**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Санкт-Петербургский государственный**

**электротехнический университет**

**«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)**

**Кафедра МО ЭВМ**

отчет

**по лабораторной работе №1 (Вар. 2р)**

**по дисциплине «Построение и анализ алгоритмов»**

**Тема: Поиск с возвратом**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Студент гр. 3388 |  | Лутфулин Д.А. |
| Преподаватель |  | Жангиров Т.Р. |

Санкт-Петербург

2025

## Цель работы

Разработка и анализ алгоритма разбиения квадрата размером n×n на минимальное количество непересекающихся меньших квадратов с помощью рекурсивного поиска с возвратом

## Задание (Вариант 1р. Рекурсивный бэктрекинг. Исследование времени выполнения от размера квадрата)

У Вовы много квадратных обрезков доски. Их стороны (размер) изменяются от 1 до N −1, и у него есть неограниченное число обрезков любого размера. Но ему очень хочется получить большую столешницу - квадрат размера N

Он может получить ее, собрав из уже имеющихся обрезков(квадратов).

7×7 может быть построена из 9 обрезков.

Внутри столешницы не должно быть пустот, обрезки не должны выходить за пределы столешницы и не должны перекрываться. Кроме того, Вова хочет использовать минимально возможное число обрезков.

Входные данные

Размер столешницы - одно целое число

(2≤N≤20).

Выходные данные

Одно число K, задающее минимальное количество обрезков(квадратов), из которых можно построить столешницу(квадрат) заданного размера N

Далее должны идти K строк, каждая из которых должна содержать три целых числа x,y,w задающие координаты левого верхнего угла (1≤x,y≤N) и длину стороны соответствующего обрезка(квадрата).

﻿Пример входных данных

7

Соответствующие выходные данные

9

1 1 2

1 3 2

3 1 1

4 1 1

3 2 2

5 1 3

4 4 4

1 5 3

3 4 1

## Выполнение работы

Для выполнения работы был использован алгоритм рекурсивного поиска с возвратом. Этот алгоритм на каждом вызове рекурсивной функции добавляет один квадрат и снова вызывает рекурсивную функцию, а если количество квадратов в решении уже превысило длину наилучшего решения, то происходит откат к более ранним решениям.

**Описание рекурсивной функции:**

Функция backtrack(cur\_squares, empty, x, y) вызывается внутри главной функции quilts. Она принимает текущий список квадратов cur\_squares, число empty – оставшаяся незаполненная площадь, и принимает координаты последней уже найденной заполненной точки x,y. Также функция пользуется двумерным массивом sq, размером стороны квадрата n и nonlocal массивом best\_solution. Назначение – найти наименьшее разбиение квадрата на квадраты с меньшей стороной. Функция ничего не возвращает, но изменяет массив best\_solution.

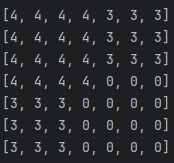
**Оптимизации алгоритма:**

Для оптимизации алгоритма были использованы следующие методы:

1. В качестве первых трёх квадратов предполагаются 3 квадрата:

* Квадрат стороны (n + 1) // 2 в точке [0,0]
* Квадрат стороны n//2 в точке [(n + 1) // 2, 0]
* Квадрат стороны n//2 в точке [0, (n + 1) // 2]

Например для квадрата 7\*7 получим такое разбиение:



1. Если сторона квадрата – не простое число, то находим решение для квадрата со стороной наименьшего делителя этого числа, а потом масштабируем его до исходного n. Например, разбиение квадрата 14\*14 – это разбиение квадрата 2\*2, увеличенное в 7 раз.
2. Основная оптимизация перебора – бэктрекинг. Если найденный массив cur\_squares длиннее, чем массив best\_solution, или мы перебрали все возможные варианты, то алгоритм возвращается к предыдущему шагу, удаляя последний поставленный квадрат.
3. Введена переменная empty – количество оставшихся пустых клеток. Она применяется, если мы пытаемся поставить квадрат с площадью больше, чем её значение – в таком случае попытка сразу отбрасывается, без перебора клеток. Также, если значение empty = 0, то можно не пытаться поставить ещё один квадрат, а сразу выходить из функции, так как квадрат уже заполнен.

**Способ хранения частичных решений:**

Частичные решения хранятся в двумерном массиве sq размера n\*n, массиве текущего решения cur\_squares и массиве best\_solution. Массив best\_solution был сделан nonlocal для того, чтобы можно было копировать в него массив cur\_squares, когда тот становится оптимальным решением. Для sq и cur\_squares это не требуется, так как с ними не выполняется операция присваивания.

**Оценка сложности по времени и памяти:**

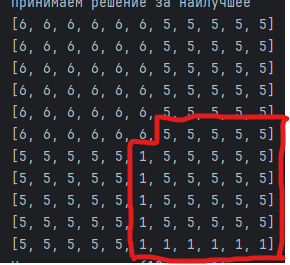
Нахождение простого делителя – O(n1/2)

Здесь и далее под n будет подразумеваться наименьший простой делитель числа, так как решение для составного числа является масштабированным решением для простого числа.

Рисование квадрата – O(n2)

Построение 3-х начальных квадратов – O(n2).

Заметим, что первое найденное решение будет с большим квадратом со стороной (n//2) и остальными квадратами 1\*1. Это ровно n решений. Пример для квадрата 11\*11 ниже:



Таким образом наилучшее решение уже размером n, а значит будет не более чем n заходов в рекурсию – остальные будут обрубаться сразу же, так как есть более оптимальное решение.

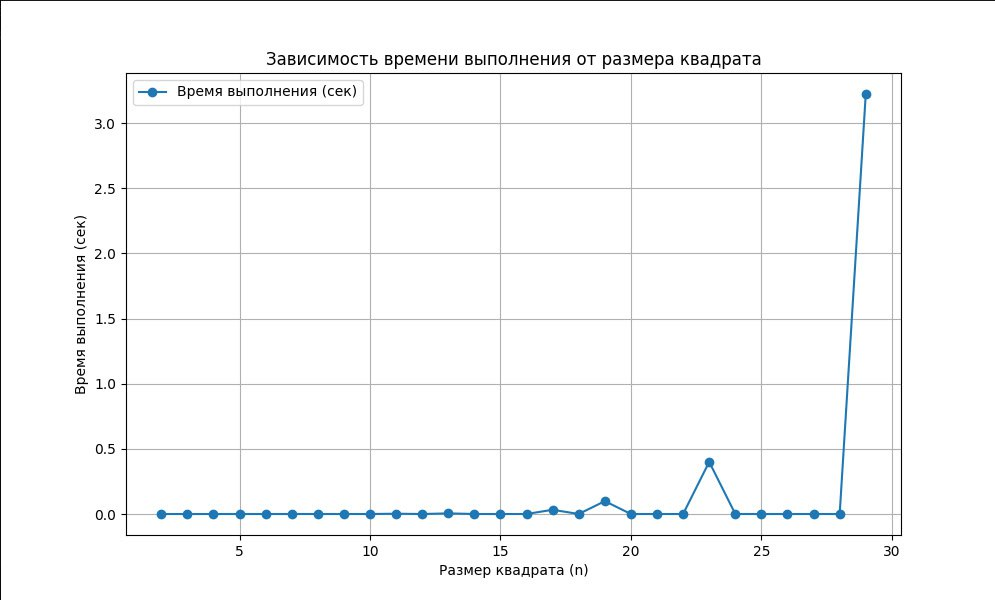
На каждом шаге мы сначала пытаемся найти следующую пустую точку. Так как квадрат заполняется слева направо и сверху вниз, будет проверяться примерно одна строка – в среднем случае O(n). Далее мы ставим квадрат размером не более чем (n-1)2 , рекурсивно вызываем функцию и убираем квадрат. Таким образом, 1 заход в функцию занимает O(n) + O(n2 )+ O(n2 ) ~ O(n2 ).

Итого имеем рекурсию глубины n, каждый шаг которой сложностью в O(n^2). Значит, сложность алгоритма ).

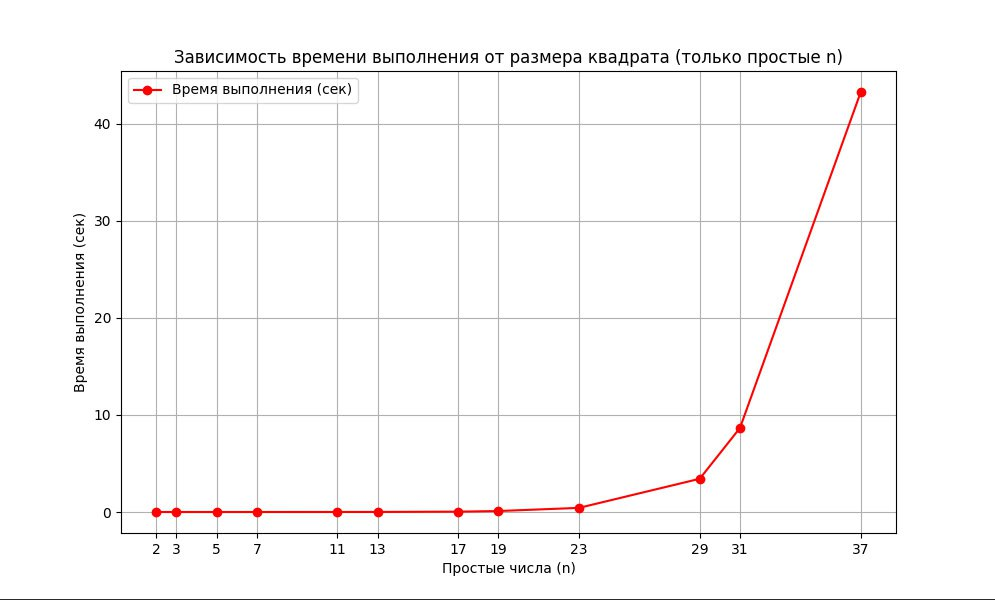
Оценим сложность по памяти. Массивы sq best\_solution и cur\_squares ни на каком из этапов не копируются, их сложность O(n2), O(n) иO(n) соответственно. Так как глубина рекурсии - n, сложность для остальных переменных O(n). Итого получаем сложность O(n2).

**Исследование времени выполнения :**

Построим график зависимости времени выполнения от n



Так как решение для составных чисел сводится к масштабированию простого числа, решения с составными числами не составляют большого интереса. Поэтому имеет смысл рассмотреть график, на который нанесены только простые числа



## Вывод

Разработан и проанализирован алгоритм разбиения квадрата n×n на минимальное количество непересекающихся квадратовс использованием поиска с возвратом. Оценена сложность алгоритма по времени – ) и по памяти - . Исследовано время работы алгоритма