Рассмотрим постоянный ток силы I_0.
Из закона Био - Савара

$$H_0 = \frac{[\overline{p} \times \overline{r}]}{4\pi r^3}$$

$$\vec{p} = I_0\, dl\, \underbrace{\vec{d}}_{} \quad \text{- направление}$$

т.к $\vec{H_0} = \mathrm{rot}\, \vec{A_0}$

$$\Rightarrow A^0 = \frac{\overline{p}}{4\pi r} \quad \text{это если } \omega = 0$$

$$I = I_0 e^{-i\omega t}$$

Если $\omega \neq 0$

$$\overline{H} = \mathrm{rot}\, \vec{A} \qquad E = i\omega\mu_0 \vec{A} + \frac{1}{\varepsilon}\, \mathrm{grad}\, \mathrm{div}\, \vec{A}$$

Т.к $\vec{A_0}$ характеризуется сферич. симметрией

$$\Rightarrow \nabla^2 \vec{A} + k^2 \vec{A} = 0 \quad \text{переходит в}$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial \vec{A}}{\partial r}\right) + k^2 \overline{A} = 0$$

Решение уравнения $\frac{\partial^2}{\partial r^2}(r\vec{A}) + k^2 r\vec{A} = 0$

$$\vec{A} = \frac{C_1 e^{ikr}}{r} + \frac{C_2 e^{-ikr}}{r}$$

т.к $e^{-ikr} \to \infty$ при $r \to \infty$

$$\Rightarrow \vec{A} = \frac{C_1 e^{ikr}}{r}$$

при $\omega \to 0$

$$\vec{A}_{\omega \to 0} = \vec{A_0} \Rightarrow A = \frac{\vec{P}}{4\pi r}$$

:

Для вихревого электрического поля

$$\Delta \vec{A}^* = k^2 \vec{A}^*$$

$$\vec{E}^* = \operatorname{rot} \vec{A}^*$$

$$\vec{H} = -i\omega\varepsilon' \vec{A}^* - \operatorname{grad} U^*$$

$$U^* = (-i\omega\mu)^{-1} \operatorname{div} \vec{A}^*$$

$$\Delta \vec{A}^* = k^2 \vec{A}^*$$

$\vec{A}^* = (0, 0, \vec{A_z})$ в цилиндрич координатах

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\left(\frac{\partial u}{\partial r}\right) + \left(\varkappa^2 - \frac{n^2}{r^2}\right) u = 0$$

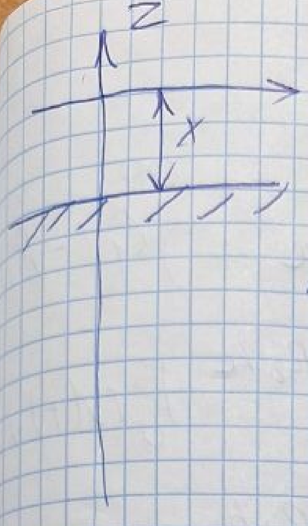
уравнение Бесселя $\quad J_n(\lambda r)$

$$A_z = u(r)\, v(\varphi)\, w(z)$$

$$\frac{1}{w} \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + k^2 = \lambda^2 \Rightarrow \begin{array}{l} w = e^{\sqrt{\lambda^2 - k^2} z} \\ w = e^{-\sqrt{\lambda^2 - k^2} z} \end{array}$$

$z = 0$

$$\frac{1}{v} \frac{\partial^2 v}{\partial \varphi^2} = -n^2$$



k_1 $\qquad k_1 = \sqrt{-i\omega\mu_0/\rho_1}$

k_2 $\qquad k_2 = \sqrt{-i\omega\mu_0/\rho_2}$

диполь в безгран. среде

$$A^x_{z1} = \frac{P e^{ik_1R}}{R} + \int_0^\infty C_1 e^{-\sqrt{\lambda^2-k_1^2}\,z} J_0(\lambda r)\,d\lambda$$

$$A^x_{z2} = \int_0^\infty C_2 e^{\sqrt{\lambda^2-k_2^2}\,z} J_0(\lambda r)\,d\lambda$$

$$R = \sqrt{r^2+z^2} \qquad R_1 \overset{\text{об.}}{=} \sqrt{\lambda^2-k_1^2}$$

$$R_2 \overset{\text{об.}}{=} \sqrt{\lambda^2-k_2^2}$$

$$\rho\frac{e^{ik_1R}}{R} = \rho\int_0^\infty \frac{\lambda}{R_1} e^{\mp R_1 z} J_0(\lambda r)\,d\lambda$$

− для $z>0$
+ для $z<0$

при $\mu_1=\mu_2$

$-h$ $\quad A^x_{z1} = A^x_{z2}$

$$\operatorname{div} A^x_{z1} = \operatorname{div} A^x_{z2}$$

$$\Rightarrow \rho\int_0^\infty \frac{\lambda}{R_1} e^{R_1 h} J_0(\lambda r)\,d\lambda +$$

$$\int_0^\infty C_1 e^{-R_1 h} J_0(\lambda r)\,d\lambda = \int_0^\infty C_2 e^{R_2 h} J_0(\lambda r)\,d\lambda$$

$$\operatorname{div} A_2^* = \frac{\partial A_2^*}{\partial z^*}$$

$$p \int_0^\infty \lambda e^{-R_1 h} J_0(\lambda r)\, d\lambda + \int_0^\infty C_1 (-R_1) e^{-R_1 h}$$

$$\cdot\, J_0(\lambda r)\, d\lambda = \int_0^\infty C_2 R_2 e^{R_2 h} J_0(\lambda r)\, d\lambda$$

$$\Rightarrow \frac{p\lambda}{R_1} e^{R_1 h} + C_1 e^{-R_1 h} = C_2 e^{R_2 h}$$

$$p\lambda e^{R_1 h} - C_1 R_1 e^{-R_1 h} = C_2 R_2 e^{R_2 h}$$

$$\Rightarrow C_1 = p \frac{\lambda}{R_1} \frac{R_1 - R_2}{R_1 + R_2} e^{2 R_1 h}$$

$$C_2 = p \frac{2\lambda}{R_1 + R_2} e^{(R_1 - R_2) h}$$

$\vec{H}_2$

$$H_{z_1} = -i \omega \varepsilon_1^{*\prime} \left(A_{z_1}^* + \frac{1}{k^2} \operatorname{grad} \operatorname{div} A_{z_1}^* \right)$$