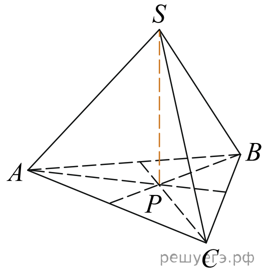
1. Тип 3 № 284356

В правильной треугольной пирамиде $SABC$ медианы основания пересекаются в точке P. Объем пирамиды равен 1, PS = 1. Найдите площадь треугольника ABC.

Решение. Основание пирамиды — равносторонний треугольник, поэтому, P является центром основания, а SP — высотой пирамиды $SABC$. Ее объем вычисляется по формуле $V_{SABC}=\frac{1}{3}S_{\text{осн}}\cdot PS$. Тогда

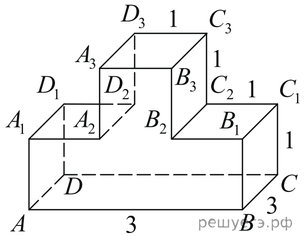


$$S_{\text{осн}}=\frac{3V_{SABC}}{PS}=3.$$

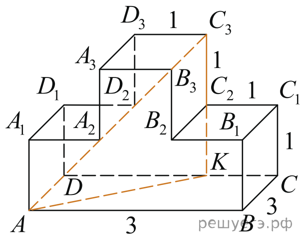
Ответ: 3.

2. Тип 3 № 245378

На рисунке изображён многогранник, все двугранные углы многогранника прямые. Найдите квадрат расстояния между вершинами A и C_3.



Решение. Рассмотрим прямоугольный треугольник AKC_3. По теореме Пифагора



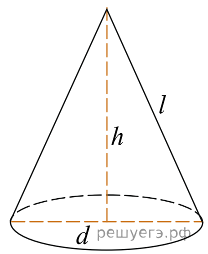
$$AC_3{}^2=AK^2+KC_3{}^2=$$
$$=AD^2+(DC-KC)^2+(CC_1+C_2C_3)^2=9+4+4=17.$$

Ответ: 17.

3. Тип 3 № 285551

Высота конуса равна 21, а длина образующей — 75. Найдите диаметр основания конуса.

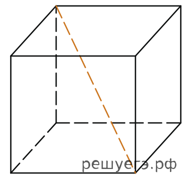
Решение. Радиус основания конуса, его высота и образующая связаны соотношением $r^2+h^2=l^2$. В нашем случае $r^2+21^2=75^2$, поэтому $r=72$. Следовательно, диаметр основания конуса равен 144.



Ответ: 144.

4. Тип 3 № 75789

Диагональ куба равна 34. Найдите площадь его поверхности.



Решение. Сторона куба меньше диагонали в $\sqrt{3}$ раз и равна в данном случае $a=\frac{d}{\sqrt{3}}=\frac{34}{\sqrt{3}}$. Тогда площадь поверхности куба

$$S=6a^2=6\left(\frac{34}{\sqrt{3}}\right)^2=2312.$$

Ответ: 2312.

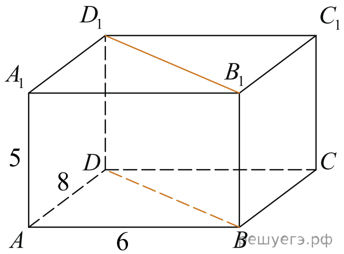
5. Тип 3 № 661012

Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$, длины его ребер AB = 6, AD = 8, AA_1 = 5. Найдите объём призмы $ABDA_1B_1D_1$.

Решение. Объём прямой призмы равен произведению площади основания на длину высоты:

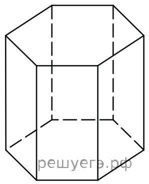
$$V=S_{\text{осн}}\cdot h=\left(\frac{1}{2}\cdot AB\cdot AD\right)\cdot AA_1=\frac{1}{2}\cdot 6\cdot 8\cdot 5=120.$$

Ответ: 120.



6. Тип 3 № 27084

Найдите объем правильной шестиугольной призмы, стороны основания которой равны 1, а боковые ребра равны $\sqrt{3}$.



Решение. Объем прямой призмы равен $V = Sh$, где S — площадь основания, а h — боковое ребро. Площадь правильного шестиугольника со стороной a, лежащего в основании, задается формулой

$$S=\frac{3\sqrt{3}}{2}a^2=\frac{3\sqrt{3}}{2}\cdot 1^2=\frac{3\sqrt{3}}{2}.$$

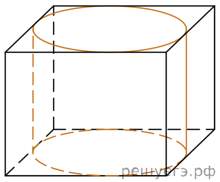
Тогда объем призмы равен

$$V=Sh=\frac{3\sqrt{3}}{2}\cdot\sqrt{3}=4,5.$$

Ответ: 4,5.

7. Тип 3 № 677161

Правильная четырехугольная призма описана около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 2. Найдите площадь боковой поверхности призмы.

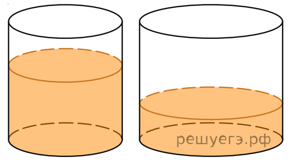


Решение. Высота призмы равна высоте цилиндра, а сторона ее основания равна диаметру цилиндра. Боковые грани призмы — прямоугольники со сторонами 2 и 4. Поэтому площадь боковой поверхности $4\cdot 2\cdot 4 = 32$.

Ответ: 32.

8. Тип 3 № 72061

В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 180 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если ее перелить во второй сосуд, диаметр которого в 6 раз больше первого? Ответ выразите в сантиметрах.

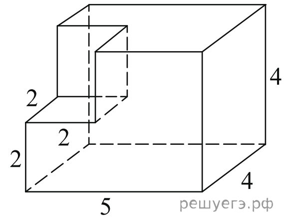


Решение. Объем цилиндрического сосуда выражается через его диаметр и высоту как $V=H\frac{\pi d^2}{4}$. При увеличении диаметра сосуда в шесть раз высота равного объема жидкости $H=\frac{4V}{\pi d^2}$ уменьшится в 36 раз и станет равна 5.

Ответ: 5.

9. Тип 3 № 25619

Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



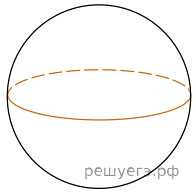
Решение. Объем данного многогранника равен разности объемов параллелепипедов с ребрами 5, 4, 4 и 2, 2, 2:

$$V=V_1-V_2=5\cdot 4\cdot 4-2\cdot 2\cdot 2=80-8=72.$$

Ответ: 72.

10. Тип 3 № 74403

Во сколько раз увеличится объем шара, если его радиус увеличить в десять раз?



Решение. Объем шара радиуса r равен

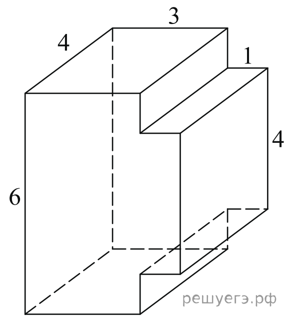
$$V = \frac{4}{3}\pi r^3.$$

Поэтому при увеличении радиуса в 10 раз, объем шара увеличится в 1000 раз.

Ответ: 1000.

11. Тип 3 № 25703

Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



Решение. Площадь поверхности заданного многогранника равна сумме площадей параллелепипедов с ребрами 3, 6, 4 и 1, 4, 4, уменьшенной на удвоенную площадь квадрата стороной 4:

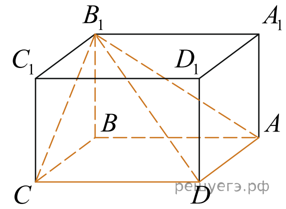
Broken TeX

Ответ: 124.

Вариант № 86541184

12. Тип 3 № 639664

Найдите объем многогранника, вершинами которого являются вершины A, B, C, D, B_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, у которого $AB = 9$, $BC = 3$, $BB_1 = 8$.



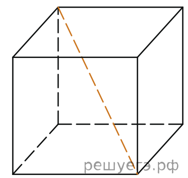
Решение. Основанием пирамиды, объем которой нужно найти, является нижняя грань параллелепипеда, а ее высотой является ребро BB_1. Поэтому объем пирамиды равен

$$V_{\text{пир}} = \frac{1}{3}S_{\text{осн}}h = \frac{1}{3}S_{ABCD}h = \frac{1}{3}\cdot 9\cdot 3\cdot 8 = 72.$$

Ответ: 72.

13. Тип 3 № 74431

Объем куба равен $0,003\sqrt{3}$. Найдите его диагональ.



Решение. Если ребро куба равно a, то его объем и диагональ даются формулами $V = a^3$ и $d = a\sqrt{3}$. Следовательно,

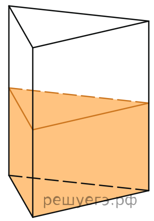
$$d^3 = (a\sqrt{3})^3 = a^3\cdot 3\sqrt{3} =$$
$$= V\cdot 3\sqrt{3} = 0,003\sqrt{3}\cdot 3\sqrt{3} = 0,027.$$

Тогда диагональ равна 0,3.

Ответ: 0,3.

14. Тип 3 № 521989

В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили воду. Уровень воды достигает 16 см. На какой высоте будет находиться уровень воды, если её перелить в другой сосуд такой же формы, у которого сторона основания в 2 раза больше, чем у первого? Ответ выразите в сантиметрах.

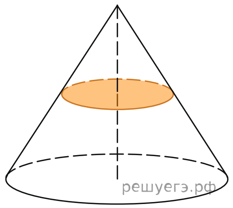


Решение. Объем призмы равен произведению площади ее основания на высоту и выражается через сторону основания a и высоту H формулой $V=\frac{\sqrt{3}a^2}{4}H$. Поэтому $H=\frac{4V}{\sqrt{3}a^2}$, а значит, при увеличении стороны a в 2 раза знаменатель увеличится в 4 раза, то есть высота уменьшится в 4 раза и будет равна 4 см.

Ответ: 4.

15. Тип 3 № 5021

Объем конуса равен 16. Через середину высоты параллельно основанию конуса проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Найдите объем меньшего конуса.



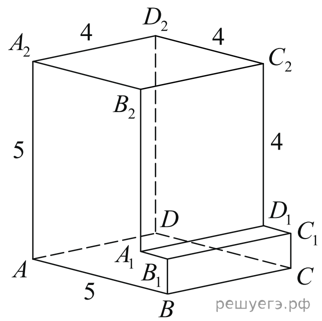
Решение. Меньший конус подобен большему с коэффициентом 0,5. Объемы подобных тел относятся как куб коэффициента подобия. Поэтому объем меньшего конуса в восемь раз меньше объема большего конуса.

Ответ: 2.

Вариант № 86541184

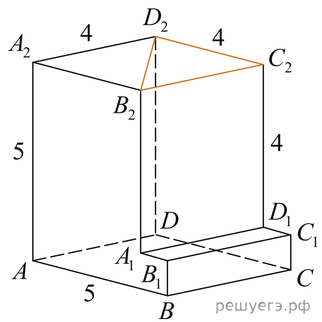
16. Тип 3 № 277369

Найдите тангенс угла $B_2D_2C_2$ многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Решение. Рассмотрим прямоугольный треугольник $B_2D_2C_2$. Имеем:

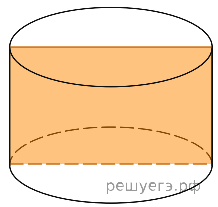
$$\operatorname{tg}\angle B_2D_2C_2=\frac{B_2C_2}{C_2D_2}=\frac{4}{4}=1.$$



Ответ: 1.

17. Тип 3 № 27173

Площадь осевого сечения цилиндра равна 4. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, деленную на π.



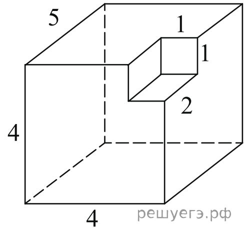
Решение. Площадь осевого сечения цилиндра равна $S=2rh$, так как это прямоугольник. Тогда для площади боковой поверхности имеем:

$$S_{\text{бок}}=2\pi rh=S_1\pi=4\pi.$$

Ответ: 4.

18. Тип 3 № 27216

Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



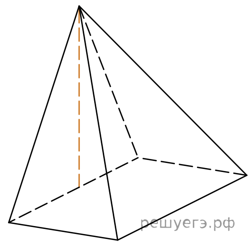
Решение. Объем данного многогранника равен разности объемов параллелепипедов со сторонами 4, 4, 5 и 1, 2, 1:

$$V = V_1 - V_2 = 4 \cdot 4 \cdot 5 - 2 = 78.$$

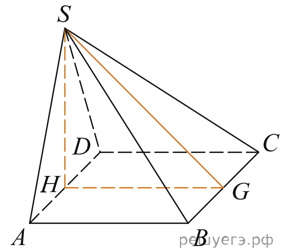
Ответ: 78.

19. Тип 3 № 27110

Основанием пирамиды служит прямоугольник, одна боковая грань перпендикулярна плоскости основания, а три другие боковые грани наклонены к плоскости основания под углом 60°. Высота пирамиды равна 6. Найдите объем пирамиды.



Решение. Введем обозначения, как показано на рисунке, пусть грань ASD перпендикулярна основанию, точка G — середина стороны BC. Поскольку боковые грани SAB, SDC и SBC наклонены к основанию под углом 60°, углы A и D в треугольнике ASD и угол G в треугольнике SGH равны по 60°. Следовательно, треугольник ASD — равносторонний, а его сторона связана с высотой формулой $AD = \frac{2}{\sqrt{3}}SH$, откуда $AD = 4\sqrt{3}$.



Из прямоугольного треугольника SHG находим:

$$HG = SH \operatorname{ctg} \angle SGH = 6 \operatorname{ctg} 60^\circ = 2\sqrt{3}.$$

Поскольку $ABCD$ — прямоугольник, его площадь равна произведению сторон:

$$S_{ABCD} = AD \cdot AB = AD \cdot HG = 4\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} = 24.$$

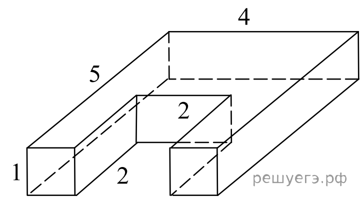
Осталось найти объём пирамиды:

$$V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot 24 \cdot 6 = 48.$$

Ответ: 48.

20. Тип 3 № 25649

Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



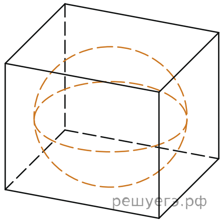
Решение. Площадь поверхности заданного многогранника равна сумме площадей поверхности прямоугольного параллелепипеда с ребрами 5, 4, 1 и двух прямоугольников со сторонами 1 и 2, уменьшенной на площадь двух квадратов со стороной 2:

$$2 \cdot 4 \cdot 5 + 2 \cdot 5 \cdot 1 + 2 \cdot 4 \cdot 1 + 2 \cdot 1 \cdot 2 - 2 \cdot 2 \cdot 2 = 54.$$

Ответ: 54.

21. Тип 3 № 325025

Шар, объём которого равен 35π, вписан в куб. Найдите объём куба.



Решение. Ребро куба равно двум радиусам вписанного в куб шара, поэтому объем куба, выраженный через радиус вписанного в него шара, даётся формулой $V_{\text{к}} = (2R)^3 = 8R^3$. Объём шара вычисляется по формуле $V_{\text{ш}} = \frac{4}{3}\pi R^3$, откуда имеем:

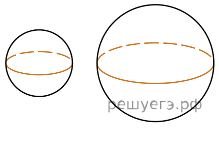
$$\frac{4}{3}\pi R^3 = 35\pi \Leftrightarrow R^3 = \frac{105}{4} \Leftrightarrow 8R^3 = 210.$$

Тем самым, объём куба равен 210.

Ответ: 210.

22. Тип 3 № 27072

Даны два шара. Радиус первого шара в 2 раза больше радиуса второго. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго?

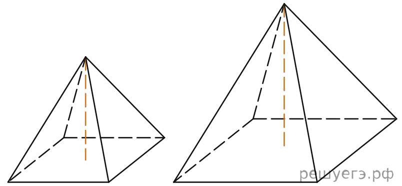


Решение. Площадь поверхности шара выражается через его радиус формулой $S = 4\pi r^2$, поэтому при увеличении радиуса вдвое площадь увеличится в $2^2 = 4$ раза.

Ответ: 4.

23. Тип 3 № 689030

Даны две правильные четырёхугольные пирамиды. Объём первой пирамиды равен 9. У второй пирамиды высота в 1,5 раза больше, а сторона основания в 2 раза больше, чем у первой. Найдите объём второй пирамиды.



Решение. Объём пирамиды вычисляется по формуле $V = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3}a^2h$. Следовательно, отношение объёмов пирамид:

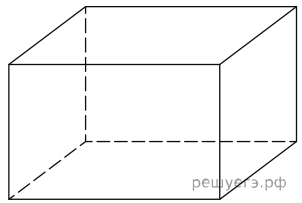
$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{S_2h_2}{S_1h_1} = \frac{(2a_1)^2 \cdot 1,5h_1}{a^2h_1} = 6.$$

Значит, объём второй пирамиды: $9 \cdot 6 = 54$.

Ответ: 54.

24. Тип 3 № 73395

Площадь грани прямоугольного параллелепипеда равна 16. Ребро, перпендикулярное этой грани, равно 5. Найдите объем параллелепипеда.



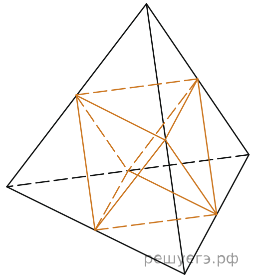
Решение. Объем прямоугольного параллелепипеда равен $V = Sh$, где S — площадь грани, а h — высота перпендикулярного к ней ребра. Имеем

$$V = Sh = 16 \cdot 5 = 80.$$

Ответ: 80.

25. Тип 3 № 27214

Объём тетраэдра равен 19. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются середины рёбер данного тетраэдра.



Решение. Объем данного многогранника равен разности объемов исходного тетраэдра V_0 и четырех тетраэдров, в каждом из которых одна вершина совпадает с вершиной исходного, а три остальные являются серединами ребер исходного тетраэдра:

$$V = V_0 - 4\cdot\frac{1}{8}V_0 = \frac{1}{2}V_0 = 9,5.$$

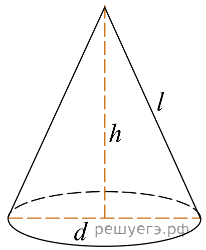
Ответ: 9,5.

26. Тип 3 № 504540

Диаметр основания конуса равен 24, а длина образующей равна 13. Найдите высоту конуса.

Решение. Рассмотрим осевое сечение конуса. По теореме Пифагора

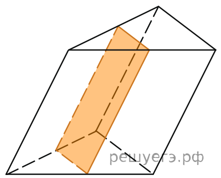
$$h = \sqrt{l^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \sqrt{169-144} = 5.$$



Ответ: 5.

27. Тип 3 № 541817

Через среднюю линию основания треугольной призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите объём этой призмы, если объём отсечённой треугольной призмы равен 7.

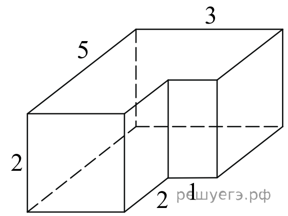


Решение. Площадь основания отсеченной части меньше площади основания всей призмы в 4 раза (так как и высота и основание треугольника уменьшились в 2 раза). Высоты обеих частей призмы одинаковы, поэтому объем отсеченной части в 4 раза меньше объема целой призмы. Таким образом, он равен 28.

Ответ: 28.

28. Тип 3 № 25589

Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



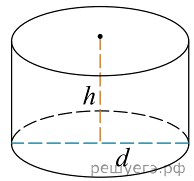
Решение. Площадь поверхности заданного многогранника равна разности площади поверхности прямоугольного параллелепипеда с ребрами 2, 3, 5 и площади двух прямоугольников со сторонами 1, 2:

$$2(3\cdot5+2\cdot5+3\cdot2)-2\cdot1\cdot2 = 58.$$

Ответ: 58.

29. Тип 3 № 929

Площадь боковой поверхности цилиндра равна 15π, а диаметр основания равен 5. Найдите высоту цилиндра.



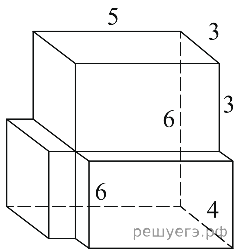
Решение. высота цилиндра равна

$$h = \frac{S_{\text{бок}}}{2\pi R} = \frac{S_{\text{бок}}}{\pi D} = \frac{15\pi}{5\pi} = 3.$$

Ответ: 3.

30. Тип 3 № 27213

Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



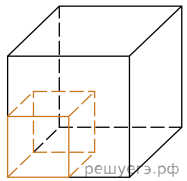
Решение. Объем данного многогранника равен сумме объемов параллелепипедов со сторонами 5, 3, 3; 6, 3, 3 и 1, 3, 5:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = 5 \cdot 3 \cdot 3 + 6 \cdot 3 \cdot 3 + 1 \cdot 3 \cdot 5 = \\ = 45 + 54 + 15 = 114.$$

Ответ: 114.

31. Тип 3 № 680563

Объем первого куба в 8 раз больше объема второго куба. Во сколько раз площадь поверхности второго куба меньше площади поверхности первого куба?

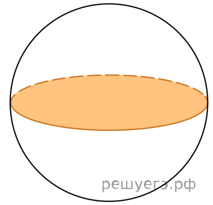


Решение. Объемы подобных тел относятся как куб коэффициента подобия, поэтому коэффициент подобия равен 2. Площади поверхностей подобных тел относятся как квадрат коэффициента подобия, поэтому их отношение равно 4.

Ответ: 4.

32. Тип 3 № 27059

Площадь большого круга шара равна 3. Найдите площадь поверхности шара.

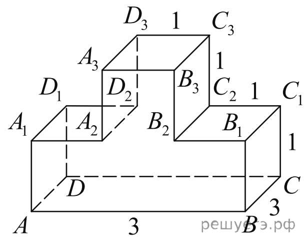


Решение. Площадь большого круга равна πR^2, а площадь поверхности шара равна $4\pi R^2$, где R — радиус шара. Следовательно, искомая площадь равна 12.

Ответ: 12.

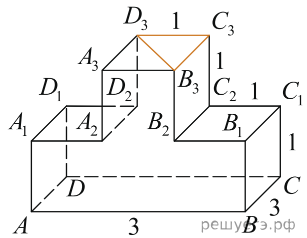
33. Тип 3 № 245381

На рисунке изображён многогранник, все двугранные углы многогранника прямые. Найдите тангенс угла $C_3D_3B_3$.



Решение. Рассмотрим прямоугольный треугольник $B_3C_3D_3$. В нем

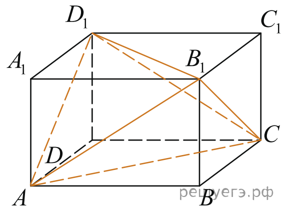
$$\operatorname{tg} \angle C_3D_3B_3 = \frac{B_3C_3}{D_3C_3} = \frac{3}{1} = 3.$$



Ответ: 3.

34. Тип 3 № 25865

Объем параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равен 2,7. Найдите объем треугольной пирамиды AD_1CB_1.



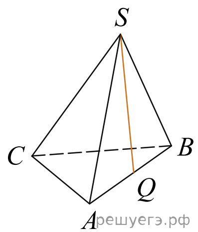
Решение. Искомый объем равен разности объемов параллелепипеда с рёбрами a, b и c и четырех пирамид, основания которых являются гранями данной треугольной пирамиды:

$$V = abc - 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} abc = \frac{1}{3} abc = 0,9.$$

Ответ: 0,9.

35. Тип 3 № 924

В правильной треугольной пирамиде $SABC$ точка Q — середина ребра AB, S — вершина. Известно, что $BC = 7$, а площадь боковой поверхности пирамиды равна 42. Найдите длину отрезка SQ.



Решение. Найдем площадь грани SAB:

$$S_{SAB} = \frac{S_{бок}}{3} = \frac{42}{3} = 14.$$

Отрезок SQ является медианой равнобедренного треугольника SAB, а значит, и его высотой. Тогда

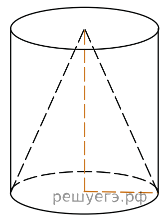
$$SQ = \frac{2S_{SAB}}{AB} = \frac{2S_{SAB}}{BC} = \frac{2 \cdot 14}{7} = 4.$$

Ответ: 4.

Вариант № 86541184

36. Тип 3 № 526247

Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Объём конуса равен 25. Найдите объём цилиндра.

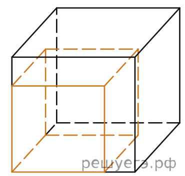


Решение. Объем цилиндра равен произведению площади основания на высоту, а объем конуса равен одной трети произведения площади основания на высоту. Поскольку они имеют общее основание и высоту, объем цилиндра в три раза больше объема конуса.

Ответ: 75.

37. Тип 3 № 27102

Если каждое ребро куба увеличить на 1, то его объем увеличится на 19. Найдите ребро куба.



Решение. Объем куба с ребром a равен $V = a^3$. Увеличение объема равно 19:

$$V - V_0 = (a+1)^3 - a^3 = 3a^2 + 3a + 1 = 19.$$

Решим уравнение:

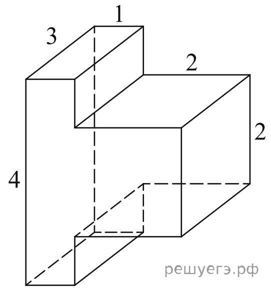
$$3a^2 + 3a + 1 = 19 \Leftrightarrow a^2 + a - 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 2, \\ a = -3. \end{array}\right.$$

Таким образом, $a = 2$.

Ответ: 2.

38. Тип 3 № 25691

Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



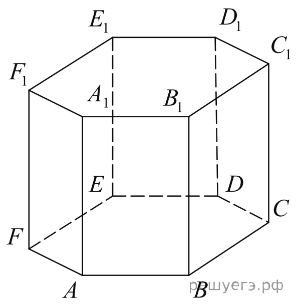
Решение. Объем данного многогранника равен сумме объемов параллелепипедов с ребрами 2, 3, 2 и 1, 3, 4:

$$V = V_1 + V_2 = 12 + 12 = 24.$$

Ответ: 24.

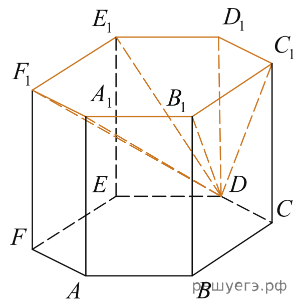
39. Тип 3 № 501980

Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки D, A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, F_1 правильной шестиугольной призмы $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, площадь основания которой равна 12, а боковое ребро равно 2.



Решение. Основание пирамиды такое же, как основание правильной шестиугольной призмы, и высота у них общая. Поэтому

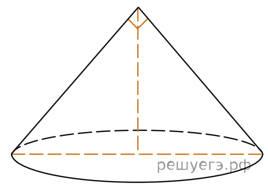
$$V_{\text{пир}} = \frac{1}{3} S_{\text{пир}} h_{\text{пир}} = \frac{1}{3} S_{\text{пр}} h_{\text{пр}} = \frac{1}{3} \cdot 12 \cdot 2 = 8.$$



Ответ: 8.

40. Тип 3 № 27121

Диаметр основания конуса равен 6, а угол при вершине осевого сечения равен 90°. Вычислите объем конуса, деленный на π.



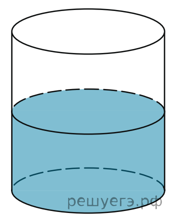
Решение. В треугольнике, образованном радиусом основания r, высотой h и образующей конуса l, углы при образующей равны, поэтому высота конуса равна радиусу его основания: $h = r$. Тогда объем конуса, деленный на π, вычисляется следующим образом:

$$\frac{V}{\pi} = \frac{1}{3} \cdot \frac{Sh}{\pi} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\pi r^2 h}{\pi} = \frac{1}{3} r^2 r = \frac{1}{3} \cdot 3^3 = 9.$$

Ответ: 9.

41. Тип 3 № 4915

В цилиндрический сосуд налили 2600 см^3 воды. Уровень воды при этом достигает высоты 20 см. В жидкость полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 16 см. Чему равен объем детали? Ответ выразите в см^3.



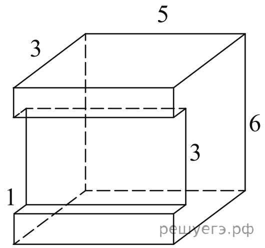
Решение. По закону Архимеда объем детали равен объему вытесненной ею жидкости. Объем вытесненной жидкости равен $\frac{16}{20}$ исходного объема:

$$V_{\text{дет}} = \frac{16}{20} \cdot 2600 = \frac{4}{5} \cdot 2600 = 2080 \text{ см}^3.$$

Ответ: 2080.

42. Тип 3 № 25663

Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



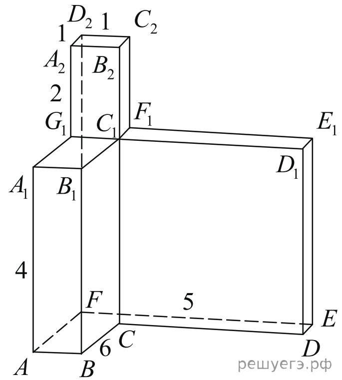
Решение. Площадь поверхности заданного многогранника равна сумме площадей поверхности прямоугольного параллелепипеда с ребрами 5, 6, 3 и двух прямоугольников со сторонами 1 и 5, уменьшенной на площадь двух прямоугольников со сторонами 1 и 3:

$$2 \cdot 5 \cdot 6 + 2 \cdot 5 \cdot 3 + 2 \cdot 6 \cdot 3 + 2 \cdot 1 \cdot 5 - 2 \cdot 1 \cdot 3 = 130.$$

Ответ: 130.

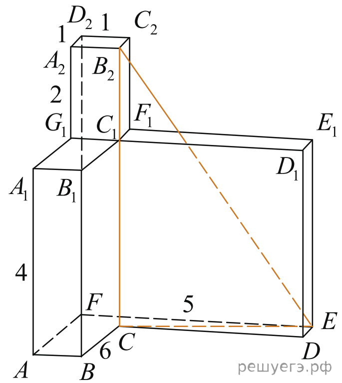
43. Тип 3 № 280869

Найдите квадрат расстояния между вершинами E и B_2 многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Решение. Из прямоугольных треугольников ECB_2 и EDC имеем:

$$EB_2^2 = EC^2 + CB_2^2 = ED^2 + DC^2 + CB_2^2 = \\ = 1 + 16 + 36 = 53.$$



Ответ: 53.

44. Тип 3 № 27125

Радиусы трех шаров равны 6, 8 и 10. Найдите радиус шара, объем которого равен сумме их объемов.

Решение. Объём шара вычисляется по формуле $V=\frac{4}{3}\pi R^3$. Поэтому сумма объёмов трёх шаров равна

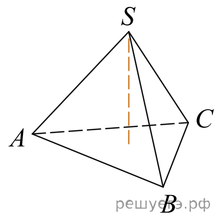
$$\frac{4}{3}\pi\cdot 6^3+\frac{4}{3}\pi\cdot 8^3+\frac{4}{3}\pi\cdot 10^3=$$
$$=\frac{4}{3}\pi\cdot 2^3\cdot(3^3+4^3+5^3)=\frac{4}{3}\pi\cdot 2^3\cdot 6^3=\frac{4}{3}\pi\cdot 12^3.$$

Следовательно, искомый радиус равен 12.

Ответ: 12.

45. Тип 3 № 27088

Найдите высоту правильной треугольной пирамиды, стороны основания которой равны 2, а объем равен $\sqrt{3}$.



Решение. Объем пирамиды равен

$$V=\frac{1}{3}Sh,$$

где S — площадь основания, а h — высота пирамиды. Найдем площадь равностороннего треугольника, лежащего в основании:

$$S=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot 4=\sqrt{3}.$$

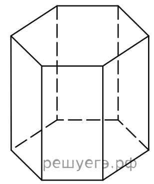
Тогда высота пирамиды равна

$$h=\frac{3V}{S}=\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=3.$$

Ответ: 3.

46. Тип 3 № 27057

Найдите площадь боковой поверхности правильной шестиугольной призмы, сторона основания которой равна 5, а высота — 10.



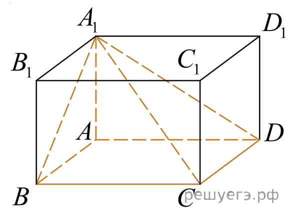
Решение. Площадь боковой поверхности призмы равна сумме площадей всех ее боковых граней:

$$S_{\text{бок}}=6S_{\text{гр}}=6\cdot 5\cdot 10=300.$$

Ответ: 300.

47. Тип 3 № 685346

Найдите объем многогранника, вершинами которого являются вершины A, B, C, D, A_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, у которого $AB=3$, $AD=9$, $AA_1=4$.



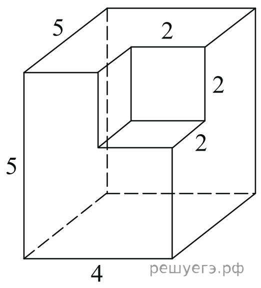
Решение. Основанием пирамиды, объем которой нужно найти, является нижняя грань параллелепипеда, а ее высотой является ребро AA_1. Поэтому объем пирамиды равен

$$V_{\text{пир}}=\frac{1}{3}S_{\text{осн}}h=\frac{1}{3}S_{ABCD}h=\frac{1}{3}\cdot 3\cdot 9\cdot 4=36.$$

Ответ: 36.

48. Тип 3 № 505167

Найдите площадь поверхности многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



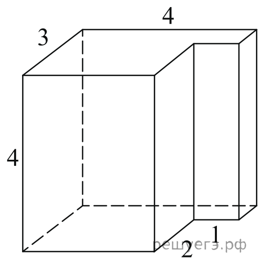
Решение. Площадь поверхности заданного многогранника равна площади поверхности прямоугольного параллелепипеда с ребрами 4, 5, 5:

$$2\cdot5\cdot5+2\cdot4\cdot5+2\cdot4\cdot5=130.$$

Ответ: 130.

49. Тип 3 № 25571

Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



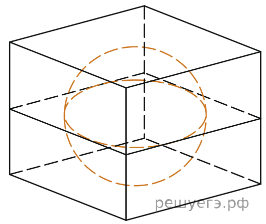
Решение. Объем данного многогранника равен сумме объемов параллелепипедов с ребрами 3, 3, 4 и 1, 1, 4:

$$V=V_1+V_2=3\cdot3\cdot4+1\cdot1\cdot4=36+4=40.$$

Ответ: 40.

50. Тип 3 № 74693

Объём куба, описанного около сферы, равен 1728. Найдите радиус сферы.



Решение. Прямоугольный параллелепипед, описанный вокруг сферы, является кубом. Тогда длина его ребра

$$a=V^{\frac{1}{3}}=12.$$

Радиус сферы равен половине длины ребра $r=6$.

Ответ: 6.