

Электричество и магнетизм

Семестр 2

ЛЕКЦИЯ № 9

Электромагнитная индукция.

Энергия магнитного поля.

1. Явление электромагнитной индукции.
2. Электродвижущая сила индукции. Закон Фарадея. Правило Ленца.
3. Явление самоиндукции. Индуктивность. Индуктивность соленоида.
4. Энергия катушки с током. Энергия и плотность энергии магнитного поля.

Явление электромагнитной индукции.

С момента открытия связи магнитного поля с током (что является подтверждением симметрии законов природы), делались многочисленные попытки *получить ток с помощью магнитного поля.*

Задача была решена Майклом Фарадеем в 1831г.

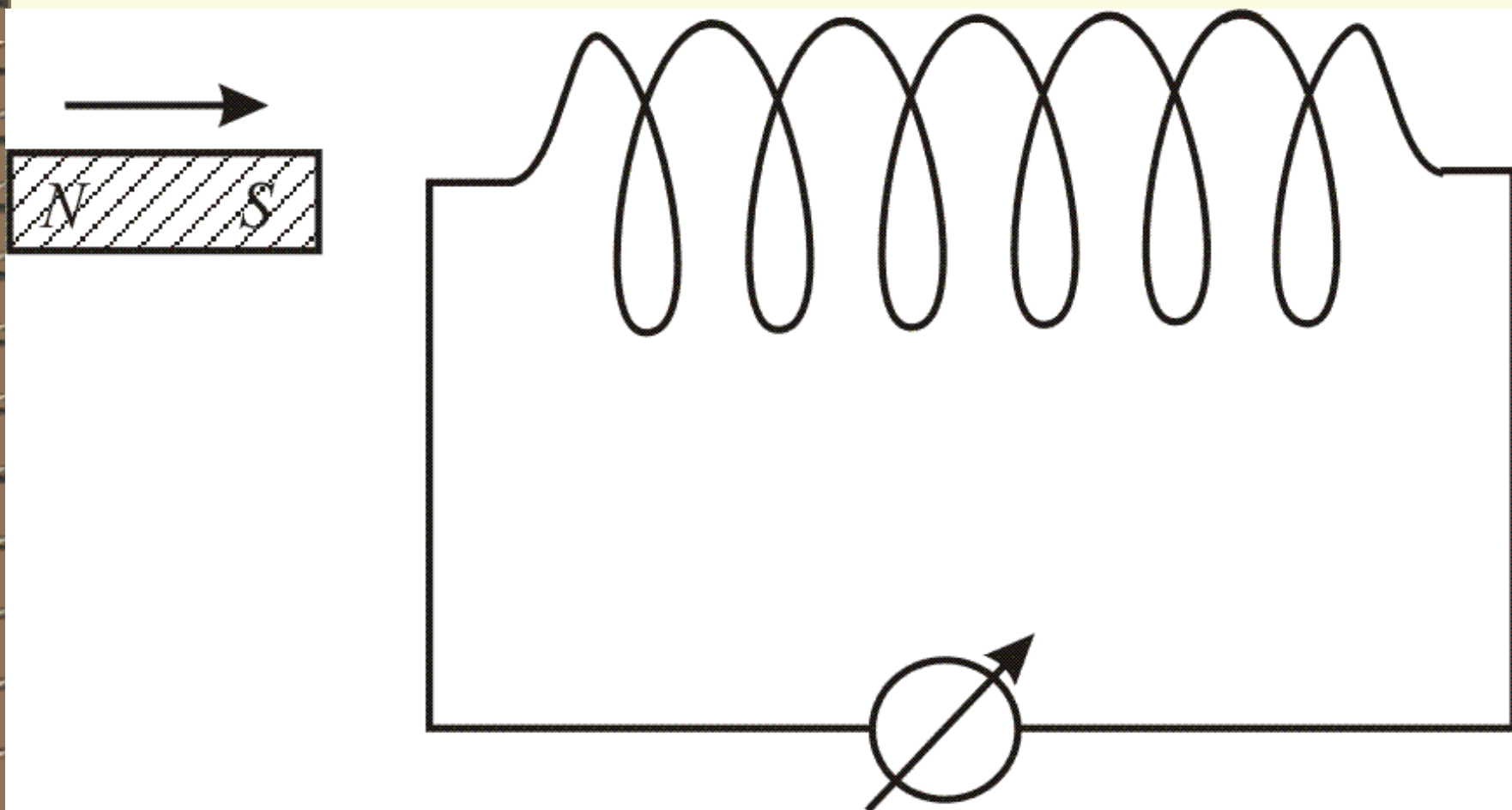


***ФАРАДЕЙ Майкл (1791 – 1867) –
знаменитый английский физик.***

Исследования в области электричества, магнетизма, магнитооптики, электрохимии. Создал лабораторную модель электродвигателя. Открыл экстротоки при замыкании и размыкании цепи и установил их направление. Открыл законы электролиза, первый ввел понятия поля и диэлектрической проницаемости, в 1845 употребил термин «магнитное поле».

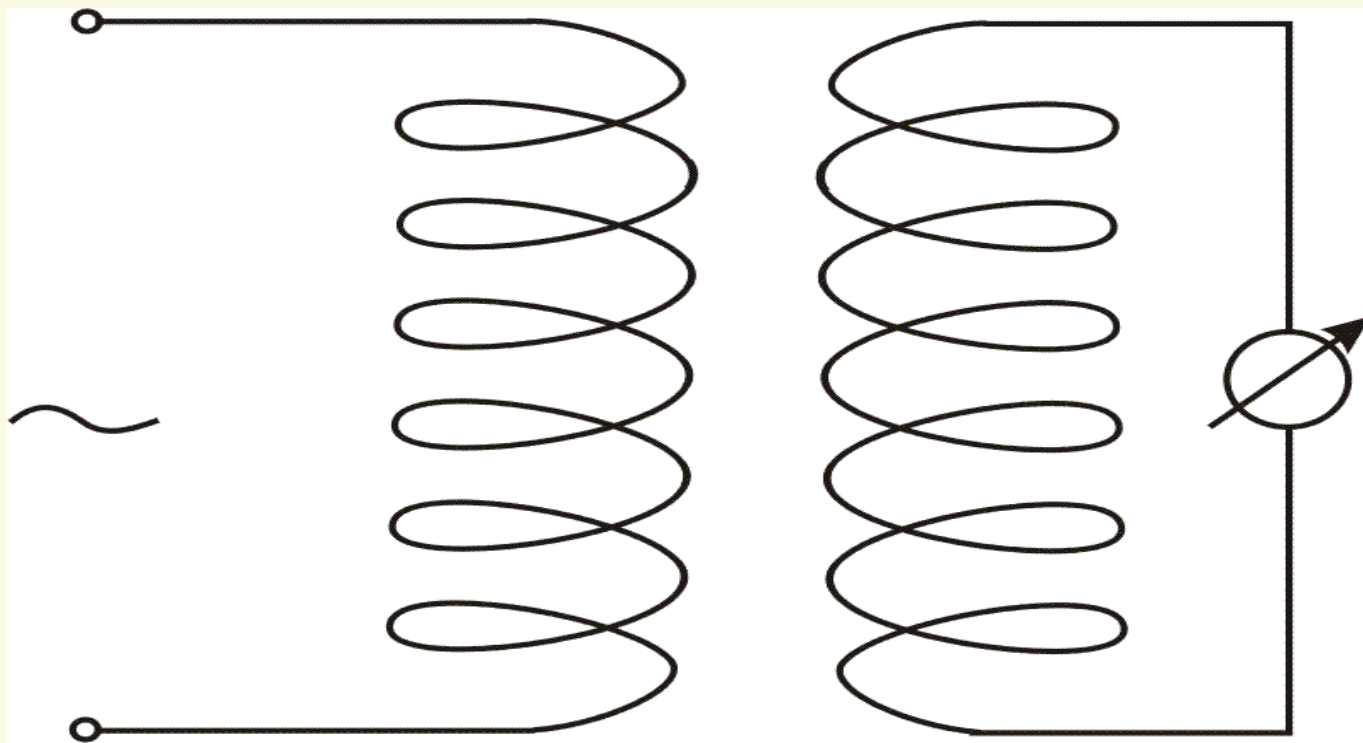
Кроме всего прочего М. Фарадей открыл явления диа- и парамагнетизма. Он установил, что все материалы в магнитном поле ведут себя по-разному: ориентируются по полю (пара- и ферромагнетики) или поперек поля – диамагнетики.

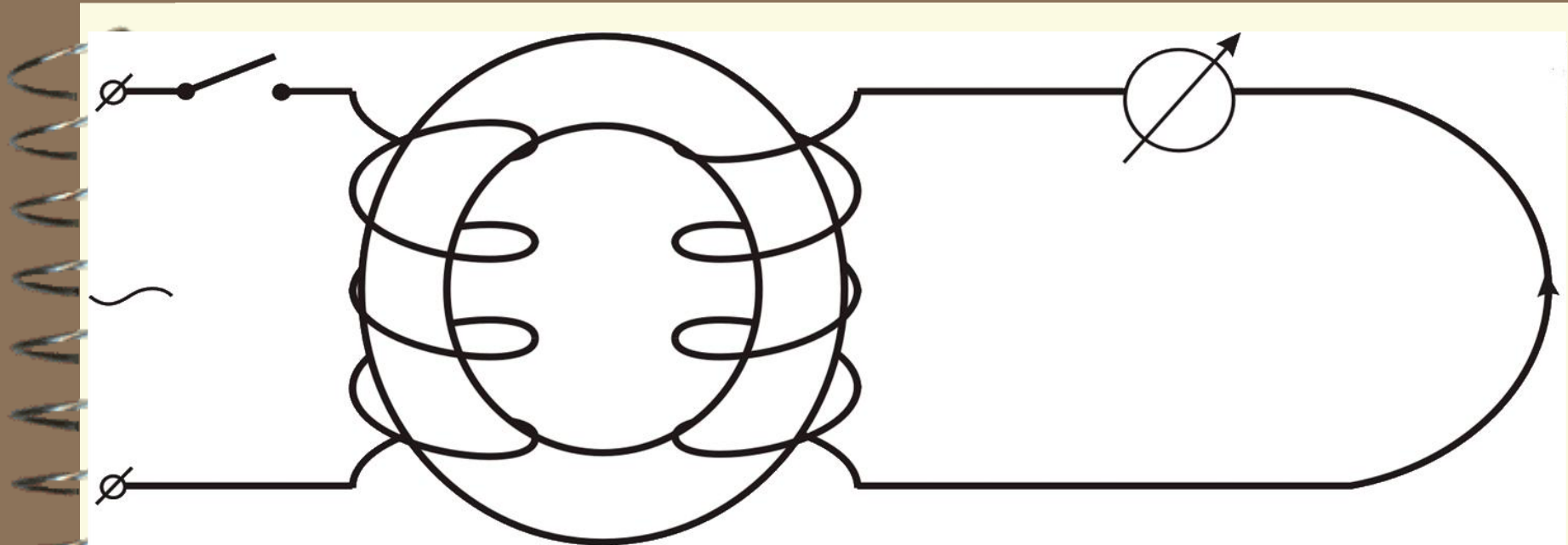
Из школьного курса физики *опыты Фарадея* хорошо известны: катушка и постоянный магнит



Если подносить магнит к катушке или наоборот, то в катушке возникнет электрический ток.

Тоже самое с двумя близко расположенными катушками: если к одной из катушек подключить источник переменного тока, то в другой так же возникнет переменный ток, но лучше всего этот эффект проявляется, если две катушки соединить сердечником.





Заполнение всего пространства однородным магнетиком приводит при прочих равных условиях к увеличению индукции в μ раз.

Этот факт подтверждает то, что индукционный ток обусловлен изменением потока вектора магнитной индукции \vec{B} , а не потока вектора напряженности \vec{H} .

По определению Фарадея общим для ЭТИХ ОПЫТОВ является то, что: *если поток вектора магнитной индукции, пронизывающий замкнутый, проводящий контур меняется, то в контуре возникает электрический ток.*

Это явление называют *явлением электромагнитной индукции*, а *ток — индукционным.*

Для каждого конкретного случая
Фарадей указывал направление
индукционного тока.

В 1833 г. Ленц установил общее
правило нахождения направления тока:
индукционный ток всегда направлен
так, что магнитное поле этого тока
препятствует изменению магнитного
потока, вызывающего индукционный
ток.

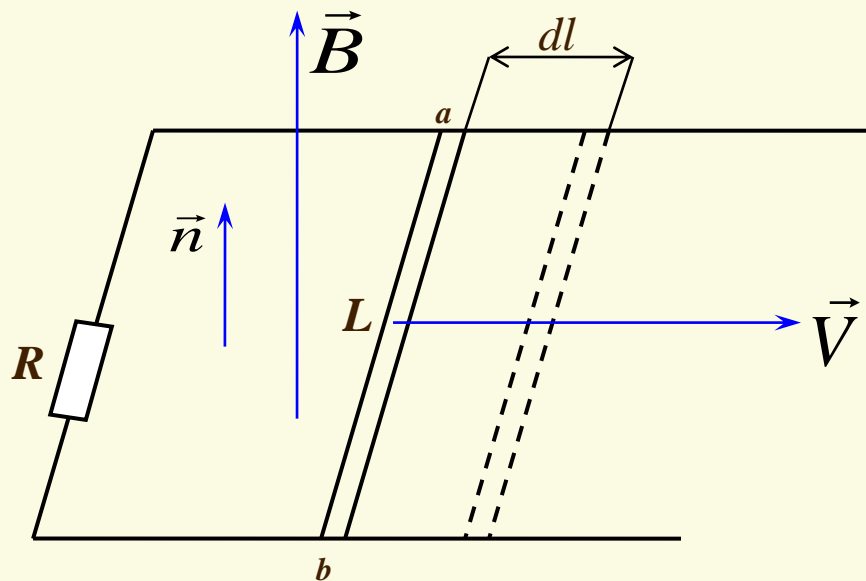
Это утверждение носит название
правило Ленца.

Электродвижущая сила индукции

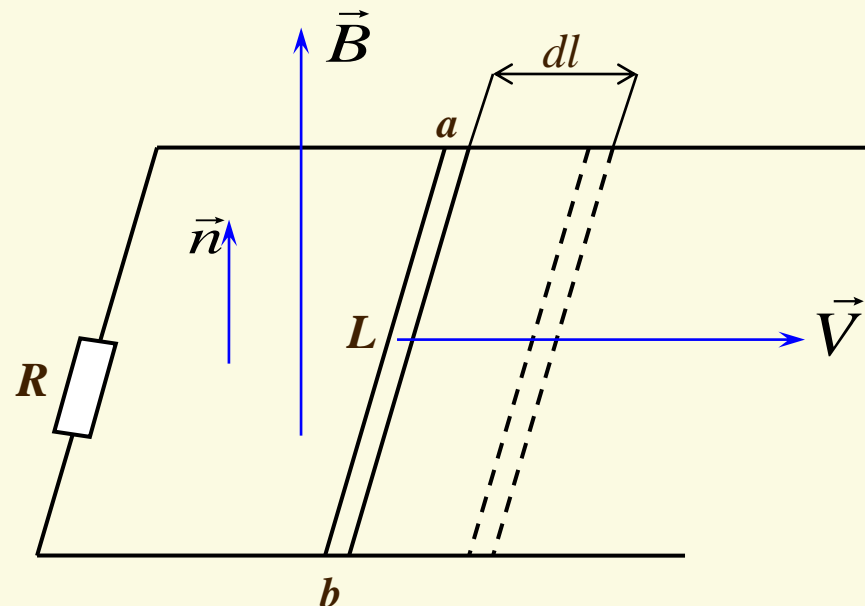
Для создания тока в цепи необходимо наличие э.д.с. - электродвижущей силы. Поэтому явление электромагнитной индукции свидетельствует о том, что при изменении магнитного потока в контуре возникает электродвижущая сила – э.д.с. индукции $\mathcal{E}_{\text{инд}}$.

Наша задача найти величину $\mathcal{E}_{\text{инд}}$ и выяснить ее природу.

В результате многочисленных опытов Фарадею удалось установить, что в замкнутом проводящем контуре возникает индукционный ток и Э.д.с. индукции при любом изменении магнитного потока, пронизывающего этот контур.



По двум параллельным горизонтальным проводникам может скользить перемычка ab без трения и без нарушения электрического контакта. Проводники соединены резистором R , поэтому они вместе с перемычкой и резистором образуют замкнутый проводящий контур. Этот контур целиком поместим в однородное магнитное поле \vec{B} , перпендикулярное плоскости контура.



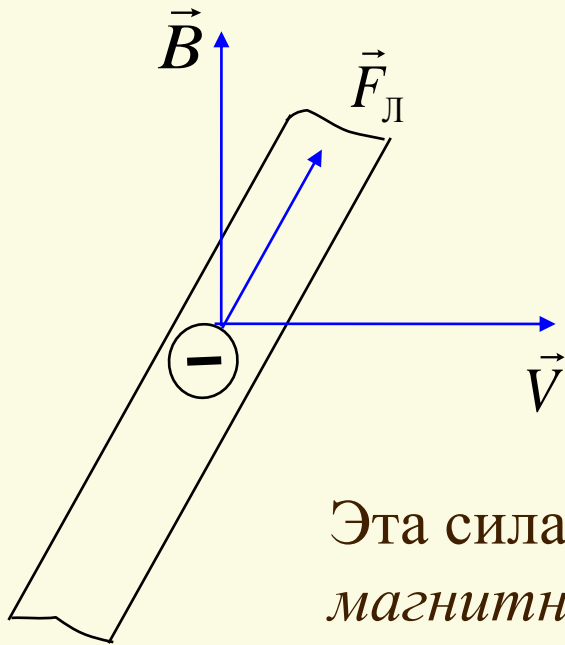
Начнём двигать перемычку с постоянной скоростью \vec{V} . За время dt она пройдёт расстояние $dl = Vdt$, в результате чего площадь контура возрастет на величину $dS = L \cdot Vdt$. Здесь L — длина перемычки или расстояние между проводниками.

За это же время dt поток вектора магнитной индукции сквозь контур изменится на величину:

$$d\Phi(\vec{B}) = B \cdot dS = B \cdot L \cdot V \cdot dt$$

При заданном направлении нормали \vec{n} к плоскости контура, поток и увеличение потока будут положительными. Направление нормали, совпадающее с направлением вектора \vec{B} .

При движении перемычки ab внутри этого проводника каждый «свободный электрон» движется вместе с перемычкой со скоростью \vec{V} в магнитном поле \vec{B} .



На заряд, движущийся в магнитном поле, будет действовать сила Лоренца, параллельная перемычке:

$$\vec{F}_L = -e[\vec{V} \times \vec{B}]$$

Эта сила не электростатического, а магнитного происхождения, то есть это «сторонняя сила», которую можно задать силовым полем с напряжённостью:

$$\vec{E}_{стор} = \frac{\vec{F}_L}{-e} = [\vec{V} \times \vec{B}]$$

$$E_{стор} = V \cdot B \cdot \sin 90^0 = V \cdot B$$

Электродвижущая сила, создаваемая этим полем, называется электродвижущей силой индукции и обозначается $\mathcal{E}_{инд}$, т.к. э.д.с. – это работа сторонних сил по перемещению единичного положительного заряда:

$$\mathcal{E}_{инд} = \int_L \vec{E}_{стор} d\vec{l} = \int_L [\vec{V} \times \vec{B}] \cdot d\vec{l}$$

$$\mathcal{E}_{инд} = -V \cdot B \cdot l$$

Знак минус т.к. стороннее поле $[\vec{V} \times \vec{B}]$ направлено против положительного обхода контура, определяемого вектором \vec{B} по правилу правого винта (у нас против часовой стрелки).

Величина $l \cdot V$ есть приращение площади замкнутого контура в единицу времени или скорость приращения этой площади, т.е. :

$$l \cdot V = l \frac{dx}{dt} = \frac{dS}{dt}$$

Поэтому:

$$V \cdot B \cdot l = B \frac{dS}{dt} = \frac{d\Phi}{dt}$$

т.к. $d\Phi = B \cdot dS$

Здесь $\frac{d\Phi}{dt}$ - скорость приращения магнитного потока, пронизывающего замкнутый контур.

Отсюда следует **основной закон электромагнитной индукции - закон Фарадея:**

$$\mathcal{E}_{\text{инд}} = - \frac{d\Phi}{dt} \quad \text{- закон Фарадея}$$

Э.д.с. электромагнитной индукции $\mathcal{E}_{\text{инд}}$ в контуре численно равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока Φ сквозь поверхность, ограниченную этим контуром.

Полученный результат можно обобщить на движение контура произвольной формы и придти к такому же результату, т.е. э.д.с. индукции пропорциональна скорости изменения магнитного потока, пронизывающего контур.

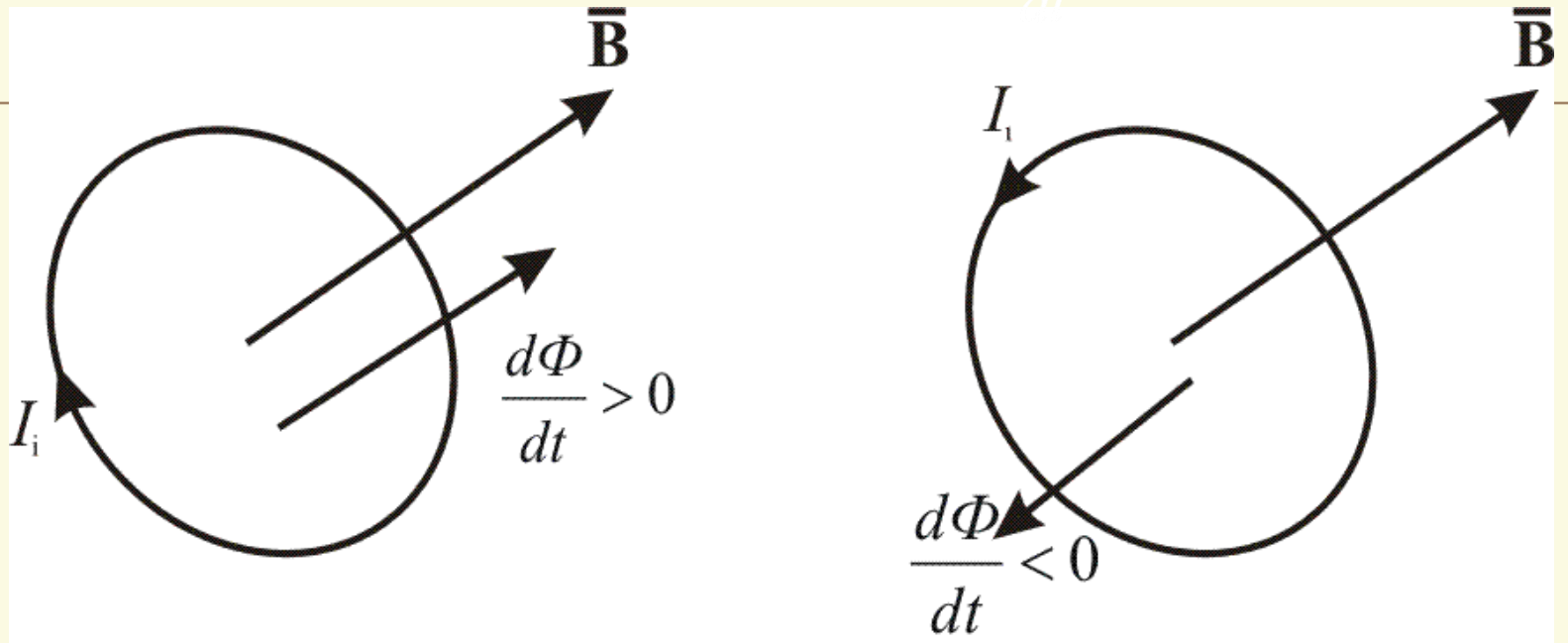
$$\mathcal{E}_{\text{инд}} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

- *закон Фарадея*

Это выражение для ЭДС индукции контура является совершенно универсальным, не зависящим от способа изменения потока магнитной индукции и носит название *закон Фарадея*.

Знак (-) — математическое выражение *правила Ленца* о направлении индукционного тока: *индукционный ток всегда направлен так, чтобы своим полем противодействовать изменению начального магнитного поля*.

Направление индукционного тока и направление
связаны *правилом буравчика* :



$$\mathcal{E}_{\text{инд}} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

[E_i]

Размерность ЭДС индукции:

$$[\mathcal{E}_{\text{инд}}] = B$$

Если контур состоит из нескольких витков, то надо пользоваться понятием **потокосцепления** (полный магнитный поток): **$\Psi = \Phi \cdot N$,**

где N — число витков.

Итак, если

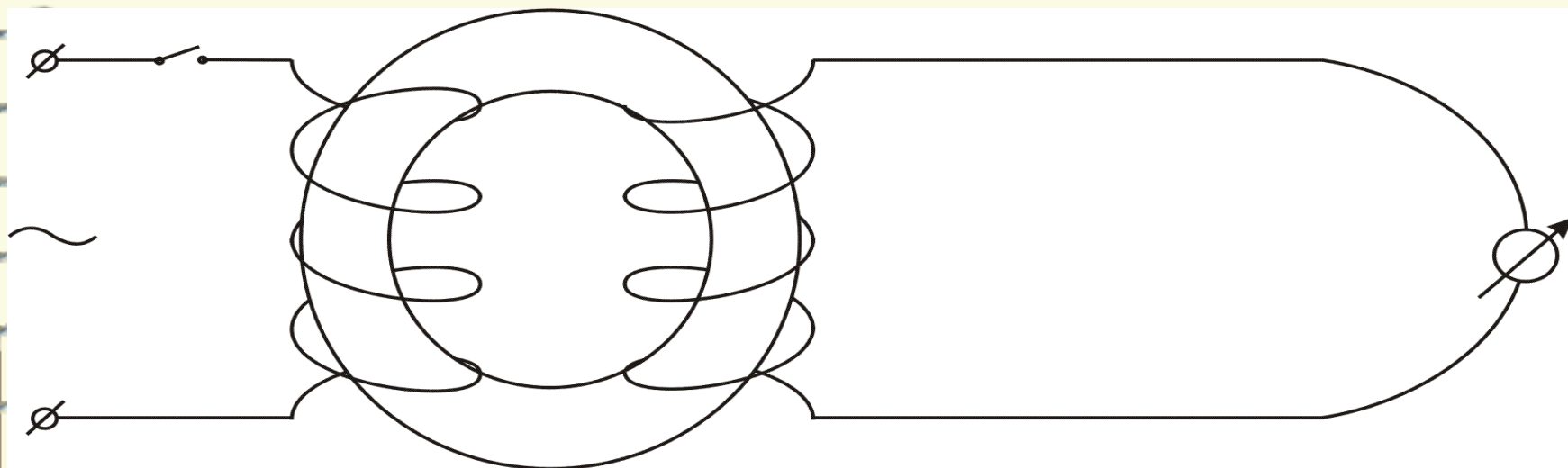
$$\mathcal{E}_{\text{инд}} = - \sum_{i=1}^N \frac{d\Phi_i}{dt} = - \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^N \Phi_i$$

$$\Psi = \sum_{i=1}^N \Phi_i$$

Тогда

$$\mathcal{E}_{\text{инд}} = - \frac{d\Psi}{dt}$$

Если проводник неподвижен, а изменяется магнитное поле, какая сила возбуждает индукционный ток в этом случае? Возьмем обыкновенный трансформатор



Как только мы замкнули цепь первичной обмотки, во вторичной обмотке сразу возникает ток. Но ведь сила Лоренца здесь ни при чем, ведь она действует на движущиеся заряды, а они в начале покоились (находились в тепловом движении – хаотическом, а здесь нужно направленное движение).

Ответ был дан Дж. Максвеллом в 1860 г.:

всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве электрическое поле E' . Оно и является причиной возникновения индукционного тока в проводнике. То есть E' возникает только при наличии переменного магнитного поля (на постоянном токе трансформатор не работает).

Сущность явления электромагнитной индукции совсем не в появлении индукционного тока (ток появляется тогда, когда есть заряды и замкнута цепь), *а в возникновении вихревого электрического поля* (не только в проводнике, но и в окружающем пространстве, в вакууме).

Это поле имеет совершенно иную структуру, нежели поле, создаваемое зарядами. Так как оно не создается зарядами, то силовые линии не могут начинаться и заканчиваться на зарядах, как это было в электростатике. **Это поле вихревое, силовые линии его замкнуты.**

Раз это поле перемещает заряды, следовательно, оно обладает силой. **Введем вектор напряженности вихревого электрического поля \vec{E}' .**

Сила с которой это поле действует на заряд:

$$\vec{F}' = q\vec{E}'$$

Но когда заряд движется в магнитном поле, на него действует сила Лоренца $\vec{F}'_L = q[\vec{v} \times \vec{B}]$

Эти силы должны быть равны в силу закона сохранения энергии: $q\vec{E}' = -q[\vec{v} \times \vec{B}]$, отсюда:

$$\vec{E}' = -[\vec{v} \times \vec{B}]$$

Здесь \vec{v} - скорость движения заряда q относительно \vec{B} .
 \vec{v}_B - скорость движения магнитного поля относительно заряда.

Но для явления электромагнитной индукции важна скорость изменения магнитного поля \vec{B}

Поэтому можно записать: $\vec{E}' = -[\vec{v}_B \times \vec{B}]$

Циркуляция вектора напряжённости вихревого электрического поля

Чему равна циркуляция вектора \vec{E}' в случае,
изображенном на рисунке?



Работу вихревого электрического поля по перемещению заряда можно подсчитать по формуле $dA = q \oint \vec{E}' d\vec{l}$

Вспомним: *работа по перемещению единичного заряда вдоль замкнутой цепи равна ЭДС, действующей в этой цепи.* Следовательно:

$$\oint_L \vec{E}' d\vec{l} = \varepsilon_{\text{инд}}$$

так как никаких других сторонних сил в цепи, где течет индукционный ток, нет, то

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Эти выражения справедливы всегда, независимо от того, выполнен контур в виде линейного проводника, диэлектрика или речь идет о контуре (мысленном) в вакууме.

Теперь **закон электромагнитной индукции** можно записать в **трактовке Максвелла** для произвольного неподвижного контура L :

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{B} d\vec{S}$$

Здесь используется знак частной производной $\frac{\partial}{\partial t}$, т.к. контур L неподвижный.

И окончательно:

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{B} d\vec{S}$$

- **уравнение
Максвелла**

**Это закон электромагнитной индукции в
трактовке Максвелла**

Явление самоиндукции. Индуктивность.

Явление электромагнитной индукции наблюдается во всех случаях, когда изменяется магнитный поток, пронизывающий контур. Но этот магнитный поток может быть создан током, уже текущем в рассматриваемом контуре. Поэтому при всяком **изменении силы тока** в контуре это приведёт к соответствующему **изменению магнитного потока**, а следовательно к электромагнитной индукции, вызывающей дополнительный ток в контуре. Это явление называется **самоиндукцией**, а дополнительные токи, вызываемые э.д.с. самоиндукции – экстратоками самоиндукции.

Рассмотрим от чего зависит э.д.с. самоиндукции. Согласно закону электромагнитной индукции:

$$\mathcal{E}_{\text{инд}} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

Магнитный поток $\Phi \sim B \cdot S \sim I$, т.к. $B \sim I$.

Поэтому можно записать, что:

$$\Phi = L \cdot I$$

где L – индуктивность контура. Она зависит от формы и размеров контура, а также от магнитных свойств окружающей среды.

$$[L] = \text{Гн} (\text{Генри})$$

$$[\Phi] = \text{Вб} (\text{Вебер})$$

Тогда для э.д.с. самоиндукции:

$$\mathcal{E}_{\text{самоинд}} = - \frac{d}{dt} (L \cdot I) \quad \text{и при } L = \text{const}$$

Получаем:

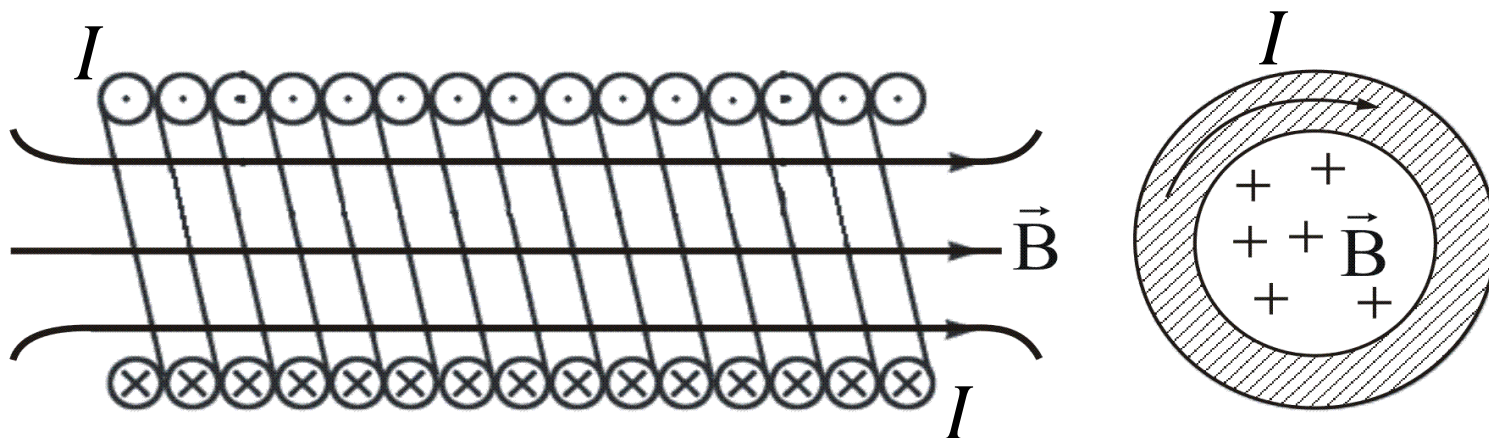
$$\mathcal{E}_{\text{самоинд}} = -L \frac{dI}{dt} \quad \text{- э.д.с. самоиндукции}$$

Индуктивность соленоида.

В качестве примера рассчитаем индуктивность длинного соленоида, имеющего N витков, площадь сечения S и длину l . Магнитное поле соленоида определяется формулой, полученной на предыдущей лекции:

$$B = \mu_0 \cdot n \cdot I = \mu_0 \frac{N}{l} I$$

где I — ток в соленоиде, $n = N/l$ — число витков на единицу длины соленоида.



Поток через каждый из витков $\Phi_1 = B \cdot S$, через N ВИТКОВ:

$$\Phi = N \cdot S \cdot B = N \cdot S \cdot \mu_0 \frac{N}{l} I = \mu_0 \frac{N^2}{l} S \cdot I$$

т.к. $\Phi = L \cdot I$, то получаем:

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{l} S = \mu_0 n^2 l \cdot S$$

**- индуктивность
соленоида
(без сердечника)**

$$L = \mu \mu_0 \frac{N^2}{l} S = \mu \mu_0 n^2 l \cdot S$$

**- индуктивность
соленоида
(с магнетиком)**

Энергия катушки с током. Энергия и плотность энергии магнитного поля.

Пусть есть неподвижный контур, ток в котором равен нулю. Будем каким-то образом создавать нарастающий в нём ток $I=I(t)$. Тогда магнитный поток, пронизывающий контур, равен $\Phi = L \cdot I(t) = \Phi(t)$, т.е. в контуре возникает э.д.с. самоиндукции. Тогда внешний источник должен будет совершить против э.д.с. самоиндукции элементарную работу:

$$dA = -\varepsilon_{\text{самоинд}} \cdot dq = -\varepsilon_{\text{самоинд}} \cdot I \cdot dt$$

или

$$dA = \frac{d\Phi}{dt} \cdot I \cdot dt = d\Phi \cdot I = L \cdot I \cdot dI$$

Тогда если $L = const$ (без магнетиков), то:

$$A = \int dA = \int_0^I L \cdot I \cdot dI = \frac{L \cdot I^2}{2}$$

Это и есть энергия катушки с током:

$$W_L = \frac{L \cdot I^2}{2} = \frac{\Phi^2}{2L}$$

Энергия катушки с током – это энергия магнитного поля, созданного этой катушкой.

Если мы поставим в эту формулу индуктивность L соленоида и учтём, что объём $V = l \cdot S$, то получим :

$$W_L = \frac{L \cdot I^2}{2} = \frac{1}{2} \mu_0 \frac{N^2}{l} S \cdot I^2 = \frac{1}{2 \mu_0} \mu_0^2 \frac{N^2}{l^2} I^2 \cdot l \cdot S$$

$$\text{Т.к. } B = \mu_0 \frac{N}{l} I \quad , \quad \text{то } B^2 = \mu_0^2 \frac{N^2}{l^2} I^2$$

Окончательно получаем **энергию магнитного поля**:

$$W_L = \frac{1}{2 \mu_0} B^2 \cdot V = \omega_m \cdot V$$

где

$$\omega_m = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

- плотность (объёмная) энергии магнитного поля (в вакууме)

Для вещества энергия магнитного поля:

$$W_L = \frac{1}{2\mu\mu_0} B^2 \cdot V = \omega_m \cdot V$$

и **плотность (объёмная) энергии магнитного поля (в веществе):**

$$\omega_m = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}$$

A photograph of the Aurora Borealis (Northern Lights) in a snowy landscape. The sky is dark blue with vibrant green and yellow-green auroral curtains. The ground is covered in snow, with a few small evergreen trees and a distant forest line visible. The text "Лекция закончена!" is overlaid in the center in a green, serif font.

Лекция закончена!