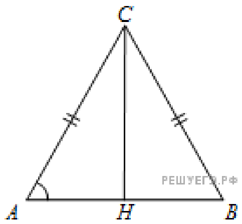
1. Тип 1 № [31797]

В треугольнике ABC $AC = BC = 16,\ \operatorname{tg} A = \dfrac{7}{3\sqrt{7}}$. Найдите AB.



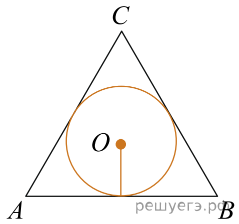
Решение. Треугольник ABC равнобедренный, значит, высота CH делит основание AB пополам.

$$AB = 2AH = 2AC\cos A = 2AC\sqrt{\frac{1}{1+\operatorname{tg}^2 A}} =$$
$$= 2\cdot 16\cdot\sqrt{\frac{1}{1+\frac{7}{9}}} = 2\cdot 16\cdot\sqrt{\frac{9}{16}} = 24.$$

Ответ: 24.

2. Тип 1 № [53171]

Радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, равен 31. Найдите высоту этого треугольника.



Решение. Известно, что

$$r = \frac{2S_{ABC}}{P_{ABC}} = \frac{2\cdot\frac{1}{2}AC^2\sin 60^\circ}{3AC} =$$
$$= \frac{AC\sin 60^\circ}{3} = \frac{h}{\sin 60^\circ}\cdot\frac{\sin 60^\circ}{3} = \frac{h}{3},$$

значит, $h = 3r = 93$.

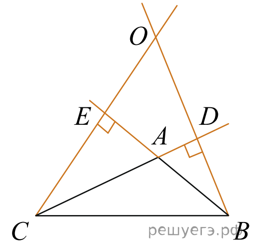
Ответ: 93.

Приведем другое решение.

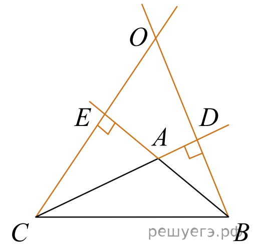
Высота правильного треугольника равна трём радиусам вписанной окружности, поэтому она равна 93.

3. Тип 1 № [510796]

В треугольнике ABC угол A равен 135°. Продолжения высот BD и CE пересекаются в точке O. Найдите угол DOE. Ответ дайте в градусах.



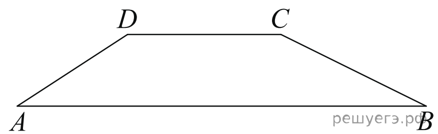
Решение. Угол между прямыми равен углу между перпендикулярами к ним, поэтому $\angle DOE = \angle CAE = 180^\circ - \angle CAB = 45^\circ$.



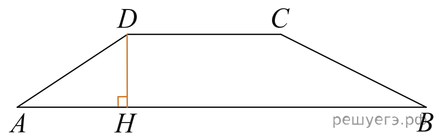
Ответ: 45.

4. Тип 1 № [27637]

Основания трапеции равны 18 и 6, боковая сторона, равная 7, образует с одним из оснований трапеции угол 150°. Найдите площадь трапеции.



Решение. Введём обозначения, как показано на рисунке.



Заметим, что острый угол трапеции равен 30°, и найдем высоту DH из прямоугольного треугольника AHD:

$$DH = AD\sin DAH = 7\cdot\frac{1}{2} = 3,5$$

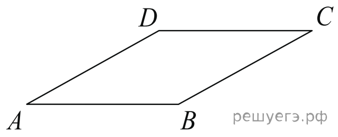
Площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту:

$$S_{ABCD} = \frac{AB+CD}{2}DH = \frac{18+6}{2}\cdot 3,5 = 42.$$

Ответ: 42.

5. Тип 1 № 56367

Площадь ромба равна 56. Одна из его диагоналей равна 4. Найдите другую диагональ.



Решение. Площадь ромба равна половине произведения его диагоналей, следовательно,

$$S=\frac{1}{2}\cdot a\cdot 4=56,$$

где a — искомая диагональ. Поэтому $a = 28$.

Ответ: 28.

6. Тип 1 № 54111

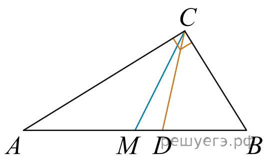
Угол между двумя соседними сторонами правильного многоугольника, вписанного в окружность, равен 160°. Найдите число вершин многоугольника.

Решение. Сумма углов n-угольника равна $180°(n-2)$. Каждый из них равен 160°, поэтому, с другой стороны, эта сумма равна $160°n$. Решим уравнение $180°(n-2) = 160°n$. Получим $20°n = 360°$, откуда $n = 18$. Таким образом, многоугольник имеет 18 вершин.

Ответ: 18.

7. Тип 1 № 639663

Острый угол B прямоугольного треугольника равен 66°. Найдите угол между биссектрисой CD и медианой CM, проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



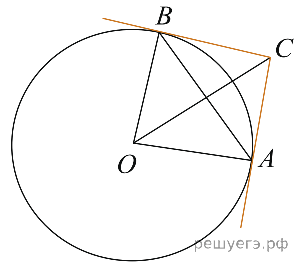
Решение. Так как CM — медиана, то $AM = MC$ (свойство медианы в прямоугольном треугольнике), а значит, углы A и ACM равны как углы при основании равнобедренного треугольника.

$$\angle MCD=\angle C-\frac{\angle C}{2}-\angle ACM=\frac{\angle C}{2}-\angle A=$$
$$=\frac{\angle C}{2}-(90^\circ-\angle B)=45^\circ-24^\circ=21^\circ.$$

Ответ: 21.

8. Тип 1 № 52009

Через концы A, B дуги окружности в 54° проведены касательные AC и BC. Найдите угол ACB. Ответ дайте в градусах.



Решение. Угол между касательной и хордой равен половине заключенной между ними дуги. В треугольнике ABC:

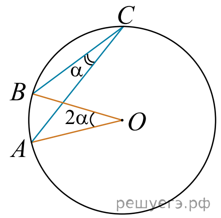
$$\angle ACB=180^\circ-(\angle BAC+\angle CBA)=$$
$$=180^\circ-\cup AB=180^\circ-54^\circ=126^\circ.$$

Ответ: 126.

9. Тип 1 № 245385

Найдите центральный угол AOB, если он на 15° больше вписанного угла ACB, опирающегося на ту же дугу. Ответ дайте в градусах.

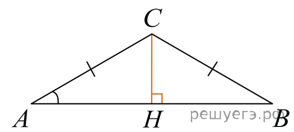
Решение. Пусть центральный и вписанный угол опираются на дугу 2α градусов. Центральный угол равен дуге, на которую он опирается, а вписанный равен её половине, поэтому их величины равны соответственно 2α и α градусов. Тогда $2\alpha-\alpha = 15°$, откуда $2\alpha = 30°$.



Ответ: 30.

10. Тип 1 № 19929

В треугольнике ABC $AC = BC$, $AB = 30$, $\sin A=0,8$. Найдите AC.



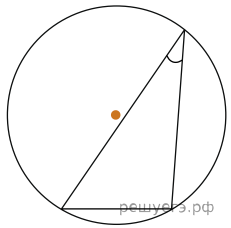
Решение. Проведем высоту CH. Треугольник ABC равнобедренный, значит, высота CH делит основание AB пополам. Тогда

$$AC=\frac{AH}{\cos A}=\frac{AB}{2\cos A}=\frac{AB}{2\sqrt{1-\sin^2 A}}=$$
$$=\frac{30}{2\sqrt{1-\frac{64}{100}}}=\frac{30\cdot 10}{2\cdot 6}=25.$$

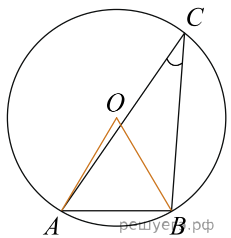
Ответ: 25.

11. Тип 1 № 27857

Чему равен острый вписанный угол, опирающийся на хорду, равную радиусу окружности? Ответ дайте в градусах.



Решение. Рассмотрим треугольник AOB. Он равносторонний, так как $AO = OB = AB = R$. Поэтому угол $AOB = 60$. Вписанный угол ACB равен половине дуги, на которую он опирается. Таким образом, он равен 30°.



Ответ: 30.

Приведем решение Александра Тищенко.

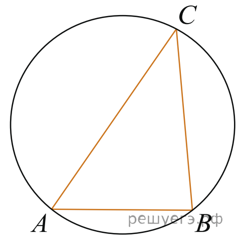
Воспользуемся теоремой синусов для треугольника ABC, где $\angle ACB$ — искомый угол, а AB — хорда, на которую он опирается:

$$\frac{AB}{\sin\angle C}=2R \Leftrightarrow \sin\angle C=\frac{AB}{2R}=\frac{R}{2R}=\frac{1}{2},$$

откуда искомый угол равен 30°.

12. Тип 1 № 27920

Угол C треугольника ABC, вписанного в окружность радиуса 3, равен 30°. Найдите сторону AB этого треугольника.



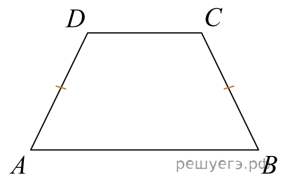
Решение. По теореме синусов:

$$AB=2R\sin C=2\cdot 3\cdot\frac{1}{2}=3.$$

Ответ: 3.

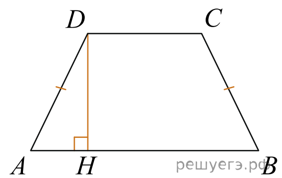
13. Тип 1 № 57107

Основания равнобедренной трапеции равны 14 и 20, а ее периметр равен 44. Найдите площадь трапеции.



Решение. Трапеция равнобедренная, значит,

$$AH=\frac{AB-DC}{2}=3 \text{ и } AD=\frac{P_{ABCD}-(AB+DC)}{2}=5.$$



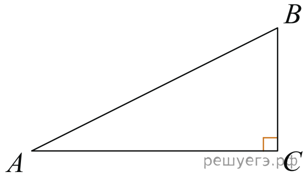
Тогда, по теореме Пифагора $DH=\sqrt{AD^2-AH^2}=4.$

$$S=\frac{AB+CD}{2}\cdot DH=17\cdot 4=68.$$

Ответ: 68.

14. Тип 1 № [27618]

Площадь прямоугольного треугольника равна 24. Один из его катетов на 2 больше другого. Найдите меньший катет.



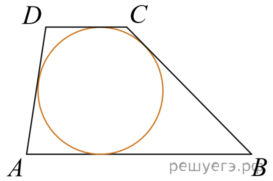
Решение. Пусть x — меньший катет, тогда $x+2$ — больший. Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения катетов:

$$\frac{1}{2}x(x+2)=24 \Leftrightarrow x(x+2)=48 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x^2+2x-48=0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=6, \\ x=-8, \end{array}\right. \\ x>0 \end{cases} \Leftrightarrow x=6.$$

Ответ: 6.

15. Тип 1 № [54323]

Боковые стороны трапеции, описанной около окружности, равны 11 и 1. Найдите среднюю линию трапеции.



Решение. В выпуклый четырехугольник можно вписать окружность тогда и только тогда, когда суммы длин его противоположных сторон равны. Следовательно, сумма оснований трапеции равна сумме боковых сторон, то есть равна 12. Средняя линия трапеции равна полусумме оснований, поэтому она равна 6.

Ответ: 6.

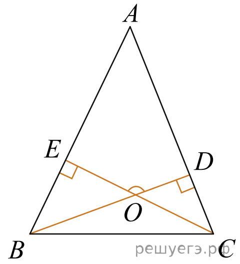
16. Тип 1 № [500162]

В треугольнике ABC угол A равен 43 градусам, углы B и C — острые, высоты BD и CE пересекаются в точке O. Найдите угол DOE. Ответ дайте в градусах.

Решение. Сумма углов в выпуклом многоугольнике равна 360 градусам. Следовательно,

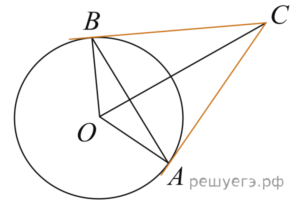
$$\angle DOE=360^\circ-\angle ADO-\angle OEA-\angle A=$$
$$=360^\circ-90^\circ-90^\circ-43^\circ=137^\circ.$$

Ответ: 137.



17. Тип 1 № [52063]

Касательные CA и CB к окружности образуют угол ACB, равный 34°. Найдите величину меньшей дуги AB, стягиваемой точками касания. Ответ дайте в градусах.

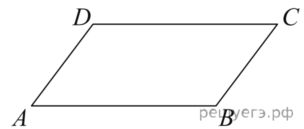


Решение. Треугольник ABC равнобедренный, так как отрезки касательных, проведенных к окружности из одной точки, равны. Следовательно, угол BAC равен 0,5(180° − 34°) = 73°. Угол между касательной и хордой, проведенной через точку касания, равен половине заключенной между ними дуги, поэтому искомая дуга равна 2 · 73° = 146°.

Ответ: 146.

18. Тип 1 № [49893]

Две стороны параллелограмма относятся как $1:4$, а периметр его равен 30. Найдите большую сторону параллелограмма.



Решение. Противоположные стороны параллелограмма попарно равны, значит,

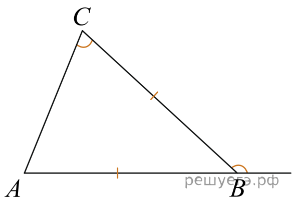
$$P=2(AD+AB)=2\left(\frac{1}{4}AB+AB\right)=2,5AB.$$

Зная, что периметр параллелограмма равен 30, находим: $AB=12$.

Ответ: 12.

19. Тип 1 № 672809

В треугольнике ABC $AB = BC$. Внешний угол при вершине B равен 142°. Найдите угол C. Ответ дайте в градусах.



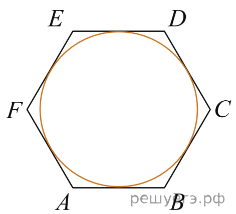
Решение. Так как треугольник ABC равнобедренный, то углы при его основании равны.

$$\angle C = \frac{180^\circ - \angle B}{2} = \frac{180^\circ - (180^\circ - 142^\circ)}{2} = 71^\circ.$$

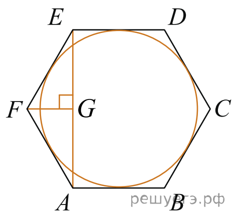
Ответ: 71.

20. Тип 1 № 53665

Найдите радиус окружности, вписанной в правильный шестиугольник со стороной $64\sqrt{3}$.



Решение. Проведем построения, как показано на рисунке. Угол между сторонами правильного шестиугольника равен 120°. Треугольник AFE — равнобедренный, FG — высота, следовательно, FG — медиана и биссектриса, откуда $AG = GE$, $\angle EFG = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$. Из прямоугольного треугольника FGE:



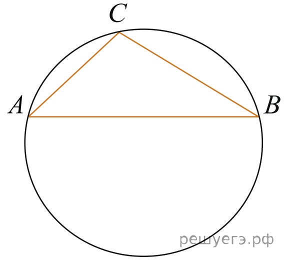
$$GE = FE \cdot \sin 60^\circ = 64\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 96.$$

Радиус вписанной окружности равен $r = \frac{AE}{2} = GE = 96.$

Ответ: 96.

21. Тип 1 № 51349

Хорда AB делит окружность на две части, градусные величины которых относятся как $3 : 5$. Под каким углом видна эта хорда из точки C, принадлежащей меньшей дуге окружности? Ответ дайте в градусах.



Решение. Из точки C хорда AB видна под углом ACB. Пусть большая часть окружности равна $5x$, тогда меньшая равна $3x$.

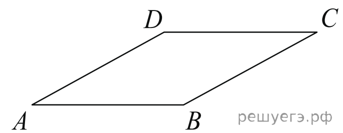
$$5x + 3x = 360^\circ \Leftrightarrow 8x = 360^\circ \Leftrightarrow x = 45^\circ.$$

Значит, меньшая дуга окружности равна 135°, а большая — 225°. Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается, значит, опирающийся на большую дугу угол ACB равен 112,5°.

Ответ: 112,5.

22. Тип 1 № 26337

Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 4 и 12.



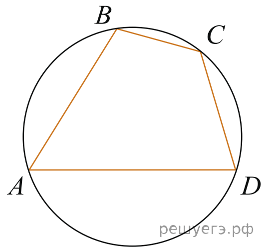
Решение. Площадь ромба равна половине произведения его диагоналей. Поэтому

$$S = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 12 = 24.$$

Ответ: 24.

23. Тип 1 № 51571

Угол A четырехугольника $ABCD$, вписанного в окружность, равен 26°. Найдите угол C этого четырехугольника. Ответ дайте в градусах.



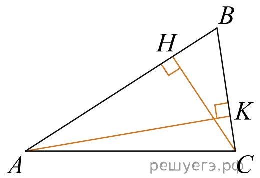
Решение. Сумма противоположных углов четырехугольника, вписанного в окружность, равна 180°, поэтому

$$\angle C = 180^\circ - \angle A = 180^\circ - 26^\circ = 154^\circ.$$

Ответ: 154.

24. Тип 1 № 56805

У треугольника со сторонами 56 и 8 проведены высоты к этим сторонам. Высота, проведенная к первой стороне, равна 7. Чему равна высота, проведенная ко второй стороне?



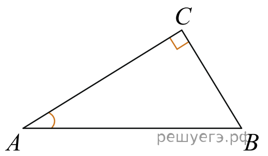
Решение.

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}CH \cdot AB = \frac{1}{2}AK \cdot BC \Leftrightarrow AK = \frac{CH \cdot AB}{BC} = \frac{56 \cdot 7}{8} = 49.$$

Ответ: 49.

25. Тип 1 № 530665

В треугольнике ABC угол C равен 90°, $\mathrm{tg}A = \frac{\sqrt{65}}{4}$, $AB = 36$. Найдите AC.



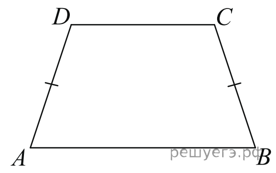
Решение. Имеем:

$$AC = AB \cdot \cos A = AB \cdot \sqrt{\frac{1}{1+\mathrm{tg}^2 A}} =$$
$$= 36 \cdot \sqrt{\frac{1}{1+\frac{65}{16}}} = 36 \cdot \sqrt{\frac{16}{81}} = 16.$$

Ответ: 16.

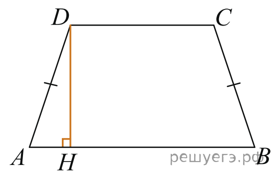
26. Тип 1 № 27834

В равнобедренной трапеции основания равны 12 и 27, острый угол равен 60°. Найдите ее периметр.



Решение. Проведем высоту DH, в равнобедренной трапеции $AH = \frac{AB - DC}{2}$. Имеем:

$$P_{ABCD} = AB + DC + 2AD = AB + DC + 2\frac{AH}{\cos A} =$$
$$= AB + DC + \frac{AB - DC}{\cos A} = 39 + \frac{15}{\cos 60^\circ} = 69.$$



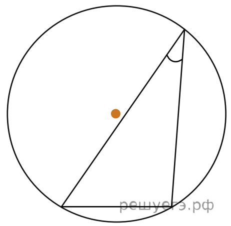
Ответ: 69.

Приведем другое решение. Высота равнобокой трапеции, опущенная из вершины на большее основание, делит его на больший отрезок, который равен полусумме оснований, и меньший, который равен полуразности оснований. Проведем высоту AH, тогда $AH = \frac{27-12}{2} = 7{,}5$. В прямоугольном треугольнике ADH угол $\angle ADH = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$; так как катет, лежащий против угла в 30°, равен половине гипотенузы, получаем $AD = 2AH = 15 = CB$. Найдем периметр трапеции:

$$P = AD + CD + CB + AB = 15 + 12 + 15 + 27 = 69.$$

27. Тип 1 № 26203

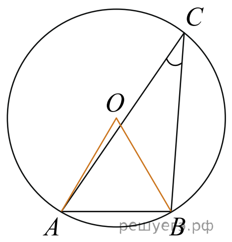
Радиус окружности равен 1. Найдите величину острого вписанного угла, опирающегося на хорду, равную $\sqrt{3}$.



Решение. Воспользуемся теоремой синусов для треугольника ABC, где $\angle ACB$ — искомый угол, а AB — хорда, на которую он опирается:

$$\frac{AB}{\sin\angle C} = 2R \Leftrightarrow \sin\angle C = \frac{AB}{2R} = \frac{\sqrt{3}}{2\cdot 1} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

откуда искомый угол равен 60°.

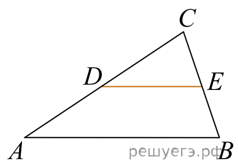


28. Тип 1 № 549312

Площадь треугольника ABC равна 24, DE — средняя линия, параллельная стороне AB. Найдите площадь треугольника CDE.

Решение. Треугольник DEC подобен треугольнику ABC с коэффициентом $\frac{1}{2}$. Площади подобных фигур относятся как квадрат коэффициента подобия, поэтому

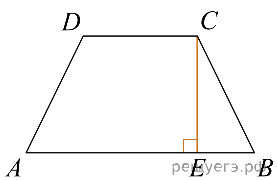
$$S_{CDE} = \frac{24}{4} = 6.$$



Ответ: 6.

29. Тип 1 № 27441

Большее основание равнобедренной трапеции равно 34. Боковая сторона равна 14. Синус острого угла равен $\frac{2\sqrt{10}}{7}$. Найдите меньшее основание.

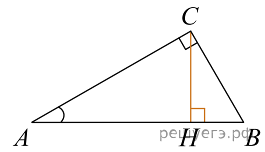


Решение. Заметим, что $CD = AB - 2EB = AB - 2CB\cos A =$
$= AB - 2CB\sqrt{1-\sin^2 A} =$
$= 34 - 2\cdot 14\sqrt{1-\frac{40}{49}} = 34 - 12 = 22.$

Ответ: 22.

30. Тип 1 № 27337

В треугольнике ABC угол C равен 90°, CH — высота, $BC = 25$, $BH = 20$. Найдите $\cos A$.



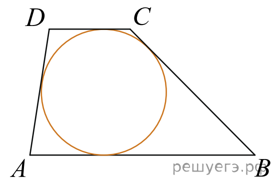
Решение. Углы A и HCB равны как углы со взаимно перпендикулярными сторонами.

$$\cos A = \cos\angle HCB = \frac{CH}{CB} =$$
$$= \frac{\sqrt{CB^2 - HB^2}}{CB} = \frac{\sqrt{625-400}}{25} = 0,6.$$

Ответ: 0,6.

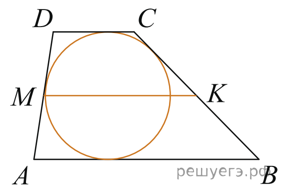
31. Тип 1 № 27937

Около окружности описана трапеция, периметр которой равен 40. Найдите длину её средней линии.



Решение. В выпуклый четырехугольник можно вписать окружность тогда и только тогда, когда $AB + CD = BC + AD$,

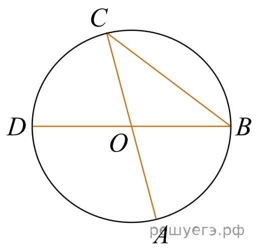
$$MK = \frac{DC + AB}{2} = \frac{P_{ABCD}}{4} = 10.$$



Ответ: 10.

32. Тип 1 № 658680

Отрезки AC и BD — диаметры окружности с центром O. Угол ACB равен 41°. Найдите величину угла AOD. Ответ дайте в градусах.



Решение. Вписанный угол равен половине центрального угла, опирающегося на ту же дугу окружности, значит,

$$\angle AOD = 180^\circ - \angle AOB =$$
$$= 180^\circ - 2\angle ACB = 180^\circ - 82^\circ = 98^\circ.$$

Ответ: 98.

33. Тип 1 № 317439

Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 123. Точка E — середина стороны AB. Найдите площадь трапеции $EBCD$.

Решение. Площадь параллелограмма равна произведению его основания на высоту:

$$S_{\text{п}} = AB \cdot h.$$

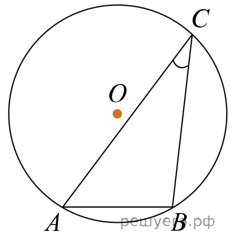
Площадь трапеции равна полусумме оснований, умноженной на высоту. Выразим площадь трапеции через площадь параллелограмма:

$$S_{EBCD} = \frac{1}{2}(EB + CD) \cdot h = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}AB + AB\right)h =$$
$$= \frac{3}{4}AB \cdot h = \frac{3}{4}S_{ABCD} = \frac{3}{4} \cdot 123 = 92{,}25\,.$$

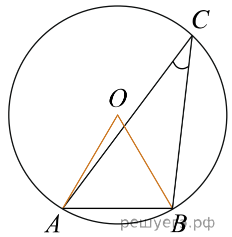
Ответ: 92,25.

34. Тип 1 № 522115

Найдите хорду, на которую опирается угол 30°, вписанный в окружность радиуса 37.



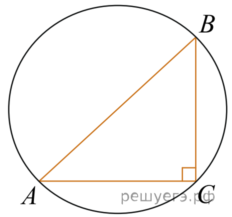
Решение. $\angle ACB = 30^\circ$, значит, $\angle AOB = 60^\circ$, т. к. является центральным углом, опирающимся на ту же хорду. Соответственно, треугольник AOB − равносторонний, так как $AO = OB = AB = R = 37$.



Ответ: 37.

35. Тип 1 № 525089

В треугольнике ABC угол C равен 90°, $AC = 16$, $BC = 30$. Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.



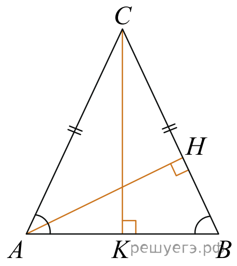
Решение. Радиус окружности, описанной вокруг прямоугольного треугольника, равен половине гипотенузы. Поэтому

$$R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{AC^2 + BC^2}}{2} = \frac{34}{2} = 17.$$

Ответ: 17.

36. Тип 1 № 517192

В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AB боковая сторона равна $16\sqrt{15}$, $\sin\angle BAC = 0,25$. Найдите длину высоты AH.



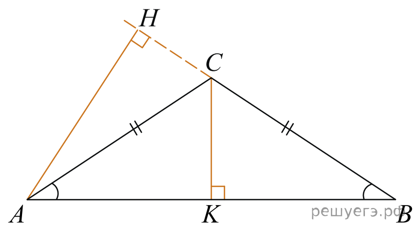
Решение. Проведем из вершины C высоту CK, и заметим, что $\cos CAK = \frac{AK}{AC}$. Выразим косинус через синус: $\cos CAK = \sqrt{1-\sin^2 CAK} = \frac{\sqrt{15}}{4}$, откуда $AK = AC\cos CAK = \frac{\sqrt{15}}{4}\cdot 16\sqrt{15} = 60.$

Далее имеем: $AB = 2AK = 120$, и тогда $AH = AB\sin ABC = 120\cdot 0,25 = 30.$

Ответ: 30.

Примечание.

Внимательный читатель заметит, что рисунок неверный! Действительно, синус угла при основании равен 0,25, значит, сам угол меньше 45°. Следовательно, угол при вершине больше 90° — треугольник тупоугольный. Тем не менее, решение верное: остроугольность треугольника в решении не использовалась, все рассуждения сохраняют свою силу.



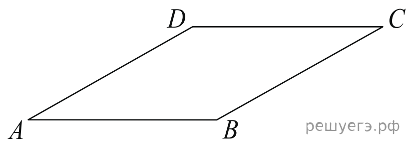
37. Тип 1 № 56453

Площадь ромба равна 18. Одна из его диагоналей в 4 раза больше другой. Найдите меньшую диагональ.

Решение. Площадь ромба равна половине произведения его диагоналей. Пусть меньшая из диагоналей равна a, тогда большая равна $4a$. Следовательно,

$$S = \frac{1}{2}\cdot a\cdot 4a = 18.$$

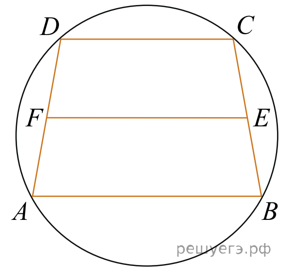
Поэтому $a = 3$.



Ответ: 3.

38. Тип 1 № 53893

Около трапеции описана окружность. Периметр трапеции равен 24, средняя линия равна 11. Найдите боковую сторону трапеции.



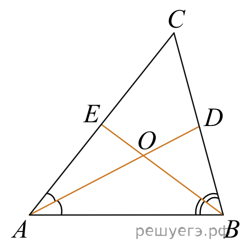
Решение. Трапеция $ABCD$ − равнобедренная, т. к. вокруг неё описана окружность.

$$AD = \frac{P_{ABCD}-(AB+CD)}{2} = \frac{P_{ABCD}}{2} - \frac{AB+CD}{2} = $$
$$= \frac{P_{ABCD}}{2} - FE = 12-11 = 1.$$

Ответ: 1.

39. Тип 1 № 27764

В треугольнике ABC угол C равен 58°, AD и BE — биссектрисы, пересекающиеся в точке O. Найдите угол AOB. Ответ дайте в градусах.



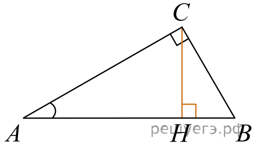
Решение. Рассмотрим угол AOB в треугольнике AOB:

$$\angle AOB = 180^\circ - (\angle OAB + \angle OBA) = 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle A + \angle B) =$$
$$= 180^\circ - \frac{1}{2}(180^\circ - \angle C) =$$
$$= 180^\circ - \frac{1}{2}(180^\circ - 58^\circ) = 180^\circ - 61^\circ = 119^\circ.$$

Ответ: 119.

40. Тип 1 № 27342

В треугольнике ABC угол C равен $90°$, высота CH равна 24, $BH=7$. Найдите $\sin A$.



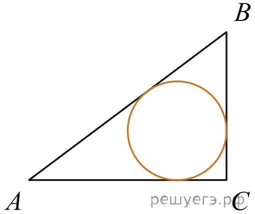
Решение. Углы A и HCB равны как углы со взаимно перпендикулярными сторонами.

$$\sin A = \sin\angle HCB = \frac{HB}{CB} = \frac{HB}{\sqrt{CH^2+HB^2}} = \\ = \frac{7}{\sqrt{49+576}} = \frac{7}{25} = 0,28.$$

Ответ: 0,28.

41. Тип 1 № 516373

В треугольнике ABC известно, что $AC=36$, $BC=15$, угол C равен $90°$. Найдите радиус вписанной окружности.



Решение. Имеем:

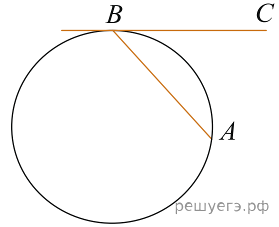
$$r = \frac{AC+BC-AB}{2} = \frac{AC+BC-\sqrt{AC^2+BC^2}}{2} = \\ = \frac{36+15-\sqrt{1521}}{2} = 6.$$

Ответ: 6.

Вариант № 86541109

42. Тип 1 № 51941

Хорда AB стягивает дугу окружности в $116°$. Найдите угол ABC между этой хордой и касательной к окружности, проведенной через точку B. Ответ дайте в градусах.



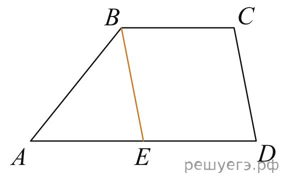
Решение. Угол между касательной и хордой равен половине дуги, стягиваемой хордой:

$$\angle ABC = \frac{\cup AB}{2} = \frac{116°}{2} = 58°.$$

Ответ: 58.

43. Тип 1 № 27835

Прямая, проведенная параллельно боковой стороне трапеции через конец меньшего основания, равного 4, отсекает треугольник, периметр которого равен 15. Найдите периметр трапеции.



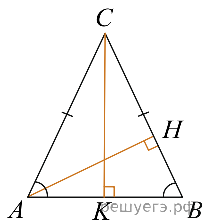
Решение. Заметим, что $EDCB$ — параллелограмм. Противоположные стороны параллелограмма попарно равны. Поэтому

$$P_{ABCD} = AB+BC+CD+AD = \\ = AB+BC+BE+(AE+ED) = \\ = AB+BE+AE+BC+ED = (AB+BE+AE)+2BC = \\ = P_{ABE}+2BC = 15+8 = 23.$$

Ответ: 23.

44. Тип 1 № 27329

В треугольнике ABC $AC = BC = 27$, AH — высота, $\cos BAC = \frac{2}{3}$. Найдите BH.



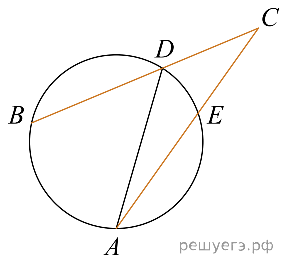
Решение. Треугольник ABC равнобедренный, значит, углы BAC и ABH равны как углы при его основании и высота, проведенная из точки C делит основание AB пополам.

$$BH = AB\cos\angle ABH = AB\cos\angle BAC = 2AK\cos\angle BAC =$$
$$= 2AC\cos^2\angle BAC = 2\cdot 27\cdot\frac{4}{9} = 24.$$

Ответ: 24.

45. Тип 1 № 642010

Найдите угол ACB, если вписанные углы ADB и DAE опираются на дуги окружности, градусные меры которых равны соответственно 122° и 34°. Ответ дайте в градусах.



Решение. Угол между двумя секущими равен полуразности высекаемых ими дуг:

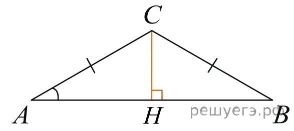
$$\angle ACB = \frac{\cup AB - \cup DE}{2} = \frac{122^\circ - 34^\circ}{2} = 44^\circ.$$

Ответ: 44.

Вариант № 86541109

46. Тип 1 № 4829

В треугольнике ABC $AC = BC = 5$, $\sin A = \frac{4}{5}$. Найдите AB.



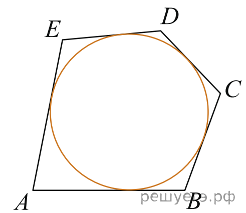
Решение. Треугольник ABC равнобедренный, поэтому высота CH делит основание AB пополам. Тогда

$$AB = 2AH = 2AC\cos A = 2AC\sqrt{1-\sin^2 A} =$$
$$= 2\cdot 5\sqrt{1-\frac{16}{25}} = 6.$$

Ответ: 6.

47. Тип 1 № 27640

Около окружности, радиус которой равен 3, описан многоугольник, периметр которого равен 20. Найдите его площадь.



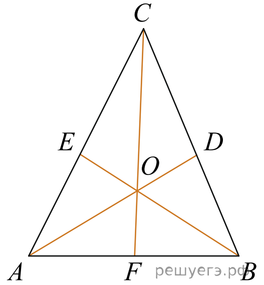
Решение. Радиус вписанной в многоугольник окружности равен отношению его площади к полупериметру. Пусть площадь равна S, полупериметр равен p, радиус окружности равен r. Тогда

$$S = rp = 3\cdot\frac{20}{2} = 30.$$

Ответ: 30.

48. Тип 1 № 27778

В треугольнике ABC угол A равен 60°, угол B равен 82°. AD, BE и CF — биссектрисы, пересекающиеся в точке O. Найдите угол AOF. Ответ дайте в градусах.



Решение.

$$\angle AOF = 180^\circ - \angle OAF - \angle OFA =$$
$$= 180^\circ - \frac{\angle A}{2} - \left(180^\circ - \angle A - \frac{\angle C}{2}\right) =$$
$$= \frac{\angle A}{2} + \frac{\angle C}{2} = \frac{1}{2}(\angle A + 180^\circ - \angle A - \angle B) =$$
$$= 90^\circ - \frac{\angle B}{2} = 49^\circ.$$

Ответ: 49.

Приведем решение Дани Хикканова.

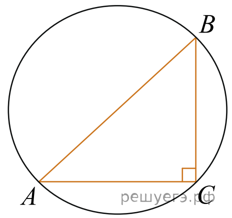
В треугольнике ABC $\angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B = 180^\circ - 60^\circ - 82^\circ = 38^\circ$.

В треугольнике ACF $\angle F = 180^\circ - \angle A - \angle ACF = 180^\circ - 60^\circ - \dfrac{38^\circ}{2} = 101^\circ$.

В треугольнике AOF $\angle AOF = 180^\circ - \angle OAF - \angle F = 180^\circ - \dfrac{60^\circ}{2} - 101 = 49^\circ$.

49. Тип 1 № 52649

Радиус окружности, описанной около прямоугольного треугольника, равен 2. Найдите гипотенузу этого треугольника.



Вариант № 86541109

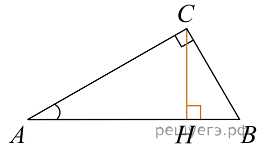
Решение. Вписанный угол, опирающийся на диаметр окружности, является прямым, значит, AB − диаметр.

$$AB = D = 2R = 4.$$

Ответ: 4.

50. Тип 1 № 27339

В треугольнике ABC угол C равен 90°, высота CH равна 20, $BC = 25$. Найдите $\sin A$.



Решение. Углы A и HCB равны как углы со взаимно перпендикулярными сторонами.

$$\sin A = \sin \angle HCB = \frac{HB}{CB} =$$
$$= \frac{\sqrt{CB^2 - CH^2}}{CB} = \frac{\sqrt{625 - 400}}{25} = 0,6.$$

Ответ: 0,6.