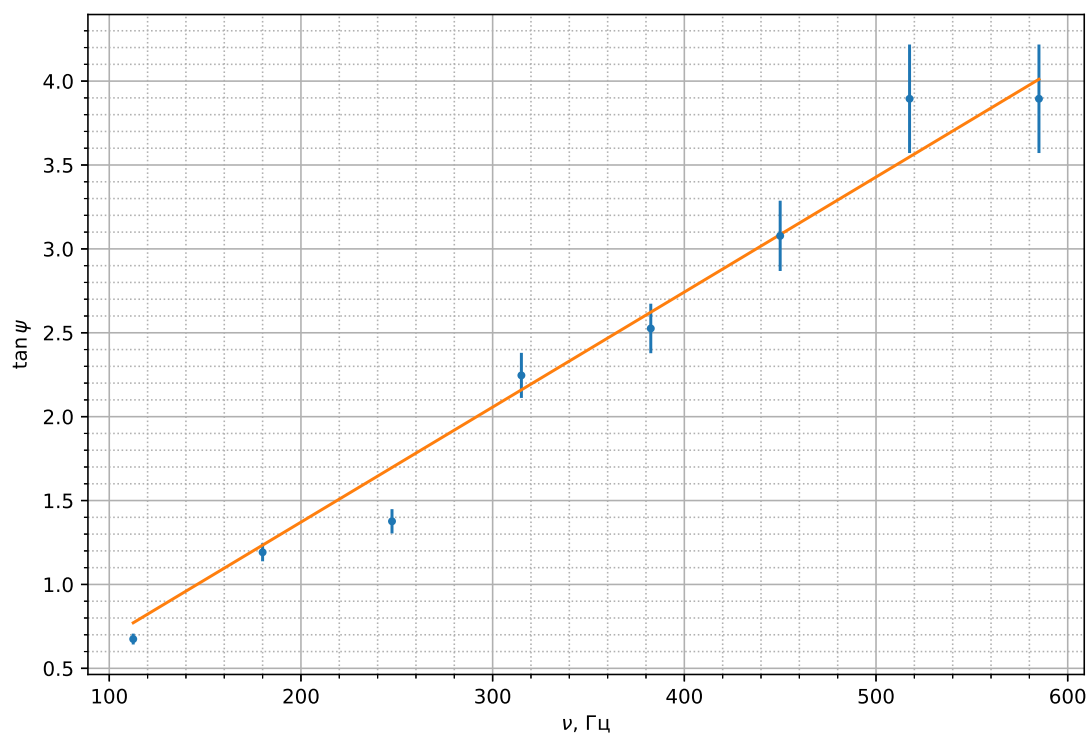
Далее построим зависимость  $\sqrt{\frac{|H_1|}{|H_0|}^2 - 1}(\nu)$  Эта зависимость будет также являться линейной.



получаем угловой коэффициент  $k_2 = 5.8 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\Gamma_n}$   $\varepsilon_{k_2} = 0.025$

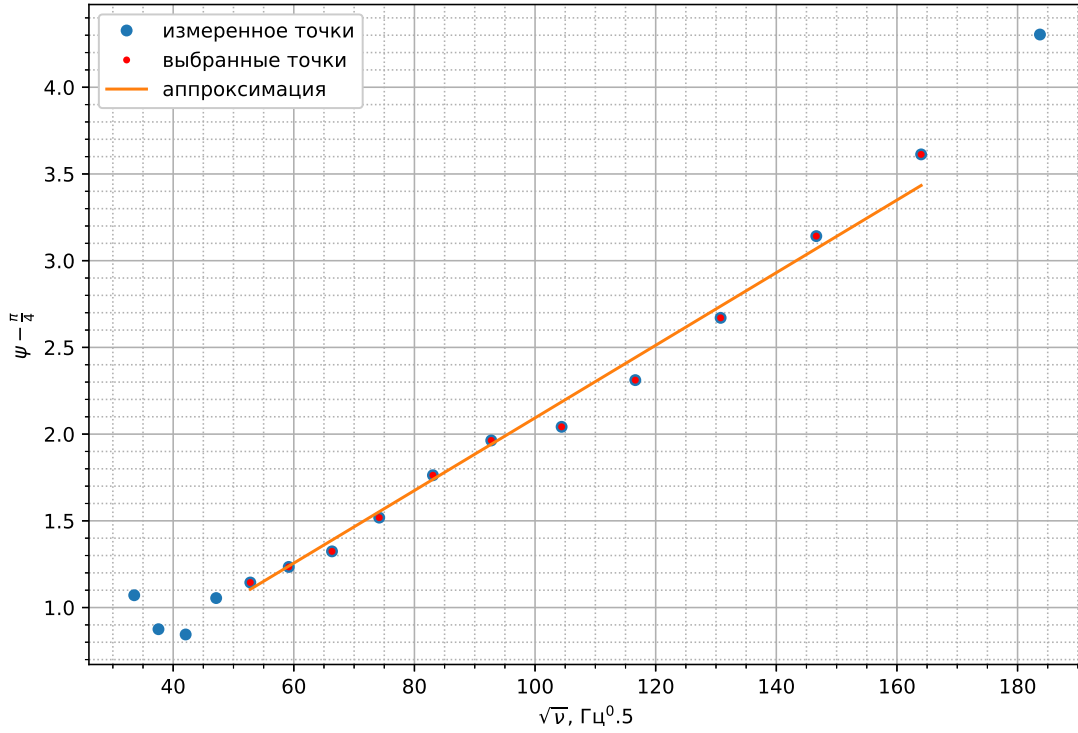
Отсюда находим через формулу  $\sigma = \frac{k_2}{\pi \mu_0 a h}$ ,  $\sigma = 44$  МСименс/м,  $\varepsilon_\sigma = 0.025$ .

Теперь построим зависимость для малых частот. Из теории линейным должно быть  $\tan \psi(\nu)$



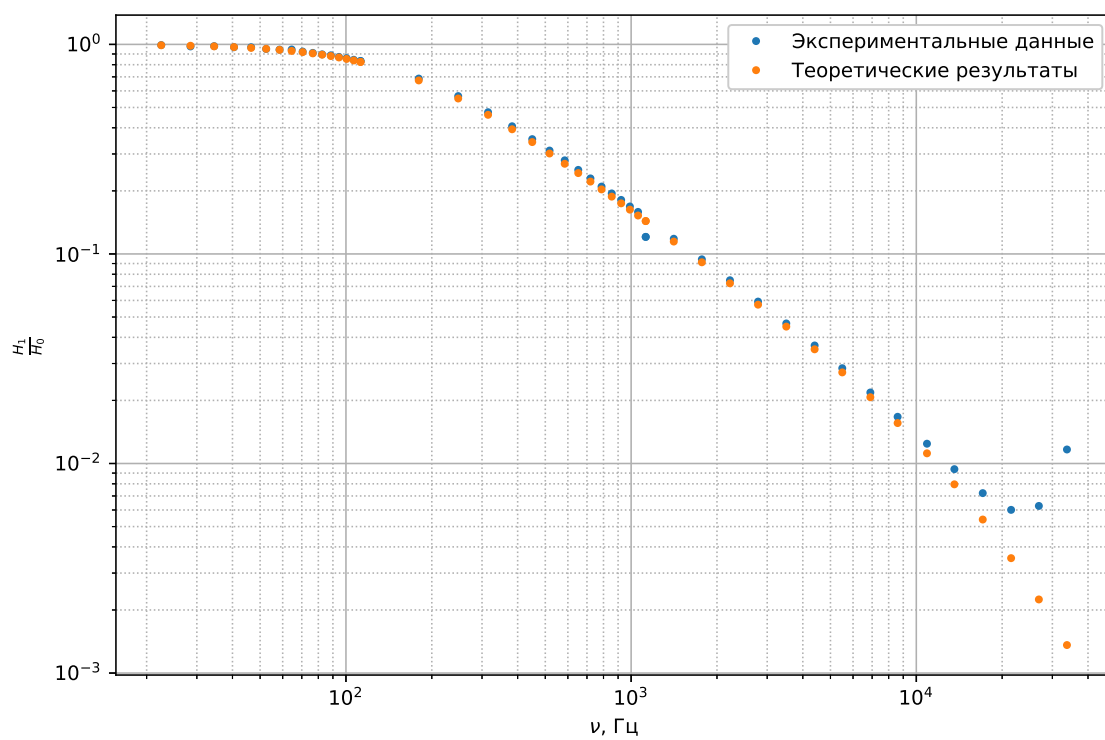
Аппроксимируем прямой через 0. Получаем  $k_3 = 7.3 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\Gamma_n}$   $\varepsilon_{k_3} = 0.026$  и из этого вычисляем по формуле  $\sigma = \frac{k_3}{\pi \mu_0 a h}$ ,  $\sigma = 51$  МСименс/м,  $\varepsilon_\sigma = 0.026$ .

И теперь при высоких частотах. Из теории построим

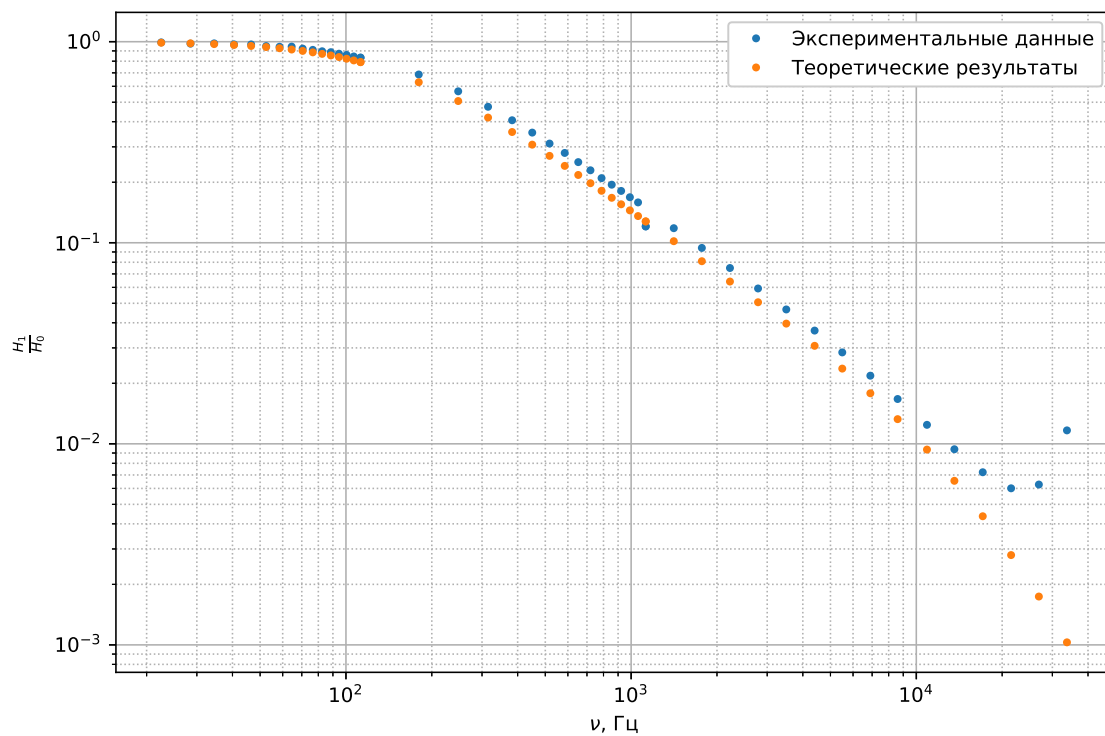


Аналогично используем прямую через 0. Получаем  $k_4 = 2.1 \cdot 10^{-2} \frac{1}{\Gamma_n}$  и из этого вычисляем по формуле  $\sigma = \frac{k_4^2}{\pi \mu_0 h^2}$ ,  $\sigma = 49$  МСименс/м,  $\varepsilon_\sigma = 0.01$ .

И теперь по этим данным сравним значения отношения  $\frac{|H_1|}{|H_0|}$  при разных  $\sigma$ .



**Рис. 2.** Графики для  $\sigma = 44$  МСименс/м



**Рис. 3.** Графики для  $\sigma = 49$  МСименс/м

Теория начинает расходиться на высоких частотах.

## 5. Обсуждение результатов и выводы

В итоге мы подтвердили существование скин-эффекта и получили проводимость меди в исследуемом оборудовании. Также видно, что приближения нашей теории неверны при слишком больших частотах.

В ходе выполнения возникла проблема точного измерения сдвига.