

# Создание матриц средствами $\text{\LaTeX}$

Литовченко Даниил

16.12.2020

## 1 Пример 1. Умножение матрицы на число

**Дано:**

Матрица

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Число  $k = 2$ .

**Найти:**

Произведение матрицы на число:  $A \times k = B$

$B$  – ?

**Решение:**

Для того чтобы умножить матрицу  $A$  на число  $k$  нужно каждый элемент матрицы  $A$  умножить на это число. Таким образом, произведение матрицы  $A$  на число  $k$  есть новая матрица:

$$B = 2 \times A = 2 \times \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 8 & 10 & 12 \end{pmatrix}$$

Ответ:

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 8 & 10 & 12 \end{pmatrix}$$

## 2 Пример 2. Умножение матриц

**Дано:**

Матрица

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$$

**Найти:**

Произведение матриц:  $A \times B = C$

$C$  – ?

**Решение:**

Каждый элемент матрицы  $C = A \times B$ , расположенный в  $i$ -ой строке и  $j$ -ом столбе, равен сумме произведений элементов  $i$ -ой матрицы  $A$  на соответствующие элементы  $j$ -го столбца матрицы  $B$ . Строки матрицы  $A$  умножаем на столбцы матрицы  $B$  и получаем:

$$C = A \times B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 2 \times 2 + 3 \times (-1) + 1 \times 3 & 2 \times 1 + 3 \times 1 + 1 \times (-2) \\ -1 \times 2 + 0 \times (-1) + 1 \times 3 & -1 \times 1 + 0 \times 1 + 1 \times (-2) \end{pmatrix}$$

$$C = A \times B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$$

Ответ:

$$C = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$$

### 3 Пример 3. Транспонирование матрицы

**Дано:**

Матрица

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

**Найти:**

Найти матрицу транспонированную данной.

$A^T$  – ?

**Решение:**

Транспонирование матрицы заключается в замене строк этой матрицы ее столбцами с сохранением номеров. Полученная матрица обозначается через  $A^T$ .

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow A^T = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 8 & 2 \\ 9 & 3 \end{pmatrix}$$

Ответ:

$$A^T = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 8 & 2 \\ 9 & 3 \end{pmatrix}$$

### 4 Пример 4. Обратная матрица

**Дано:**

Матрица

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

**Найти:**

Найти обратную матрицу для матрицы  $A$ .

$A^{-1}$  – ?

**Решение:**

Находим  $\det A$  и проверяем  $\det A \neq 0$ :

$$\det A = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 2 \times 1 - 3 \times (-1) = 5$$

$\det A = 5 \neq 0$ .

Составляем вспомогательную матрицу  $A^V$  из алгебраических дополнений  $A_{ij}$ :

$$A^V = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Транспонируем матрицу  $A^V$ :

$$(A^V)^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$$

Каждый элемент полученной матрицы делим на  $\det A$ :

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} (A^V)^T = \frac{1}{5} \times \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ -\frac{3}{5} & \frac{2}{5} \end{pmatrix}$$

Ответ:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ -\frac{3}{5} & \frac{2}{5} \end{pmatrix}$$