

Электричество и магнетизм

Семестр 2

ЛЕКЦИЯ № 11

Теория Максвелла

1. **Две трактовки явления электромагнитной индукции. Вихревое электрическое поле.**
2. **Ток смещения. Обобщение теоремы о циркуляции магнитного поля.**
3. **Условия малости тока смещения в проводящих и диэлектрических средах.**

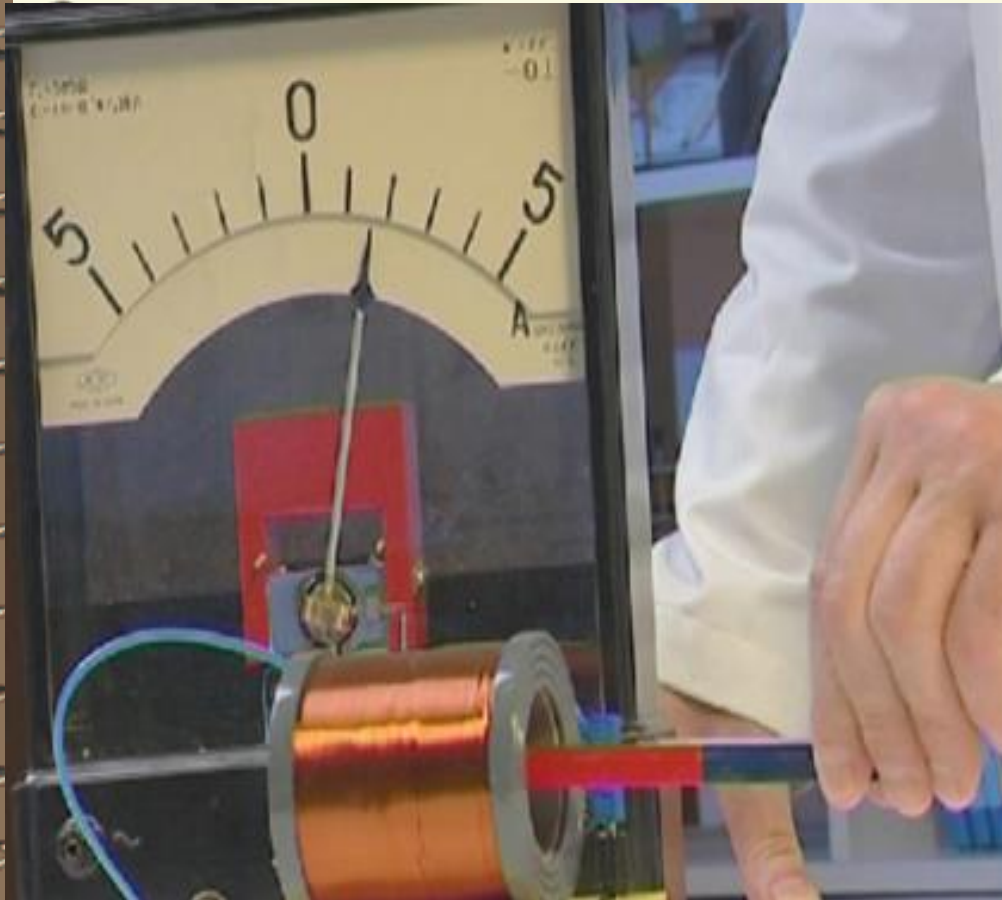
Две трактовки явления электромагнитной индукции. Вихревое электрическое поле.

Первооткрыватель явления электромагнитной индукции — английский физик **Майкл Фарадей** — считал, что суть этого явления состоит в следующем.

Если в магнитном поле находится замкнутый проводник, то при любом изменении магнитного потока, в этом проводнике возникнет электродвижущая сила индукции и индукционный ток.

Эта *фарадеевская* трактовка электромагнитной индукции хорошо известна, и не вызывает никаких сомнений, так как каждое слово в законе Фарадея легко подтверждается экспериментом.

Вспомним, например, следующую известную демонстрацию: постоянный магнит вдвигается в катушку. При этом магнитное поле, пронизывающее катушку, изменяется, и в цепи течет ток, как если бы в ней находился источник Э.д.с. :



$$\mathcal{E}_{\text{инд}} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

а индукционный ток:

$$I_{\text{инд}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{инд}}}{R} = - \frac{1}{R} \frac{d\Phi}{dt}$$

Совсем по-другому объяснил суть этого явления **Джеймс Максвелл**. Тщательно проанализировав известные к тому времени свойства

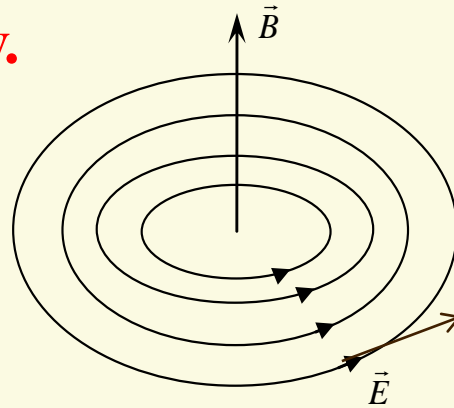
электромагнитной индукции, он пришел к выводу:

Переменное магнитное поле является источником **переменного электрического поля**, а катушка, по которой течет индукционный ток, является лишь «прибором», с помощью которого регистрируется это электрическое поле.

В своей теории явления электромагнитной индукции Максвелл раскрыл и такую особенность возникающего электромагнитного поля: это поле не электростатическое. Силовые линии электростатического поля, как известно, разомкнуты: они начинаются и заканчиваются на зарядах или в бесконечности.

Если **электростатическое поле** может перенести заряд из точки 1 в точку 2, но оно не может вернуть его в исходное положение.

Электрическое поле, созданное переменным магнитным полем, имеет замкнутые силовые линии, поэтому оно способно перемещать заряды по замкнутому контуру.



Электростатическое поле — потенциальное,
электрическое поле, созданное переменным магнитным полем — поле вихревое.

Циркуляция вектора напряжённости **электростатического поля**, как известно, равна нулю:

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0$$

Этого никак не скажешь о циркуляции вектора напряжённости **вихревого электрического поля**. Вихревое электрическое поле — **поле сторонней силы**, и циркуляция вектора напряжённости такого поля по контуру L равна — по определению электродвижущей силы, возникающей в контуре L :

$$\oint_L \vec{E}' d\vec{l} = \mathcal{E}_{инд}$$

Согласно закону Фарадея:

$$\mathcal{E}_{\text{инд}} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

где поток вектора магнитной индукции:

$$\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S}$$

Объединив три последние уравнения, придем
к теореме о циркуляции вектора напряжённости
вихревого электрического поля:

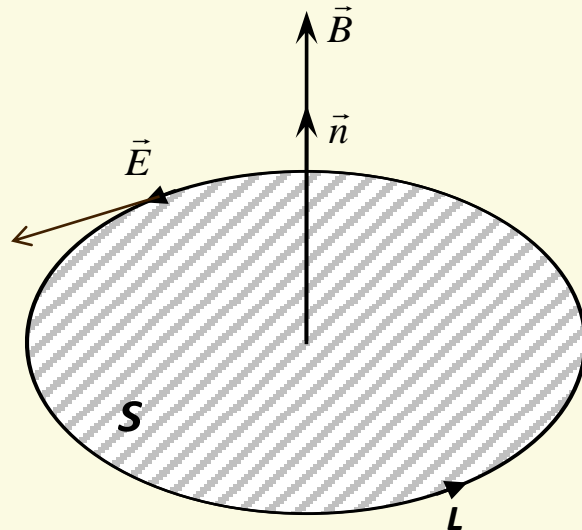
$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = \mathcal{E}_{\text{инд}} = - \frac{\partial \Phi}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{B} d\vec{S} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$$

Таким образом:

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$$

Важно, конечно, физический смысл этого уравнения Максвелла:

переменное магнитное поле \vec{B} является источником вихревого электрического поля \vec{E} .



Это уравнение является обобщением
закона Фарадея. В дифференциальной
форме этот закон будет иметь вид:

$$\text{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\text{rot} \vec{E} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix}$$

$$\text{rot} \vec{E} = \vec{i} \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) + \vec{j} \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) + \vec{k} \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right)$$

Ток смещения. Обобщение теоремы о циркуляции магнитного поля

Вспомним теорему о циркуляции магнитного поля, созданного постоянным током:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I$$

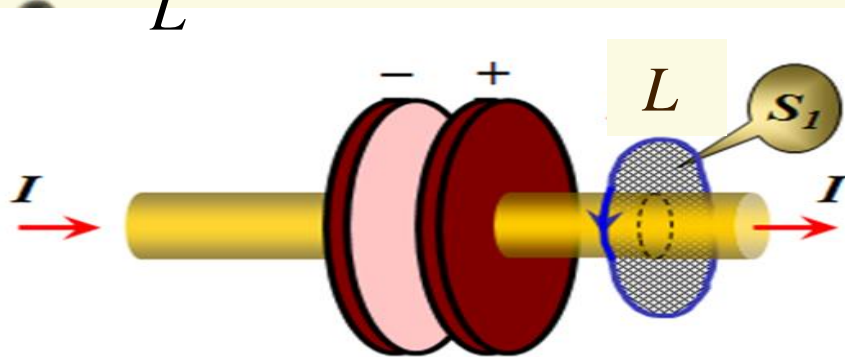
Смысл этого уравнения состоит в утверждении: электрический ток I является источником магнитного поля \vec{B} . Это уравнение мы с успехом использовали для расчета различных магнитных полей (прямолинейного тока, соленоида).

Однако есть задачи, которые не удастся решить однозначно, руководствуясь этим правилом.

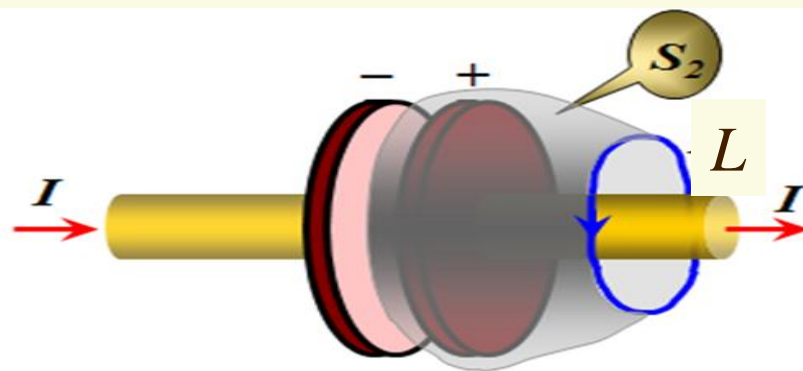
Рассмотрим, например, процесс зарядки конденсатора. По проводнику к обкладке конденсатора течет зарядный ток I . Для определения магнитного поля, создаваемого этим током, выберем замкнутый контур L , охватывающий ток, и запишем теорему о циркуляции вектора \vec{B} :

$$\int_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I$$

Здесь I — ток, пронизывающий поверхность S_1 контура L .



Поверхность S_1 пересекает провод с током

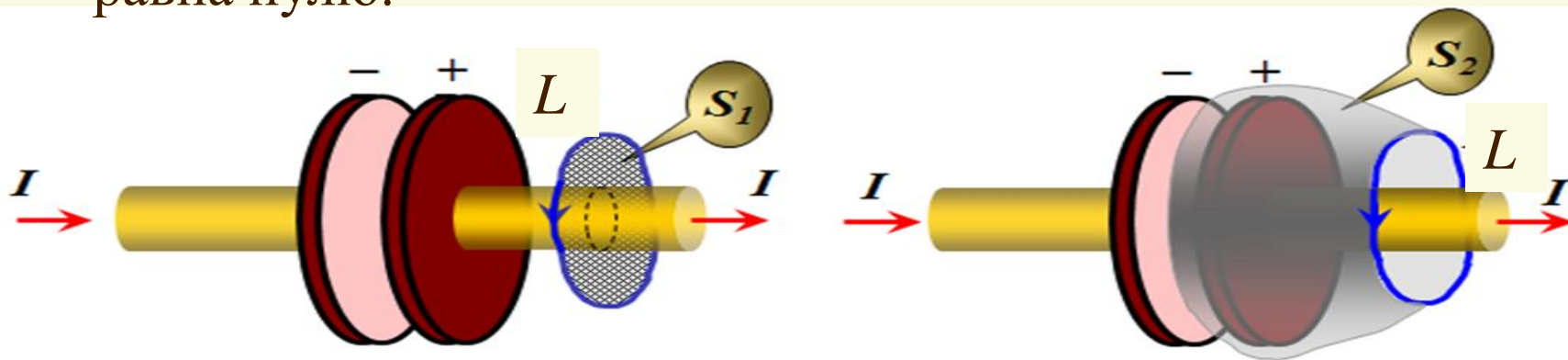


Поверхность S_2 не пересекает провод с током

Выберем теперь другую поверхность S_2 . Она по-прежнему опирается на контур L , но охватывает положительную обкладку конденсатора. Для этого случая прежняя циркуляция вектора \vec{B} равна уже не произведению $(\mu_0 I)$, а нулю:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = 0$$

Здесь никакой ток не пронизывает теперь поверхность S_2 , поэтому правая часть уравнения циркуляции должна быть равна нулю.



Поверхность S_1 пересекает провод с током

Поверхность S_2 не пересекает провод с током

Между обкладками конденсатора нет тока проводимости I , но есть *изменяющееся в процессе зарядки конденсатора электрическое поле \vec{E}* .

Вторым основным положением теории Максвелла стала его гипотеза о том, что переменное электрическое поле создаёт магнитное поле.

Напряжённость поля в нашем конденсаторе:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon\epsilon_0} \frac{q}{S}$$

Она меняется со временем:

$$\frac{dE}{dt} S = \frac{1}{\epsilon\epsilon_0} \frac{dq}{dt}$$

Согласно **теории Максвелла**, это **переменное электрическое поле создаёт такое же магнитное поле, как и ток проводимости**:

$$I_{\text{пр}} = \frac{dq}{dt} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{dE}{dt} S = I_{\text{см}}$$

По Максвеллу **ток проводимости** замыкается в конденсаторе **током смещения**:

$$I_{\text{см}} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{dE}{dt} S = \varepsilon\varepsilon_0 \dot{E} \cdot S$$

Плотность тока смещения:

$$j_{\text{см}} = \frac{I_{\text{см}}}{S} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{dE}{dt} = \frac{dD}{dt} = \dot{D}$$

или в векторном виде:

$$\vec{j}_{\text{см}} = \varepsilon \varepsilon_0 \dot{\vec{E}} = \dot{\vec{D}}$$

Поскольку вектор электрического смещения:

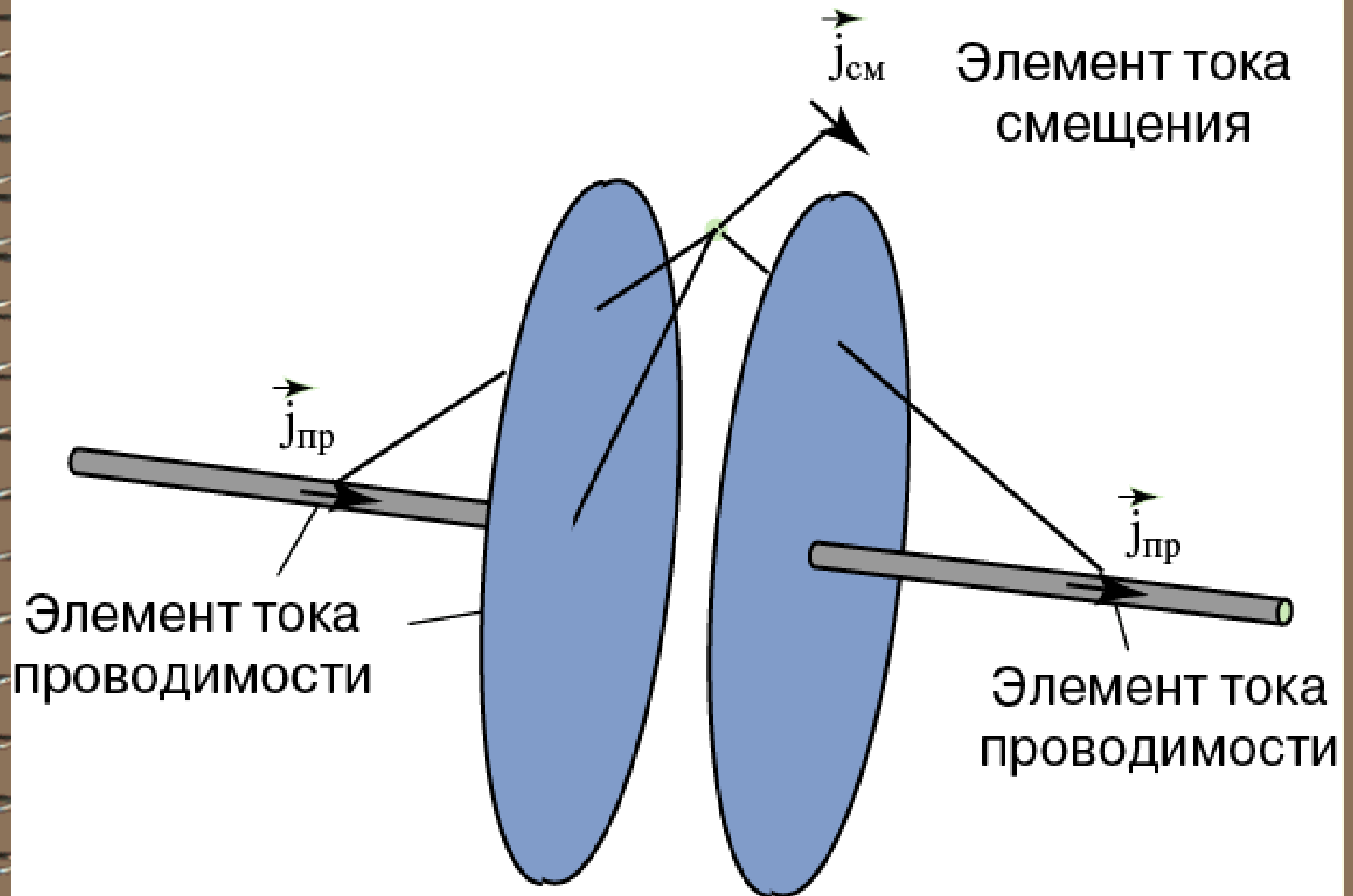
$$\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}$$

По Максвеллу магнитное поле в общем случае определяется не током проводимости, а **полным током**, равным сумме **тока проводимости и тока смещения**:

$$I_{\text{полн}} = I_{\text{пр}} + I_{\text{см}}$$

$$I_{\text{полн}} = \int_S (\vec{j}_{\text{пр}} + \vec{j}_{\text{см}}) d\vec{S} = \int_S (\vec{j}_{\text{пр}} + \dot{\vec{D}}) d\vec{S}$$

Ток смещения



Введя **ток смещения** и **полный ток**, **обобщим** **теорему о циркуляции** (в вакууме) **вектора магнитной индукции**. Теперь циркуляция этого вектора определяется не током проводимости, а **полным током** :

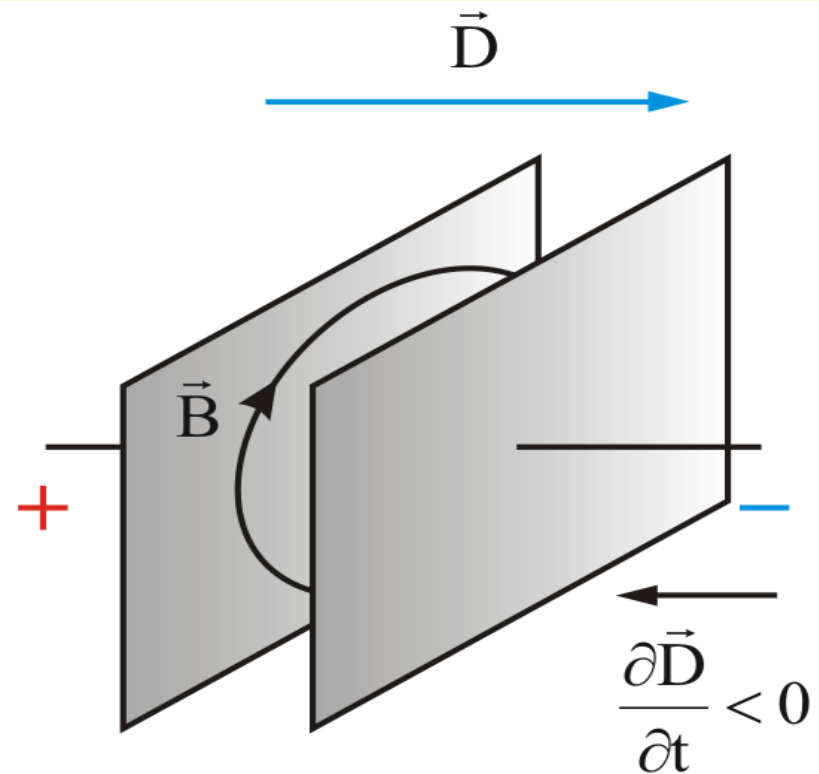
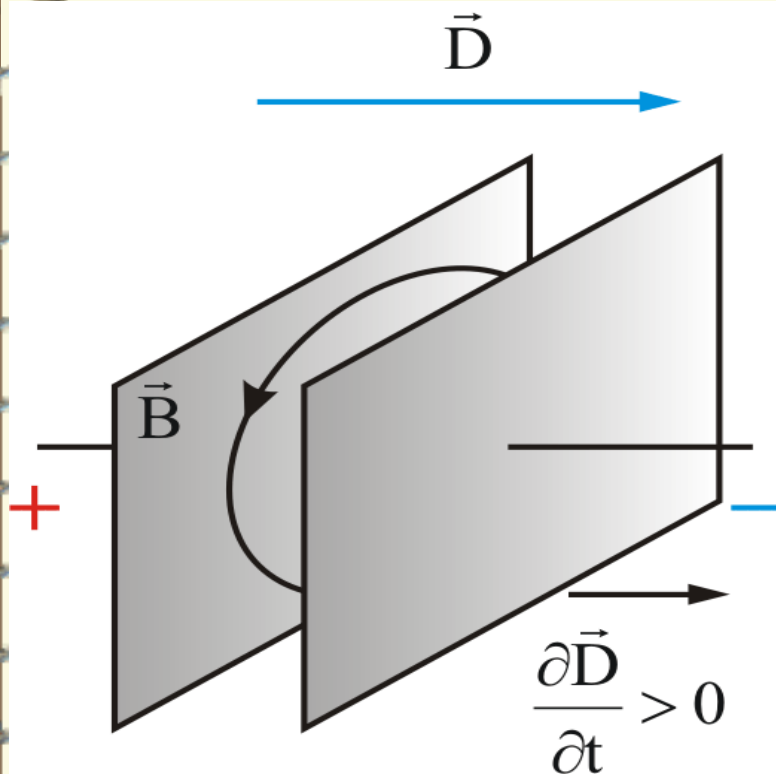
$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{полн}} = \mu_0 \int_S \left(\vec{j}_{\text{пр}} + \dot{\vec{D}} \right) d\vec{S}$$

или

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \int_S \left(\vec{j}_{\text{пр}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}$$

Источником магнитного поля является как ток проводимости так и изменяющееся во времени электрическое поле (ток смещения).

*Вихревое магнитное поле \vec{B}
образующееся при протекании тока
смещения связано с направлением
вектора $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ - **правилом правого винта**.*



Теорема о циркуляции магнитного поля в веществе (уравнение Максвелла):

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \left(\vec{j}_{\text{пр}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}$$

Физический смысл этого уравнения:
источником магнитного поля является не только ток проводимости $\vec{j}_{\text{пр}}$, но и $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ переменное электрическое поле (ток смещения).

$$\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}$$

Это уравнение является обобщением
закона Био-Савара-Лапласа и

показывает, что **циркуляция вектора**
 \vec{H} по произвольному замкнутому
контуру L равна сумме токов
проводимости и токов смещения сквозь
поверхность, натянутую на этот
контур.

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}$$

В дифференциальной форме закон Био-Савара-Лапласа выглядит так:

$$\text{rot}\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\text{rot}\vec{H} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix}$$

$$\text{rot}\vec{H} = \vec{i} \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) + \vec{j} \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) + \vec{k} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right)$$

- *Максвелл сделал вывод:*
всякое переменное электрическое поле порождает переменное магнитное поле.
- *Токи проводимости в проводнике замыкаются токами смещения в диэлектрике или в вакууме.*
- *Переменное электрическое поле в конденсаторе создает такое же магнитное поле, как если бы между обкладками существовал ток проводимости, имеющий величину равную току в металлическом проводнике.*

Условия малости тока смещения в проводящих и диэлектрических средах.

Если в каком либо проводнике течет переменный ток – ток проводимости, то внутри есть и переменное электрическое поле, т.е. ток смещения.

*Магнитное поле проводника определяется **ПОЛНЫМ ТОКОМ**:*

$$\vec{j}_{\text{полн}} = \vec{j}_{\text{пров}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{j}_{\text{пров}} + \vec{j}_{\text{см}}$$

В зависимости от электропроводности среды и частоты (поля) оба слагаемых играют разную роль:

В металлах и на НИЗКИХ частотах $j_{см} \ll j_{пров}$

В диэлектриках и на ВЫСОКИХ частотах $j_{см}$ играет основную роль.

- Оба члена в уравнении полного тока могут иметь одинаковые знаки и противоположные.
- Поэтому $j_{полн}$ может быть как больше, так и меньше тока проводимости или равен нулю.
- Если мы имеем разомкнутый проводник, то на его концах обрывается лишь ток проводимости.
- Если под током понимать полный ток, то окажется что **в природе все переменные электрические токи – замкнуты**.
- Этот вывод сделан Дж. Максвеллом.

Максвелл Джеймс Клерк

(1831 – 1879) –

величайший английский физик.

Его работы посвящены электродинамике, молекулярной физике,

*общей статике, оптике, механике, теории упругости. Самым большим достижением Максвелла является **теория электромагнитного поля** - система нескольких уравнений, выражающих все основные закономерности электромагнитных явлений.*





Лекция закончена!