

## 1 лекция

**Закон сохранения заряда:** Алгебраическая сумма электрических зарядов любой замкнутой системы (т.е. системы, не обменивающимися зарядами со внешними телами) остается неизменной независимо от физических процессов, происходящих в этой системе.

Величина заряда не зависит от системы отсчета и при переходе из одной инерциальной системы в другую не изменяется. Это свойство называют **релятивистской инвариантностью заряда**.

**Закон Кулона:** Сила взаимодействия  $F$  двух точечных зарядов пропорциональна величинам  $q_1$  и  $q_2$  этих зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния  $r$  между ними.

$$F = k \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r^2}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \quad F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

**Электромагнитные волны** — промежуточная среда, передающая взаимодействие зарядов. Эта среда является реальным материальным объектом, обладающим энергией и импульсом и передающим взаимодействие с конечной скоростью.

**Электрическое поле** - материальный носитель кулоновского взаимодействия, заполняющий все пространство. В электростатике источником электрического поля считаются заряды. Любой электрический заряд меняет свойства окружающего пространства. Эту область пространства с измененными свойствами называют **электрическим полем**. Когда заряды, являющиеся источниками поля, неподвижны и не изменяются по величине, поле называют **электростатическим**.

На любой другой заряд, помещенный в электрическое поле, действует сила. Ее величина и направление зависят от количественной характеристики электрического поля, называемой **напряженностью электрического поля**. Отношение  $F/q_{\text{проб}}$  принимают в качестве силовой характеристики электрического поля и называют **напряженностью электрического поля  $E$** . Вектор  $E$  направлен вдоль линии, соединяющей рассматриваемую точку поля с источником - зарядом  $q_1$ .

На любой помещенный в электрическое поле заряд  $q$  действует сила  $F$ , равная  $F = qE$

**Принцип суперпозиции (наложения)** - Сила, действующая со стороны зарядов  $Q_1 - Q_k$  на пробный заряд  $q$  равна  $F_0 = F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_k$ . **Общая напряженность** эл. поля, создаваемого этими зарядами так же может быть представлена суммой напряженностей.

**Электрический диполь** - система из двух равных по величине разноименных точечных зарядов  $+q$  и  $-q$ , расположенных на небольшом расстоянии  $l$  друг от

друга. Произведение  $p = ql$  называют электрическим моментом диполя, а линию, соединяющую заряды – осью диполя. Напряженность поля электрического диполя зависит не от величины зарядов, а от электрического момента диполя  $p = ql$ . С расстоянием напряженность убывает как  $1/r^3$ , то есть быстрее, чем напряженность поля точечного заряда.

## 2 лекция

**Линии напряженности** - Чтобы описать электрическое поле необходимо для каждой точки пространства указать величину и направление вектора напряженности поля. Линии напряженности исходят из положительных зарядов и заканчиваются на отрицательных (или в бесконечности).

**Поток  $d\Phi$  вектора через площадку  $dS$**  - можно представить себе как количество линий поля, пронизывающих эту площадку.

$d\Phi = E dS \cos \alpha = E_n \cdot dS$  ( $E_n$  – составляющая вектора  $E$  по нормали к площадке)

**Поток  $\Phi$  через произвольную поверхность** - Для нахождения потока  $\Phi$  через произвольную поверхность  $S$  можно разбить всю поверхность  $S$  на элементарные площадки  $dS$ , в пределах каждой из которых вектор  $E$  можно считать неизменным.

**Полный поток  $\Phi$  вектора напряженности  $E$  через всю поверхность  $S$  можно найти как алгебраическую сумму элементарных потоков  $d\Phi$  через все элементарные площадки  $dS$ .**

**Поток  $\Phi$  поля точечного заряда через сферическую поверхность** - Число линий  $N_r$ , пересекающих сферическую поверхность радиуса  $r$ , окружающую заряд  $q$ , равно  $ES$ , где  $S$  - площадь сферы, равная  $4 \cdot \pi \cdot r^2$ . **Т.о. поток вектора напряженности =  $q/\epsilon_0$**

**Теорема Гаусса** - поток вектора напряженности электрического поля через замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, заключенных внутри этой поверхности, деленной на  $\epsilon_0$ .

**Следствие из теоремы** - Если внутри замкнутой поверхности заряды отсутствуют или их алгебраическая сумма равна нулю, то поток вектора напряженности через эту поверхность равен нулю. **Напряженность поля, создаваемого бесконечной заряженной плоскостью на любом расстоянии от плоскости, одинакова.**

Силы взаимодействия электрических зарядов **консервативны**

**Работа по перемещению заряда в электростатическом поле** не зависит от формы пути, а определяется только положением начальной и конечной точек пути. **Работа по перемещению заряда в электростатическом поле по замкнутому пути равна нулю.**

**Циркуляция вектора напряженности электростатического поля по любому замкнутому контуру равна нулю.** (теорема о циркуляции вект.  $E$ )

$$A = \oint q E_l dl = q \oint E_l dl = 0$$

**Потенциальная энергия U системы** вводится величина, убыль которой  $U_1 - U_2$  равна работе  $A_{12}$  внутренних сил системы при ее переходе из состояния 1 в состояние 2. Изменение потенциальной энергии системы из двух точечных зарядов  $q_1$  и  $q_2$  при перемещении заряда из точки 1 в точку 2 равно

$$U_1 - U_2 = A_{12} = \int_1^2 dA = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

Будем считать, что при бесконечном удалении заряда  $q_2$  от заряда  $q_1$  потенциальная энергия системы обращается в ноль. Устремив  $r_2 \rightarrow \infty$ , получим для потенциальной энергии взаимодействия двух зарядов

$$U(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r}$$

Величину  $U(r)/q_0$  называют **потенциалом поля**

$$\varphi(r) = U(r)/q_0$$

**Потенциал поля точечного заряда:**

$$\varphi(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

**Потенциал электрического поля численно равен** энергии, которой обладает в этом поле единичный положительный заряд. В свою очередь эта энергия равна работе сил поля по перемещению единичного положительного заряда из данной точки в бесконечность.

**Работа по перемещению заряда** в электрическом поле выражается через разность потенциалов в начальной и конечной точках перемещения.

$$A_{12} = q_2(\varphi_1 - \varphi_2)$$

**Принцип суперпозиции для потенциалов** - потенциал поля, создаваемого системой зарядов, равен алгебраической сумме потенциалов, создаваемых каждым из зарядов в отдельности

**Напряженность поля равна градиенту потенциала и направлена в сторону его убывания**  $E = -\text{grad}\varphi$

(Градиент скалярной величины - вектор, направленный в сторону наиболее быстрого возрастания скалярной величины)

Распределение потенциала визуализируют, изображая **эквипотенциальные поверхности** — геометрическое место точек, имеющих равный потенциал.

**Эквипотенциальная поверхность** в любой точке перпендикулярна направлению напряженности электрического поля.

### 3 лекция

**Свободные заряды** — заряды, способные перемещаться на значительные расстояния (превосходящие расстояния между атомами).

**В идеальном диэлектрике нет свободных зарядов.** Молекулы диэлектриков в целом электронейтральны, тем не менее, они взаимодействуют с электрическим полем.

**Полярные молекулы** — молекулы, симметрия которых отлична от сферической и их можно представить в виде электрического диполя с электрическим моментом. (напр. Вода)

$$p = ql$$

**Сумма дипольных моментов молекул в объеме вещества = 0**, тк. они распределены по разным направлениям хаотическим образом.

**Неполярные молекулы** — молекулы, у которых положения эквивалентного положительного и эквивалентного отрицательного заряда совпадают (напр. Гелий)

Диэлектрик, помещенный во внешнее эл.поле **поляризуется**. **Поляризация диэлектрика** - приобретение им макроскопического дипольного момента. Она характеризуется **вектором поляризации P** (дипольным моментом молекул в единице объема)

$$P = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^N p_i$$

$p_i$  - дипольный момент  $i$ -той молекулы,  $N$  - число молекул в объеме  $\Delta V$ .

#### Типы поляризации:

- **Электронный тип поляризации** (для диэлектриков с неполярными молекулами). **Положительные заряды внутри молекулы смещаются по направлению поля, а отрицательные в противоположном направлении.** Молекулы приобретают индуцированный дипольный момент  $p_i$ , направленный вдоль внешнего поля

$$p_i = \alpha \epsilon_0 E$$

$\alpha$  - поляризуемость молекулы.

- **Ориентационный тип поляризации** характерен для полярных диэлектриков. В отсутствие внешнего электрического поля молекулярные диполи ориентированы случайным образом, так что макроскопический электрический момент диэлектрика равен нулю. Во внешнем

электрическом поле на молекулу-диполь будет действовать момент сил, ориентирующий ее дипольный момент в направлении напряженности поля.

- **Решеточный тип поляризации** характерен для ионных кристаллов. В ионных кристаллах (например, NaCl) в отсутствие внешнего поля дипольный момент каждой элементарной ячейки равен нулю. Под влиянием внешнего электрического поля положительные и отрицательные ионы смещаются в противоположные стороны. Каждая ячейка кристалла становится диполем.

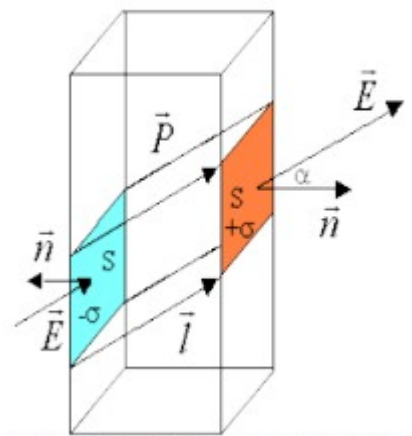
**Поляризованность изотропных диэлектриков** любого типа связана с напряженностью поля соотношением

$$\mathbf{P} = \chi \epsilon_0 \mathbf{E}$$

где  $\chi$  - диэлектрическая восприимчивость диэлектрика

**Связанные заряды** - В результате поляризации в объеме (или на поверхности) диэлектрика возникают некомпенсированные заряды, которые называются **поляризационными, или связанными**. Эти заряды, входят в состав молекул и не покидают их. **Связанные заряды характеризуют поверхностной плотностью  $\sigma'$ .**

$$\sigma' = P \cos \alpha = P_n$$



**Электрическое поле в диэлектрике**

Учтя, что  $\sigma' = P_n$ , получим  $E = (\sigma - P)/\epsilon_0$ . Кроме того  $P = \chi \epsilon_0 E$

Тогда  $E = (\sigma - \chi \epsilon_0 E)/\epsilon_0$ . Выразая отсюда E, получим

$$E = \sigma / \epsilon_0 (1 + \chi) = \sigma / \epsilon_0 \epsilon = E_0 / \epsilon$$

▶ где  $(1 + \chi) = \epsilon$  - диэлектрическая проницаемость среды

**Электрическая индукция D** – величина, характеризующая электрическое поле, поток вектора которой через замкнутую поверхность S равен сумме

свободных зарядов, заключенных внутри этой поверхности.(Теорема Гаусса для эл.индукции)

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$$

**Вектор электрической индукции  $\mathbf{D}$**  характеризует электрическое поле **только свободных зарядов**. Он начинается и заканчивается только на свободных зарядах, поэтому линии электрической индукции **не имеют разрывов** на поверхностях разделяющих различные диэлектрические среды.

**Напряженность** электрического поля характеризует **как свободные, так и связанные заряды**, поэтому вектор напряженности **терпит разрывы** на границах диэлектриков, и часть линий напряженности  $\mathbf{E}$  прерывается на связанных зарядах.

**Граничные условия для касательных составляющих векторов  $\mathbf{D}$  и  $\mathbf{E}$**  следуют из теоремы о равенстве нулю циркуляции вектора напряженности электрического поля. Из граничных условий для векторов  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{D}$  следует, что при переходе через границу раздела двух диэлектрических сред линии этих векторов **преломляются**.

$$\operatorname{tg} \alpha_1 / \operatorname{tg} \alpha_2 = \varepsilon_1 / \varepsilon_2$$

При переходе в среду с большим значением  $\varepsilon$  угол  $\alpha$ , образуемый линиями напряженности (смещения) с нормалью, **увеличивается**.

**Сегнетоэлектрики (ферроэлектрики)** — вещества со **спонтанной (самопроизвольной)** поляризацией.

**Основные свойства сегнетоэлектриков:**

1. Диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon$  в некотором температурном интервале велика  $\varepsilon \sim 10^{**3} - 10^{**4}$
2. Диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon$  (а следовательно, и  $\mathbf{P}$ ) — нелинейно зависит от напряженности внешнего электростатического поля (нелинейные диэлектрики).
3. Значение  $\varepsilon$  зависит не только от внешнего поля  $E_0$ , но и от предыстории образца.
4. Наличие **точки Кюри** — температуры, при которой (и выше) сегнетоэлектрические свойства пропадают. При этой температуре происходит фазовый переход 2-го рода.

**Диэлектрический гистерезис** — нелинейная поляризация

**Домены** — области с различными направлениями поляризации.

Некоторые диэлектрики поляризуются не только под действием электрического поля, но и под действием механической деформации. Это явление называется **пьезоэлектрическим эффектом**.



**Электростатика проводников** - Даже малое внешнее электрическое поле вызывает в проводниках движение электронов против поля. Заряды пространственно разделяются и создают собственное внутреннее электрическое поле, которое суммируется с внешним электрическим полем. Внутри тела напряженности полей внешнего ( $E_0$ ) и внутреннего ( $E_{\text{внут}}$ ) противоположны друг другу. Перемещение электронов происходит до тех пор, пока напряженности этих двух полей не уравниваются

**Условия равновесия полей:**

1. Внутри проводника  $E = 0$  Отсюда следует, что потенциал внутри проводника постоянен (работа по переносу заряда равна нулю).
2.  $E_t = 0$ , то есть  $E = E_n$  Линии электрического поля должны подходить к поверхности проводника по нормали к ней. Иначе отличная от нуля тангенциальная составляющая поля  $E_t$  вызвала бы движение электронов вдоль поверхности.

Если мы сообщаем проводнику избыточный заряд, он распределяется лишь по его поверхности в силу отталкивания одноименных зарядов. Поскольку всюду внутри  $E = 0$ , то и из теоремы Гаусса тоже вытекает, что избыточные заряды внутри проводника отсутствуют.

Напряженность поля вблизи поверхности заряженного проводника можно приближенно вычислять по аналогии с полем заряженной плоскости

$$\underline{E \approx \sigma / \epsilon_0}$$

**Потенциал заряженной сферы** прямо пропорционален величине ее заряда  $q$

$$\varphi(R) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R}$$

Пропорциональность заряда и потенциала соблюдается и для проводников любой формы

$$q = C\varphi,$$

Где  $C$  - коэффициент пропорциональности, называемый **электроемкостью**. По определению

$$C = \frac{q}{\varphi}$$

**Емкость проводника** зависит от его размеров и формы, но не зависит от свойств материала проводника.

**При соединении проводников** заряды перетекают пока их потенциалы не становятся равными.

**Конденсатор** - система, состоящая из двух близко расположенных, разноименно заряженных проводников. Проводники взаимно влияют на электрические поля друг друга (как в диполе), ослабляя поля и снижая их потенциал.

**Емкость конденсатора** определяют как отношение заряда одного из проводников к разности потенциалов между ними. Емкость конденсатора определяется геометрией и взаимным расположением проводников, а также, диэлектрической проницаемостью среды

**Соединение конденсаторов:** У параллельно соединенных конденсаторов общая разность потенциалов  $\varphi_a - \varphi_b$ , а заряды складываются. У последовательно соединенных конденсаторов заряды  $q$  всех обкладок одинаковы, а разности потенциалов суммируются.

**Энергия электрического поля** - Для того, чтобы сообщить заряд конденсатору необходимо совершить определенную работу по переносу заряда. Будем переносить малые порции заряда  $dq$  с одной пластины на другую. Работа  $dA$  идет на приращение  $dW$

энергии конденсатора

$$W = CU^2/2$$

**Связь энергии конденсатора с напряженностью электрического поля** - Энергия заряженного конденсатора пропорциональна квадрату напряженности электрического поля между его обкладками.

$$W = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} V$$

**Плотность энергии** — энергия в единице объема

$$w = W/V.$$

## 5 лекция

**Электрический ток** — упорядоченное движение зарядов (начинается, если создать в проводнике постоянное эл.поле) Если через некоторую поверхность переносится суммарный заряд, отличный от нуля, то говорят, что через эту поверхность течет электрический ток. **Носители тока** — электроны и ионы. **Направление тока** — направление движения положительно заряженных частиц.

**Плотность тока (дифференциальная характеристика эл.тока** — называют векторную величину  $\mathbf{j}$ , показывающую какой заряд протекает через элементарную единичную площадку, перпендикулярную направлению тока в ед. времени. Плотность тока — это вектор, ориентированный по направлению тока.



$$\vec{j} = dq/d\vec{S}dt$$

**Сила тока** — в проводнике равна заряду, проходящему в единицу времени через полное сечение проводника.

$$i = dq/dt$$

**Сила тока скалярная величина.** Зная вектор плотности тока  $\vec{j}$  в каждой точке проводника, можно выразить через него и силу тока

$$i = \int_S j dS$$

Если сила тока не меняется во времени, то ток называют **постоянным** (обозначают  $I$ ).

**Уравнение непрерывности, выражающее закон сохранения заряда:**

$$\oint \vec{j} d\vec{S} = - \frac{dq}{dt}$$

**В условиях постоянного тока заряды ни в одной части проводника не могут накапливаться или убывать.** Через все сечения проводника за один и тот же промежуток времени проходит равное количество зарядов. При этом для любых двух полных сечений  $S_1$  и  $S_2$  выполняется равенство  $j_1 S_1 = j_2 S_2$ . **Это закон сохранения заряда** в условиях, когда сила тока постоянна во времени, а плотность тока постоянна по всему сечению проводника. Из закона сохранения заряда следует, **что поток вектора плотности тока  $\vec{j}$  через любую замкнутую поверхность в условиях постоянного тока равен нулю.**

**Носители эл.тока в металлах** — свободные электроны. Валентные электроны, сравнительно слабо связанные с атомными ядрами, под воздействием полей соседних атомов отрываются от атомов металла, образуя **электронный газ**. Тепловое движение, электронов, являясь хаотическим, не может привести к возникновению тока.

**При наложении внешнего электрического поля** кроме теплового движения электронов возникает их упорядоченное движение, т. е. **Электрический ток**. Отметим, что  $\langle v \rangle$  **(средняя скорость упорядоченного движения электронов)** не есть скорость распространения тока в цепи.

**Закон Ома (в дифференциальной форме)** - Плотность тока в любой точке проводника пропорциональна напряженности поля в этой точке и обратно пропорциональна сопротивлению проводника в этой точке.

$$\vec{j} = \frac{ne^2 \langle l \rangle}{2m \langle u \rangle} \vec{E},$$

Коэффициент пропорциональности между  $j$  и  $E$  называют **удельной электропроводностью**

$$\sigma = \frac{ne^2 \langle l \rangle}{2m \langle u \rangle},$$

На практике чаще используют обратную величину – **удельное сопротивление**

$$\rho = 1/\sigma. \quad j = \sigma E \text{ или } j = (1/\rho)E$$

Экспериментально Закон Ома был установлен как связь между силой тока  $I$  в проводнике и напряжением  $U$  (**разностью потенциалов**) на концах проводника.  $I = U/R$

$R$  — **электрическое сопротивление проводника**. (зависит от свойств материала)

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

$I = jS$ ;  $U = El$ ; где  $S$  – площадь сечения проводника,  $l$  – его длина.

$$j = E(l/SR)$$

## 6 лекция

Со стороны поля заряд  $e$  испытывает действие силы  $\mathbf{F} = e\mathbf{E}$  и приобретает ускорение  $\mathbf{a} = \mathbf{F}/m = e\mathbf{E}/m$ . К концу свободного пробега скорость  $\mathbf{v}_{\max} = e\mathbf{E}\langle t \rangle/m$ , где  $\langle t \rangle$  — среднее время пробега. Примем, что  $\langle t \rangle = \langle l \rangle / \langle u \rangle$ , где  $\langle l \rangle$  - средняя длина свободного пробега,  $\langle u \rangle$  - средняя скорость движения электронов, практически равная скорости их теплового движения. Тогда  $\mathbf{v}_{\max} = e\mathbf{E}\langle l \rangle / (m\langle u \rangle)$ .

Энергия движения электронов из-за столкновений с ионами кристаллич. решетки приводит к нагреванию решетки. К концу свободного пробега электрон под действием электрического поля приобретает скорость  $\mathbf{v}_{\max} = e\mathbf{E}\langle l \rangle / (m\langle u \rangle)$ . Следовательно его кинетическая энергия:

$$\langle E_k \rangle = \frac{mv_{\max}^2}{2} = \frac{e^2 \langle l \rangle^2}{2m \langle u \rangle^2} E^2.$$

Эта энергия полностью передается решетке и идет на ее нагревание. Число столкновений  $\langle z \rangle$  электрона в ед. времени.  $\langle z \rangle = \langle u \rangle / \langle l \rangle$ .

В ед. объема происходит  $n \langle z \rangle$  столкновений ( $n$  – концентрация электронов) и решетка получает энергию (**Закон Джоуля Ленца в дифференциальной форме**)

$$\boxed{w = \sigma E^2} \quad w = \frac{ne^2 \langle l \rangle}{2m \langle u \rangle} E^2.$$

Величина  $w$  называется **удельной тепловой мощностью тока**.

**Первоначально закон Джоуля-Ленца** был установлен экспериментально в виде следующей зависимости: количество тепла  $dQ$ , выделяющееся в проводнике пропорционально квадрату силы тока  $I$ , сопротивлению  $R$  проводника и времени  $dt$

(**Закон Джоуля-Ленца в интегральной форме**)

$$dQ = I^2 R dt$$

Его можно также получить теоретически, представляя  $Q$  как результат работы сил электрического поля по перемещению зарядов внутри проводника

$$dA = I^2 R dt = (U^2/R) dt$$

Работа тока, совершаемая в единицу времени представляет собой **мощность тока  $P$**

$$P = dA/dt = UI = I^2 R = U^2/R$$

**Закон Ома для замкнутой цепи — постоянный влк в изолированном проводнике невозможен, потому что:**

- Нужна замкнутая цепь
- Нужен перенос зарядов против сил электрического поля в части цепи сторонними (неэлектрич.) силами. Этот перенос осуществляется в источнике тока.

Величину, равную работе  $A$  сторонних сил по перемещению единичного положительного заряда, называют **электродвижущей силой (э.д.с.)  $\varepsilon$** .

$$\varepsilon = A/q$$

Работа  $A_c$  сторонних сил по перемещению заряда  $q$  на участке цепи 1-2

$$A_c = \int_1^2 F_{cl} dl = q \int_1^2 E_{cl} dl$$

ЭДС на этом участке

$$\varepsilon_{12} = A_c/q = \int_1^2 E_{cl} dl$$

На каждый заряд действуют две силы – электростатическая  $F_e$  и сторонняя  $F_c$ . Суммарная сила  $F = F_c + F_e$ . Тогда полная работа  $A_{12}$ , совершаемая над зарядом этими силами на участке цепи 1-2 будет суммой работ этих сил. Отношение  $A_{12}/q$  называют **напряжением** на участке 1-2. Оно равно работе, совместно совершаемой электростатической и сторонними силами по перемещению ед. заряда.

$$U_{12} = A_{12}/q = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12}$$

Если на участке цепи сторонние силы не действуют, то

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2.$$

Такой участок называют **однородным**. Участок, содержащий ЭДС называется **неоднородным**.

**Закон Ома для неоднородного участка цепи** - в данном участке цепи напряжение пропорционально силе тока и изменяется в соответствии с характеристиками данного участка

$$I = (\varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12}) / R$$

Для полной замкнутой цепи точки 1 и 2 совпадают, т.е. закон Ома для замкнутой цепи:

$$I = \varepsilon / (R_n + r)$$

$R_n$  — внешний участок цепи;  $r$  — внутренний

Вся работа, совершаемая источником по перемещению единичного заряда по всей цепи, это, в конечном счете, работа сторонних сил.

$$\varepsilon = IR_n + Ir$$

$$\varepsilon I = I^2 R_H + I^2 r$$

Первое слагаемое справа -

полезная мощность, второе – мощность, выделяемая внутри источника.

Сумма двух слагаемых — полная мощность  $P$ , развиваемая источником тока в замкнутой цепи.

$$P = \varepsilon I$$

При прохождении тока тепло выделяется как на внешнем, так и внутреннем сопротивлении. **Полная тепловая мощность** складывается из **полезной мощности  $I^2 \cdot R$** , выделяемой во внешней цепи, и **мощности тепловых потерь  $I^2 \cdot r$** , выделяемой внутри источника тока.

$$P = I^2 R + I^2 r = I^2 (R + r)$$

Выразим  $I$  из закона Ома для полной цепи. Тогда полезная  $P_{\text{п}}$  и полная  $P$  тепловые мощности равны

$$P_{\text{п}} = \frac{\varepsilon^2 R}{(R + r)^2} \quad P = \varepsilon I = \frac{\varepsilon^2}{(R + r)}$$

**Коэффициент полезного действия (КПД)** электрической цепи определяется как отношение полезной мощности к полной мощности.

$$\eta = \frac{P_{\text{п}}}{P} = \frac{R}{R + r}$$

**КПД** зависит от соотношения внутреннего сопротивления и сопротивления нагрузки.

**Согласованная нагрузка** — нагрузка с сопротивлением  $R = r$

**Разветвленная электрическая цепь** - состоит из нескольких замкнутых проводящих контуров, имеющих общие участки. В каждом контуре может быть несколько источников тока, сила тока на отдельных участках замкнутого контура разветвленной цепи может различаться по величине и по направлению.

**Разветвленная цепь содержит 2 вида элементов:**

1. **Узел** - точка цепи, в которой сходится не менее трех проводников. Ток, входящий в узел, считают положительным, а выходящий —

отрицательным.

**Первое правило Кирхгофа** - алгебраическая сумма токов в узле равна нулю (там не происходит накопления зарядов)

2. **Замкнутый контур** – любой замкнутый путь. В контуре выбирают положительное направление обхода. Токи, идущие в положительном направлении обхода, считают положительными, противоположные токи — отрицательными. Э.д.с. берут со знаком плюс, если они создают ток в положительном направлении обхода контура.

**Второе правило Кирхгофа** - в замкнутом контуре разветвленной цепи алгебраическая сумма э.д.с. источников тока равна алгебраической сумме произведений сил тока на сопротивления соответствующих участков этого контура

$$\sum \mathcal{E}_i = \sum I_i R_i$$

## 7 лекция

**Силы магнитного взаимодействия** - магниты притягивают железо, намагниченная стрелка поворачивается в направлении Север – Юг или на ближайший магнит. Виток с током ведет себя как магнитная стрелка.

**Магнитное поле** - Область пространства, в которой проявляют себя магнитные взаимодействия.

Любой **движущийся заряд** создает в окружающем пространстве **магнитное поле**. Магнитное поле проявляет себя в том, что оно действует с некоторой силой на движущиеся заряды. **Неподвижные заряды не создают магнитного поля**. Магнитное поле, в свою очередь, **не действует на покоящиеся заряды**.

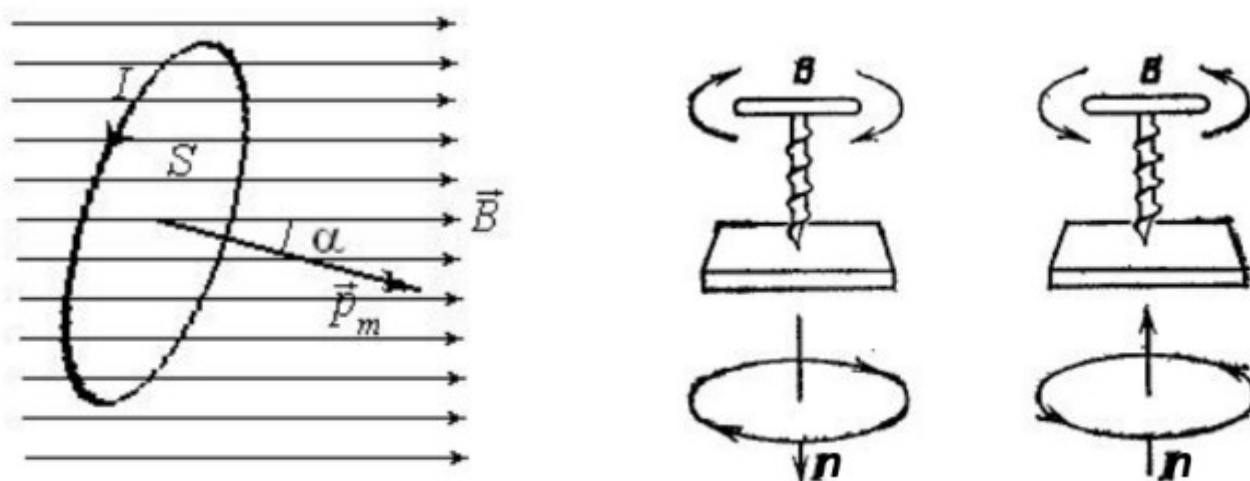
**Магнитный момент** - характеризует возможность объекта взаимодействовать с магнитным полем или создавать свое собственное магнитное поле. Магнитный момент может быть представлен как вектор, направленный от южного магнитного полюса к северному вдоль оси магнитного поля.

**Равновесное положение нормали  $\vec{n}$  принимают за направление поля.**

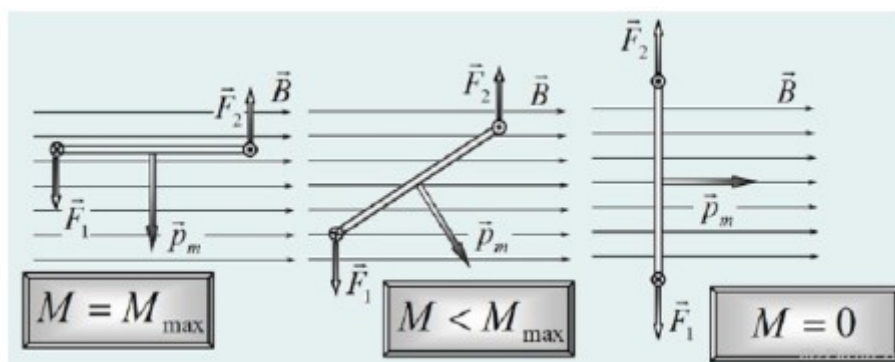
$$\vec{p}_m = I \vec{s} \vec{n}.$$

**Правило правого винта** - магнитное поле вызывает в контуре с током **вращающий момент  $\vec{M}$** , зависящий от ориентации нормали  $\vec{n}$  относительно направления поля.





Когда нормаль  $\mathbf{n}$  ориентирована вдоль поля,  $M = 0$ . Если  $\mathbf{n}$  перпендикулярна направлению поля,  $M$  принимает максимальное значение  $M_{\max}$ .



**Магнитная индукция** — силовая характеристика магнитного поля. Вектор, направление которого определяется равновесным положением нормали к контуру с током.

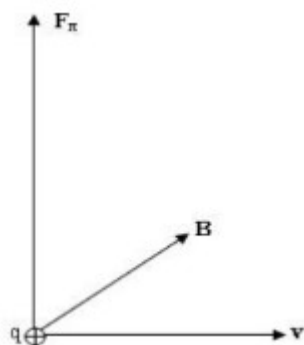
$$B = M_{\max} / p_m$$

**Линии магнитного поля** - проводят по тем же правилам, что и линии вектора напряженности, но **они всегда замкнуты** (а линии электростатического поля начинаются или оканчиваются на зарядах)

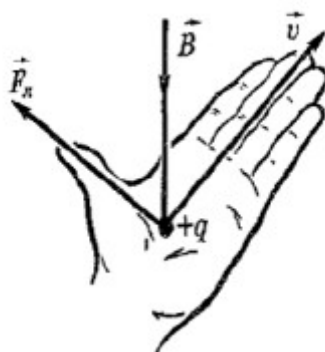
**Сила Лоренца  $F_L$**  — сила, действующая на заряд  $q$ , движущийся в магнитном поле с индукцией  $\mathbf{B}$ . Она определяется векторным произведением

$$\mathbf{F}_L = q[\mathbf{v}\mathbf{B}]$$

Векторное произведение  $[\mathbf{v}\mathbf{B}]$  представляет собой вектор, **перпендикулярный векторам  $\mathbf{v}$  и  $\mathbf{B}$** . Если глядеть из конца вектора  $F_L$ , то кратчайший поворот, совмещающий вектор  $\mathbf{v}$  с вектором  $\mathbf{B}$  должен **происходить против часовой стрелки**



Направление силы Лоренца определяют по **правилу левой руки**.



В случае отрицательного заряда сила  $F_L$  направлена в противоположную сторону. По модулю сила Лоренца равна

$$F_L = qvB \sin \alpha$$

где  $\alpha$  - угол между векторами  $\mathbf{v}$  и  $\mathbf{B}$ .

Если заряд движется вдоль линий поля ( $\alpha = 0$ ), сила Лоренца равна нулю. Поскольку сила Лоренца перпендикулярна направлению движения заряда, **она не совершает работы в ходе движения заряда и не меняет его энергии.**

В общем случае, когда заряженная частица движется в **электрическом и магнитном полях одновременно**, она подвергается действию двух сил. Суммарная сила  $\mathbf{F}$  при этом равна

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q[\mathbf{v}\mathbf{B}]$$

где  $E$  - напряженность электрического поля. Силу  $\mathbf{F}$  также называют **силой Лоренца**

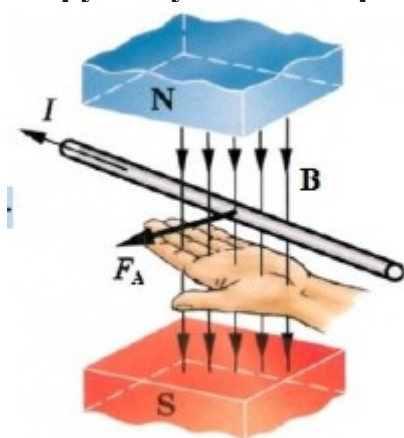
**Сила Ампера** - В проводнике с током, движутся заряды. Если проводник поместить в магнитное поле, на каждый заряд будет действовать сила Лоренца.

Она проявится как сила, действующая на весь проводник с током ( сила Ампера ).

Сила  $dF$ , с которой магнитное поле  $B$  действует на элемент  $dl$  проводника с током, силой  $I$  равна:

$$dF = I[d\vec{l}, \vec{B}] \quad (\text{закон Ампера})$$

Сила, действующая на проводник с током в магнитном поле, **перпендикулярна направлению тока  $d\vec{l}$  и вектору индукции  $\vec{B}$** . Правило левой руки



В скалярной форме закон Ампера выражается следующим образом:

$$dF = IBd/\sin\alpha$$

где  $\alpha$  - угол между направлением тока  $d\vec{l}$  и вектором индукции  $\vec{B}$ .

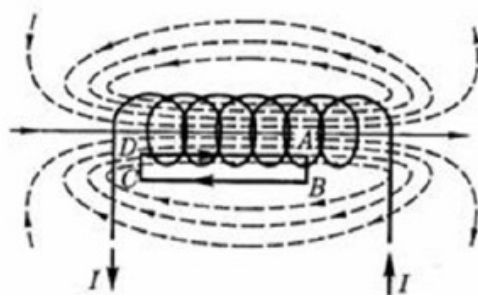
## 8 лекция

**Теорема о циркуляции индукции магнитного поля** - Циркуляция вектора  $B$  по произвольному замкнутому контуру равна произведению магнитной постоянной на алгебраическую сумму токов, охватываемых этим контуром. Направление тока связано с направлением обхода контура в ходе интегрирования правилом правого винта.

$$\oint B_l dl = \mu_0 \sum I_i$$

**Линии индукции магнитного поля  $B$  не имеют начала и конца** - они всегда замкнуты вокруг токов. Такие поля называют **вихревыми (или соленоидальными)**.

Внутри соленоида образуется сильное однородное магнитное поле, а вне его оно близко к нулю.

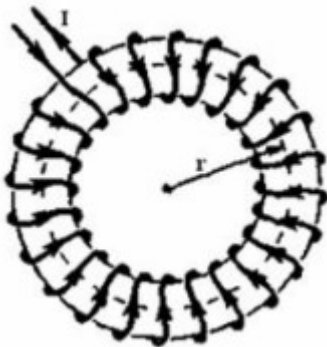


Направление вектора  $B_c$  внутри соленоида совпадает с направлением интегрирования  $d\mathbf{l}$  на этом участке.

$l$  - длина участка DA. В результате  $B_c = \mu_0 IN / l$

**Источником электростатического поля являются электрические заряды.** Этот факт отображен в теореме Гаусса. **Источником магнитного поля являются токи.** Этот факт отображен в теореме о циркуляции магнитного поля. **Магнитному полю нельзя приписывать потенциал (неоднозначность).**

**Индукция магнитного поля тороидальной катушки -**



$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 NI, \text{ откуда } B = \mu_0 NI / 2\pi r$$

В любом веществе циркулируют замкнутые микроскопические токи.

**Намагничивание вещества** — согласованный поворот магнитных моментов микротоков во внешнем магнитном поле. В результате намагничивания собственное магнитное поле ориентированных микротоков  $B'$  суммируется с внешним полем макротоков  $B_0$ .

**Суммарное поле  $B = B' + B_0$**

**Вектор намагничения  $J$**  - суммарный магнитный момент единицы объема вещества:

$$J = \Sigma p_m / \Delta V$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mu_0 \mathbf{J} \text{ или } \mathbf{B}_0/\mu_0 \doteq \mathbf{B}/\mu_0 - \mathbf{J}$$

Величину  $\mathbf{B}_0/\mu_0$  называют **вектором напряженности магнитного поля** и обозначают  $\mathbf{H}$ .

Вектор намагничения  $\mathbf{J}$  обычно пропорционален напряженности магнитного поля  $\mathbf{H}$ .

$$\mathbf{J} = \chi \mathbf{H} \text{ где } \chi \text{ называют магнитной восприимчивостью}$$

**Магнитная проницаемость** показывает, во сколько раз магнитное поле усиливается в веществе (магнетике).

**Теорема о циркуляции вектора напряженности магнитного поля** - циркуляция вектора  $\mathbf{H}$  по произвольному замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов, охватываемых контуром.

$$\oint H_l dl = \sum I$$

## 9 лекция

**Магнитный поток (вектор магнитной индукции)** - Магнитный поток  $\Delta\Phi_B$  через малую элементарную площадку  $\Delta S$  равен

$$\Delta\Phi_B = B \Delta S \cos\alpha$$

**Поток через произвольную поверхность равен алгебраической сумме потоков через элементарные участки этой поверхности.** Магнитный поток можно рассматривать как число магнитных силовых линий, пересекающих поверхность.

**Линии магнитной индукции всегда замкнуты.** Если взять замкнутую поверхность, то любая линия пронизывает ее дважды, **входя и выходя.** В результате полный магнитный поток через произвольную замкнутую поверхность равен нулю (теорема Гауса).

**Нормальная составляющая вектора  $\mathbf{B}$  при переходе через границу раздела сред не изменяется.**

$$B_{n1} = B_{n2}$$

Нормальная составляющая вектора  $\mathbf{H}$  на границе раздела сред испытывает разрыв

$$\frac{H_{n1}}{H_{n2}} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$$

Таким образом, при переходе через границу раздела двух магнетиков нормальная составляющая вектора  $\mathbf{B}$  ( $B_n$ ) и тангенциальная составляющая вектора  $\mathbf{H}$  ( $H_\tau$ ) изменяются непрерывно (не претерпевают скачка), а тангенциальная составляющая вектора  $\mathbf{B}$  ( $B_\tau$ ) и нормальная составляющая вектора  $\mathbf{H}$  ( $H_n$ ) претерпевают скачок.

$$H_{\tau 1} = H_{\tau 2} \quad B_{n1} = B_{n2} \quad \frac{H_{n1}}{H_{n2}} = \frac{\mu_2}{\mu_1} \quad \frac{B_{\tau 1}}{B_{\tau 2}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$

**Диамагнетик** — вещество, результирующий магнитный момент всех электронов которого равен **нулю**. (углерод, многие металлы)

**Парамагнетик** — результирующий магнитный момент **отличен от нуля**. (редкоземельные элементы)

В диамагнетике, помещенном во внешнее магнитное поле, к орбитальному движению электронов добавляется дополнительное вращательное движение плоскости орбиты электронов, называемое **прецессией**.

**У парамагнетиков атомы (молекулы) обладают собственным магнитным моментом.**

**Ферромагнетики** - Это особый класс веществ, у которых состояние намагничивания сохраняется в отсутствие внешнего магнитного поля. При этом магнитная проницаемость  $\mu$  ферромагнетика не является константой и зависит от напряженности магнитного поля  $\mathbf{H}$  и предыстории образца.

В отличие от пара- и диамагнетиков, у которых **зависимость  $\mathbf{J}$  от  $\mathbf{H}$  линейна**, у ферромагнетиков эта зависимость является существенно **нелинейной**.





Ферромагнетик состоит из множества самопроизвольно намагниченных областей – **доменов**.

**Точка Кюри** - это температура, при которой материал теряет свою ферромагнитную способность, то есть его магнитные свойства изменяются.

**Закон Био-Савара-Лапласа для магнитного поля в веществе:**

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I[dl, r]}{r^3}$$

Фарадей установил, что индукционный ток обусловлен изменением

потока вектора магнитной индукции  $d\Phi$ , пронизывающего замкнутый контур.

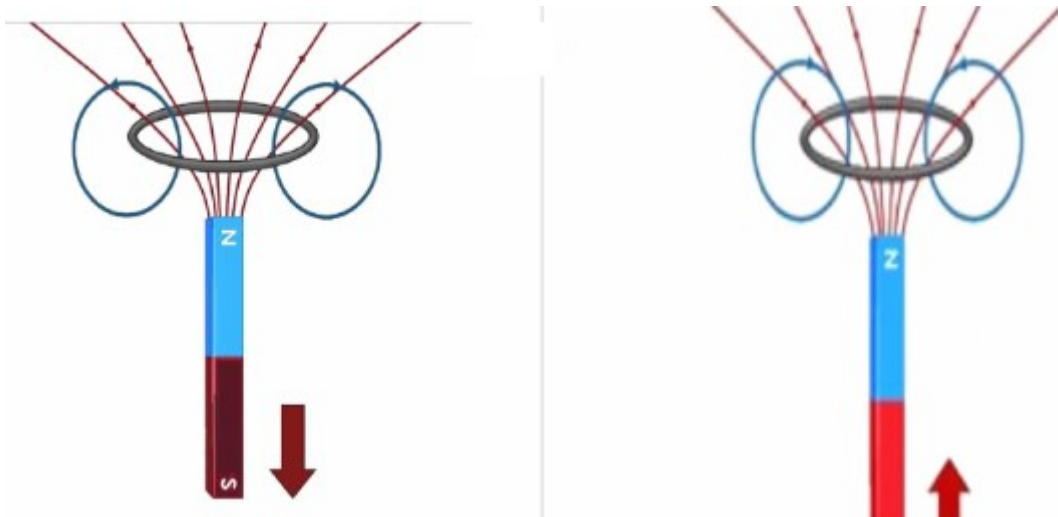
$d\Phi = B dS \cos \alpha$ , где  $\alpha$  - угол между вектором  $B$  и положительной нормалью к площадке  $dS$  контура.

Наличие индукционного тока обусловлено действием некоторой электродвижущей силы  $\mathcal{E}_i$  в контуре. Ее называют электродвижущей силой электромагнитной индукции. Согласно опытам Фарадея

$$\mathcal{E}_i = - d\Phi / dt$$

**Закон электромагнитной индукции Фарадея** - э.д.с. электромагнитной индукции в контуре равна взятой с обратным знаком скорости изменения магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную контуром

**Правило Ленца:** индукционный ток в контуре всегда имеет такое направление, что создаваемое им собственное магнитное поле препятствует изменению магнитного потока, создающего индукционный ток.



В общем случае индукционный ток возбуждается вихревым электрическим полем, порождаемым меняющимся во времени магнитным полем, при этом проводники остаются неподвижными.

### 10 лекция

В замкнутом контуре ток  $I$  создает сцепленный с этим контуром полный магнитный поток  $\Phi$ . Изменение силы тока  $I$  будет сказываться в изменении магнитного потока  $\Phi$ . По закону электромагнитной индукции изменение магнитного потока  $\Phi$  должно индуцировать в контуре э.д.с. **Возникающую в этом случае электродвижущую силу называют э.д.с. самоиндукции.**

Магнитный поток  $\Phi$ , создаваемый контуром, оказывается пропорциональным силе тока

в контуре.  $\Phi = LI$ .

**Коэф.  $L$  называют индуктивностью контура.  $L = \Phi/I$ . Индуктивность  $L$  зависит от геометрии контура и от магнитной проницаемости окружающей среды.**

**Индуктивность соленоида:**

$$L = \mu_0 \mu n^2 V$$

Если геометрия контура не меняется, величина  $L$  является константой и следовательно  $dL/dt = 0$  Тогда

$$\left| \varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt} \right|$$

**Э.д.с. самоиндукции пропорциональна скорости изменения тока в цепи.**

Она противодействует, в соответствии с правилом Ленца, всякому изменению тока в цепи, замедляя его возрастание или убывание.

**Если ток контура убывает, то ЭДС индукции и индукционный ток стараются его поддержать.**

Любой проводник индуктивностью  $L$ , по которому протекает ток  $I$ , обладает энергией  $W$ , равной  $W = LI^2/2$ . Эта энергия заключена в магнитном поле, возбуждаемом вокруг этого проводника с током.

**Индукция  $B$  магнитного поля соленоида связана с величиной тока в нем соотношением**

$$B = \mu_0 \mu n I = \mu_0 \mu n$$

$$I = B / \mu_0 \mu n \quad (n - \text{число витков на ед. длины})$$

$$W = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0 \mu} V$$

**Плотность энергии магнитного поля  $w$**  – энергия, сосредоточенная в единицу объема

$$w = \frac{W}{V} = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0 \mu}$$

**Магнитное поле может быть охарактеризовано не только индукцией, но и напряженностью  $H$**

$$w = \frac{BH}{2}$$

Закон Ома и правила Кирхгофа справедливы не только для постоянного тока. Когда сила тока и напряжение меняются во времени, закон справедлив для их мгновенных значений.

$$i = \frac{U(t)}{R}$$

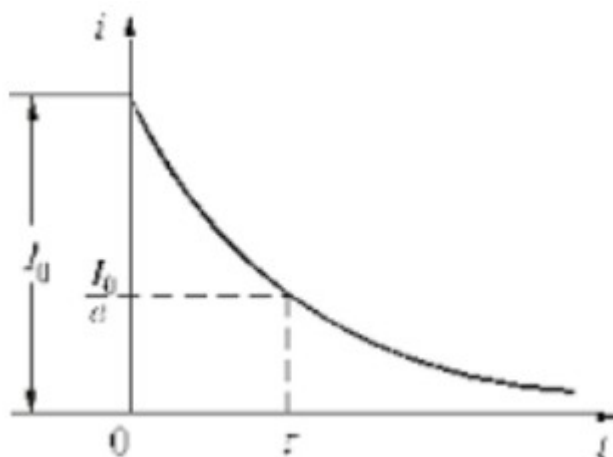
Это справедливо при условии, что для любого момента времени в любом сечении мы можем считать силу тока одинаковой.

**Квазистационарные токи** — переменные токи в цепях, протяженность  $l$  которых невелика, время  $t$  распространения поля вдоль этой цепи пренебрежимо мало по сравнению с периодом  $T$  изменения тока.

**Ток самоиндукции, убывающий со временем** — этот ток возникает при коммутации в любой цепи, содержащей индуктивность.

**Переходный процесс** - процесс установления постоянной силы тока в цепи.

**Время релаксации (постоянная времени)** — время, в течение которого ток уменьшается в  $e$  раз  $t = L/R$



## 11 лекция

**Колебательный контур** - Простейшее устройство, в котором возникают электрические колебания

По второму правилу Кирхгофа сумма падений напряжения равна ЭДС, действующей в контуре

$$\bar{U}_R + U_C = \varepsilon_c$$

**Коэффициент затухания**

$$\beta = \frac{R}{2L}$$

**Циклическая частота  $\omega_0$**

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

$$\left| \frac{d^2 q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0 \right|$$

Уравнение совпадает с дифференциальным уравнением гармонического осциллятора с вязким трением. Решение:

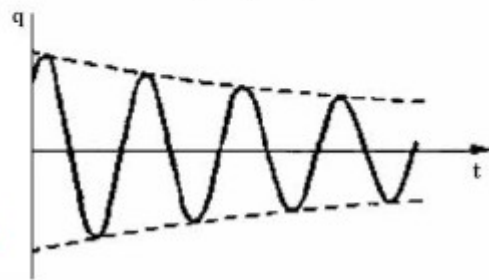
$$q(t) = q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi)$$

$q_0$  – начальный заряд конденсатора,  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$

$\varphi$  – начальная фаза колебаний

Амплитуда колебаний убывает со временем:  $A(t) = q_0 e^{-\beta t}$

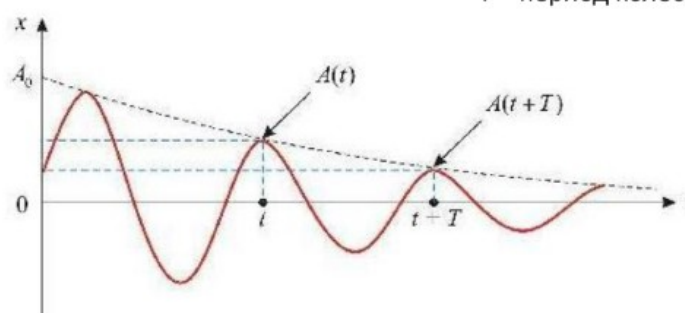
$\tau = 1/\beta$  - это время, в течение которого амплитуда колебаний уменьшается в  $e$  раз.



**Логарифмический декремент затухания**

$$\lambda = \ln[A(t)/A(t+T)] = \beta T = T/\tau = 1/N_e$$

$T$  – период колебаний.



Качество колебательного контура характеризуют добротностью  $Q$

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$Q = \pi/\lambda = \pi N_e$$

Для получения незатухающих колебаний необходимо пополнять убыль энергии в контуре за счет переменной э.д.с.  $\varepsilon$

Сила тока  $I$  в цепи контура равна  $dq/dt$

$$I(t) = -\omega q_0 \sin(\omega t - \phi)$$

Таким образом, амплитуда  $I_0$  колебаний тока равна  $\omega q_0$   
т.е.

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

Амплитуда  $I_0$  зависит от частоты  $\omega$  внешней э.д.с. График этой зависимости называется **резонансной кривой тока**.

**Резонанс** — явление резкого возрастания амплитуды колебаний в контуре при совпадении частоты колебаний внешнего источника с собственной частотой контура.

**Острота резонансной кривой** зависит коэффициента затухания  $\beta$  в контуре.

**Резонансная частота** для напряжения на конденсаторе **всегда меньше**, а для напряжения на катушке индуктивности **всегда больше**, чем **резонансная частота для силы тока, равная  $\omega_0$** . Однако для малых  $\beta$  эта разница невелика.

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$Z$  - полное сопротивление контура, или **импеданс**,

$R$  - активное сопротивление,

$X = \omega L - \frac{1}{\omega C}$  - реактивное сопротивление,

$X_L = \omega L$  - индуктивное сопротивление,

$X_C = 1/\omega C$  - ёмкостное сопротивление.

При резонансе полное сопротивление контура является чисто активным ( $Z = R$ ), т.к. при  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  реактивное сопротивление обращается в нуль.

## 12 лекция

**Система уравнений Максвелла** - это набор математических уравнений, описывающих основные законы электромагнетизма. Она состоит из четырех уравнений, которые описывают взаимодействие электрических и магнитных полей в пространстве и времени.

## 13 лекция

**Уравнения Максвелла:**

**1) Новая трактовка закона электромагнитной индукции Фарадея** (выявляет тесную связь электрического и магнитного полей: всякое изменение магнитного поля порождает вихревое электрическое поле. Из соображений симметрии, Максвелл предположил, что должна существовать и обратная связь, то есть всякое изменение электрического поля должно возбуждать в окружающем пространстве вихревое магнитное поле)

В левой части уравнения под интегралом вихревое электрическое поле  $E_B$  можно в общем случае заменить суммарным электрическим полем  $E$ , равным  $E_q + E_B$ , где  $E_q$  – электростатическое поле неподвижных зарядов. Замена не меняет значения интеграла, так как циркуляция напряженности электростатического поля  $E_q$  равна нулю.

$$\oint_L E_t dl = - \int_S \left( \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right)_n dS$$

**2) Обобщает теорему о циркуляции вектора  $\mathbf{H}$  с учетом тока смещения.** (Оно показывает, что источниками магнитного поля могут быть как движущиеся заряды (токи проводимости), так и переменные электрические поля.

$$\oint_L H_t dl = \int_S \left( j_{np} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right)_n dS$$



3) Согласно теореме Гаусса для вектора электрической индукции  $\mathbf{D}$  поток этого вектора через любую замкнутую поверхность  $S$  равен суммарному заряду, заключенному внутри этой замкнутой поверхности. Если заряд распределен внутри замкнутой поверхности непрерывно с объемной плотностью  $\rho$ , то эта формула приобретает вид: (Интеграл в правой части уравнения берется по всему объему  $V$ , заключенному внутри замкнутой поверхности  $S$ . Это уравнение показывает, что источником электрического поля могут быть электрические заряды.

$$\oint_S \mathbf{D}_n dS = \int_V \rho dV$$

4) Теорема Гаусса для индукции магнитного поля  $\mathbf{B}$  утверждает, что поток вектора  $\mathbf{B}$  через любую замкнутую поверхность равен нулю. (Уравнение указывает на замкнутость линий магнитной индукции, то есть на отсутствие источников, на которых бы эти линии начинались или оканчивались)

$$\oint_S \mathbf{B}_n dS = 0$$

В этих уравнения величины  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{j}$  не являются независимыми. Они связаны между собой тремя так называемыми материальными уравнениями, учитывающими свойства материальной среды  $\epsilon$ ,  $\mu$ ,  $\sigma$ .

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon \mathbf{E}$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H}$$

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$$

Из теории Максвелла, представленной всеми семью уравнениями, вытекает неразрывная связь изменений электрического и магнитного полей: меняющееся электрическое поле порождает изменяющееся магнитное, в свою очередь меняющееся магнитное поле порождает изменяющееся электрическое. Переменные электрические и магнитные поля неразрывно связаны друг с другом и образуют единое электромагнитное

#### 14 лекция

**Электромагнитная волна** — распространение электромагнитных возмущений (Переменное электрическое поле порождает магнитное поле, которое также оказывается переменным и, следовательно, в свою очередь, порождает снова переменное электрическое поле и так далее)

**Строго монохроматическая волна** — представляет собой бесконечную во времени и пространстве последовательность «горбов» и «впадин» с одной частотой.  $E_0$  и  $H_0$  – амплитуды

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kx + \varphi_0) \quad \vec{H} = \vec{H}_0 \cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

Фазовая скорость этой волны

$$v = \lambda \nu \quad \text{или} \quad v = \frac{\omega}{k}$$

В среде с параметрами  $\epsilon$  и  $\mu$  скорость распространения электромагнитных волн составляет

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}}$$

**Энергия электромагнитных волн** - Плотность энергии электромагнитного поля  $w$  складывается из плотности энергии электрического поля и плотности энергии магнитного поля:

$$w = w_E + w_H = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu_0 H^2}{2}$$

$$w = \frac{1}{c} EH$$

**Плотность потока энергии** - вектор, равный по модулю энергии, переносимой волной в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения волны и ориентированный в направлении распространения электромагнитной волны.

$$S = wv$$

**Закон сохранения энергии для электромагнитного поля** - уменьшение энергии поля в объеме  $V$  за единицу времени равно потоку электромагнитной энергии через поверхность  $\sigma$ , ограничивающую объем  $V$ .

$$-\frac{d}{dt} \int_{(V)} w dV = \oint_{(\sigma)} S_n d\sigma$$

