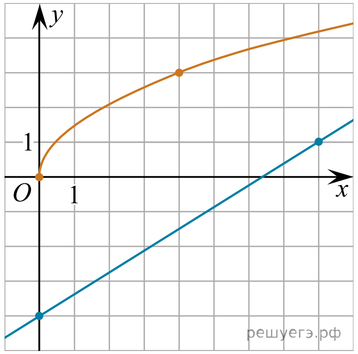
1. Тип 11 № 509278

На рисунке изображены графики функций $f(x)=a\sqrt{x}$ и $g(x)=kx+b$, которые пересекаются в точке A. Найдите абсциссу точки A.



Решение. По графику, $f(4)=3$, тогда $a\sqrt{4}=3 \Leftrightarrow 2a=3 \Leftrightarrow a=1{,}5$. Тогда уравнение функции имеет вид $f(x)=1{,}5\sqrt{x}$.

Заметим, что k — тангенс угла наклона прямой. Тогда $k=\dfrac{5}{8}$. По графику, $g(0)=-4$, значит, $\dfrac{5}{8}\cdot 0+b=-4 \Leftrightarrow b=-4$. Тогда уравнение прямой имеет вид $g(x)=\dfrac{5}{8}x-4$.

Теперь найдём абсциссу точки A:

$$\begin{cases} y=1{,}5\sqrt{x}, \\ y=\dfrac{5}{8}x-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1{,}5\sqrt{x}=\dfrac{5}{8}x-4, \\ y=1{,}5\sqrt{x} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x-12\sqrt{x}-32=0, \\ y=1{,}5\sqrt{x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} \sqrt{x}=4, \\ \sqrt{x}=-\dfrac{8}{5}, \end{array}\right. \\ y=1{,}5\sqrt{x} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x}=4, \\ y=1{,}5\sqrt{x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=16, \\ y=6. \end{cases}$$

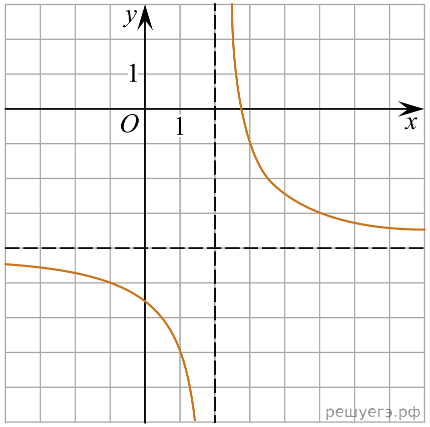
Таким образом, $x=16$.

Ответ: 16.

Вариант № 86541339

2. Тип 11 № 564963

На рисунке изображён график функции вида $f(x)=\dfrac{ax+b}{x+c}$, где числа a, b и c — целые. Найдите a.



Решение. Преобразуем выражение, задающее функцию:

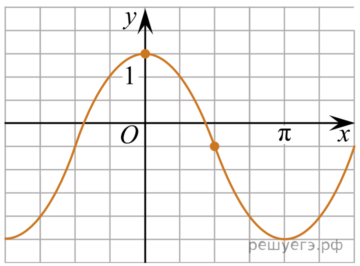
$$f(x)=\frac{ax+b}{x+c}=\frac{ax+ac+b-ac}{x+c}=$$
$$=\frac{ax+ac}{x+c}+\frac{b-ac}{x+c}=a+\frac{b-ac}{x+c}.$$

График функции имеет горизонтальную асимптоту $y=-4$, значит, $a=-4$.

Ответ: −4.

3. Тип 11 № 509124

На рисунке изображён график функции $f(x)=a\cos x+b$. Найдите a.



Решение. По графику, $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=-0,5$, тогда

$$a\cos\frac{\pi}{2}+b=-0,5\Leftrightarrow a\cdot 0+b=-0,5\Leftrightarrow b=-0,5.$$

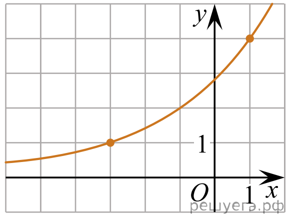
Далее, по графику, $f(0)=1,5$, тогда

$$a\cos 0-0,5=1,5\ \Leftrightarrow\ a\cdot 1-0,5=1,5\ \Leftrightarrow\ a=2.$$

Ответ: 2.

4. Тип 11 № 509107

На рисунке изображён график функции $f(x)=a^{x+b}$. Найдите значение x, при котором $f(x)=16$.



Решение. По рисунку определяем, что $f(-3)=1,\ f(1)=4$. Тогда

$$\begin{cases}1=a^{-3+b},\\4=a^{1+b}\end{cases}\underset{a>0,a\neq 1}{\Leftrightarrow}\begin{cases}b=3,\\a=\sqrt{2}.\end{cases}$$

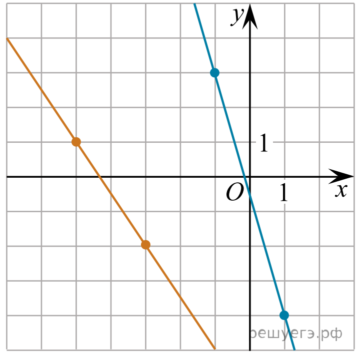
Значит, $f(x)=(\sqrt{2})^{x+3}$. Решим уравнение $f(x)=16$:

$$(\sqrt{2})^{x+3}=16\Leftrightarrow(\sqrt{2})^{x+3}=(\sqrt{2})^{8}\Leftrightarrow x+3=8\Leftrightarrow x=5.$$

Ответ: 5.

5. Тип 11 № 641923

На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите ординату точки пересечения графиков.



Решение. Заметим, что уравнение прямой имеет вид $y = kx+b$.

Найдём уравнение функции, расположенной на рисунке левее. Заметим, что k — тангенс угла наклона прямой, тогда $k=-\dfrac{3}{2}=-1,5$. По графику, $f(-3) = -2$, отсюда

$$-1,5\cdot(-3)+b=-2\Leftrightarrow b=-6,5.$$

Следовательно, уравнение прямой имеет вид $y=-1,5x-6,5$.

Найдём уравнение функции, расположенной на рисунке правее. Заметим, что k — тангенс угла наклона прямой, тогда $k=-\dfrac{7}{2}=-3,5$. По графику, $f(-1) = 3$, отсюда

$$-3,5\cdot(-1)+b=3\Leftrightarrow b=-0,5.$$

Следовательно, уравнение прямой имеет вид $y=-3,5x-0,5$.

Теперь найдём абсциссу точки пересечения функций:

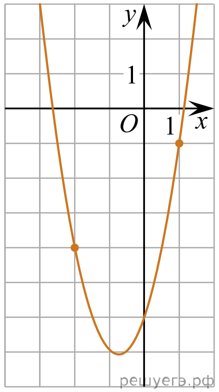
$$-1,5x-6,5=-3,5x-0,5\Leftrightarrow 2x=6\Leftrightarrow x=3.$$

Тогда ордината точки пересечения функций равна $f(3)=-1,5\cdot 3-6,5=-11$.

Ответ: −11.

6. Тип 11 № 508927

На рисунке изображён график функции $f(x)=ax^2+bx-6$. Найдите $f(-6)$.



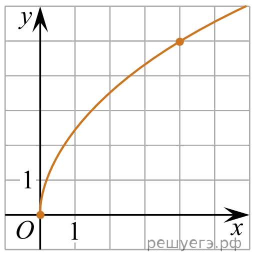
Решение. Заметим, что $f(-2)=4a-2b-6=-4$, $f(1)=a+b-6=-1$. Решая эту систему, находим: $a = 2$, $b = 3$. Тогда

$$f(-6)=2\cdot 36-3\cdot 6-6=72-18-6=48.$$

Ответ: 48.

7. Тип 11 № 509118

На рисунке изображён график функции $f(x)=k\sqrt{x}$. Найдите значение x, при котором $f(x)=3,5$.



Решение. По графику, $f(4) = 5$, тогда $k\cdot\sqrt{4}=5 \Leftrightarrow 2k=5 \Leftrightarrow k=2,5$. Таким образом,

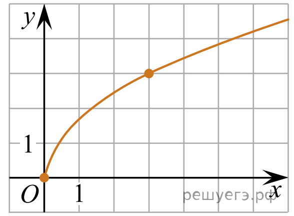
$$2,5\cdot\sqrt{x}=3,5 \Leftrightarrow \sqrt{x}=1,4 \Leftrightarrow x=1,96.$$

Ответ: 1,96.

Вариант № 86541339

8. Тип 11 № 509117

На рисунке изображён график функции $f(x)=k\sqrt{x}$. Найдите $f(48)$.



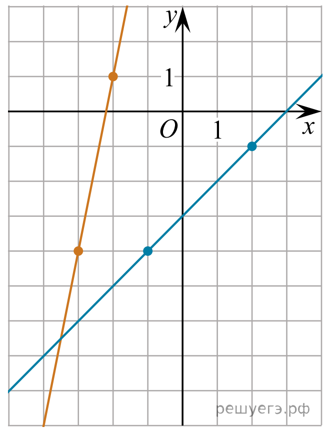
Решение. По графику, $f(3) = 3$, тогда $k\cdot\sqrt{3}=3 \Leftrightarrow k=\sqrt{3}$. Таким образом,

$$f(48)=\sqrt{3}\cdot\sqrt{48}=\sqrt{144}=12.$$

Ответ: 12.

9. Тип 11 № 509246

На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите ординату точки пересечения графиков.



Решение. Заметим, что уравнение прямой имеет вид $y = kx + b$.

Найдём уравнение прямой , отмеченной на рисунке оранжевым цветом. Заметим, что k — тангенс угла наклона прямой, тогда $k=\frac{5}{1}=5$. По графику, $f(-2) = 1$, отсюда $5\cdot(-2)+b=1 \Leftrightarrow b=11$. Следовательно, уравнение прямой имеет вид $y=5x+11$.

Найдём уравнение прямой , отмеченной на рисунке синим цветом. Заметим, что k — тангенс угла наклона прямой, тогда $k=\frac{3}{3}=1$. По графику, $f(2) = -1$, отсюда $1\cdot 2+b=-1 \Leftrightarrow b=-3$. Следовательно, уравнение прямой имеет вид $y=x-3$.

Теперь найдём абсциссу точки пересечения графиков функций:

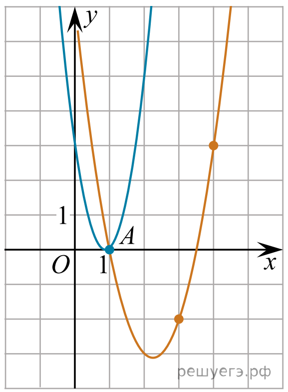
$$5x+11=x-3 \Leftrightarrow 4x=-14 \Leftrightarrow x=-\frac{14}{4} \Leftrightarrow x=-3,5.$$

Тогда ордината точки пересечения графиков функций равна $f(-3,5)=-3,5-3=-6,5$.

Ответ: −6,5.

10. Тип 11 № 509260

На рисунке изображены графики функций $f(x)=4x^2-7x+3$ и $g(x)=ax^2+bx+c$, которые пересекаются в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.



Решение. График функции $f(x)=4x^2-7x+3$ должен пересекать ось ординат в точке $(0;3)$. Значит, график $y=f(x)$ изображен синим цветом, а график $y=g(x)$ — оранжевым. По рисунку определяем, что $g(1) = 0$, $g(3) = -2$, $g(4) = 3$. Тогда

$$\begin{gathered} g(1)-g(3)=0-(-2) \Leftrightarrow a(1-9)+b(1-3)=2 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow -8a-2b=2 \Leftrightarrow 4a+b=-1, \\ g(3)-g(4)=-2-3 \Leftrightarrow a(9-16)+b(3-4)=-5 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow -7a-b=-5 \Leftrightarrow 7a+b=5. \end{gathered}$$

Решая полученную систему, получаем: $a = 2$, $b = -9$. Из $g(1) = 0$ получим $c = 7$. Теперь найдём абсциссу точки B:

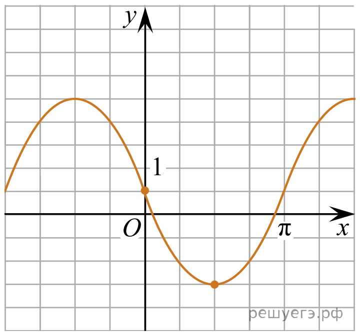
$$4x^2-7x+3=2x^2-9x+7 \Leftrightarrow x^2+x-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1, \\ x=-2. \end{array}\right.$$

Таким образом, ответ — $x = -2$.

Ответ: −2.

11. Тип 11 № 509291

На рисунке изображён график функции $f(x)=a\sin x+b$. Найдите a.



Решение. По графику, $f(0)=0,5$, тогда

$$a\cdot\sin 0+b=0,5 \Leftrightarrow a\cdot 0+b=0,5 \Leftrightarrow b=0,5.$$

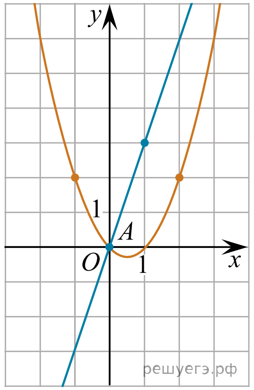
Далее, по графику, $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=-1,5$, тогда

$$a\cdot\sin\frac{\pi}{2}+0,5=-1,5 \Leftrightarrow a\cdot 1+0,5=-1,5 \Leftrightarrow a=-2.$$

Ответ: −2.

12. Тип 11 № 642407

На рисунке изображены графики функций видов $f(x)=ax^2+bx+c$ и $g(x)=kx$, пересекающиеся в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.



Решение. По графику $f(0)=0$, $f(2)=2$, тогда

$$c = 0, \quad x_0=\frac{-b}{2\cdot 1}=\frac{1}{2}, \qquad b=-1, \qquad a=1.$$

Значит, квадратичная функция имеет вид $f(x)=x^2-x$.
Заметим, что k — тангенс угла наклона прямой по отношению к оси абсцисс, тогда

$$k=\frac{3}{1}=3.$$

Значит, линейная функция имеет вид $g(x)=3x$.
Найдём абсциссу точки B:

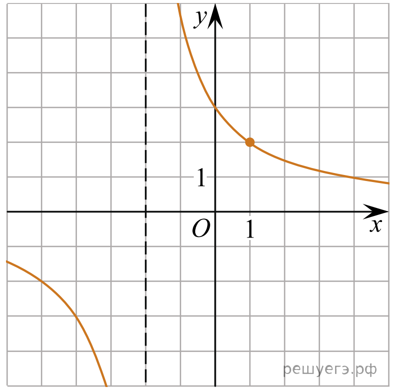
$$3x=x^2-x \Leftrightarrow x^2-4x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0, \\ x=4. \end{array}\right.$$

Таким образом, абсцисса точки B равна 4.

Ответ: 4.

13. Тип 11 № 508989

На рисунке изображён график функции вида $f(x)=\frac{k}{x+a}$. Найдите значение x, при котором $f(x)=-0{,}3$.



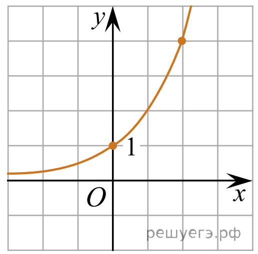
Решение. График функции имеет вертикальную асимптоту $x = -2$, значит, $a = 2$. По графику $f(1) = 2$, тогда $\frac{k}{1+2}=2 \Leftrightarrow k=6$. Таким образом,

$$\frac{6}{x+2}=-0{,}3 \Leftrightarrow 0{,}3x=-6{,}6 \Leftrightarrow x=-22.$$

Ответ: −22.

14. Тип 11 № 660992

На рисунке изображён график функции $f(x)=a^x$. Найдите значение x, при котором $f(x)=32$.



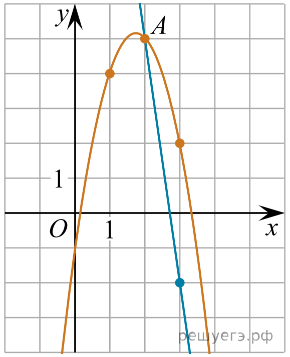
Решение. Из графика находим, что $f(2)=4$, откуда $a^2=4$. Учитывая, что $a>0$, получаем $a=2$. Тогда

$$2^x=32 \Leftrightarrow x=5.$$

Ответ: 5.

15. Тип 11 № 509157

На рисунке изображены графики функций $f(x) = -7x + 19$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.



Решение. По рисунку определяем: $g(1) = 4$, $g(2) = 5$ и $g(3) = 2$. Найдём коэффициенты a, b и c, решив систему:

$$\begin{cases} a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = 4, \\ a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 5, \\ a \cdot 3^2 + b \cdot 3 + c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c = 4, \\ 4a + 2b + c = 5, \\ 9a + 3b + c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c = 4, \\ 5a + b = -3, \\ 3a + b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2, \\ b = 7, \\ c = -1. \end{cases}$$

Найдём абсциссу точки B:

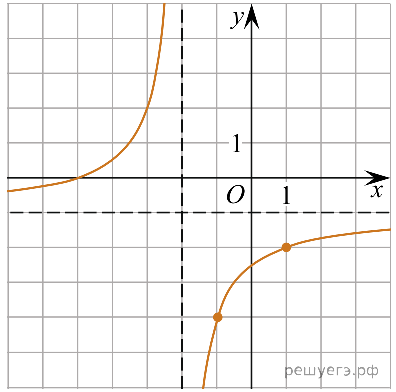
$$-7x + 19 = -2x^2 + 7x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2, \\ x = 5. \end{array} \right.$$

Таким образом, $x_B = 5$.

Ответ: 5.

16. Тип 11 № 509002

На рисунке изображён график функции $f(x) = \dfrac{kx + a}{x + b}$. Найдите a.



Решение. Преобразуем данную функцию:

$$f(x) = \frac{kx + a}{x + b} = \frac{kx + kb + a - kb}{x + b} =$$
$$= \frac{kx + kb}{x + b} + \frac{a - kb}{x + b} = k + \frac{a - kb}{x + b}.$$

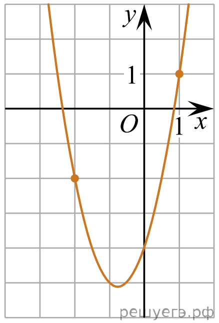
График функции имеет горизонтальную асимптоту $y = -1$, значит, $k = -1$. График функции имеет вертикальную асимптоту $x = -2$, значит, $b = 2$. По графику, $f(1) = -2$, тогда

$$-1 + \frac{a + 2}{1 + 2} = -2 \Leftrightarrow \frac{a + 2}{3} = -1 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow a + 2 = -3 \Leftrightarrow a = -5.$$

Ответ: −5.

17. Тип 11 № 508911

На рисунке изображён график функции $f(x)=2x^2+bx+c$. Найдите $f(-5)$.



Решение. Из рисунка видно, что $f(-2)=-2,\ f(1)=1$. Следовательно,

$$\begin{cases}2\cdot(-2)^2+b\cdot(-2)+c=-2,\\ 2\cdot 1^2+b\cdot 1+c=1\end{cases}\Leftrightarrow$$

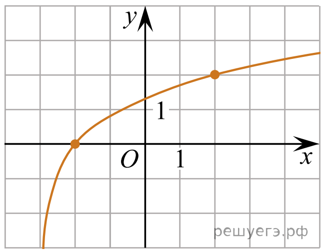
$$\Leftrightarrow\begin{cases}-2b+c=-10,\\ b+c=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3b=9,\\ 3c=-12\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=3,\\ c=-4.\end{cases}$$

Тогда, $f(x)=2x^2+3x-4$, значит, $f(-5)=2\cdot(-5)^2+3\cdot(-5)-4=31.$

Ответ: 31.

18. Тип 11 № 509052

На рисунке изображён график функции $f(x)=\log_a(x+b)$. Найдите $f(122)$.



Решение. По рисунку определяем, что $f(-2)=0,\ f(2)=2$. Тогда

$$\begin{cases}0=\log_a(-2+b),\\ 2=\log_a(2+b)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^0=-2+b,\\ a^2=2+b\end{cases}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}-2+b=1,\\ a^2=2+b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=3,\\ a=\sqrt{5}.\end{cases}$$

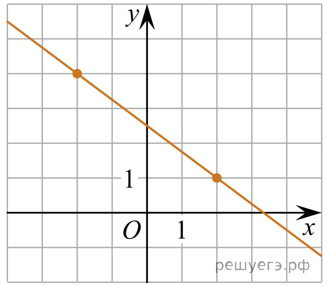
Значит, $f(x)=\log_{\sqrt{5}}(x+3)$. Найдём значение $f(122)$:

$$f(122)=\log_{\sqrt{5}}(122+3)=\log_{\sqrt{5}}125=6.$$

Ответ: 6.

19. Тип 11 № 647153

На рисунке изображён график функции $f(x)=kx+b$. Найдите значение x, при котором $f(x)=-8$.



Решение. По рисунку определяем, что $f(-2)=4,\ f(2)=1$, тогда

$$\begin{cases}4=k\cdot(-2)+b,\\ 1=k\cdot 2+b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k=-\dfrac{3}{4},\\ b=\dfrac{5}{2}.\end{cases}$$

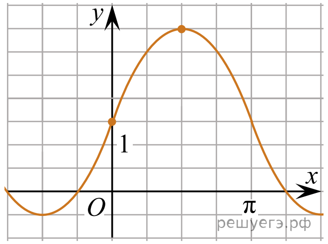
Значит, $f(x)=-\dfrac{3}{4}x+\dfrac{5}{2}$, решим уравнение $f(x)=-8$:

$$-\frac{3}{4}x+\frac{5}{2}=-8\Leftrightarrow -3x+10=-32\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow -3x=-42\Leftrightarrow x=14.$$

Ответ: 14.

20. Тип 11 № 509295

На рисунке изображён график функции $f(x) = a\sin x + b$. Найдите b.



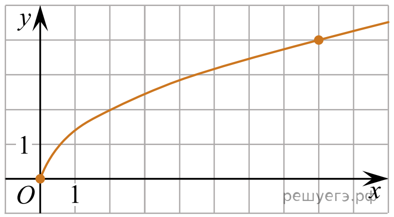
Решение. По графику $f(0) = 1{,}5$, тогда

$$a \cdot \sin 0 + b = 1{,}5 \Leftrightarrow a \cdot 0 + b = 1{,}5 \Leftrightarrow b = 1{,}5.$$

Ответ: 1,5.

21. Тип 11 № 509120

На рисунке изображён график функции $f(x) = k\sqrt{x}$. Найдите значение x, при котором $f(x) = 7$.



Решение. По графику, $f(8) = 4$, тогда $k \cdot \sqrt{8} = 4 \Leftrightarrow k = \sqrt{2}$. Таким образом,

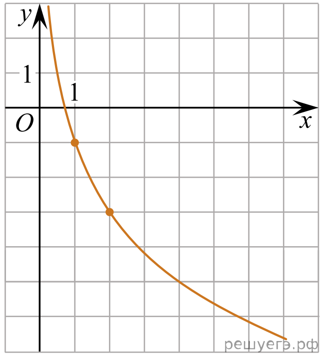
$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{x} = 7 \Leftrightarrow 2x = 49 \Leftrightarrow x = 24{,}5.$$

Ответ: 24,5.

Вариант № 86541339

22. Тип 11 № 509041

На рисунке изображён график функции $f(x) = b + \log_a x$. Найдите значение x, при котором $f(x) = 5$.



Решение. По рисунку определяем, что $f(1) = -1,\ f(2) = -3$. Тогда

$$\begin{cases} -1 = b + \log_a 1, \\ -3 = b + \log_a 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -1, \\ -3 = -1 + \log_a 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -1, \\ a = \dfrac{1}{\sqrt{2}}. \end{cases}$$

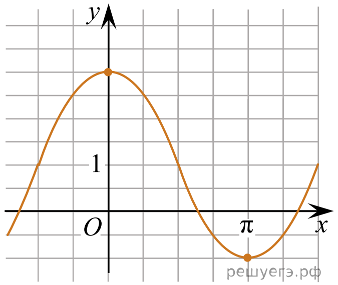
Значит, $f(x) = -1 + \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} x$. Решим уравнение $f(x) = 5$:

$$5 = -1 + \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} x \Leftrightarrow 6 = \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} x \Leftrightarrow x = 0{,}125.$$

Ответ: 0,125.

23. Тип 11 № 676854

На рисунке изображён график функции $f(x) = a\cos x + b$, где a и b — целые числа. Найдите $y\left(\dfrac{13\pi}{3}\right)$.



Решение. По графику $f\left(-\frac{\pi}{2}\right)=1$, тогда

$$a\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right)+b=1 \Leftrightarrow a\cdot 0+b=1 \Leftrightarrow b=1.$$

Далее, по графику $f(0)=3$, тогда

$$a\cos 0+1=3 \Leftrightarrow a\cdot 1+1=3 \Leftrightarrow a=2.$$

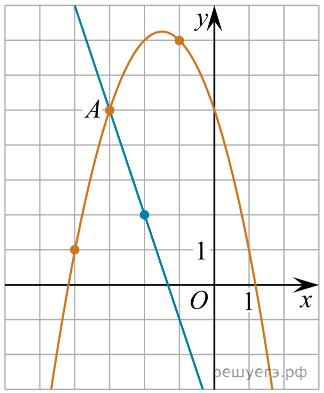
Искомый график функции имеет вид $y=2\cos x+1$. Найдем $y\left(\frac{13\pi}{3}\right)$:

$$y\left(\frac{13\pi}{3}\right)=2\cos\left(\frac{13\pi}{3}\right)+1=2\cdot\frac{1}{2}+1=2.$$

Ответ: 2.

24. Тип 11 № 509163

На рисунке изображены графики функций $f(x)=-3x-4$ и $g(x)=ax^2+bx+c$, которые пересекаются в точках A и B. Найдите ординату точки B.



Вариант № 86541339

Решение. По графику, $g(-4)=1$, $g(-3)=5$, $g(-1)=7$. Тогда

$$g(-4)-g(-3)=a(16-9)-b(4-3)=7a-b=1-5 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 7a-b=-4,$$
$$g(-3)-g(-1)=a(9-1)-b(3-1)=8a-2b=5-7 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 4a-b=-1.$$

Решая полученную систему, получаем: $a=-1$, $b=-3$, из $g(-1)=7$ получим $c=5$. Теперь найдём абсциссу точки B:

$$-3x-4=-x^2-3x+5 \Leftrightarrow x^2=9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3, \\ x=-3. \end{array}\right.$$

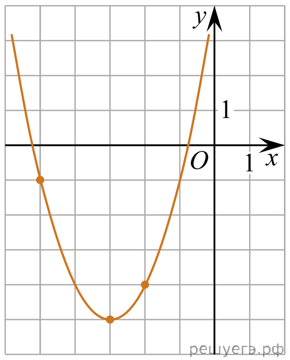
Таким образом, $x_B=3$. Теперь найдём ординату точки B:

$$y_B=f(3)=-3\cdot 3-4=-9-4=-13$$

Ответ: −13.

25. Тип 11 № 508935

На рисунке изображён график функции $f(x)=ax^2+bx+c$. Найдите $f(-9)$.



Решение. По рисунку определяем, что перед нами парабола вида $y=x^2$, (то есть $a=1$), с вершиной в точке $(-3;\,-5)$, поэтому $f(x)=(x+3)^2-5$. Тогда

$$f(-9)=(-9+3)^2-5=36-5=31.$$

Ответ: 31.

Приведём другое решение.

Из рисунка видно, что $f(-5)=-1,\ f(-3)=-5,\ f(-2)=-4$, следовательно,

$$\begin{gathered}f(-5)-f(-3)=a(25-9)+b(-5+3)=-1+5\Leftrightarrow\\ \Leftrightarrow 16a-2b=4,\\ f(-3)-f(-2)=a(9-4)+b(-3+2)=-5+4\Leftrightarrow\\ \Leftrightarrow 5a-b=-1,\end{gathered}$$

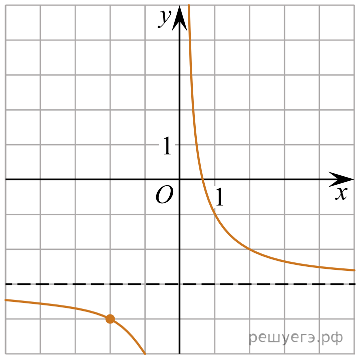
Решая полученную систему, находим: $a = 1$, $b = 6$, $c = 4$. Тогда

$$f(-9)=(-9)^2+6\cdot(-9)+4=81-54+4=31.$$

Ответ: 31.

26. Тип 11 № 508952

На рисунке изображён график функции $f(x)=\dfrac{k}{x}+a$. Найдите $f(50)$.



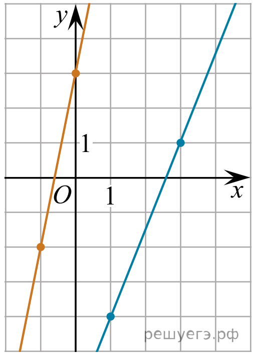
Решение. График функции имеет горизонтальную асимптоту $y = -3$, значит, $a = -3$. По графику $f(-2) = -4$, тогда $\dfrac{k}{-2}-3=-4\Leftrightarrow k=2$. Таким образом,

$$f(50)=\frac{2}{50}-3=0,04-3=-2,96.$$

Ответ: −2,96.

27. Тип 11 № 637844

На рисунке изображены графики линейных функций, которые пересекаются в точке A. Найдите абсциссу точки A.



Решение. Заметим, что уравнение прямой имеет вид $y = kx + b$.

Найдём уравнение функции, отмеченной на рисунке оранжевым цветом. Заметим, что k — тангенс угла наклона прямой, тогда $k=\dfrac{5}{1}=5$. По графику, $f(-1) = -2$, отсюда $5\cdot(-1)+b=-2\Leftrightarrow b=3$. Следовательно, уравнение прямой имеет вид $y=5x+3$.

Найдём уравнение функции, отмеченной на рисунке синим цветом. Заметим, что k — тангенс угла наклона прямой, тогда $k=\dfrac{5}{2}=2,5$. По графику, $f(3) = 1$, отсюда $2,5\cdot3+b=1\Leftrightarrow b=-6,5$. Следовательно, уравнение прямой имеет вид $y=2,5x-6,5$.

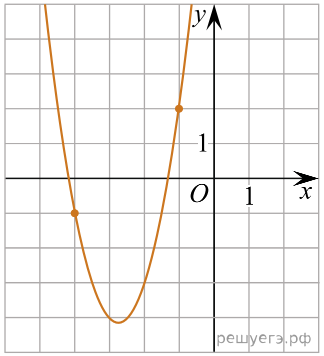
Теперь найдём абсциссу точки пересечения функций:

$$5x+3=2,5x-6,5\Leftrightarrow 2,5x=-9,5\Leftrightarrow x=-3,8.$$

Ответ: −3,8.

28. Тип 11 № 628238

На рисунке изображён график функции $f(x)=2x^2+bx+c$. Найдите значение $f(-6)$.



Решение. Из рисунка видно, что $f(-4)=-1,\ f(-1)=2$, тогда

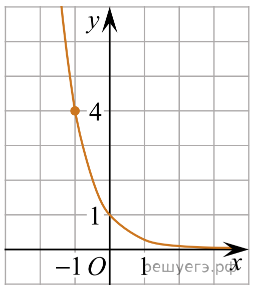
$$f(-1)-f(-4)=2-(-1)\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 2-b+c-32+4b-c=2+1\Leftrightarrow 3b=33\Leftrightarrow b=11.$$

Следовательно, $f(-1)=2-11+c=2\Leftrightarrow c=11.$ Таким образом, $f(-6)=72-66+11=17.$

Ответ: 17.

29. Тип 11 № 660926

На рисунке изображен график функции вида $f(x)=a^x$. Найдите значение $f(-3)$.

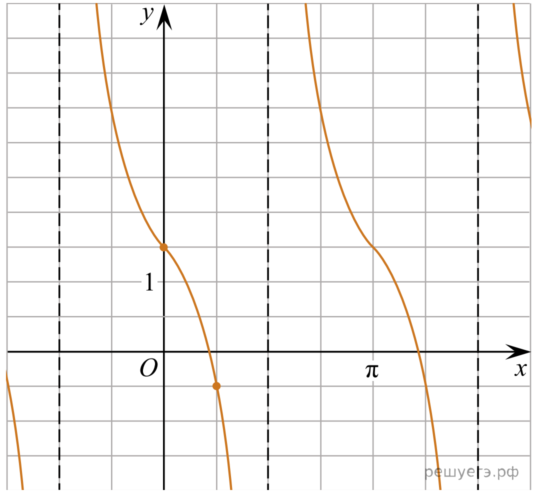


Решение. Заметим, что $f(-3)=a^{-3}=(a^{-1})^3=(f(-1))^3=4^3=64$

Ответ: 64.

30. Тип 11 № 509139

На рисунке изображён график функции $f(x)=a\operatorname{tg}x+b$. Найдите a.



Решение. По графику, $f(0)=1,5$, тогда

$$a\operatorname{tg}0+b=1,5\Leftrightarrow a\cdot 0+b=1,5\Leftrightarrow b=1,5.$$

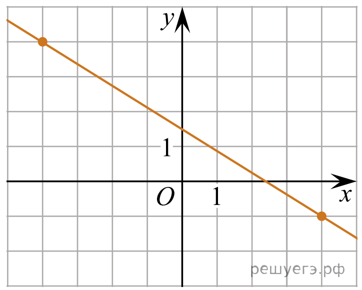
Далее, по графику, $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=-0,5$, тогда

$$a\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}+1,5=-0,5\Leftrightarrow a=-2.$$

Ответ: −2.

31. Тип 11 № 508902

На рисунке изображён график функции $f(x)=kx+b$. Найдите $f(28)$.



Решение. Заметим, что для линейной функции

$$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=\frac{f(x_3)-f(x_4)}{x_3-x_4}=k.$$

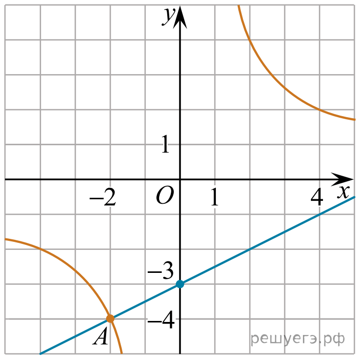
Тогда,

$$\frac{f(4)-f(-4)}{4-(-4)}=\frac{f(4)-f(28)}{4-28}\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow\frac{-1-4}{8}=\frac{-1-f(28)}{-24}\Leftrightarrow f(28)=-16.$$

Ответ: −16.

32. Тип 11 № 629173

На рисунке изображены графики функций $f(x)=\frac{k}{x}$ и $g(x)=ax+b$, пересекающиеся в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.



Решение. По графику, $f(-2) = -4$, тогда $\frac{k}{-2}=-4\Leftrightarrow k=8$. Значит, гипербола имеет вид $f(x)=\frac{8}{x}$.

Заметим, что a — тангенс угла наклона прямой по отношению к оси абсцисс, тогда $a=\frac{1}{2}$. По графику, $g(-2) = -4$, тогда

$$\frac{1}{2}\cdot-2+b=-4\Leftrightarrow b=-3.$$

Значит, функция прямой имеет вид $g(x)=\frac{1}{2}x-3$. Теперь найдём абсциссу точки B:

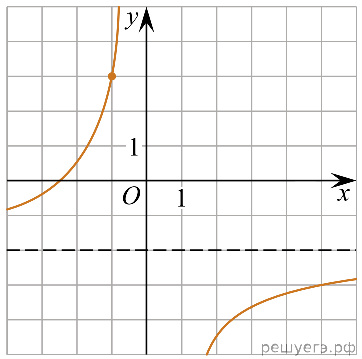
$$\frac{8}{x}=\frac{1}{2}x-3\Leftrightarrow\frac{1}{2}x^2-3x-8=0\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3+\sqrt{9+4\cdot\frac{1}{2}\cdot8},\\ x=3-\sqrt{9+4\cdot\frac{1}{2}\cdot8}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2,\\ x=8.\end{array}\right.$$

Таким образом, ответ — 8.

Ответ: 8.

33. Тип 11 № 508966

На рисунке изображён график функции $f(x)=\frac{k}{x}+a$. Найдите, при каком значении x значение функции равно −27.



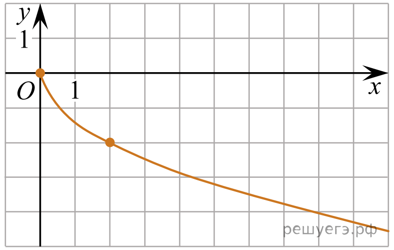
Решение. График функции имеет горизонтальную асимптоту $y = -2$, значит, $a = -2$. По графику $f(-1) = 3$, тогда $\frac{k}{-1} - 2 = 3 \Leftrightarrow k = -5$. Таким образом,

$$\frac{-5}{x} - 2 = -27 \Leftrightarrow x = 0,2.$$

Ответ: 0,2.

34. Тип 11 № 509121

На рисунке изображён график функции $f(x) = k\sqrt{x}$. Найдите значение x, при котором $f(x) = -8$.



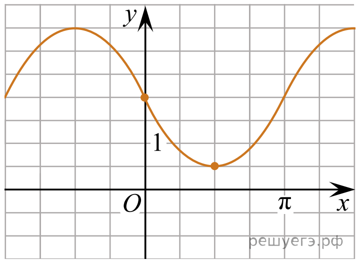
Решение. По графику, $f(2) = -2$, тогда $k \cdot \sqrt{2} = -2 \Leftrightarrow k = -\sqrt{2}$. Таким образом,

$$-\sqrt{2} \cdot \sqrt{x} = -8 \Leftrightarrow 2x = 64 \Leftrightarrow x = 32.$$

Ответ: 32.

35. Тип 11 № 509300

На рисунке изображён график функции $f(x) = a\sin x + b$. Найдите b.



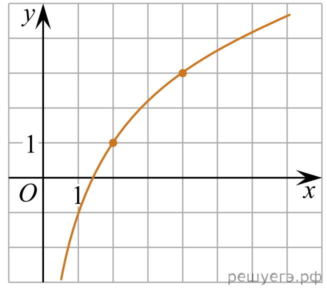
Решение. По графику, $f(0) = 2$, тогда

$$a \cdot \sin 0 + b = 2 \Leftrightarrow a \cdot 0 + b = 2 \Leftrightarrow b = 2.$$

Ответ: 2.

36. Тип 11 № 509011

На рисунке изображён график функции $f(x) = b + \log_a x$. Найдите $f(16)$.



Решение. По рисунку определяем, что $f(2) = 1$, $f(4) = 3$. Тогда

$$\begin{cases} 1 = b + \log_a 2, \\ 3 = b + \log_a 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = 2b + 2\log_a 2, \\ 3 = b + 2\log_a 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -1, \\ a = \sqrt{2}. \end{cases}$$

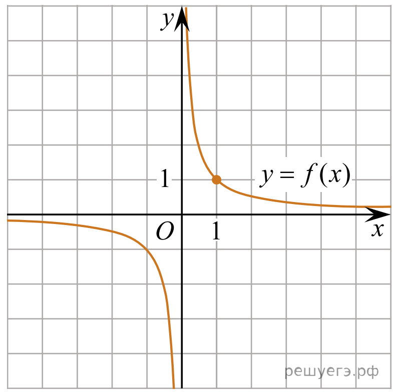
Значит, $f(x) = -1 + \log_{\sqrt{2}} x$. Найдём значение $f(16)$:

$$f(16) = -1 + \log_{\sqrt{2}} 16 = -1 + 8 = 7$$

Ответ: 7.

37. Тип 11 № 660801

На рисунке изображён график функции $f(x) = \frac{k}{x}$. Найдите $f(10)$.



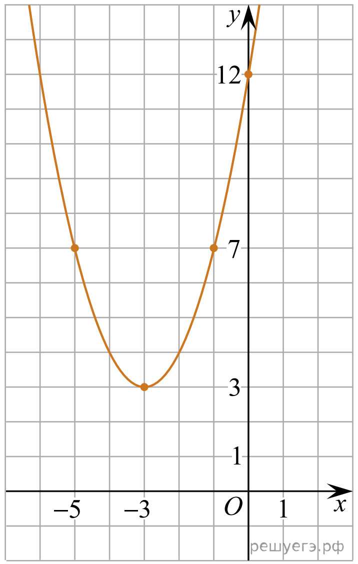
Решение. По графику $f(1) = 1$, тогда $\frac{k}{1} = 1$, откуда $k = 1$. Таким образом,

$$f(10) = \frac{1}{10} = 0,1.$$

Ответ: 0,1.

38. Тип 11 № 562287

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = ax^2 + bx + c$, где числа a, b и c — целые. Найдите значение $f(2)$.

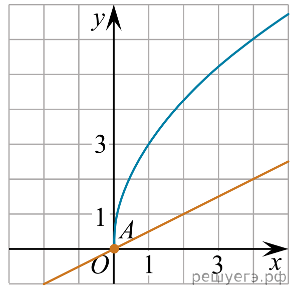


Решение. По рисунку определяем, что $f(x) = (x+3)^2 + 3 = x^2 + 6x + 12$, значит, $a = 1, b = 6, c = 12$.

Тогда $f(2) = (2+3)^2 + 3 = 25 + 3 = 28$.

39. Тип 11 № 676899

На рисунке изображены графики функций видов $f(x) = a\sqrt{x}$ и $g(x) = kx$, пересекающиеся в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.



Решение. По графику $f(1) = 3$, то есть $3 = a\sqrt{1}$, откуда $a = 3$. тогда уравнение функции имеет вид $f(x) = 3\sqrt{x}$.

Заметим, что k — тангенс угла наклона прямой. Следовательно, $k = \frac{1}{2}$ и $g(x) = \frac{1}{2}x$.

Теперь найдем абсциссу точки A:

$$\begin{cases} y = 3\sqrt{x}, \\ y = \frac{1}{2}x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}x = 3\sqrt{x}, \\ y = \frac{1}{2}x \end{cases} \Leftrightarrow$$

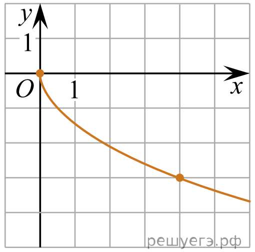
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 6\sqrt{x} = 0, \\ y = \frac{1}{2}x \end{cases} \begin{cases} \left[\begin{array}{l} \sqrt{x} = 0, \\ \sqrt{x} = 6, \end{array} \right. \\ y = \frac{1}{2}x \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 0, \\ y = 0, \end{cases} \\ \begin{cases} x = 36, \\ y = 18. \end{cases} \end{array} \right.$$

Очевидно, точка (0; 0) — это точка A. Искомая абсцисса точки B: $x = 36$.

Ответ: 36.

40. Тип 11 № 509114

На рисунке изображён график функции $f(x) = k\sqrt{x}$. Найдите $f(2,56)$.



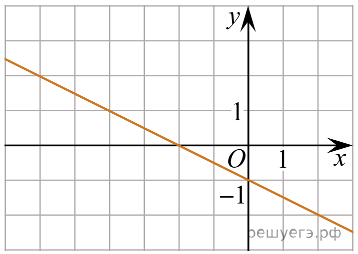
Решение. По графику, $f(4) = -3$, тогда $k \cdot \sqrt{4} = -3 \Leftrightarrow 2k = -3 \Leftrightarrow k = -1,5$. Таким образом,

$$f(2,56) = -1,5 \cdot \sqrt{2,56} = -1,5 \cdot 1,6 = -2,4.$$

Ответ: −2,4.

41. Тип 11 № 642298

На рисунке изображён график функции $f(x) = kx + b$. Найдите $f(-10)$.



Решение. Заметим, что для линейной функции

$$\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = \frac{f(x_3) - f(x_4)}{x_3 - x_4} = k.$$

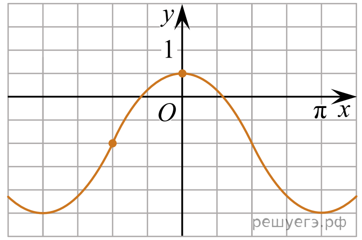
Тогда,

$$\frac{f(2) - f(-2)}{2 - (-2)} = \frac{f(-2) - f(-10)}{-2 - (-10)} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \frac{-2 - 0}{4} = \frac{0 - f(-10)}{8} \Leftrightarrow f(-10) = 4.$$

Ответ: 4.

42. Тип 11 № 509130

На рисунке изображён график функции $f(x) = a\cos x + b$. Найдите b.



Решение. По графику, $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$, тогда

$$a\cos\frac{\pi}{2} + b = -1 \Leftrightarrow a \cdot 0 + b = -1 \Leftrightarrow b = -1.$$

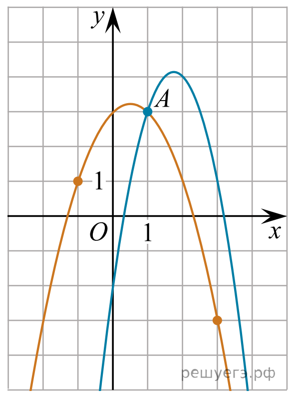
Ответ: −1.

Примечание.

Обращаем внимание читателей, что по вертикальной оси единичное деление соответствует двум клеткам.

43. Тип 11 № 509265

На рисунке изображены графики функций $f(x) = -2x^2 + 7x - 2$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках A и B. Найдите ординату точки B.



Решение. График функции $f(x)=-2x^2+7x-2$ должен пересекать ось ординат в точке $(0;\,-2)$. Значит, график $y=f(x)$ изображен синим цветом, а график $y=g(x)$ — оранжевым. По рисунку определяем, что $g(-1)=1$, $g(1)=3$, $g(3)=-3$. Тогда

$$g(-1)-g(1)=1-3\Leftrightarrow a(1-1)+b(-1-1)=-2\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow -2b=-2\Leftrightarrow b=1,$$
$$g(1)-g(3)=3-(-3)\Leftrightarrow a(1-9)+b(1-3)=6\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow -8a-2b=6\Leftrightarrow -8a=8\Leftrightarrow a=-1.$$

Из $g(1)=3$ получим $c=3$. Теперь найдём абсциссу точки B:

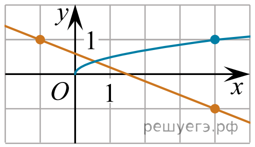
$$-2x^2+7x-2=-x^2+x+3\Leftrightarrow x^2-6x+5=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1,\\x=5.\end{array}\right.$$

Таким образом, абсцисса точки B — $x=5$. Найдем ординату точки B: $-2\cdot 5^2+7\cdot 5-2=-17$.

Ответ: −17.

44. Тип 11 № 509284

На рисунке изображены графики функций $f(x)=a\sqrt{x}$ и $g(x)=kx+b$, которые пересекаются в точке A. Найдите ординату точки A.



Решение. По графику, $f(4)=1$, тогда $a\sqrt{4}=1\Leftrightarrow 2a=1\Leftrightarrow a=0{,}5$. Тогда уравнение функции имеет вид $f(x)=0{,}5\sqrt{x}$.

Заметим, что k — тангенс угла наклона прямой. Тогда $k=-\frac{2}{5}=-0{,}4$. По графику, $g(4)=-1$, значит, $-0{,}4\cdot 4+b=-1\Leftrightarrow b=0{,}6$. Тогда уравнение прямой имеет вид $g(x)=-0{,}4x+0{,}6$.

Теперь найдём ординату точки A:

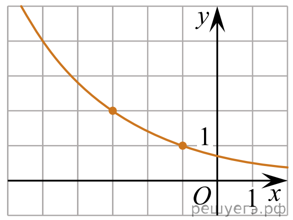
$$\begin{cases}y=0{,}5\sqrt{x},\\y=-0{,}4x+0{,}6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}0{,}5\sqrt{x}=-0{,}4x+0{,}6,\\y=-0{,}4x+0{,}6\end{cases}\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow\begin{cases}x+1{,}25\sqrt{x}-1{,}5=0,\\y=-0{,}4x+0{,}6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}\sqrt{x}=-2,\\\sqrt{x}=\frac{3}{4},\end{array}\right.\\y=-0{,}4x+0{,}6\end{cases}\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{x}=\frac{3}{4},\\y=-0{,}4x+0{,}6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{9}{16},\\y=\frac{3}{8}.\end{cases}$$

Таким образом, $y=\frac{3}{8}=0{,}375$.

Ответ: 0,375.

45. Тип 11 № 509102

На рисунке изображён график функции $f(x)=a^{x+b}$. Найдите $f(-9)$.



Решение. По рисунку определяем, что $f(-3)=2,\ f(-1)=1$. Тогда

$$\begin{cases}2=a^{-3+b},\\1=a^{-1+b}\end{cases}\underset{a>0,a\neq1}{\Leftrightarrow}\begin{cases}a^{-2}=2,\\b=1,\end{cases}\underset{a>0}{\Leftrightarrow}\begin{cases}a=2^{-0,5},\\b=1.\end{cases}$$

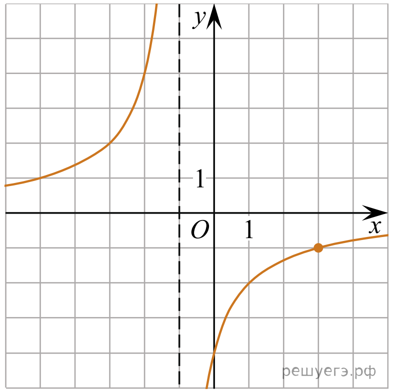
Значит, $f(x)=2^{-0,5(x+1)}$. Найдём $f(-9)$:

$$f(-9)=2^{-0,5(-9+1)}=2^{-0,5\cdot(-8)}=2^4=16.$$

Ответ: 16.

46. Тип 11 № 508978

На рисунке изображён график функции $f(x)=\dfrac{k}{x+a}$. Найдите $f(0,25)$.



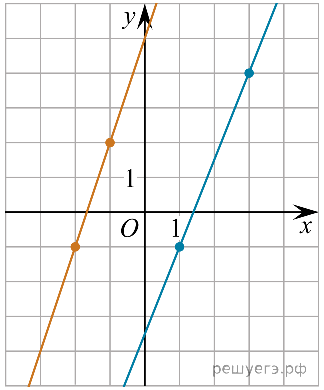
Решение. График функции имеет вертикальную асимптоту $x=-1$, значит, $a=1$. По графику $f(3)=-1$, тогда $\dfrac{k}{3+1}=-1\Leftrightarrow k=-4$. Таким образом,

$$f(0,25)=\frac{-4}{0,25+1}=-\frac{4}{1,25}=-3,2.$$

Ответ: −3,2.

47. Тип 11 № 509221

На рисунке изображены графики функций вида $f(x)=kx+b$, которые пересекаются в точке A. Найдите ординату точки A.



Решение. Заметим, что на рисунке изображены графики линейных функций. Найдём их уравнения $y=kx+b$. Первая прямая проходит через точки $(-2;-1)$ и $(-1;2)$, следовательно

$$\begin{cases}-1=-2k+b,\\2=-k+b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k=3,\\b=5.\end{cases}$$

Значит, уравнение первой прямой — $y=3x+5$.
Вторая прямая проходит через точки $(1;-1)$ и $(3;4)$, следовательно,

$$\begin{cases}-1=k+b,\\4=3k+b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k=\dfrac{5}{2},\\b=-\dfrac{7}{2}.\end{cases}$$

Значит, уравнение второй прямой — $y=\dfrac{5}{2}x-\dfrac{7}{2}$.
Теперь найдём абсциссу точки пересечения графиков:

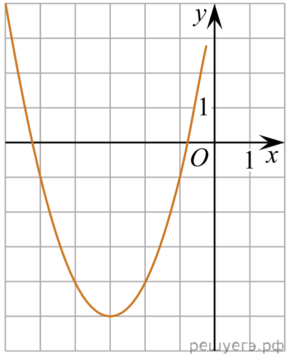
$$3x+5=\frac{5}{2}x-\frac{7}{2}\Leftrightarrow\frac{x}{2}=-\frac{17}{2}\Leftrightarrow x=-17.$$

Тогда ордината точки пересечения функций равна $f(-17)=3\cdot(-17)+5=-46$.

Ответ: −46.

48. Тип 11 № 508943

На рисунке изображён график функции $f(x)=ax^2+bx+c$, где числа a, b и c — целые. Найдите $f(1)$.



Решение. Из рисунка видно, что вершина параболы расположена в точке $x_0=-3$, при этом $y_0=f(x_0)=-5$. Следовательно, $f(x)=a(x+3)^2-5$, заметим, что $f(-1)=-1$, откуда

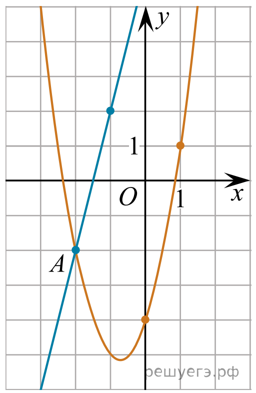
$$a(-1+3)^2-5=-1 \Leftrightarrow 4a=4 \Leftrightarrow a=1.$$

Значит, $f(x)=(x+3)^2-5$, вычислим теперь $f(1)=(1+3)^2-5=11$.

Ответ: 11.

49. Тип 11 № 642371

На рисунке изображены графики функций $f(x)=ax^2+bx+c$ и $g(x)=kx+d$, которые пересекаются в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.



Решение. По графику $f(-2)=-2$, $f(0)=-4$, $f(1)=1$. Тогда

$$f(-2)-f(0)=a(4-0)+b(-2-0)=4a-2b=-2-(-4) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 4a-2b=2,$$
$$f(0)-f(1)=a(0-1)+b(0-1)=-a-b=-4-1 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow -a-b=-5.$$

Решая полученную систему, получаем: $a=2$, $b=3$, из $f(0)=-4$ получим $c=-4$. Функция $g(x)$ проходит через точки с координатами $(-2;\,-2)$ и $(-1;\,2)$. Составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} -2=-2k+d, \\ 2=-k+d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=4, \\ d=6. \end{cases}$$

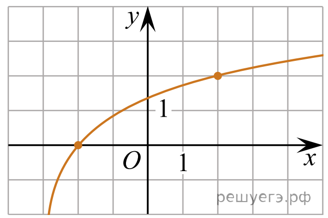
Таким образом, $g(x)=4x+6$. Теперь найдем абсциссу точки B:

$$4x+6=2x^2+3x-4 \Leftrightarrow 2x^2-x-10=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2, \\ x=2,5. \end{array}\right.$$

Ответ: 2,5.

50. Тип 11 № 509069

На рисунке изображён график функции $f(x)=\log_a(x+b)$. Найдите значение x, при котором $f(x)=4$.



Решение. По графику функции $f(x)=\log_a(x+b)$ определяем, что $f(-2)=0$ и $f(2)=2$. Тогда получаем систему:

$$\begin{cases}\log_a(-2+b)=0,\\ \log_a(2+b)=2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-2+b=1,\\ 2+b=a^2,\\ a>0,\\ a\neq 1\end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}b=3,\\ a^2=5,\\ a>0,\\ a\neq 1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}b=3,\\ \left[\begin{array}{l}a=\sqrt{5},\\ a=-\sqrt{5},\end{array}\right.\\ a>0,\\ a\neq 1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=\sqrt{5},\\ b=3.\end{cases}$$

Значит, $f(x)=\log_{\sqrt{5}}(x+3)$. Решим уравнение $f(x)=4$:

$$4=\log_{\sqrt{5}}(x+3) \Leftrightarrow x+3=\sqrt{5}^4 \Leftrightarrow x+3=25 \Leftrightarrow x=22.$$

Ответ: 22.