Лекция 9.

$\vec{F} = \sum_j \vec{F_j}$ – *главный вектор внешних сил*, $\vec{F'} = \sum_j \vec{F_j'}$ - *главный вектор внутренних сил*, $\vec{Q} = \sum_j m_j \vec{v_j}$ – *главный вектор количества движения механической системы* ($\vec{v_j} = \dot{\vec{r_j}}$ – скорость точки M_j механической системы). По третьему закону Ньютона: для ∀ внутренней силы механической системы ∃ другая внутренняя сила, уравновешивающая её: $\vec{F'} = \vec{0}$.

Теорема: в ведённых выше обозначениях справедливы формулы: $\frac{d\vec{Q}}{dt} = \vec{F}$, $d\vec{Q} = \vec{F}dt$, $\vec{Q} - \vec{Q_0} = \int_{t_0}^{t} \vec{F}dt$.

$\vec{F}dt$ – *элементарный импульс силы*, $\int_{t_0}^{t} \vec{F}dt$ – *импульс силы*. Теорему можно сформулировать иначе, например так: производная главного вектора количества движения механической системы равна главному вектору сил.

Центр масс – точка C, радиус $\vec{r_C}$ ($\vec{r_C} = \overrightarrow{OC}$) которой относительно точки O, определяется следующим образом: $m\vec{r_C} = \sum_j m_j$, $m = \sum_j m_j$, а $\vec{r_j}$ – радиус вектор $\overrightarrow{OM_j}$.
Дифференцируя данные формулы по t, получаем уравнения: $m\dot{\vec{r_C}} = \vec{Q}$, $m\ddot{\vec{r_C}} = \vec{F}$. Далее получаем $m\ddot{\vec{r_C}} = \dot{\vec{Q}}$.

Теорема: Центр масс механической системы движется так, как двигалась бы материальная точка с массой m, равной сумме масс всех точек системы, под действием силы, равной сумме сил, действующих на эти точки.
В силу последней формулы, приходим к выводу о том, что данная теорема и теорема о том, что вектор $\vec{\omega_{O'}}$ не зависит от выбора полюса (точки O’) - разные формы одного и того же утверждения.

Следствие: при равенстве нулю суммы всех сил, действующих на точку механической системы, центр масс движется прямолинейно и равномерно.

Рассмотрим точки аффинного пространства M, O и вектор $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$. *Момент* закреплённого вектора $(M, \vec{G})$ относительно точки O – вектор $\mu_O(M, \vec{G}) = (O, \vec{r} \times \vec{G})$.

Главный момент внутренних сил: $\vec{\mathcal{M}}' = \sum_j \vec{r_j} \times \vec{F_j}'$

Главный момент внешних сил: $\vec{\mathcal{M}} = \sum_j \vec{r_j} \times \vec{F_j}$

Главный момент количества движения механической системы (кинематический момент механической системы): $\vec{\mathcal{K}} = \sum_j \vec{r_j} \times m_j \vec{v_j}$

Теорема: $\vec{\mathcal{M}}' = \vec{0}$

Теорема об изменении кинематического момента: производная кинетического момента механической системы относительно неподвижной точки равна главному моменту внешних сил относительно той же точки: $\frac{d}{dt}\vec{\mathcal{K}} = \vec{\mathcal{M}}$. Таким образом получаем: $\frac{d}{dt}(\sum_j \vec{r_j} \times m_j \vec{v_j})$=$\sum_j \vec{r_j} \times \vec{F_j}$.