

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Отчет о выполнении лабораторной работы №1.1.1

## **Измерение удельного сопротивления нихромовой проволоки**

Выполнил студент группы Б03-405  
Тимохин Даниил

4 сентября 2024 г.

## 1. Аннотация

В работе измеряется удельное сопротивление тонкой проволоки круглого сечения, изготовленной из нихромового сплава. Используются следующие методы измерений сопротивления: 1) определение углового коэффициента наклона зависимости напряжения на проволоке от тока через неё, измеряемых с помощью аналоговых и цифровых вольтметров и амперметров, 2) измерение с помощью моста постоянного тока. Геометрические размеры образца измеряются с помощью линейки, штангенциркуля и микрометра. Детально исследуются систематические и случайные погрешности проводимых измерений. Отрабатываются навыки подтверждения теоретических зависимостей экспериментальными данными.

## 2. Теоритические сведения

Удельное сопротивление определяется по формуле

$$\rho = R \frac{\pi d^2}{4l}, \quad (1)$$

где  $R$  – сопротивление проволоки,  $d$  – её диаметр,  $l$  – длина.

Согласно закону Ома напряжение  $V$  и ток  $I$  в образце связаны отношением

$$V = RI. \quad (2)$$

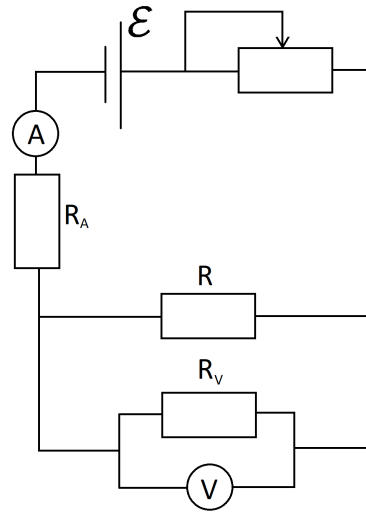
Для измерения напряжения и тока использовалась схема рис. 1, так как обладала меньшей величиной поправки.

Ввиду неидеальности используемого вольтметра необходимо учесть поправку на его конечное сопротивление  $R_V$ . Показания амперметра  $I_A$  и вольтметра  $V_B$  связаны соотношением

$$V_B = R' I_A, \quad (3)$$

где  $R'$  – сопротивление параллельно соединённых проволоки и вольтметра, причём  $\frac{1}{R'} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R_V}$ , и  $R_V \gg R, R'$ . График зависимости  $V_B(I_A)$  должен представлять прямую, угловой коэффициент которой есть  $R'$ , откуда сопротивление образца может быть найдено как

$$R = \frac{R_V R'}{R_V - R'} \approx R' \left( 1 + \frac{R'}{R_V} \right) \quad (4)$$



**Рис. 1.** Схема измерения вольт-амперной характеристики проволоки

## 3. Оборудование и инструментальные погрешности

**Линейка:**  $\Delta_{лин} = \pm 1$  мм (по цене деления). При определении положений контактов имеется дополнительная погрешность, которая может быть оценена как  $\Delta_{лин} = \pm 2$  мм

**Штангенциркуль:**  $\Delta_{шт} = \pm 0,1$  мм (маркировка производителя).

**Микрометр:**  $\Delta_{мт} = \pm 0,01$  мм (маркировка производителя).

### Вольтметр:

Система	Магнито-электрическая
Класс точности	0,2
Шкала	линейная, 150 делений
Предел измерений	0,6 В
Цена деления	$4 \cdot 10^{-3} \text{ В} = 4 \text{ мВ}$
Чувствительность	250 дел./В
Внутреннее сопротивление	$R_V = 10 \text{ кОм}$
Погрешность при считывании со шкалы (0,5 цены деления)	$\pm 4 \text{ мВ}$
Макс. погрешность (согласно классу точности)	$\pm 1,2 \text{ мВ} (0,2 \%)$

### Амперметр:

Система	Цифровая
Предел измерений	500 мА
Разрядность дисплея	5 ед.
Внутреннее сопротивление	$R_A = 1,2 \text{ Ом}$
Погрешность (при комнатной температуре, согласно паспорту прибора)	$\Delta_A = \pm(0,002 \cdot X + 2k)$ где $X$ — измеряемая величина, $k$ — единица младшего разряда ( $k = 0,01 \text{ мА}$ ).

При измерениях в диапазоне от 10 мА до 200 мА погрешность амперметра составила соответственно от  $\Delta_A = \pm 0,04 \text{ мА} (0,4\%)$  до  $\Delta_A = \pm 0,4 \text{ мА} (0,2\%)$ .

В диапазоне измерения  $R$  от 1 до 10 Ом относительная поправка  $\frac{R'}{R_V}$  к сопротивлению согласно ф-ле (4) составляет от 0,01% (при  $R = 1 \text{ Ом}$  и  $R_V = 10 \text{ кОм}$ ) до 0,1% (при  $R = 10 \text{ Ом}$  и  $R_V = 10 \text{ кОм}$ ). Следовательно, данная поправка заведомо меньше погрешности измерений (0,5% для вольтметра), поэтому примем далее, что неидеальность вольтметра не оказывает влияния на измерение сопротивления:

$$R \approx R'. \quad (5)$$

### Мост постоянного тока Р4833:

Класс точности: 0,1

Разрядность магазина сопротивлений: 5 ед.

Используемый диапазон измерений:  $10^{-4} - 10 \text{ Ом}$  (для множителя  $N = 10^{-2}$ ).

Погрешность измерений в используемом диапазоне:  $\pm 0,010 \text{ Ом}$ .

## 4. Результаты измерений и обработка данных

### 4.1. Измерение диаметра $d$ проволоки.

Измерения проводились штангенциркулем и микрометром многократно на разных участках проволоки. При измерении штангенциркулем получено  $d = 0,4 \text{ мм}$  для каждого из  $N = 10$  измерений. При измерении микрометром выявлен разброс в показаниях, см. табл. 1

Среднее значение диаметра  $\bar{d} = \frac{\sum d_i}{N} = 0,369 \text{ мм}$ .

Стандартное отклонение:  $\sigma_d = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum (d_i - \bar{d})^2} = 0,0099 \text{ мм}$

Случайная погрешность среднего:  $\sigma_{\bar{d}} = \frac{\sigma_d}{\sqrt{N}} = 0,0031 \text{ мм}$

**Таблица 1.**

Измерения диаметра проволоки микрометром.

$N$ , изм	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$d$ , мм	0.37	0.39	0.37	0.36	0.36	0.36	0.37	0.37	0.36	0.38

С учётом инструментальной погрешности  $\Delta_{\text{мкм}} = \pm 0,01$  мм погрешность измерения диаметра может быть вычислена как  $\sigma_d^{\text{полн}} = \sqrt{\sigma_d^2 + \Delta_{\text{мкм}}^2} = 0.0105$  мм

*Окончательные результаты измерения диаметра проволоки:*

Штангенциркулем:  $d = 0,4 \pm 0,1$  мм

Микрометром:  $d = 0,369 \pm 0,011$  мм ( $\varepsilon_d = 3\%$ )

#### 4.2. Измерение сопротивления проволоки.

Результаты измерений зависимостей показаний вольтметра  $V_B$  от показаний амперметра  $I_A$  в схеме рис. 1 при разных длинах  $l$  образца представлены в табл. 2. Соответствующие графики зависимостей изображены на рис. 2.

По графику убеждаемся, что экспериментальные данные с хорошей точностью (в пределах инструментальных погрешностей опыта) ложатся на теоретическую прямую  $V = RI$ , исходящую из начала координат.

Пользуясь методом наименьших квадратов, строим аппроксимирующие прямые  $V_B = \overline{R}I_A$ , определяя их угловой коэффициент по формуле

$$\overline{R} = \frac{\langle IV \rangle}{\langle I^2 \rangle}. \quad (6)$$

**Таблица 2.**

Зависимость  $V_B$  от  $I_A$  для разных длин проволоки  $l$ .

$l = 50 \pm 0,2$ см			$l = 30 \pm 0,2$ см			$l = 20 \pm 0,2$ см		
$V$ , дел $4 \frac{\text{мВ}}{\text{дел}}$	$V$ , мВ	$I$ , мА	$V$ , дел $4 \frac{\text{мВ}}{\text{дел}}$	$V$ , мВ	$I$ , мА	$V$ , дел $4 \frac{\text{мВ}}{\text{дел}}$	$V$ , мВ	$I$ , мА
141	564	112.94	84	336	111.57	56.5	226	111.7
132	528	105.79	75	300	100.7	51	204	100.34
113	452	90.58	68	272	90.31	46	184	90.03
100	400	80.1	61	244	81.6	41	164	80.06
88	352	70.83	53	212	70.7	36	144	70.77
75	300	60.17	45	180	60.13	31	124	60.7
81.5	326	65.23	49	196	64.82	33	132	65.2
94	376	75.36	51	204	75.01	38	152	75.22
106	424	85.24	64	256	85.33	43	172	85.39
118.5	474	95.09	72	288	95.9	48.5	194	95.97
133	532	106.61	79.5	318	106.01	53	212	105.6
148	592	118.66	86	344	115.3	58	232	115.05

Случайную погрешность определения углового коэффициента вычисляем как

$$\sigma_R^{\text{сл}} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left( \frac{\langle V^2 \rangle}{\langle I^2 \rangle} - \overline{R}^2 \right)} \quad (7)$$

(здесь  $n = 10$  – число точек на графике).

Оценим возможную систематическую погрешность, обусловленную инструментальными погрешностями приборов. Предполагая, что при всех измерениях относительная погрешность приборов одинакова, оценим погрешность вычисления частного  $R = V/I$  при максимальных значениях  $V$  и  $I$ :

$$\Delta_R^{cist} \sim R \sqrt{\left(\frac{\Delta V}{V_{max}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I}{I_{max}}\right)^2}. \quad (8)$$

Полная погрешность измерения  $R$  не превосходит значения

$$\sigma_R^{полн} \leq \sqrt{(\sigma_R^{сл})^2 + (\Delta_R^{cist})^2}. \quad (9)$$

Результаты сведены в табл. 3. Там же для сравнения приведены результаты измерения  $R$  с помощью моста постоянного тока Р4833 с учётом его погрешности.

**Таблица 3.**

Результаты измерения сопротивления проволоки двумя методами

l, см	$\bar{R}$ , Ом	$\sigma_R^{полн}$ , Ом	$\Delta_R^{cist}$ , Ом	$\sigma_R^{полн}$ , Ом	$R_{мост}$ , Ом
50	4,988	0,014	0,011	0,018	5,009±0,010
30	3,019	0,021	0,007	0,022	3,009±0,010
20	2,025	0,012	0,006	0,013	2,03±0,010

Видно, что случайная составляющая измерения сопротивления мала, а основной вклад вносят систематические приборные погрешности. Контрольные измерения с помощью моста дают заниженные результаты, но все отклонения находятся в пределах  $\pm 2\sigma_R^{полн}$ .

### 4.3. Вычисление удельного сопротивления

По формуле (1) находим удельное сопротивление материала проволоки, используя значения  $\bar{R}$ , полученные п. 4.2. Для оценки погрешности воспользуемся формулой

$$\sigma_\rho = \rho \sqrt{\left(\frac{\sigma_R}{R}\right)^2 + \left(2\frac{\sigma_d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_l}{l}\right)^2} \quad (10)$$

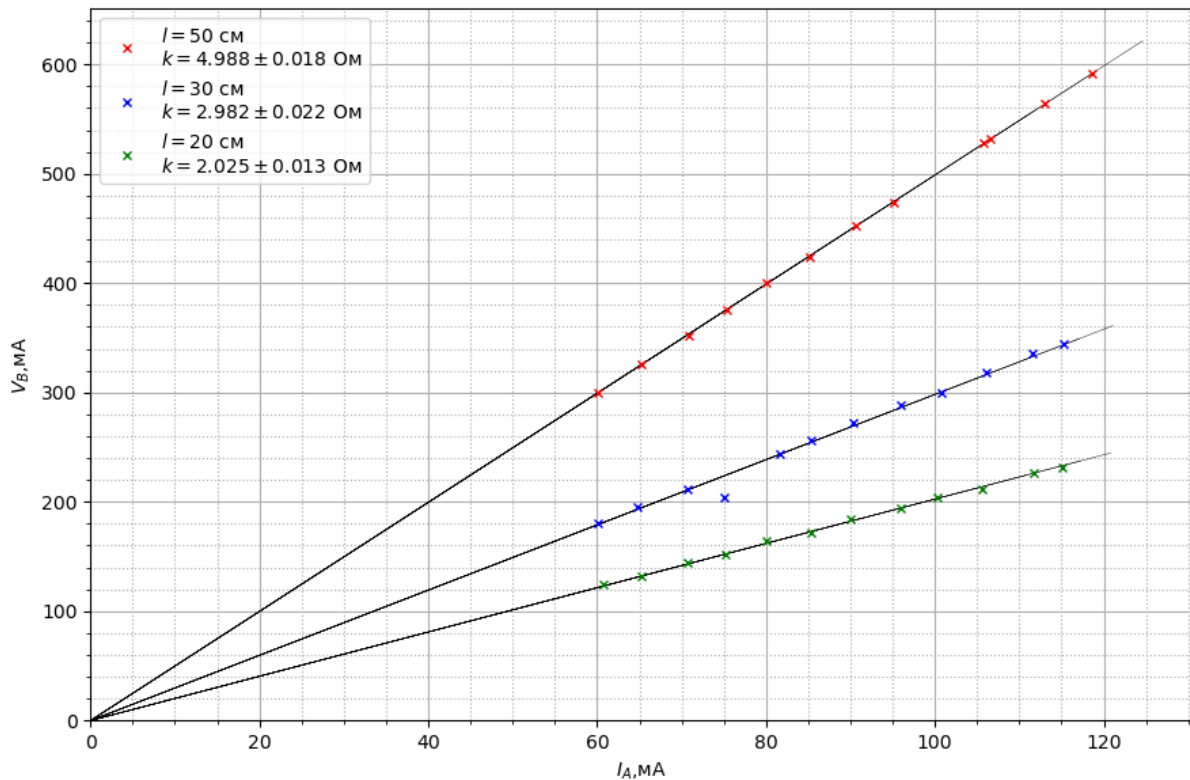
Проведя вычисления получим:

$N$ опыта	$\rho$ , $10^{-6}$ Ом · м
1	1.067±0.063
2	1.063±0.064
3	1.083±0.066

Усредняя результаты 3-х опытов, окончательно получим:

$$\bar{\rho} = (1,07 \pm 0,06) \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м} \quad (\varepsilon_\rho = 6\%)$$

Из  $\varepsilon_\rho$  видно, что наибольший вклад сделала  $\varepsilon_\rho$ , так как она учитывается дважды в формуле (10) по законам теории вероятностей.



**Рис. 2.** Результаты измерений напряжения  $V_B$  в зависимости от тока  $I_A$  для проволок разной длины  $l$  и их линейная аппроксимация  $y = kx$ .

## 5. Обсуждение результатов и выводы

В работе получено значение удельного сопротивления образца проволоки из нихромового сплава с точностью 6%. Табличные значения для нихрома лежат в диапазоне  $\rho_{\text{табл}} = 0,97 \dots 1,14 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м}$  в зависимости от состава. Измеренные значения  $\rho = (1,07 \pm 0,07) \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м}$  попадают в этот диапазон в пределах одного стандартного отклонения, однако погрешность результата не позволяет определить марку сплава.

Использованный в работе метод измерения сопротивлений позволил получить значения  $R$  образцов с довольно высокой точностью (0,5%), которая ограничивалась в основном погрешностью аналогового вольтметра. Величина случайной погрешности  $\sigma_R^{ck}$  сл, найденная в п. 4.2., показывает, что использование более совершенных измерительных приборов позволило бы довести точность измерения по данной методике до 0,1–0,2% (при неизменном количестве измерений), что сопоставимо с точностью измерений с помощью мостовой схемы.

Точность измерения удельного сопротивления  $\rho$  существенно ограничивается измерением диаметра проволоки. Поскольку случайная ошибка измерения диаметра оказалась меньше цены деления прибора (микрометра), уточнение значения диаметра за счет многократных измерений невозможно. По той же причине не удалось проверить, насколько однородной является проволока по сечению.