

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ М. В. ЛОМОНОСОВА
ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ И КИБЕРНЕТИКИ

ОТЧЕТ ПО ЗАДАНИЮ №6

**«Сборка многомодульных программ.
Вычисление корней уравнений и определенных
интегралов.»**

Вариант 4 / 2 / 2

Выполнил:
студент 104 группы
Хомский Д. В.

Преподаватель:
Гуляев Д. А.

Москва
2019

Постановка задачи

С заданной точностью ϵ вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной тремя кривыми, уравнения которых $f_1(x)=\exp(x)+2$, $f_2(x)=-1/x$ и $f_3(x)=-2(x+1)/3$ а именно:

- реализовать численный метод, позволяющий вычислять площадь плоской фигуры, ограниченной тремя кривыми,
- площадь была посчитана через метод трапеций,
- вершины фигуры были найдены методом хорд,
- отрезок для применения метода нахождения корней был вычислен аналитически.

Математическое обоснование

В данном разделе проводится анализ заданного набора кривых, приводятся их графики, обоснование выбора значений ε_1 и ε_2 , а также отрезков для поиска точек пересечения кривых.

Рассмотрим данные функции. $f_1(x), f_2(x), f_3(x)$. Кривые заданные функциями $f_1(x)$ и $f_2(x)$, $f_1(x)$ и $f_3(x)$ имеют лишь одну точку пересечения. Кривые заданные функциями $f_2(x)$ и $f_3(x)$ имеют 2 точки пересечения, но нас сейчас волнует только одна точка, благодаря которой ограничивается часть координатной площадью тремя функциями. Рассмотрим функции $F_1=f_2(x)-f_1(x)$, $F_2=f_2(x)-f_3(x)$ и $F_3=f_1(x)-f_3(x)$. Для метода хорд возьмем две производные всех трех вспомогательных функций. Убеждаемся что $F'(x)F''(x)>0$ во всех трех рассматриваемых случаях. Значит в методе хорд для рассмотренного отрезка $[a,b]$ мы всегда выбираем новый отрезок $[c,b]$ до тех пор, пока мы не найдем значение x , такое что $F_1(x)=0$ или $F_2(x)=0$ или $F_3(x)=0$ с заданной точностью.

Теперь объясню выбор отрезков для нахождения корней. Рассмотрим данные функции $F_1(x), F_2(x), F_3(x)$. Для каждой функции мы доказали, что на интересующем нас отрезке (в котором находится площадь, которую ограничивают функции $f_1(x), f_2(x), f_3(x)$) функции $F(x)$ имеют лишь одно решение уравнения $F(x)=0$. Значит выбрав такие значения a, b , что $F(a)<0$ и $F(b)>0$, мы получим отрезок $[a,b]$ в котором мы можем рассматривать нахождение корня, согласно методу хорд мы получим верный ответ.

$\varepsilon=0.001$ дается по условию. Из учебника по математическому анализу [1] можем найти, что n для метода трапеций будет равно $n = \frac{\sqrt{(b-a)^3}}{\sqrt{E}}$. Так a и b я вычислил с точностью $\varepsilon_1=0.00001$, то n - натуральное и не повлияет на результат вычислений результата с погрешностью $\varepsilon_2=0.0001$. Общая погрешность $\varepsilon=0.001$ точно не будет превышена.

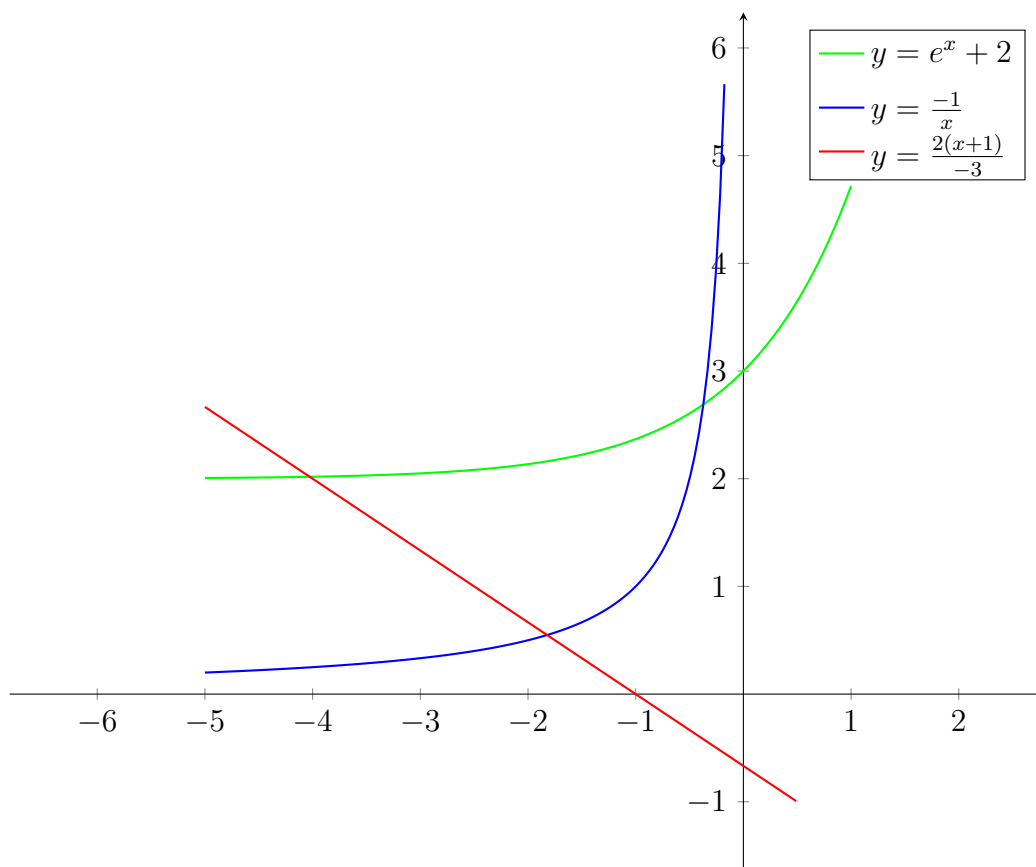


Рис. 1: Плоская фигура, ограниченная графиками заданных уравнений

Результаты экспериментов

В данном разделе вы можете увидеть результаты проведенных вычислений: координаты точек пересечения (таблица 1) и площадь полученной фигуры.

Кривые	x	y
1 и 2	-0.3719	2.6894
2 и 3	-1.8232	0.5485
1 и 3	-4.0268	2.0178

Таблица 1: Координаты точек пересечения

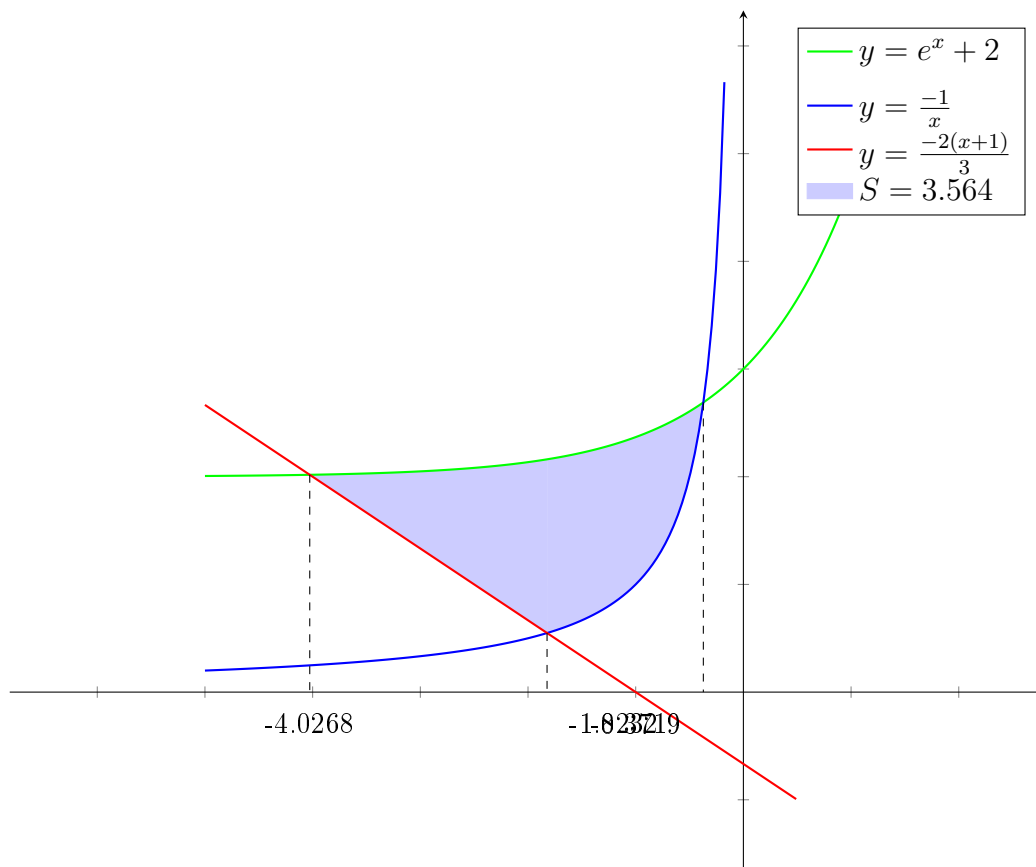


Рис. 2: Плоская фигура, ограниченная графиками заданных уравнений

Структура программы и спецификация функций

Программа состоит из нескольких функций: 1) `int main(int argc, char **argv)` - основная функция, в которой есть вызов описанных для решения задачи функций

2) `double integral(double f(double), double a, double b, double eps2)` - функция для подсчета интеграла функции $f(x)$ на $[a, b]$ с точностью `eps2`

3) `void root(double f(double), double g(double), double a, double b, double eps1)` - рекурсивная функция для поиска корней уравнения $f(x) - g(x) = 0$. передает найденное значение в глобальную переменную `q`

4) `double F(double x, double s, double f(double), double g(double))` - вспомогательная функция, для поиска корней методом хорд возвращает значение $s(f(x) - g(x))$

5) `double (*mas[4])(double) = NULL, f1, f2, f3;` - массив указателей на функций, объявленный глобально для вызова определенных функций в зависимости от нужды пользователя

6) `a) double q; б) int iter=0;` - глобальные переменные, необходимые а) для поиска корней уравнения, б) для нахождения кол-ва итераций, после которых находится верный корень с заданной точностью

Сборка программы (Make-файл)

Текст Make-файла all:prog

```
main.o:main.c gcc -o main.o -c main.c -m32 func.o:func.asm nasm -f elf32 -o  
func.o func.asm prog: main.o func.o gcc -o prog main.o func.o -m32 clean: rm -f *.o  
prog
```

Исходные файлы: main.c func.asm gcc -o main.o -c main.c -m32 - зависит только от main.c, из которого делается объектный файл main.o. Никак не влияет на func.asm

nasmm -f elf32 -o func.o func.asm - зависит только от func.asm, из которого делается объектный файл func.o. Никак не влияет на main.c

gcc -o prog main.o func.o -m32 - зависит от main.o и func.o, из двух объектных файлов делается исполняемый файл prog, который готов к запуску ./prog

rm -f *.o prog - удаляет все объектные файлы для пересборки программ

Отладка программы, тестирование функций

Сперва я написал полностью программу на языке С. Описав функции на языке С, которые возвращают значение $f(x)$, я проверял значения функций в этих точках с калькулятором. Написав функцию `root` я проверял ее на значениях и сверял свои результаты с калькулятором, рассматривая функцию $F(x)=f(x)-g(x)$. Далее я написал функцию `integral`, и опять же проверял нахождение площади под графиком при помощи интернет-сайтов, который достаточно точно могут вычислять площадь под графиков. Результаты совпадали. Далее я закомментировал описанные на С функции и описал эти же функции на языке ассемблера. Закинул файлы `main.c` и `func.asm` в один файл. Сперва компоновал отдельно. Потом Объектные файлы объединял в один - исполняемый. В итоге: программа работает и считает верно площадь графика, ограниченного тремя функциями. Во время написаний каждой функции я отлаживал программу по мере нахождения в ней ошибок.

Программа на Си и на Ассемблере

Исходные тексты программы: `main.c` и `func.asm`, а также `Makefile` для сборки имеются в архиве, который приложен к этому отчёту.

Анализ допущенных ошибок

При написании программы я столкнулся только с одной ошибкой, которую мне пришлось анализировать и переписывать часть кода. При написании функций на ассемблере, у меня неправильно выдавала значения функция `f1`, оказалось, что при тех командах, что я написал изначально на верхушке стека лежали не те числа, с которыми я хотел проводить операции, поэтому функция `f1` выдавала неверные значения. После чего программа была переписана и заработала корректно.

Список литературы

- [1] Ильин В. А., Садовничий В. А., Сендов Бл. Х. Математический анализ. Т. 1 — Москва: Наука, 1985.