Meтод LMNN обучения метрики

Лебедь Федор Сергеевич

МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, кафедра ММП

Почему метрика важна



- Метрика = модель пространства.
- Метрические алгоритмы работают с пространством, порожденным метрикой.

Как выбрать «хорошую» метрику

- Разработано огромное количество функций сходства для различных объектов
- Все функции сходства параметризованы
- Можно считать геодезическое расстояние
- В ручную уже никак, нужен алгоритм!

Классическое семейство метрик

$$d_A^2(x,y) = (x-y)^T A(x-y), \ A \succeq 0$$

(Некоторые ошибочно называют расстоянием Махаланобиса)

Геометрическая интерпретация

По разложению Холецкого

$$d_A^2(x, y) = ||Ux - Uy||^2, \ A = U^T U$$

Воу-воу, это что, просто линейное преобразование пространства? Да.

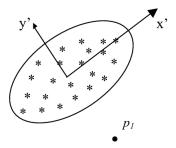


Рис. 1: Вот так выглядит окрестность в d_A^2

Слишком просто, давай сложнее

Чтобы решить проблему неоднородности пространства можно использовать мультиметрические методы.

- Припишем каждой точке пространства тензор
- В каждой точке пусть растягивается в соответствии с этим тензором
- Что-то слишком сложно

Можно попроще

- Каждому классу дадим свою метрику
- Расстояние до объекта = расстояние по метрики его класса
- One-vs-All сводит к LMNN, ура умеем решать!

LMNN

LMNN заключается в выборе A для $d_A^2(x,y)$ так, чтобы

- Объекты одного класса были рядом
- Объекты разных классов были далеко
- Да ты что?!

Как решать?

- Для каждого объекта выбираем целевых соседей (до обучения)
- Ребят не из класса объекта называем самозванцами
- Боремся за то, чтобы выпихнуть самозванцев из окрестности целевых соседей
- Соберем задачу минимизации

Бурбаки подъехали

Уезжайте...

$$\begin{split} \min_{M} \sum_{i,j \in N_i} d(\vec{x}_i, \vec{x}_j) + \sum_{i,j,l} \xi_{ijl} \\ d(\vec{x}_i, \vec{x}_j) + 1 &\leq d(\vec{x}_i, \vec{x}_l) + \xi_{ijl} \quad \forall_{i,j \in N_i, l, y_l \neq y_i} \\ \xi_{ijl} &\geq 0 \end{split}$$

- Первая сумма минимизирует расстояние до целевых соседей
- Вторая сумма минимизирует нежесткость
- Неравенства выпихивают самозванцев из окрестности
- И конечно условие нежесткости

Многовато параметров

- Заменим ξ на hinge loss, дифференцируемость это убьет, но не сильно.
- И почему это эквивалентная замена? Вспоминай ММРО!

Параметров стало нормально, решаем итеративно, градиентным спуском.

Кукарек?

Да, в хорошем смысл

