Рассмотрим постоянный ток силы I_0.

Из закона Био - Савара

$$H_0 = \frac{[\vec{p} \times \vec{r}]}{4\pi r^3}$$

$$\vec{p} = I_0 \, \Delta l \, \vec{d}$$ ← направление

т.к $\vec{H_0} = \mathrm{rot}\, \vec{A_0}$

$$\Rightarrow A^0 = \frac{\vec{p}}{4\pi r}$$ это если $\omega = 0$

$$I = I_0 e^{-i\omega t}$$

Если $\omega \neq 0$

$$\vec{H} = \mathrm{rot}\, \vec{A} \qquad E = i\omega\mu_0 \vec{A} + \frac{1}{\varepsilon} \,\mathrm{grad}\, \mathrm{div}\, \vec{A}$$

Т.к $\vec{A_0}$ характеризуется сферич. симметрией

$$\Rightarrow \nabla^2 \vec{A} + k^2 \vec{A} = 0$$ переходит в

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial \vec{A}}{\partial r}\right) + k^2 \vec{A} = 0$$

Решение уравнения $\frac{\partial^2}{\partial r^2}(r\vec{A}) + k^2 r\vec{A} = 0$

$$\vec{A} = \frac{C_1 e^{ikr}}{r} + \frac{C_2 e^{-ikr}}{r}$$

т.к $e^{-ikr} \to \infty$ при $r \to \infty$

$$\Rightarrow \vec{A} = C_1 \frac{e^{ikr}}{r}$$

при $w \to 0$

$$\vec{A}_{w \to 0} = \vec{A_0} \Rightarrow A = \frac{\vec{P}}{4\pi r}$$

Для вихревого электрического поля

$$\Delta \vec{A}^* = k^2 \vec{A}^*$$

$$\vec{E}^* = \operatorname{rot} \vec{A}^*$$

$$\vec{H} = -i w \varepsilon' \vec{A}^* - \operatorname{grad} U^*$$

$$U^* = (-i w \mu)^{-1} \operatorname{div} \vec{A}^*$$

$$\Delta \vec{A}^* = k^2 \vec{A}^*$$

$\vec{A}^* = (0, 0, \vec{A_z})$ в цилиндрич. координатах

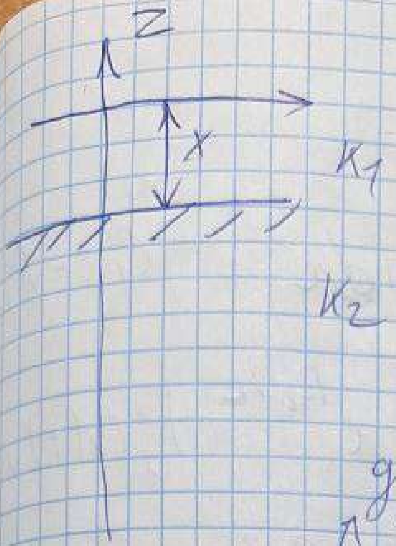
$$\frac{d^2 u}{d r^2} + \frac{1}{r}\left(\frac{du}{dr}\right) + \left(x^2 - \frac{n^2}{r^2}\right) u = 0$$

уравнение Бесселя $\quad J_n(\lambda r)$

$$A_z = u(r)\, v(\varphi)\, w(z)$$

$$\frac{1}{w} \frac{d^2 w}{d z^2} + k^2 = \lambda^2 \Rightarrow \quad w = e^{\sqrt{\lambda^2 - k^2}} \quad w = e^{-\sqrt{\lambda^2 - k^2}}$$

$$\frac{1}{V} \frac{d^2 V}{d \varphi^2} = -n^2$$



$$k_1 = \sqrt{-i\omega\mu_0/\rho_1}$$

$$k_2 = \sqrt{-i\omega\mu_0/\rho_2}$$

диполь в безгран. среде

$$A^*_{z1} = \frac{p\, e^{ik_1 R}}{R} + \int_0^\infty C_1 e^{-\sqrt{\lambda^2 - k_1^2}\, z} J_0(\lambda r)\, d\lambda$$

$$A^*_{z2} = \int_0^\infty C_2\, e^{\sqrt{\lambda^2 - k_2^2}\, z}\, J_0(\lambda r)\, d\lambda$$

$$R = \sqrt{r^2 + z^2} \qquad R_1 \overset{\text{def}}{=} \sqrt{\lambda^2 - k_1^2}$$

$$R_2 \overset{\text{def}}{=} \sqrt{\lambda^2 - k_2^2}$$

$$p\,\frac{e^{ik_1 R}}{R} = p \int_0^\infty \frac{\lambda}{R_1}\, e^{\mp R_1 z} J_0(\lambda r)\, d\lambda$$

$-$ для $z>0$

$+$ для $z<0$

при $\mu_1 = \mu_2$

$-h$ $\quad A^*_{z1} = A^*_{z2}$

$$\operatorname{div} A^*_{z1} = \operatorname{div} A^*_{z2}$$

$$\Rightarrow p \int_0^{+\infty} \frac{\lambda}{R_1}\, e^{R_1 h} J_0(\lambda r)\, d\lambda$$

$$\int_0^\infty C_1 e^{-R_1 h} J_0(\lambda r)\, d\lambda = \int_0^\infty C_2\, e^{R_2 h} J_0(\lambda r)\, d\lambda$$

$$\operatorname{div} A_2^* = \frac{\partial A_2^*}{\partial z^*}$$

$$p \int_0^\infty \lambda e^{-R_1 h} J_0(\lambda r)\, d\lambda + \int_0^\infty C_1 (-R_1) e^{-R_1 h}$$

$$\cdot J_0(\lambda r)\, d\lambda = \int_0^\infty C_2 R_2 e^{R_2 h} J_0(\lambda r)\, d\lambda$$

$$\Rightarrow \frac{p\lambda}{R_1} e^{R_1 h} + C_1 e^{-R_1 h} = C_2 e^{R_2 h}$$

$$p\lambda e^{R_1 h} - C_1 R_1 e^{-R_1 h} = C_2 R_2 e^{R_2 h}$$

$$\Rightarrow C_1 = p \frac{\lambda}{R_1} \frac{R_1 - R_2}{R_1 + R_2} e^{2R_1 h}$$

$$C_2 = p \frac{2\lambda}{R_1 + R_2} e^{(R_1 - R_2)h}$$

$\vec{H_2}$

$$H_{z_1} = -i\omega\varepsilon_1^{*'} \left(A_{z_1}^* + \frac{1}{k^2} \operatorname{grad} \operatorname{div} A_{z_1}^*\right)$$