

**1. Тип 17 № 640523**

Серединный перпендикуляр к стороне  $AB$  треугольника  $ABC$  пересекает сторону  $AC$  в точке  $D$ . Окружность с центром  $O$ , вписанная в треугольник  $ADB$ , касается отрезка  $AD$  в точке  $P$ , а прямая  $OP$  пересекает сторону  $AB$  в точке  $K$ .

- Докажите, что около четырёхугольника  $BDOK$  можно описать окружность.
- Найдите радиус окружности, описанной около четырёхугольника  $BDOK$ , если  $AB = 8$ ,  $BC = \sqrt{15}$ ,  $AC = 7$ .

**2. Тип 17 № 505568**

Прямые, содержащие катеты  $AC$  и  $CB$  прямоугольного треугольника  $ACB$ , являются общими внутренними касательными к окружностям радиусов 2 и 4. Прямая, содержащая гипотенузу  $AB$ , является их общей внешней касательной.

- Докажите, что длина отрезка внутренней касательной, проведенной из вершины острого угла треугольника до одной из окружностей, равна половине периметра треугольника  $ACB$ .
- Найдите площадь треугольника  $ACB$ .

**3. Тип 17 № 559604**

В треугольнике  $ABC$  биссектрисы  $AK$  и  $BL$  пересекаются в точке  $I$ . Известно, что около четырёхугольника  $CKIL$  можно описать окружность.

- Докажите, что угол  $BCA$  равен  $60^\circ$ .
- Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если его периметр равен 12 и  $IC = 2$ .

**4. Тип 17 № 681169**

Дан остроугольный треугольник  $ABC$ . Известно, что  $\angle BAC = 2\angle ABC$ . Точка  $O$  — центр описанной окружности треугольника  $ABC$ . Вокруг треугольника  $AOC$  описана окружность, которая пересекает сторону  $BC$  в точке  $P$ .

- Докажите, что треугольники  $ABC$  и  $PAC$  подобны.
- Найдите  $AB$ , если  $BC = 6$  и  $AC = 4$ .

**5. Тип 17 № 510109**

Две окружности касаются внутренним образом в точке  $A$ , причём меньшая проходит через центр большей. Хорда  $BC$  большей окружности касается меньшей в точке  $P$ . Хорды  $AB$  и  $AC$  пересекают меньшую окружность в точках  $K$  и  $M$  соответственно.

- Докажите, что прямые  $KM$  и  $BC$  параллельны.
- Пусть  $L$  — точка пересечения отрезков  $KM$  и  $AP$ . Найдите  $AL$ , если радиус большей окружности равен 10, а  $BC = 12$ .

**6. Тип 17 № 620779**

Диагонали  $AC$  и  $BD$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $O$ ,  $BC$  и  $AD$  — основания трапеции.

- Докажите, что  $\frac{S_{\Delta ABO}}{S_{\Delta AOD}} = \frac{BC}{AD}$ .
- Найдите площадь трапеции, если  $AD = 4BC$ ,  $S_{\Delta AOB} = 2$ .

**7. Тип 17 № 525243**

Дана трапеция  $ABCD$  с основаниями  $BC$  и  $AD$ . Точки  $M$  и  $N$  являются серединами сторон  $AB$  и  $CD$  соответственно. Окружность, проходящая через точки  $B$  и  $C$ , пересекает отрезки  $BM$  и  $CN$  в точках  $P$  и  $Q$  (отличных от концов отрезков).

- Докажите, что точки  $M$ ,  $N$ ,  $P$  и  $Q$  лежат на одной окружности.
- Найдите длину отрезка  $QN$ , если  $BC = 4,5$ ,  $AD = 21,5$ ,  $AB = 26$ ,  $CD = 25$ , а угол  $CPD$  — прямой.

**8. Тип 17 № 558931**

В каждый угол равнобедренного треугольника  $ABC$ , в котором  $AB = 10$ ,  $AC = BC = 13$ , вписана окружность единичного радиуса, точки  $O_1$ ,  $O_2$  и  $O_3$  центры этих окружностей. Найдите:

- радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ ;
- площадь треугольника  $O_1, O_2, O_3$ .

**9. Тип 17 № 560733**

В треугольнике  $ABC$  известно, что  $AB = AC = 10$ ,  $BC = 12$ . На стороне  $AB$  отметили точки  $M_1$  и  $M_2$  так, что  $AM_1 < AM_2$ . Через точки  $M_1$  и  $M_2$  провели прямые, перпендикулярные стороне  $AB$  и отсекающие от треугольника  $ABC$  пятиугольник, в который можно вписать окружность.

- Докажите, что  $AM_1 : BM_2 = 1 : 3$ .
- Найдите площадь данного пятиугольника.

**10. Тип 17 № 516763**

Параллелограмм и окружность расположены так, что сторона  $AB$  касается окружности,  $CD$  является хордой, а стороны  $DA$  и  $BC$  пересекают окружность в точках  $P$  и  $Q$  соответственно.

- Докажите, что около четырёхугольника  $ABQP$  можно описать окружность.
- Найдите длину отрезка  $DQ$ , если известно, что  $AP = a$ ,  $BC = b$ ,  $BQ = c$ .

**11. Тип 17 № 630123**

В параллелограмме  $ABCD$  угол  $BAC$  вдвое больше угла  $CAD$ . Биссектриса угла  $BAC$  пересекает отрезок  $BC$  в точке  $L$ . На продолжении стороны  $CD$  за точку  $D$  выбрана такая точка  $E$ , что  $AE = CE$ .

- Докажите, что  $AL \cdot BC = AB \cdot AC$ .
- Найдите  $EL$ , если  $AC = 8$ ,  $\operatorname{tg} \angle BCA = \frac{1}{2}$ .

**12. Тип 17 № 513267**

Отрезок, соединяющий середины  $M$  и  $N$  оснований  $BC$  и  $AD$  соответственно трапеции  $ABCD$ , разбивает её на две трапеции, в каждую из которых можно вписать окружность.

- Докажите, что трапеция  $ABCD$  равнобедренная.
- Известно, что радиус этих окружностей равен 3, а меньшее основание  $BC$  исходной трапеции равно 8. Найдите радиус окружности, касающейся боковой стороны  $AB$ , основания  $AN$  трапеции  $ABMN$  и вписанной в неё окружности.

**13. Тип 17 № 654702**

Точка  $O$  — центр вписанной окружности треугольника  $ABC$ , точки  $O_1$ ,  $O_2$ ,  $O_3$  центры невписанных окружностей, касающихся сторон  $BC$ ,  $AC$ ,  $AB$  соответственно.

- Докажите, что точка  $O$  является точкой пересечения высот треугольника  $O_1O_2O_3$ .
- Найдите угол  $A$  треугольника  $ABC$ , если отрезок  $OO_1$  короче отрезка  $O_2O_3$  ровно в два раза.

**14. Тип 17 № 628753**

Из вершины тупого угла  $C$  треугольника  $ABC$  проведена высота  $CH$ . Окружность с центром  $H$  и радиусом  $HC$  второй раз пересекает стороны  $AC$  и  $BC$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно, а прямая  $CH$  — эту окружность в точке  $D$ .

- Докажите, что угол  $MDN$  равен сумме углов  $A$  и  $B$  треугольника  $ABC$ .
- Найдите отношение  $MN$  к  $AB$ , если известно, что  $CM : MA = 2 : 25$  и  $CN : NB = 2 : 1$ .

**15. Тип 17 № 675946**

Дана трапеция  $ABCD$  с основаниями  $BC$  и  $AD$ . Точки  $M$  и  $N$  являются серединами сторон  $AB$  и  $CD$  соответственно. Окружность, проходящая через точки  $B$  и  $C$ , пересекает отрезки  $BM$  и  $CN$  в точках  $P$  и  $Q$  (отличных от концов отрезков).

- Докажите, что точки  $M$ ,  $N$ ,  $P$  и  $Q$  лежат на одной окружности.
- Найдите  $QN$ , если отрезки  $DP$  и  $PC$  перпендикулярны,  $AB = 21$ ,  $BC = 4$ ,  $CD = 20$ ,  $AD = 17$ .

**16. Тип 17 № 517486**

В прямоугольном треугольнике  $ABC$  проведена высота  $CH$  из вершины прямого угла. В треугольники  $ACH$  и  $BCH$  вписаны окружности с центрами  $O_1$  и  $O_2$  соответственно, касающиеся прямой  $CH$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно.

- Докажите, что прямые  $AO_1$  и  $CO_2$  перпендикулярны.
- Найдите площадь четырёхугольника  $MO_1NO_2$ , если  $AC = 12$  и  $BC = 5$ .

**17. Тип 17 № 548559**

В остроугольном треугольнике  $ABC$  провели высоту  $CC_1$  и медиану  $AA_1$ . Оказалось, что точки  $A$ ,  $A_1$ ,  $C$ ,  $C_1$  лежат на одной окружности.

- Докажите, что треугольник  $ABC$  равнобедренный.
- Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $AA_1 : CC_1 = 5 : 4$  и  $A_1C_1 = 4$ .

**18. Тип 17 № 628276**

Дан треугольник  $ABC$ . Точка  $O$  — центр вписанной в него окружности. На стороне  $BC$  отмечена такая точка  $M$ , что  $CM = AC$  и  $BM = AO$ .

- Докажите, что прямые  $AB$  и  $OM$  параллельны.
- Найдите площадь четырёхугольника  $ABMO$ , если угол  $ACB$  прямой и  $AC = 6$ .

**19. Тип 17 № 635156**

В прямоугольный треугольник  $ABC$  вписан квадрат  $KCMN$  так, что вершины  $K$  и  $M$  расположены на катетах  $AC$  и  $BC$  соответственно, а на гипотенузе  $AB$  — вершина  $N$ . Вершины квадрата  $TPQR$  расположены на сторонах треугольника  $ABC$ , причём вершины  $P$  и  $Q$  находятся на катетах  $AC$  и  $BC$  соответственно, а вершины  $R$  и  $T$  — на гипотенузе  $AB$ .

- Докажите, что точка  $C$  и центры квадратов  $KCMN$  и  $TPQR$  лежат на одной прямой.
- Найдите длину стороны квадрата  $TPQR$ , если  $AC = 5$  и  $BC = 12$ .

**20. Тип 17 № 519661**

В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  известны стороны и диагональ:  $AB = 3$ ,  $BC = CD = 5$ ,  $AD = 8$ ,  $AC = 7$ .

- Докажите, что вокруг этого четырёхугольника можно описать окружность.
- Найдите  $BD$ .

**21. Тип 17 № 563635**

Дан параллелограмм  $ABCD$  с острым углом  $A$ . На продолжении стороны  $AD$  за точку  $D$  взята точка  $N$  такая, что  $CN = CD$ , а на продолжении стороны  $CD$  за точку  $D$  взята такая точка  $M$ , что  $AD = AM$ .

- Докажите, что  $BM = BN$ .
- Найдите  $MN$ , если  $AC = 7$ ,  $\sin \angle BAD = \frac{7}{25}$ .

**22. Тип 17 № 505495**

В остроугольном треугольнике  $ABC$  провели высоту  $BH$  из точки  $H$  на стороны  $AB$  и  $BC$  опустили перпендикуляры  $HK$  и  $HM$  соответственно.

- Докажите, что треугольник  $MBK$  подобен треугольнику  $ABC$ .
- Найдите отношение площади треугольника  $MBK$  к площади четырёхугольника  $AKMC$ , если  $BH = 1$ , а радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , равен 4.

**23. Тип 17 № 517502**

Точки  $E$  и  $K$  — соответственно середины сторон  $CD$  и  $AD$  квадрата  $ABCD$ . Прямая  $BE$  пересекается с прямой  $CK$  в точке  $O$ .

- Докажите, что вокруг четырёхугольника  $ABOK$  можно описать окружность.
- Найдите  $AO$ , если сторона квадрата равна 1.

**24. Тип 17 № 639772**

Около окружности с центром  $O$  описана трапеция  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$ ,  $K$  — точка касания окружности со стороной  $AB$ .

- Докажите, что  $AB \cdot \sqrt{AK \cdot BK} = AO \cdot BO$ .
- Найдите отношение меньшего основания трапеции к большему, если известно, что  $AB = CD$ , а площадь четырёхугольника с вершинами в точках касания окружности со сторонами трапеции составляет  $\frac{16}{81}$  площади трапеции  $ABCD$ .

**25. Тип 17 № 659592**

В окружность вписана трапеция, основание  $AD$  которой является диаметром, а угол  $BAD$  равен  $60^\circ$ . Хорда  $CE$  пересекает диаметр  $AD$  в точке  $P$  так, что  $AP : PD = 1 : 3$ .

- Докажите, что  $CP$  делит трапецию на две равновеликие части.
- Найдите площадь треугольника  $BPE$ , если радиус окружности равен  $2\sqrt{7}$ .

**26. Тип 17 № 514731**

Окружность касается стороны  $AC$  остроугольного треугольника  $ABC$  и делит каждую из сторон  $AB$  и  $BC$  на три равные части.

- Докажите, что треугольник  $ABC$  равнобедренный.
- Найдите, в каком отношении высота этого треугольника делит сторону  $BC$ .

**27. Тип 17 № 646298**

Окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  радиусов 4 и 1 соответственно касаются внешним образом в точке  $A$ . Через точку  $B$ , лежащую на окружности  $\omega_1$ , проведена прямая, касающаяся окружности  $\omega_2$  в точке  $M$ .

- Докажите, что отношение отрезков прямой  $AB$ , отсекаемых окружностями, равно отношению их радиусов.
- Найдите  $BM$ , если известно, что  $AB = 2$ .

**28. Тип 17 № 541381**

В треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $120^\circ$ . Прямые, содержащие высоты  $BM$  и  $CN$  треугольника  $ABC$ , пересекаются в точке  $H$ . Точка  $O$  — центр окружности, описанной около треугольника  $ABC$ .

- Докажите, что  $AH = AO$ .
- Найдите площадь треугольника  $AHO$ , если  $BC = \sqrt{15}$ ,  $\angle ABC = 45^\circ$ .

**29. Тип 17 № 518961**

Окружность с центром  $O$ , вписанная в треугольник  $ABC$ , касается его сторон  $BC$ ,  $AB$  и  $AC$  в точках  $K$ ,  $L$  и  $M$  соответственно. Прямая  $KM$  вторично пересекает в точке  $P$  окружность радиуса  $AM$  с центром  $A$ .

- Докажите, что прямая  $AP$  параллельна прямой  $BC$ .
- Пусть  $\angle ABC = 90^\circ$ ,  $AM = 6$ ,  $CM = 4$ ,  $Q$  — точка пересечения прямых  $KM$  и  $AB$ , а  $T$  — такая точка на отрезке  $PQ$ , что  $\angle OAT = 45^\circ$ . Найдите  $QT$ .

**30. Тип 17 № 561854**

В четырёхугольнике  $ABCD$  противоположные стороны не параллельны. Диагонали четырёхугольника  $ABCD$  пересекаются в точке  $O$  под прямым углом и образуют четыре подобных треугольника, у каждого из которых одна из вершин — точка  $O$ .

- Докажите, что около четырёхугольника  $ABCD$  можно описать окружность.
- Найдите радиус вписанной окружности, если  $AC = 10$ ,  $BD = 26$ .

**31. Тип 17 № 630220**

На стороне  $BC$  параллелограмма  $ABCD$  выбрана точка  $M$  такая, что  $AM = MC$ .

- Докажите, что центр вписанной в треугольник  $AMD$  окружности лежит на диагонали  $AC$ .
- Найдите радиус вписанной в треугольник  $AMD$  окружности, если  $AB = 5$ ,  $BC = 10$ ,  $\angle BAD = 60^\circ$ .

**32. Тип 17 № 556588**

В треугольнике  $ABC$  на продолжении стороны  $AC$  за вершину  $A$  отложен отрезок  $AD$ , равный стороне  $AB$ . Прямая, проходящая через точку  $A$  параллельно  $BD$ , пересекает сторону  $BC$  в точке  $M$ .

- Докажите, что  $AM$  — биссектриса угла  $BAC$ .
- Найдите площадь трапеции  $AMBD$ , если площадь треугольника  $ABC$  равна 216 и известно отношение  $AC : AB = 5 : 4$ .

**33. Тип 17 № 628370**

Прямая, проходящая через середину  $M$  стороны  $BC$  треугольника  $ABC$ , пересекает сторону  $AC$  в точке  $K$ , причём  $\angle CMK = \angle BAC$ .

- Докажите, что  $\angle BAM = \angle BKM$ .
- Найдите медиану  $MN$  треугольника  $CKM$ , если  $BC = 20$ ,  $AB = \sqrt{87}$ ,  $CK = 8$ .

**34. Тип 17 № 674808**

Периметр треугольника  $ABC$  равен 30. На сторонах  $AB$  и  $BC$  отмечены точки  $E$  и  $F$  соответственно так, что  $BE : EA = BF : FC = 3 : 2$ . Прямая  $EF$  касается окружности, вписанной в треугольник.

- Докажите, что  $AC = 6$ .
- Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $\angle ACB = 90^\circ$ .

**35. Тип 17 № 564706**

В равнобедренной трапеции  $ABCD$  длины оснований  $AD$  и  $BC$  соответственно равны 4 и 3. Точки  $M$  и  $N$  лежат на диагонали  $BD$ , причём точка  $M$  расположена между точками  $B$  и  $N$ , а отрезки  $AM$  и  $CN$  перпендикулярны диагонали  $BD$ .

- Докажите, что  $BN : DM = 3 : 4$ .
- Найдите длину отрезка  $CN$ , если известно, что  $BM : DN = 2 : 3$ .

**36. Тип 17 № 561773**

На окружности с центром  $O$  и диаметром  $MN$ , равным 26, взята точка  $K$  на расстоянии 12 от этого диаметра. Хорда  $KE$  пересекает радиус  $OM$  в точке  $F$  под углом, равным  $\arccos \frac{3}{5}$ .

- Докажите, что  $KF : FE = 25 : 17$ .
- Найдите площадь треугольника  $KEN$ .

**37. Тип 17 № 556721**

Дана окружность с центром в точке  $O$  и радиусом 5. Точка  $K$  делит диаметр  $AD$  в отношении  $1 : 9$ , считая от точки  $D$ . Через точку  $K$  проведена хорда  $BC$  перпендикулярно диаметру  $AD$ . На меньшей дуге  $AB$  окружности взята точка  $M$ .

- Докажите, что  $BM \cdot CM < BA^2$ .
- Найдите площадь четырёхугольника  $ACBM$ , если дополнительно известно, что площадь треугольника  $BCM$  равна 24.

**38. Тип 17 № 660764**

Окружность с центром в точке  $O$  касается сторон угла с вершиной  $N$  в точках  $A$  и  $B$ . Отрезок  $BC$  — диаметр этой окружности.

- Докажите, что прямая  $AC$  параллельна биссектрисе угла  $ANB$ .
- Найдите  $NO$ , если  $AB = 24$  и  $AC = 10$ .

**39. Тип 17 № 520805**

Окружность с центром  $O_1$  касается оснований  $BC$  и  $AD$  и боковой стороны  $AB$  трапеции  $ABCD$ . Окружность с центром  $O_2$  касается сторон  $BC$ ,  $CD$  и  $AD$ . Известно, что  $AB = 10$ ,  $BC = 9$ ,  $CD = 30$ ,  $AD = 39$ .

- Докажите, что прямая  $O_1O_2$  параллельна основаниям трапеции  $ABCD$ .
- Найдите  $O_1O_2$ .

**40. Тип 17 № 660701**

Пятиугольник  $ABCDE$  — вписанный, точка  $M$  — пересечение диагоналей  $BE$  и  $AD$ . Известно, что  $BCDM$  — параллелограмм.

- Докажите, что две стороны пятиугольника равны.
- Найдите  $AB$ , если известно, что  $BE = 12$ ,  $BC = 5$ ,  $AD = 9$ .

**41. Тип 17 № 629507**

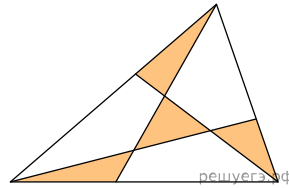
В равнобедренном тупоугольном треугольнике  $ABC$  на продолжение боковой стороны  $BC$  опущена высота  $AH$ . Из точки  $H$  на сторону  $AB$  и основание  $AC$  опущены перпендикуляры  $HK$  и  $HM$  соответственно.

- Докажите, что отрезки  $AM$  и  $MK$  равны.
- Найдите  $MK$ , если  $AB = 5$ ,  $AC = 8$ .

42. Тип 17 № 505721

Все четыре треугольника, заштрихованные на рисунке, равновелики.

- Докажите, что все три четырехугольника, не заштрихованные на нем, тоже равновелики.
- Найдите площадь одного четырехугольника, если площадь одного заштрихованного треугольника равна 1.



43. Тип 17 № 511502

Хорды  $AD$ ,  $BE$  и  $CF$  окружности делят друг друга на три равные части.

- Докажите, что эти хорды равны.
- Найдите площадь шестиугольника  $ABCDEF$ , если точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$  последовательно расположены на окружности, а радиус окружности равен  $6\sqrt{21}$ .

44. Тип 17 № 514718

Сторона  $CD$  прямоугольника  $ABCD$  касается некоторой окружности в точке  $M$ . Продолжение стороны  $AD$  пересекает окружность в точках  $P$  и  $Q$ , причём точка  $P$  лежит между точками  $D$  и  $Q$ . Прямая  $BC$  касается окружности, а точка  $Q$  лежит на прямой  $BM$ .

- Докажите, что  $\angle DMP = \angle CBM$ .
- Известно, что  $CM = 17$  и  $CD = 25$ . Найдите сторону  $AD$ .

45. Тип 17 № 513349

Первая окружность с центром  $O$ , вписанная в равнобедренный треугольник  $KLM$ , касается боковой стороны  $KL$  в точке  $B$ , а основания  $ML$  — в точке  $A$ . Вторая окружность с центром  $O_1$  касается основания  $ML$  и продолжений боковых сторон.

- Докажите, что треугольник  $OLO_1$  прямоугольный.
- Найдите радиус второй окружности, если известно, что радиус первой равен 6 и  $AK = 16$ .

46. Тип 17 № 563666

Дан параллелограмм  $ABCD$  с острым углом  $A$ . На продолжении стороны  $AD$  за точку  $D$  взята точка  $M$ , такая, что  $CM = CD$ , а на продолжении стороны  $CD$  за точку  $D$  взята такая точка  $N$ , что  $AD = AN$ .

- Докажите, что  $BM = BN$ .
- Найдите  $MN$ , если  $AC = 4$ ,  $\sin \angle BAD = \frac{8}{17}$ .

47. Тип 17 № 514515

Точки  $A_1$ ,  $B_1$  и  $C_1$  — середины сторон соответственно  $BC$ ,  $AC$  и  $AB$  треугольника  $ABC$ , в котором угол  $A$  тупой.

- Докажите, что отличная от  $A_1$  точка пересечения окружностей, описанных около треугольников  $A_1CB_1$  и  $A_1BC_1$ , лежит на окружности, описанной около треугольника  $B_1AC_1$ .
- Известно, что  $AB = AC = 13$  и  $BC = 24$ . Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник, вершинами которого являются центры окружностей, описанных около треугольников  $A_1CB_1$ ,  $A_1BC_1$  и  $B_1AC_1$ .

48. Тип 17 № 689018

Точка  $O$  — центр окружности, описанной около остроугольного треугольника  $ABC$ . На продолжении отрезка  $AO$  за точку  $O$  отмечена точка  $K$  так, что  $\angle BAC + \angle AKC = 90^\circ$ .

- Докажите, что четырехугольник  $OBKC$  вписанный.
- Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $KBC$ , если известно, что радиус описанной окружности треугольника  $ABC$  равен 12, а  $\cos \angle BAC = 0,6$ .

49. Тип 17 № 638595

Четырехугольник  $ABCD$  с перпендикулярными диагоналями  $AC$  и  $BD$  вписан в окружность.

- Докажите, что прямая, проходящая через точку пересечения диагоналей четырехугольника перпендикулярно стороне  $BC$ , делит пополам сторону  $AD$ .
- Найдите стороны четырехугольника  $ABCD$ , если известно, что  $AC = 84$  и  $BD = 77$ , а диаметр окружности равен 85.

50. Тип 17 № 668209

Точка  $O$  — центр правильного шестиугольника  $ABCDEF$ . Через точку  $B$  и середину отрезка  $OD$  проведена прямая, пересекающая сторону  $ED$  в точке  $T$ .

- Докажите, что прямая  $BT$  делит площадь шестиугольника в отношении 5 : 13.
- Найдите расстояние между точками касания окружностей, вписанных в треугольники  $BET$  и  $BCT$  с прямой  $BT$ , если сторона шестиугольника  $ABCDEF$  равна  $\sqrt{13} - 1$ .