

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Отчет о выполнении лабораторной работы №1.3.1(2)

Определение модуля юнга и модуля сдвига

Выполнил студент группы Б03-405
Тимохин Даниил

20 ноября 2024 г.

1. Аннотация

В данной работе исследовалась зависимость упругих деформаций от внешних факторов. Находятся модуль Юнга и модуль сдвига материалов, из которых изготовлены экспериментальных установок. Проверяется теоретические зависимости деформаций от внешних факторов.

2. Теоретическая справка

2.1. Измерение модуля Юнга (Эксперимент 1)

По закону Гука зависимость приложенной силы растяжения

$$\sigma = E \cdot \frac{\Delta l}{l} \quad (1)$$

$$F = S \cdot \sigma \quad (2)$$

Измерения проводились на установке Лермантова (рис 1). Но в нашей вметсо трубы использовался лазер. Зная $l_{уз}$ - расстояние от зеркала до шкалы, а также зная, что изменение угла между направлением лазер-заеркало и зеркало-"прекция на шкале" будет в два раза больше угла между горизонтом и треугольником, упрямющимся в цилиндр, получим

$$\Delta l = r_{треуг} \cdot \sin \frac{\arctg \frac{\Delta x}{l_{уз}}}{2} \quad (3)$$

Из этого получаем, что $\epsilon_{\Delta l} \approx \sqrt{\epsilon_{\Delta x}^2 + \epsilon_{l_{уз}}^2}$

Сама установка сделана так, чтобы кронштейн К не влиял на измерения. Поэтому грузы висят на конце кронштейна, где закреплён исследуемый образец, чтобы его деформация оставалась постоянной вне зависимости от того, какая сила приложена к исследуемому образцу.

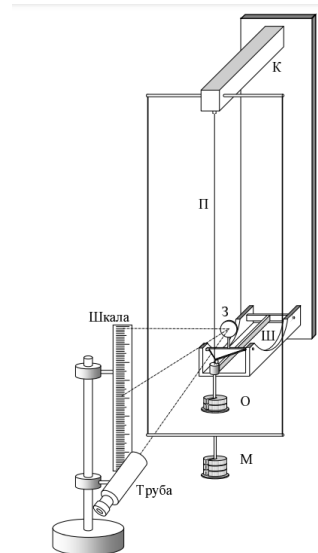


Рис. 1. Установка Лермантова

2.2. Измерение модуля сдвига в динамике (Эксперимент 2)

Из формулы вращательного движения

$$I \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -M \quad (4)$$

M - модуль момента сил, который определяется по формуле $M = f \varphi$. Тогда получаем каноническое уравнение колебаний.

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \frac{f}{I} \varphi = 0 \quad (5)$$

Тогда $\omega^2 = \frac{f}{I}$ и период колебаний связан с моментом инерции и модулем кручения по формуле

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{f}} \quad (6)$$

Где f - модуль кручения, который вычисляется $f = \frac{\pi R^4 G}{2l}$ (то есть зависит от геометрических параметров объекта).

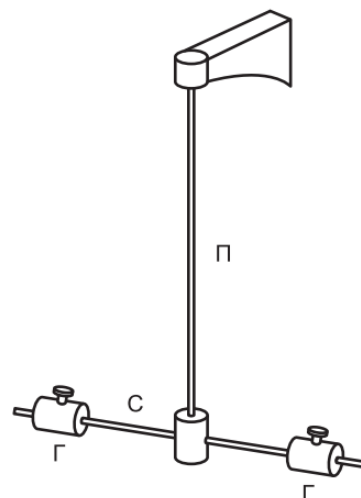


Рис. 2. Крутильный маятник маятник

2.3. Измерение модуля сдвига в статике (Эксперимент 3)

Эта установка проще, чем предыдущая. Здесь момент сил создаётся за счёт подвешенных грузов. С обеих сторон необходимо повесить одинаковые грузы, чтобы момент сил был равномерным и не возникла поступательная составляющая.

Тогда $M = 2l_{\text{неч}} m n$ и аналогично предыдущему опыту $\varphi \cdot f = M$.

В данном опыте необходимо будет проверить, будет ли у нас линейная зависимость между моментом силы и углом закручивания нижней грани.

Важное уточнение - вместо зеркала находится лазер, поэтому

$$\varphi = \frac{x}{l_{\text{ли}}}, \quad (7)$$

где $l_{\text{ли}}$ - расстояние от лазера до шкалы.

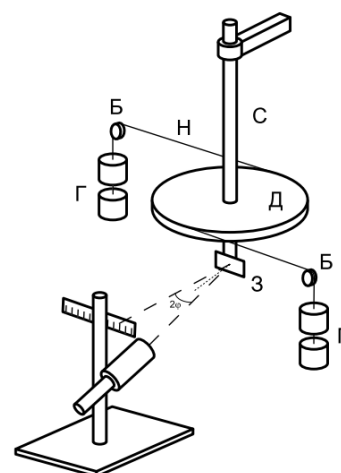


Рис. 3. Установка

3. Оборудование

3 установки

Линейка

Счётчик колебаний для второй

Набор грузов для третьей установки

Штангенциркуль и микрометр

4. Результаты измерений и обработка данных

4.1. Эксперимент 1

Сначала измерим необходимые параметры.

$l_{\text{шз}} = 1.488$ м

$l_{\text{нит}} = 1.76$ м

$r_{\text{пруж}} = 0.013$ м

$d = 0.00073$ м - диаметр проволоки

Из методички мы получаем, что максимальная нагрузка для неупругих деформаций ≈ 11 кг.

В эксперименте снимем зависимость показаний на линейке от грузов, подвешенных на О.

Далее в обработке будем пользоваться $\Delta x = x - x_0$ и m - масса, которую мы положили на О. Тогда пользуясь формулами 1-2.

$$\Delta l = r_{\text{пруж}} \cdot \sin \frac{\arctg \frac{\Delta x}{l_{\text{шз}}}}{2} \approx r_{\text{пруж}} \cdot \frac{\Delta x}{2l_{\text{шз}}}$$

$$mg = ES \frac{\Delta l}{l_{\text{нит}}} \quad (8)$$

Тогда у нас должна получиться линейная зависимость от Δx , но для большей точности переведем по общей формуле в Δl .

Получаем, что при аппроксимации прямой зависимости mg от Δx $k = \frac{E\pi d^2}{4l}$

По результатам аппроксимации получим $k = 44098 \pm 336 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$ (рис. 4)

Так как $k \gg b$, то мы получаем, что наша линейная теория верна в упругих деформациях.

И тогда получаем, что $E = 185 \pm 2 \text{ ГПа}$, что близко к модулю юнга стали.

m, г	x, см
0	26
245.8	27.3
491.9	28.85
737.4	29.9
982.9	31.1
1228.5	32.2
1473.7	33.45
1719.4	35
1965	36.15
2211.1	37.5
2456.8	38.75
2211.1	37.4
1965	36
1719.4	35
1473.7	33.7
1228.5	32.4
982.9	31
737.4	30
491.9	29
245	27.4
0	26.1

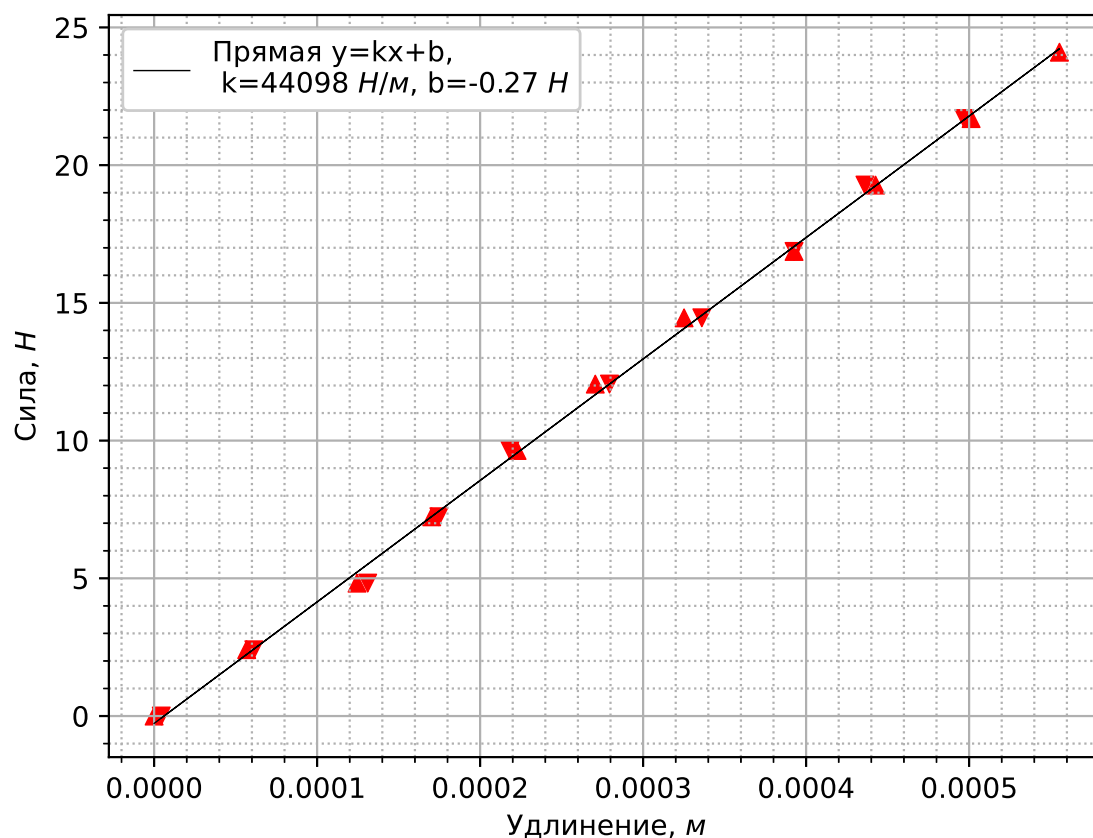


Рис. 4. Аппроксимация прямой $y = kx + b$ зависимости $mg(\Delta l)$

4.2. Эксперимент 2

Будем постепенно попарно двигать грузики для увеличения момента инерции. Тогда формула момента инерции будет выглядеть так

$$I = m_1 \cdot (r_1 - r_g/2)^2 + m_2 \cdot (r_1 + r_g/2)^2 + m_3 \cdot (r_2 - r_g/2)^2 + m_4 \cdot (r_2 + r_g/2)^2, \quad (9)$$

где r_1 - расстояние до первой пары и r_2 - расстояние до второй пары.

$r_g=0.04 \text{ м}$, $m_1=0.2041 \text{ кг}$, $m_2=0.2025 \text{ кг}$, $m_3=0.2044 \text{ кг}$, $m_4=0.2049 \text{ кг}$, $R=0.00078 \text{ м}$, $l=1.734 \text{ м}$.

При этом, так как зависимость через корень, то линейной будет зависимость $T^2(I)$. При этом $k = \frac{4\pi^2}{f}$ и так как $f = \frac{\pi R^4 G}{2l}$, то $G = \frac{2lf}{\pi R^4} = \frac{8l\pi}{kR^4}$

Получаем $k = 1717 \pm 9 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^2}$ (рис 5) и тогда $G = 68.6 \pm 0.4 \text{ ГПа}$, что находится между медью и сталью, а значит скорее всего это сплав меди и стали.

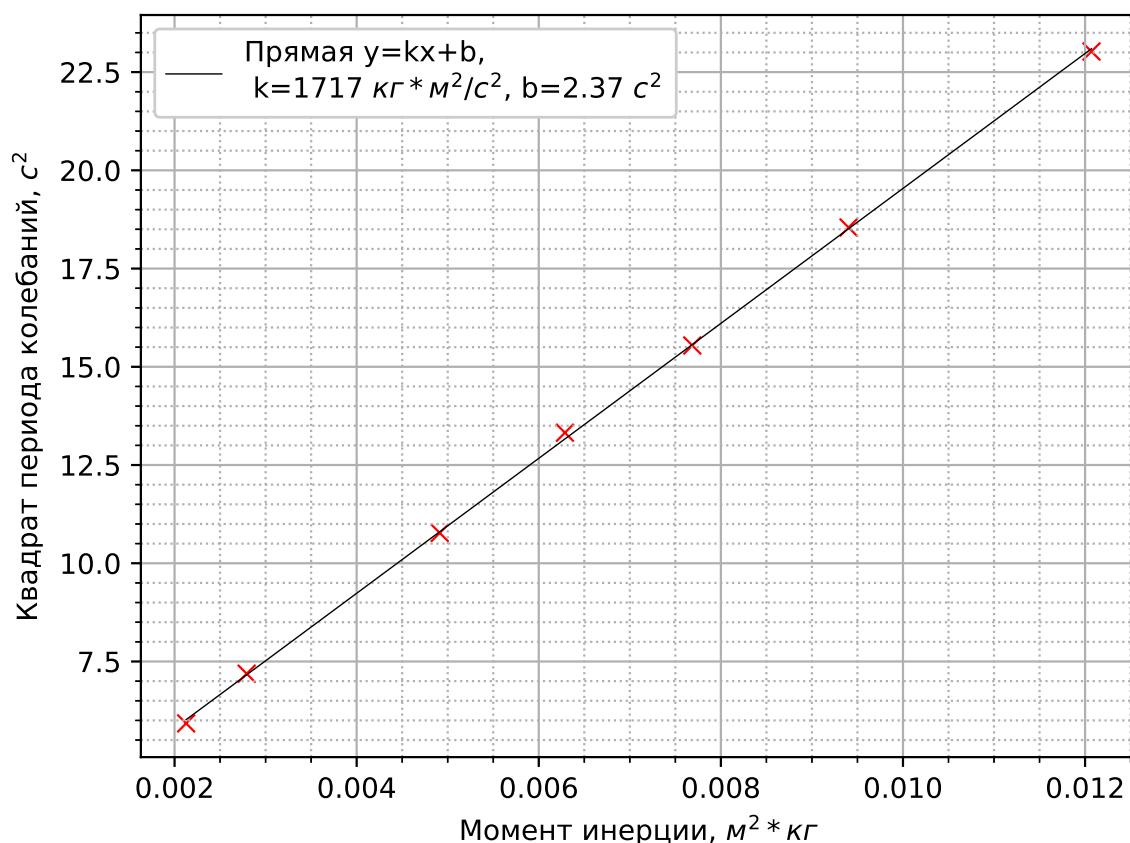


Рис. 5. Аппроксимация прямой $y = kx + b$ зависимости $T^2(I)$

4.3. Эксперимент 3

Из теории для этого эксперимента получим, что нам необходимо исследовать зависимость $\Delta\varphi(\Delta m)$. При этом

Находим угол сдвига

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta x}{l_{ли}} \quad (10)$$

Теоретическая зависимость

$$\Delta\varphi = \frac{2\Delta m g l_{плеч}}{f} \quad (11)$$

$l_{плеч} = 0.051$ м, $l_{ли} = 1.435$ м, $R = 0.0025$ м, $l = 1.328$ м.

Получим $k = 0.272 \pm 0,002 \frac{1}{H * м}$ (рис 5), $f = \frac{1}{k}$ из чего аналогично второму эксперименту получаем $G = 79.5 \pm 0.5$ ГПа, что очень близко к значению стали.

Δx , см	Δm , гр
0	0
3.5	100
7.5	200
9.5	250
11.5	300
13.5	350
15.5	400
17.5	450
15.5	400
13.3	350
11.5	300
9.5	250
7.3	200
3.5	100
0	0

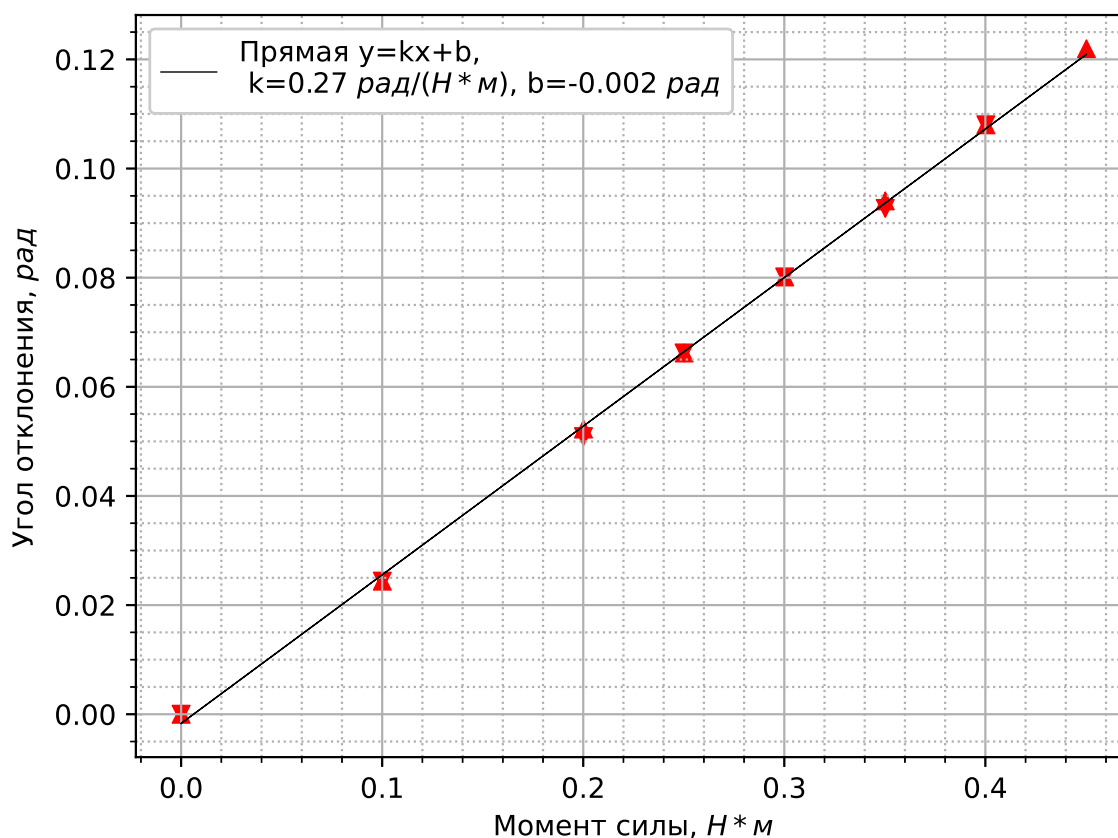


Рис. 6. Аппроксимация прямой $y = kx + b$ зависимости $\Delta\varphi(\Delta m)$

5. Обсуждение результатов и выводы

В ходе выполнения работы мы подтвердили выполнение законов теории упругости. И то, что упругие деформации обратимы.

Были определены по модулю юнга и модулю сдвига материалы из которого были сделаны образцы.

Данные были получены с хорошей точностью, что говорит о том, что на протяжении эксперимента мы не достигли предела упругих деформаций. Также об этом свидетельствует то, что данные полученные при обратном ходе совпадают с данными прямого хода измерений.