

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Отчет о выполнении лабораторной работы №3.7.1

Скин-эффект в полом цилиндре

Выполнил студент группы Б03-405
Тимохин Даниил

1. Аннотация

В данной работе исследуется скин-эффект в полом цилиндре. А также выполнение теории и нахождение проводимости самого цилиндра.

2. Теоретическая справка

Из уравнений максвелла следует, что

$$\nabla^2 H = \sigma\mu\mu_0 \frac{dH}{dt} \quad (1)$$

Но из-за того, что мы используем медь, то можно считать $\mu = 1$

Тогда если создать электро-магнитное поле катушкой:

$$E = E(r)e^{i\omega t} \text{ и } H = H(r)e^{i\omega t}$$

Также используя $E(r) = -\frac{1}{2}\mu_0 r \cdot i\omega H_0$ исходя цилиндрической симметрии задачи и связи электрического поля и магнитного. Получаем, что поле внутри и снаружи стенки должно быть одинаково, а значит можно брать за граничные условия напряженность поля в молиноидах, которые мы используем. С учетом граничных условий $H(0) = H_0$ и $H(h) = H_1$.

Ищем решение в виде $H(r) = Ae^{(\alpha x)} + Be^{(-\alpha x)}$ и тогда получим, так как $\alpha = \sqrt{i\sigma\mu\omega} = \frac{1+i}{\delta}$, то

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\sigma w \mu}} \quad (2)$$

$$H_1 = \frac{H_0}{ch(\alpha h) + \frac{1}{2}a\alpha sh(\alpha h)} \quad (3)$$

Подставляя глубину проникновения получаем при малых частотах получаем

$$\frac{|H_1|}{|H_0|} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{4}(ah\sigma\mu_0 w)^2}} \quad (4)$$

$$\tan \psi = \frac{ah}{\delta^2} \quad (5)$$

И при больших

$$\frac{|H_1|}{|H_0|} = \frac{2\sqrt{2}\delta}{a} e^{-\frac{h}{\delta}} e^{-i(\frac{\pi}{4} - \frac{h}{\delta})} \quad (6)$$

$$\psi = \frac{\pi}{4} - \frac{h}{\delta} \quad (7)$$

3. Оборудование

Оциллограф

Вольтметр

Амперметр

Генератор частот

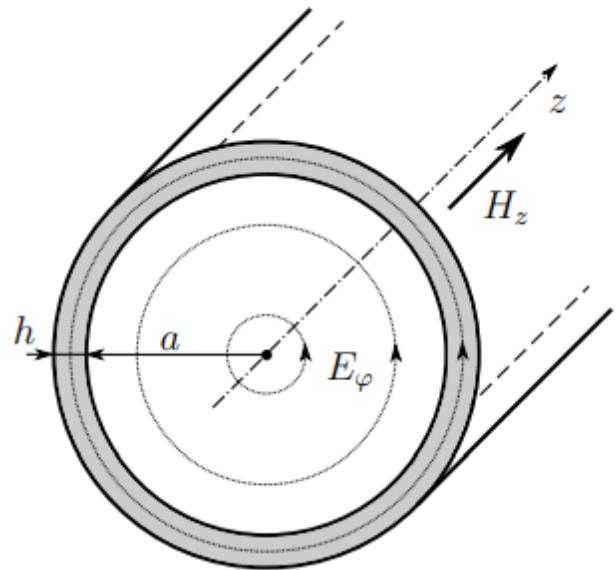
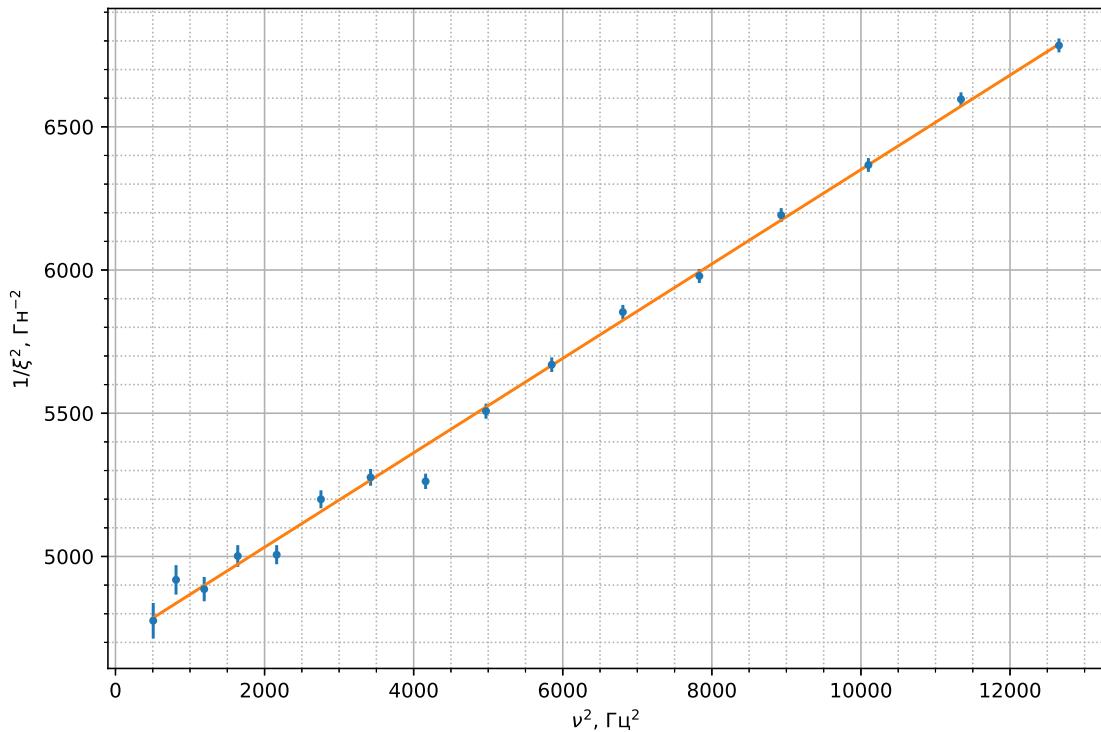


Рис. 1. установка

4. Проведение эксперимента и обработка результатов

Определим частоту, при котором глубина проникновения скин-слоя равна толщине полого цилиндра. Она равна $\nu = 2250$ Гц.

Сначала проведем эксперимент при малых частотах и найдем зависимость обратного квадрата $\xi = \frac{U}{I\nu}$, который имеет размерность индуктивности от квадрата частоты. Это нам нужно, так как $\frac{|H_1|}{|H_0|} \propto \frac{U}{I\nu}$ и тем самым мы можем найти коэффициент пропорциональности и проводимость меди

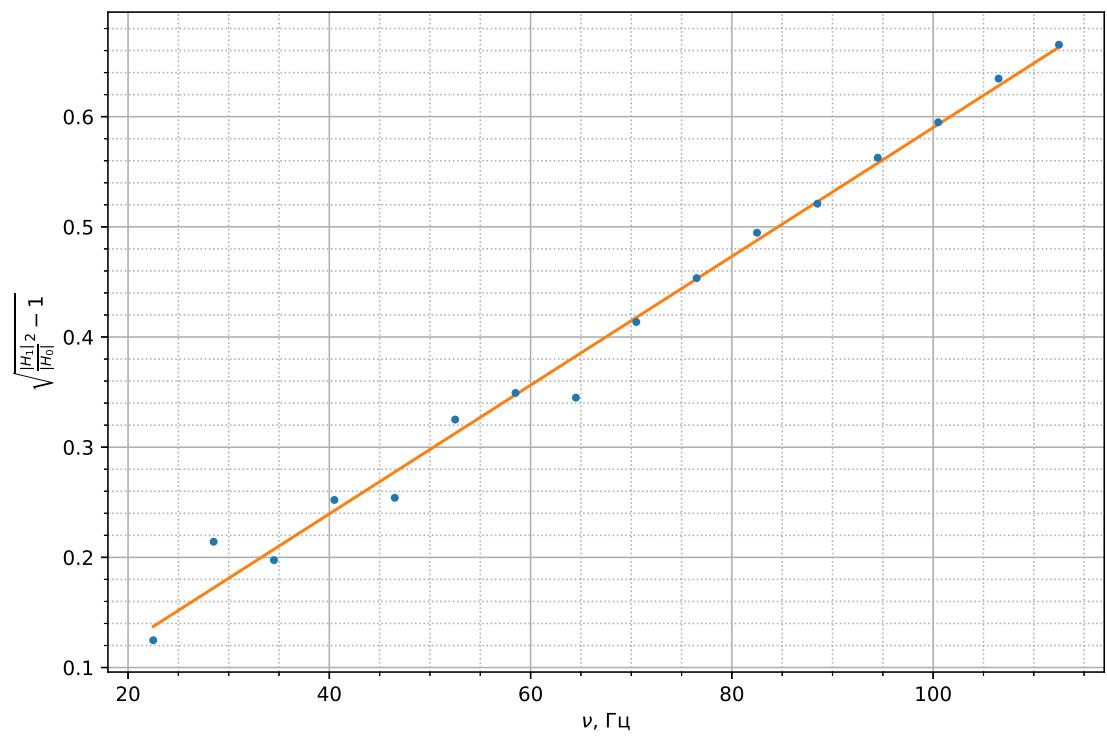


Получаем значения линейной зависимости $y = k_1x + 1/\xi_0^2$

$$k_1 = 0.16 \frac{1}{\Gamma_h^2 \Gamma_d^2} \quad \varepsilon_{k_1} = 0.01$$

$$\xi_0 = 0.0145 \Gamma_h \quad \varepsilon_{\xi_0} = 0.01$$

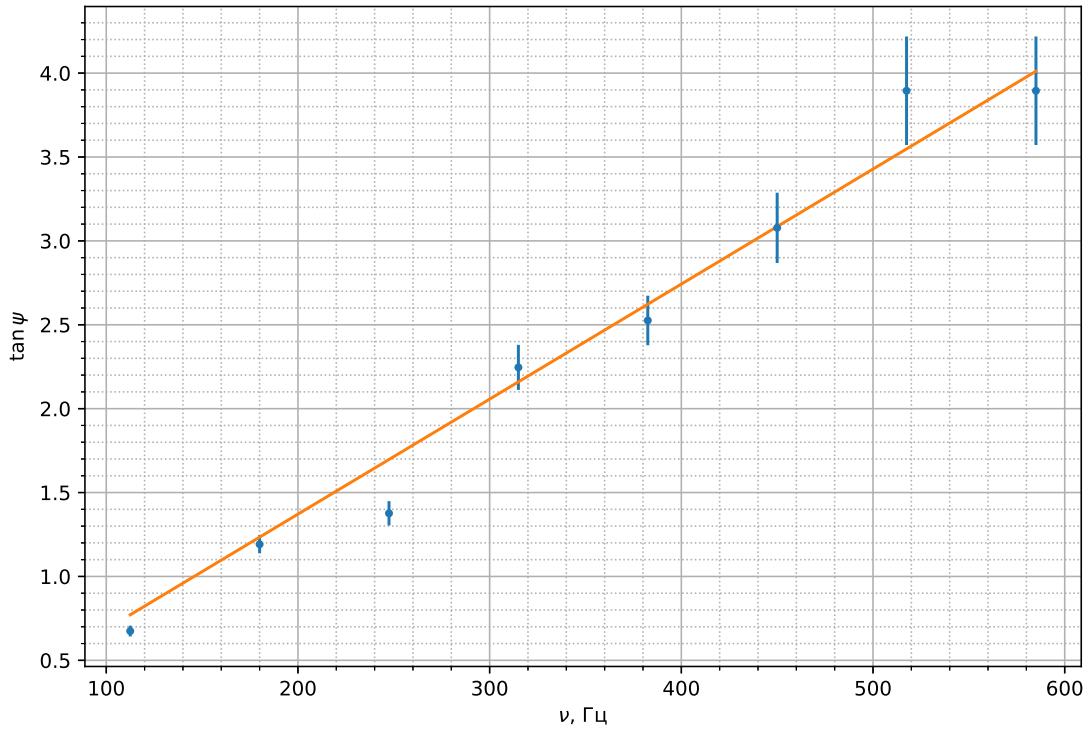
Далее построим зависимость $\sqrt{\frac{|H_1|}{|H_0|}^2 - 1}(\nu)$ Эта зависимость будет также являться линейной.



получаем угловой коэффициент $k_2 = 5.8 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\Gamma_n} \varepsilon_{k_2} = 0.025$

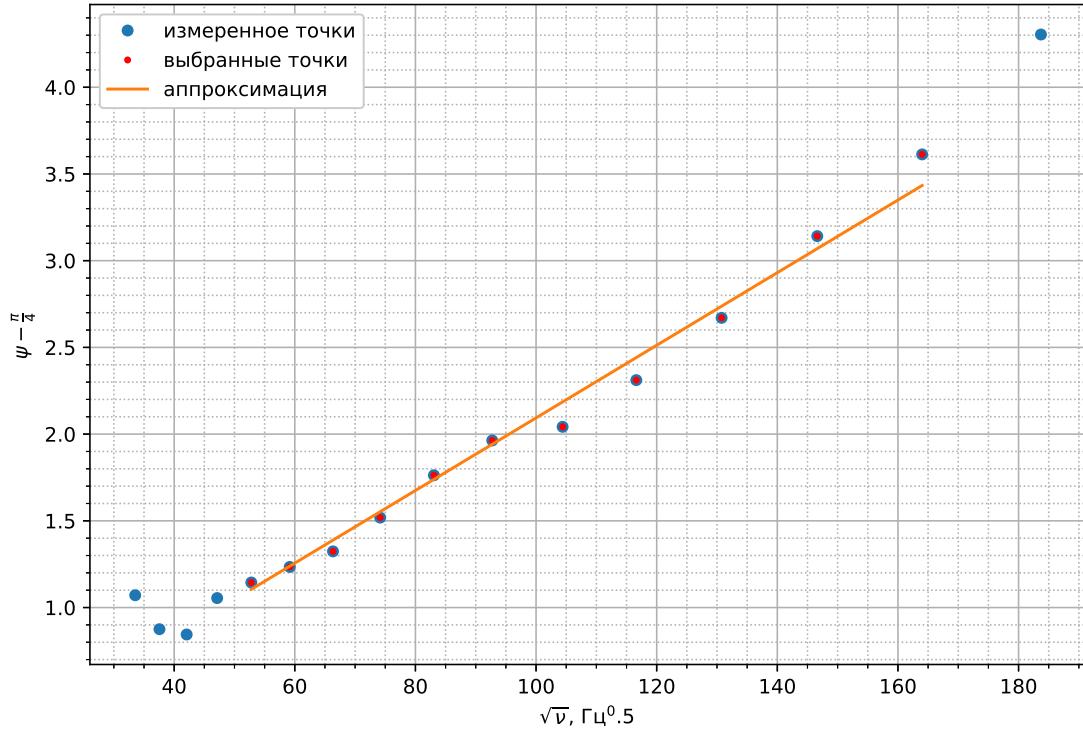
Отсюда находим через формулу $\sigma = \frac{k_2}{\pi \mu_0 a h}$, $\sigma = 44$ МСименс/м, $\varepsilon_\sigma = 0.025$.

Теперь построим зависимость для малых частот. Из теории линейным должно быть $\tan \psi(\nu)$



Аппроксимируем прямой через 0. Получаем $k_3 = 7.3 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\Gamma_n}$ $\varepsilon_{k_3} = 0.026$ и из этого вычисляем по формуле $\sigma = \frac{k_3}{\pi \mu_0 a h}$, $\sigma = 51$ МСименс/м, $\varepsilon_\sigma = 0.026$.

И теперь при высоких частотах. Из теории построим



Аналогично используем прямую через 0. Получаем $k_4 = 2.1 \cdot 10^{-2} \frac{1}{\Gamma_n}$ и из этого вычисляем по формуле $\sigma = \frac{k_4^2}{\pi \mu_0 h^2}$, $\sigma = 49$ МСименс/м, $\varepsilon_\sigma = 0.01$.

И теперь по этим данным сравним значения отношения $\frac{|H_1|}{|H_0|}$ при разных σ .

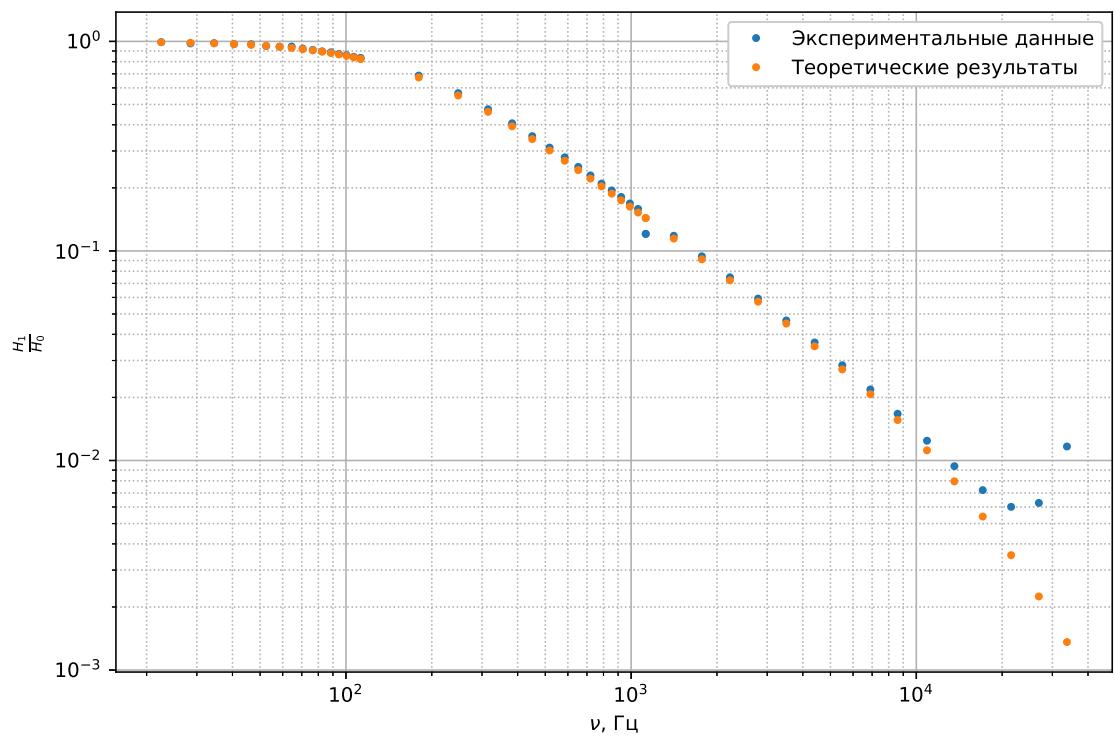


Рис. 2. Графики для $\sigma = 44$ МСименс/м

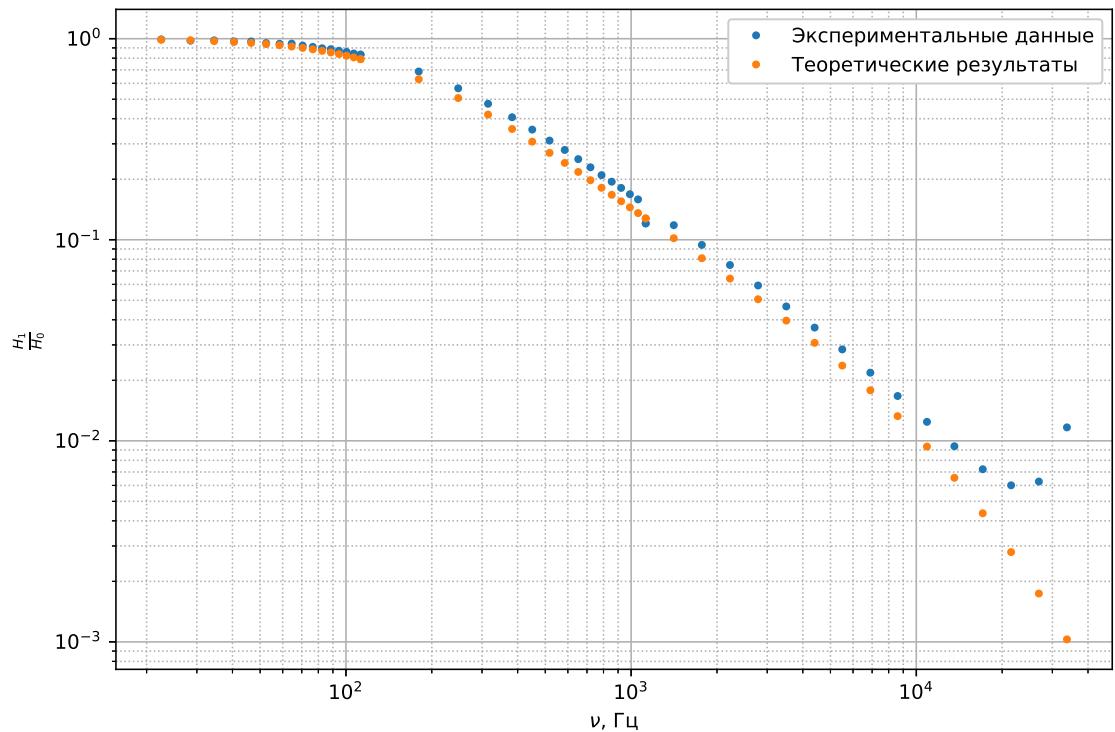


Рис. 3. Графики для $\sigma = 49$ МСименс/м

Теория начинает расходится на высоких частотах.

5. Обсуждение результатов и выводы

В итоге мы подтвердили существование скин-эффекта и получили проводимость меди в исследуемом оборудовании. Также видно, что приближения нашей теории неверны при слишком больших частотах.

В ходе выполнения возникла проблема точного измерения сдвига.