

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)
ФАКУЛЬТЕТ ОБЩЕЙ И ПРИКЛАДНОЙ ФИЗИКИ

Лабораторная работа № 2.2.3
**Определение теплопроводности газов
при атмосферном давлении**

Серебренников Даниил
Группа Б02-826

Долгопрудный, 2019 г.

Цель работы: определение коэффициента теплопроводности воздуха при атмосферном давлении и разных температурах по теплоотдаче нагреваемой током нити в цилиндрическом сосуде.

В работе используются: прибор для определения теплопроводности газов; форвакуумный насос; газгольдер с газом; манометр; магазин сопротивлений; эталонное сопротивление 10 Ом; цифровой вольтметр В7-78/1; источник питания.

1 Теоретическая часть

Основной характеристикой теплопроводности служит коэффициент κ , являющийся коэффициентом пропорциональности между плотностью потока тепла q и градиентом температуры dT/dr в направлении распространения этого потока

$$q = -\kappa \frac{dT}{dr}. \quad (1)$$

В цилиндрически симметричной установке, в которой тепловой поток направлен к стенкам цилиндра от нити, полный поток тепла $Q = qS$ через каждую цилиндрическую поверхность радиуса r должен в стационарном состоянии быть неизменен (как в пространстве, так и во времени). Тогда

$$Q = -2\pi r L \kappa \frac{dT}{dr} = const, \quad (2)$$

откуда получаем формулу

$$T_1 - T_2 = \frac{Q}{2\pi L \kappa} \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (3)$$

Здесь r_1 и T_1 – радиус и температура нити, r_2 и T_2 – радиус и температура цилиндра.

2 Экспериментальная установка

Схема установки изображена на рис. 1. Тонкая молибденовая нить натянута по оси длинной вертикально стоящей медной трубки¹. Через штуцер трубка заполняется исследуемым газом. Нить нагревается электрическим током, а её температура T_1 определяется по изменению электрического сопротивления. Трубка находится в кожухе, через которой пропускается вода из термостата. Температура воды T_2 измеряется термометром, помещенным в термостат. Количество теплоты, протекающей через газ, равно, если пренебречь утечками тепла через торцы, количеству теплоты, выделяемому током в нити, и может быть найдено по закону Джоуля-Ленца². При этом ток в нити определяется по напряжению на включенном последовательно с ней эталонном сопротивлении $R_0 = (10,00 \pm 0,01)$ Ом.

Электрическая часть схемы состоит из источника питания и подключенных к нему последовательно соединенных нити, эталонного сопротивления и магазина сопротивлений R , служащего для точной установки тока через нить. Цифровой вольтметр может подключаться как к нити, так и к эталонному сопротивлению, измеряя таким образом напряжение на нити и ток через неё.

¹В нашей установке диаметр проволоки $2r_1 \approx 0,055$ мм, внутренний диаметр трубки $2r_2 \approx 10$ мм, длина $L \approx 355$ мм.

²Мощность электрического тока, протекающего через нить: $Q = I^2 R$

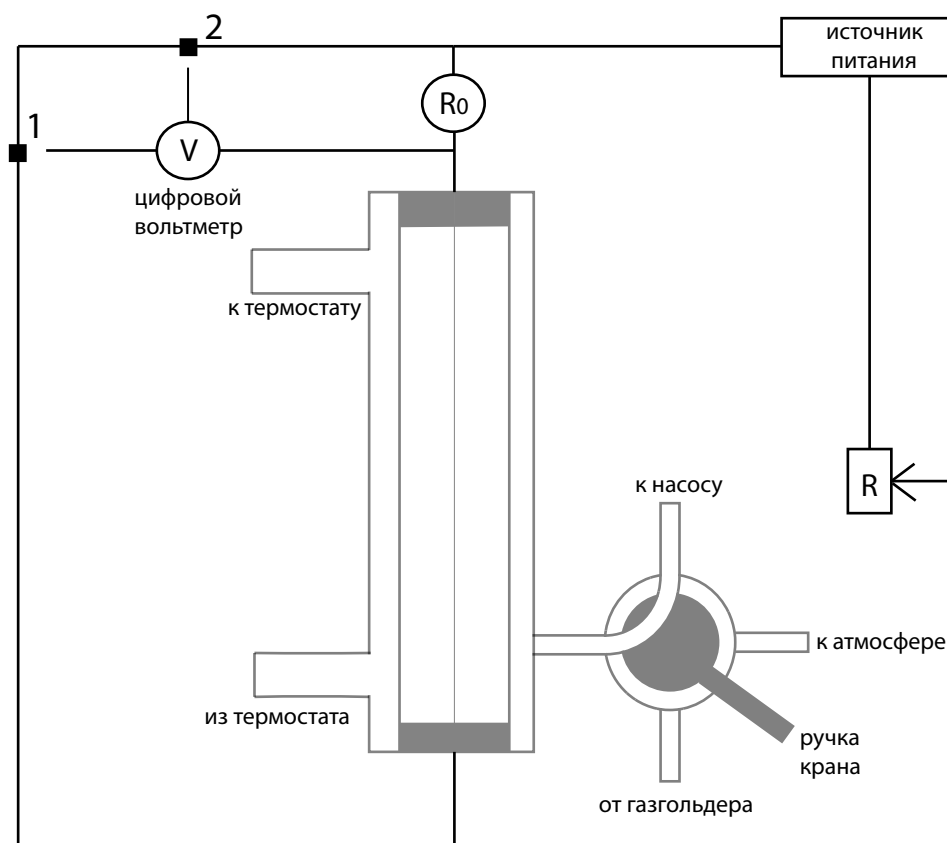


Рис. 1: Схема установки для определения теплопроводности газов

3 Экспериментальная часть

1. Снимем зависимость напряжения на нити U от напряжения на эталонном сопротивлении U_0 . После изменения тока в проволоке выдержим паузу для установления стационарного режима.
2. Повторим измерения п. 1 ещё при температурах прибора в интервале 30–70 °С.
3. Вычислим при различных токах, протекающих через нить, её сопротивление по формуле $R = R_0 \frac{U}{U_0}$ и поток тепла: $Q = \frac{U_0 U}{R_0}$. Повторим вычисления для всех температур прибора в этой лабораторной работе. Результаты измерений и вычислений представлены в таблице 1. Оценим относительную погрешность измеренных величин: $\frac{\sigma_Q}{Q} = \frac{\sigma_R}{R} = \sqrt{(\frac{\sigma_U}{U})^2 + (\frac{\sigma_{U_0}}{U_0})^2 + (\frac{\sigma_{R_0}}{R_0})^2} \approx \frac{\sigma_{R_0}}{R_0} = 0,1\%$, где $\sigma_U = 0,00005$ В, поэтому погрешностью этих величин можно пренебречь.
4. Для каждой температуры прибора построим график зависимости выделяемой мощности Q от сопротивления нити R . Аппроксимацию прямой произведем методом наименьших квадратов в компьютерной программе «OriginPro», в которой определим наклон dQ/dR с погрешностью и сопротивление нити $R|_{Q=0}$ при температуре термостата, то есть при нулевой выделяемой мощности. Полученные данные занесём в таблицу 2. Графики представлены на рисунках: рис. 2, рис. 3, рис. 4, рис. 5, рис. 6, рис. 7. При расчете погрешности наклона прямой, представленной на рис. 3, мы пренебрежем двумя крайними точками, которые не идеально ложатся на прямую.

Таблица 1: Результаты измерений и вычислений.

$T, ^\circ\text{C}$	21,4						
U_0, V	0,1078	0,2088	0,5558	0,7398	1,1040	1,2690	1,5226
U, V	0,1074	0,2082	0,5588	0,7493	1,1413	1,3278	1,6282
R, Ohm	9,96	9,97	10,05	10,13	10,34	10,46	10,69
Q, W	0,0012	0,0043	0,0311	0,0554	0,1260	0,1685	0,2479
$T, ^\circ\text{C}$	30,1						
U_0, V	0,1077	0,2085	0,5537	0,7362	1,0955	1,2508	1,6116
U, V	0,1107	0,2145	0,5742	0,7688	1,1666	1,3550	1,7897
R, Ohm	10,28	10,29	10,37	10,44	10,65	10,83	11,12
Q, W	0,0012	0,0045	0,0318	0,0566	0,1278	0,1695	0,2884
$T, ^\circ\text{C}$	40,0						
U_0, V	0,1283	0,2083	0,5523	0,7339	1,0910	1,2516	1,5310
U, V	0,1366	0,2219	0,5930	0,7930	1,2009	1,3932	1,7434
R, Ohm	10,65	10,65	10,74	10,81	11,01	11,13	11,39
Q, W	0,0018	0,0046	0,0328	0,0582	0,1310	0,1744	0,2669
$T, ^\circ\text{C}$	50,0						
U_0, V	0,1076	0,2080	0,5509	0,7311	1,0845	1,2435	1,5191
U, V	0,1184	0,2292	0,6114	0,8166	1,2337	1,4295	1,7846
R, Ohm	11,00	11,02	11,10	11,17	11,38	11,50	11,75
Q, W	0,0013	0,0048	0,0337	0,0597	0,1338	0,1778	0,2711
$T, ^\circ\text{C}$	60,0						
U_0, V	0,1075	0,2078	0,5492	0,7282	1,0783	1,2582	1,5070
U, V	0,1223	0,2367	0,6300	0,8405	1,2665	1,4951	1,8256
R, Ohm	11,38	11,39	11,47	11,54	11,75	11,88	12,11
Q, W	0,0013	0,0049	0,0346	0,0612	0,1366	0,1881	0,2751
$T, ^\circ\text{C}$	70,0						
U_0, V	0,1075	0,2076	0,5476	0,7254	1,0080	1,2499	1,4952
U, V	0,1263	0,2441	0,6483	0,8642	1,2172	1,5314	1,8660
R, Ohm	11,75	11,76	11,84	11,91	12,08	12,25	12,48
Q, W	0,0014	0,0051	0,0355	0,0627	0,1227	0,1914	0,2790

Таблица 2: Результаты вычислений.

$T, ^\circ\text{C}$	21,4	30,1	40,0	50,0	60,0	70,0
$R _{Q=0}, \text{Ohm}$	9,96	10,28	10,65	11,00	11,38	11,75
$dQ/dR, \text{W/Ohm}$	0,336	0,341	0,358	0,363	0,372	0,379
$\sigma_{dQ/dR}, \text{W/Ohm}$	0,006	0,002	0,001	0,002	0,001	0,002

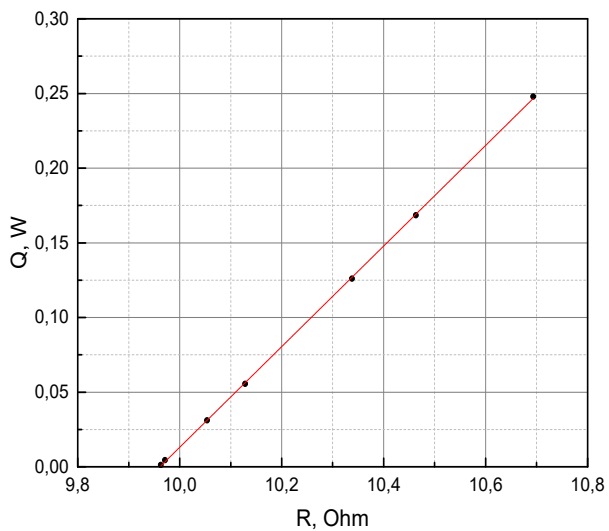


Рис. 2: $Q = Q(R)$ при $T = 294$ K.

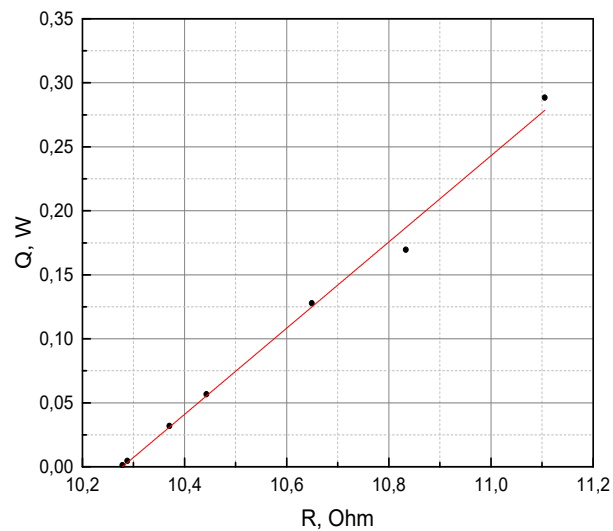


Рис. 3: $Q = Q(R)$ при $T = 303$ K.

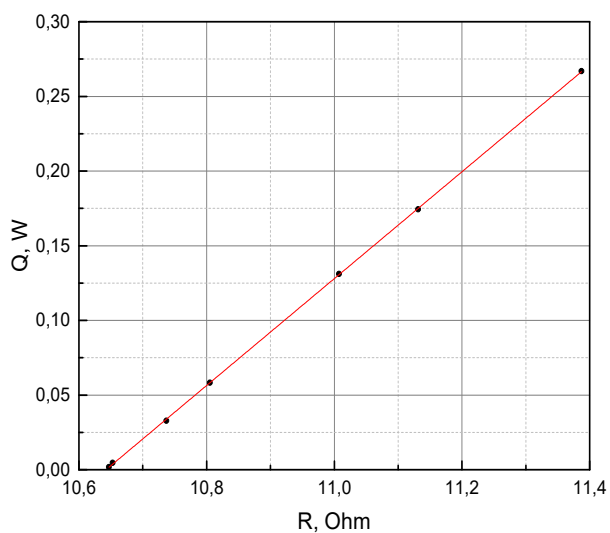


Рис. 4: $Q = Q(R)$ при $T = 313$ K.

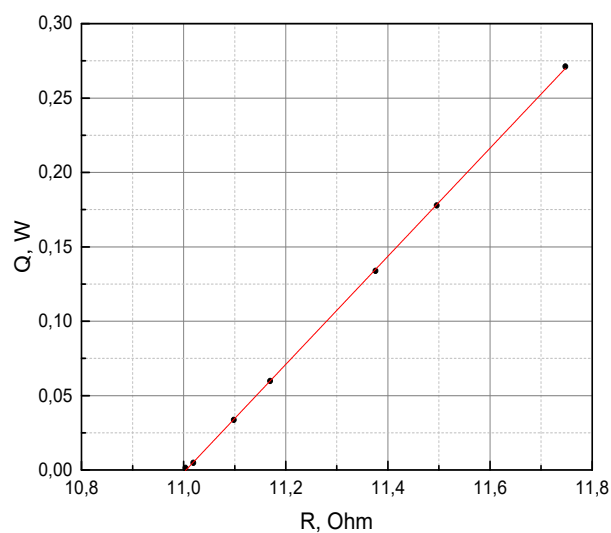


Рис. 5: $Q = Q(R)$ при $T = 323$ K.

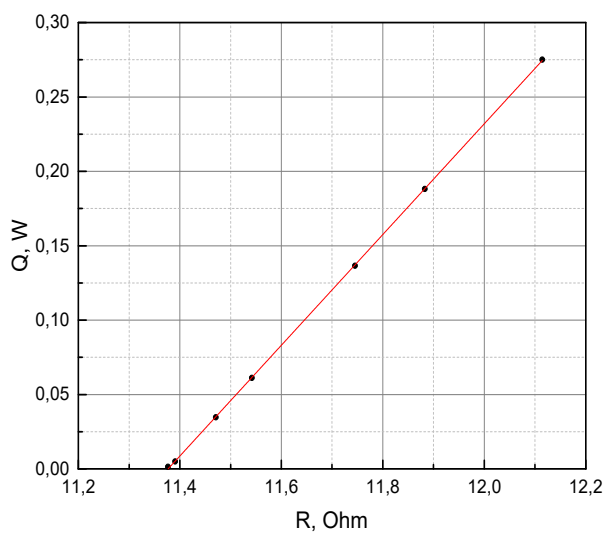


Рис. 6: $Q = Q(R)$ при $T = 333$ K.

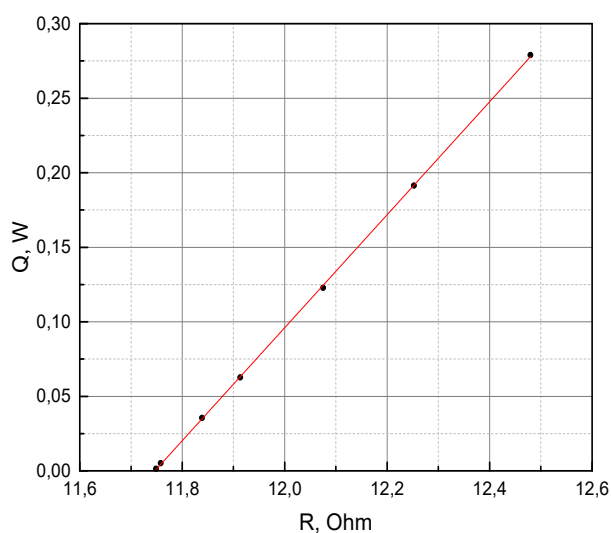


Рис. 7: $Q = Q(R)$ при $T = 343$ K.

5. Построим по значениям $R|_{Q=0}$ график (рис. 8) зависимости сопротивления нити от температуры T . Аппроксимацию прямой и расчет наклона dR/dT произведем аналогично п. 4.

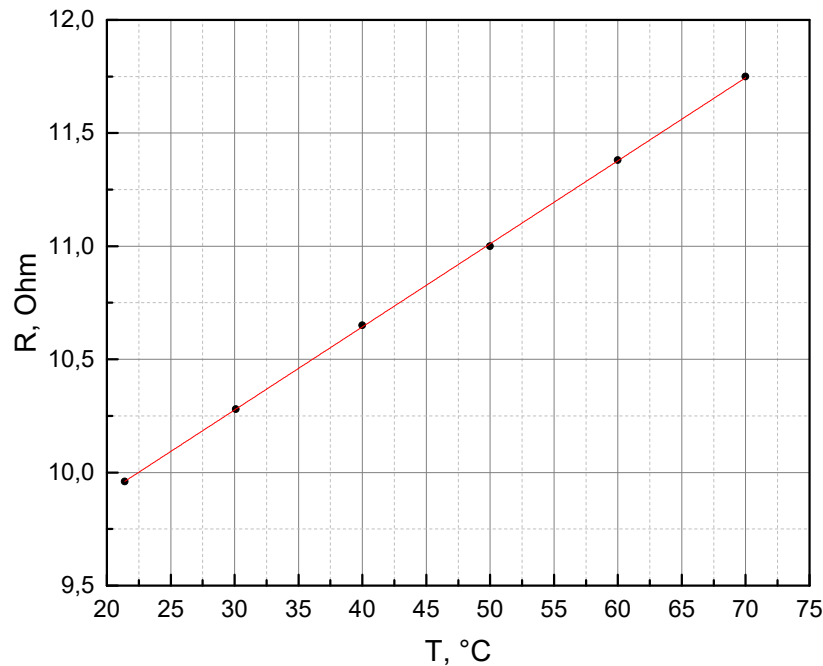


Рис. 8: $R = R(T)$

Экспериментальные точки отлично ложатся на прямую, имеющую наклон: $dR/dT = (0,0367 \pm 0,0001) \text{ Ohm/K}$.

6. Для каждой температуры прибора определим значение коэффициента теплопроводности газа по формуле $\kappa = \frac{dQ}{dT} \frac{1}{2\pi L} \ln \frac{r_2}{r_1}$. Предполагая, что зависимость коэффициента теплопроводности от температуры имеет вид $\kappa = AT^\beta$, по полученным значениям построим аппроксимированную кривую рис. 9. Чтобы определить показатель степени β построим график зависимости $\ln \frac{\kappa}{\kappa_0}$ от $\ln \frac{T}{T_0}$, где $\kappa_0 = 25,9 \text{ mW/(m}\cdot\text{K)}$ – табличное значение теплопроводности воздуха при температуре $T_0 = 293 \text{ K}$. Результаты вычислений представлены в таблице 3.

Таблица 3: Результаты вычислений.

T, K	294,4	303,1	313,0	323,0	333,0	343,0
κ , mW/(Ohm*K)	28,8	29,2	30,6	31,1	31,8	32,4
σ_κ , mW/(Ohm*K)	0,5	0,2	0,1	0,2	0,1	0,2
$\ln T/T_0$	0,0048	0,0340	0,0660	0,0975	0,1280	0,1576
$\ln \kappa/\kappa_0$	0,106	0,120	0,167	0,183	0,205	0,224
$\sigma_{\ln \kappa/\kappa_0}$	0,017	0,007	0,003	0,006	0,003	0,006

Аппроксимацию прямой (рис. 10) произведем методом наименьших квадратов в компьютерной программе «OriginPro». Имеем: $\beta = 0,73 \pm 0,08$.

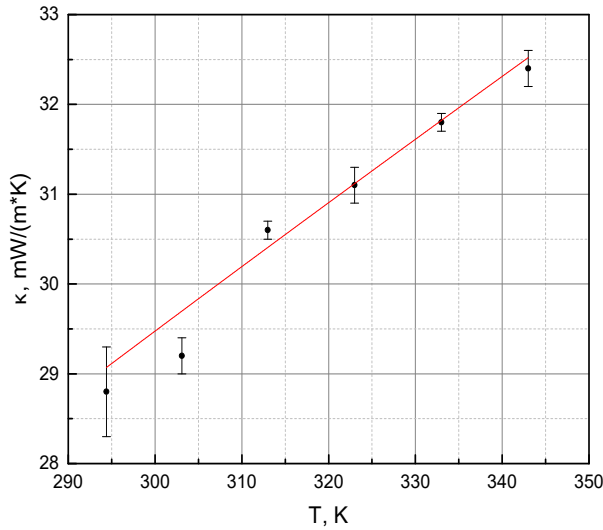


Рис. 9: $\kappa = \kappa(T)$.

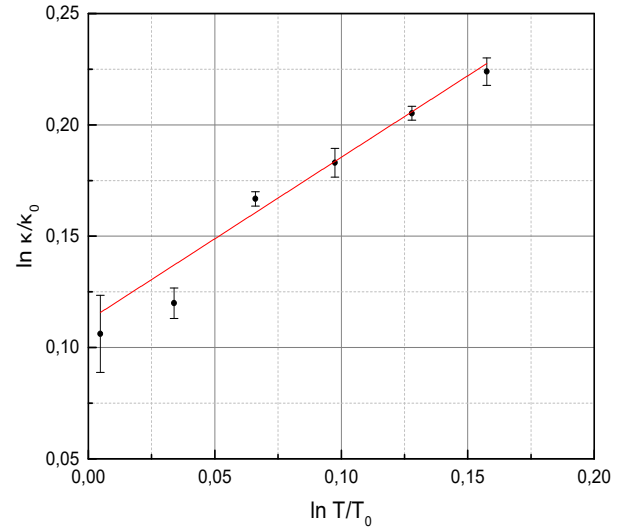


Рис. 10: Зависимость $\ln \kappa/\kappa_0$ от $\ln T/T_0$.

4 Обсуждение результатов

В ходе данной работы мы определили коэффициент теплопроводности воздуха при атмосферном давлении и разных температурах по теплоотдаче нагреваемой током нити в цилиндрическом сосуде. В среднем каждое значение коэффициента теплопроводности отличается от табличного при данной температуре на 10%. По полученным результатам рассчитали коэффициент β в формуле $\kappa = AT^\beta$: $\beta = 0,73 \pm 0,08$. Однако полученный результат с учетом погрешности не соответствует теоретическому значению $\beta = 0,5$ ($\kappa \propto \sqrt{T}$), то есть наш результат завышен на 46%³. Во-первых, это может быть связано с неучтенными тепловыми потерями через основания цилиндра. Во-вторых, количество экспериментальных точек достаточно мало. В-третьих, при выводе формулы (3) пренебрегалось зависимостью теплопроводности от температуры, поэтому она справедлива только при $\Delta T \ll T$. И наконец, возникновение термо-ЭДС (эффект Зеебека) повлияло на точность вольтметра. Стоит отметить, что крайняя левая экспериментальная точка на графике 10 должна находиться вблизи точки (0, 0), то есть наша прямая смещена на некоторую константу от теоретической прямой, значит, в нашем эксперименте имеется неучтенная систематическая погрешность.

Для получения более точного результата необходимо увеличить диапазон рабочих температур, количество экспериментальных точек и уменьшить шаг изменения температуры.

5 Выводы

1. Определили коэффициент теплопроводности воздуха при атмосферном давлении и разных температурах по теплоотдаче нагреваемой током нити в цилиндрическому сосуде. Например при $T = 303\text{K}$: $\kappa = (30,6 \pm 0,1) \text{ мВт}/(\text{м} \cdot \text{К})$.
2. В предположении, что $\kappa = AT^\beta$, рассчитали коэффициент $\beta = 0,73 \pm 0,08$.
3. Предложили способы по улучшению точности определения коэффициента β .

³Удивительно, что если построить аналогичным образом прямую, используя табличные значения коэффициента теплопроводности воздуха при атмосферном давлении, то $\beta = 0,81$, тогда в этом случае наш результат занижен на 10%.

Предположим противное. Пусть $\exists x \in \mathbb{R} : x \cdot 0 = 0 \cdot x = 1$, но можно показать, что $0 \cdot y = y \cdot 0 = 0 \forall y \in \mathbb{R}$. Получили противоречие.