Система баланса:

$$x_{1,5} - x_{3,1} == -3$$
 $x_{2,3} + x_{2,4} - x_{6,2} == 2$
 $-x_{2,3} + x_{3,1} + x_{3,5} - x_{4,3} - x_{7,3} == -2$
 $-x_{2,4} + x_{4,3} - x_{5,4} - x_{6,4} - x_{7,4} == 4$
 $-x_{1,5} - x_{3,5} + x_{5,4} == 7$
 $x_{6,2} + x_{6,4} + x_{6,7} == -10$
 $-x_{6,7} + x_{7,3} + x_{7,4} == 2$

Списковые структуры представления корневого дерева исходного графа:

"i"	1	2	3	4	5	6	7
"Pred[i]"	3	6	7	7	3	7	0
"Depth[i]"	2	2	1	1	2	1	0
"Dir[i]"	1	1	1	1	1	-1	0

Список династического обхода корневого дерева:

{7, 6, 2, 3, 1, 5, 4}

"Ut"
$$3 \leftrightarrow 1$$
 $3 \leftrightarrow 5$ $6 \leftrightarrow 2$ $6 \leftrightarrow 7$ $7 \leftrightarrow 3$ $7 \leftrightarrow 4$

"Un"
$$\begin{vmatrix} 1 \leftrightarrow 5 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2 \leftrightarrow 3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2 \leftrightarrow 4 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 4 \leftrightarrow 3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 5 \leftrightarrow 4 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 6 \leftrightarrow 4 \end{vmatrix}$$

Характеристические векторы:

	X _{1→5}	$X_{2 \leftrightarrow 3}$	$X_{2 \leftrightarrow 4}$	$X_{4 \leftrightarrow 3}$	$X_{5 \leftrightarrow 4}$	$X_{6 \leftrightarrow 4}$	$x_{3 \leftrightarrow 1}$	$X_{3 \leftrightarrow 5}$	$X_{6 \leftrightarrow 2}$	X _{6↔7}	$X_{7 \leftrightarrow 3}$	$x_{7 \leftrightarrow 4}$
1 ↔ 5	1	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0
2 ↔ 3	0	1	0	0	0	0	0	0	1	-1	-1	0
2 ↔ 4	0	0	1	0	0	0	0	0	1	-1	0	-1
4 ↔ 3	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0		1
5 ↔ 4	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	-1
6 ↔ 4	0	0	0	0	0	1	0	0	0	-1	0	-1

Частное решение:

Ã _{1↔5}	ữ _{2⊷3}	$\tilde{x}_{2 \leftrightarrow 4}$	ữ _{4⊷3}	Ã _{5⊷4}	ữ _{6⊷4}	ữ _{3⊷1}	x̃ _{3⊷5}	ữ _{6⊷2}	ữ _{6⊷7}	ữ _{7⊷3}	ữ _{7⊷4}
0	0	0	0	0	0	3	-7	- 2	-8	- 2	- 4

Общее решение неоднородной системы баланса:

$$X_{3,1} \rightarrow 3 + X_{1,5}$$
 $X_{3,5} \rightarrow -7 - X_{1,5} + X_{5,4}$
 $X_{6,2} \rightarrow -2 + X_{2,3} + X_{2,4}$
 $X_{6,7} \rightarrow -8 - X_{2,3} - X_{2,4} - X_{6,4}$
 $X_{7,3} \rightarrow -2 - X_{2,3} - X_{4,3} + X_{5,4}$
 $X_{7,4} \rightarrow -4 - X_{2,4} + X_{4,3} - X_{5,4} - X_{6,4}$

Проверка полученного решения:

{True, True, True, True, True, True}

"Un"	1 ↔ 5	2 ↔ 3	2 ↔ 4	4 ↔ 3	5 ↔ 4	6 ↔ 4
"Λ(i,j)_1"	-7	-1	14	-13	14	4
"Λ(i,j)_2"	-1	14	14	-9	- 10	21

Система баланса:

$$x_{1,5} + x_{1,6} - x_{2,1} - x_{3,1} = 7$$
 $x_{2,1} + x_{2,3} + x_{2,6} + x_{2,7} - x_{5,2} = 10$
 $-x_{2,3} + x_{3,1} - x_{4,3} - x_{6,3} = 3$
 $x_{4,3} - x_{5,4} - x_{6,4} = -19$
 $-x_{1,5} + x_{5,2} + x_{5,4} = -6$
 $-x_{1,6} - x_{2,6} + x_{6,3} + x_{6,4} = -2$
 $-x_{2,7} = 7$

Списковые структуры представления корневого дерева исходного графа:

"i"	1	2	3	4	5	6	7
"Pred[i]"	3	3	0	3	2	3	2
"Depth[i]"	1	1	0	1	2	1	2
"Dir[i]"	1	-1	0	-1	-1	-1	1

Список династического обхода корневого дерева:

{3, 6, 2, 5, 7, 4, 1}

"Ut"
$$2 \leftrightarrow 3$$
 $2 \leftrightarrow 7$ $3 \leftrightarrow 1$ $4 \leftrightarrow 3$ $5 \leftrightarrow 2$ $6 \leftrightarrow 3$

"Un"
$$1 \leftrightarrow 5$$
 $1 \leftrightarrow 6$ $2 \leftrightarrow 1$ $2 \leftrightarrow 6$ $5 \leftrightarrow 4$ $6 \leftrightarrow 4$

Характеристические векторы:

	X _{1↔5}	$x_{1 \leftrightarrow 6}$	$x_{2 \leftrightarrow 1}$	$x_{2 \leftrightarrow 6}$	$X_{5 \leftrightarrow 4}$	$x_{6 \mapsto 4}$	$x_{2 \leftrightarrow 3}$	$X_{2 \leftrightarrow 7}$	$x_{3 \leftrightarrow 1}$	$X_{4 \leftrightarrow 3}$	$x_{5 \leftrightarrow 2}$	$x_{6 \leftrightarrow 3}$
1 ↔ 5	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0
1 ↔ 6	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
2 ↔ 1	0	0	1	0	0	0	-1	0	-1	0	0	0
2 ↔ 6	0	0	0	1	0	0	- 1	0	0	0	0	1
5 ↔ 4	0	0	0	0	1	0	-1	0	0	1	-1	0
6 ↔ 4	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	- 1

Частное решение:

ữ _{1⊷5}	ữ _{1⊷6}	$\tilde{x}_{2 \leftrightarrow 1}$	x̃ _{2⊷6}	x̃ _{5⊷4}	ữ _{6⊷4}	x̃ _{2⊷3}	x̃ _{2⊷7}	ữ _{3⊷1}	ữ _{4⊷3}	x̃ _{5↔2}	ã _{6⊷3}
0	0	0	0	0	0	11	-7	- 7	- 19	-6	- 2

Общее решение неоднородной системы баланса:

$$x_{2,3} \rightarrow 11 + x_{1,5} - x_{2,1} - x_{2,6} - x_{5,4}$$

 $x_{2,7} \rightarrow -7$

$$X_{3,1} \rightarrow -7 + X_{1,5} + X_{1,6} - X_{2,1}$$

$$X_{4,3} \rightarrow -19 + X_{5,4} + X_{6,4}$$

$$x_{5,2} \rightarrow -6 + x_{1,5} - x_{5,4}$$

$$X_{6,3} \rightarrow -2 + X_{1,6} + X_{2,6} - X_{6,4}$$

Проверка полученного решения:

{True, True, True, True, True, True}

"Un"	1 ↔ 5	1 ↔ 6	2 ↔ 1	2 ↔ 6	5 ↔ 4	6 ↔ 4
"∧(i,j)_1"	- 12	- 12	4	- 2	- 5	0
"Λ(i,j)_2"	14	6	- 2	- 19	9	19

Система баланса:

$$\begin{array}{l} x_{1,2} + x_{1,4} - x_{3,1} - x_{5,1} = 1 \\ -x_{1,2} + x_{2,3} - x_{6,2} = -3 \\ -x_{2,3} + x_{3,1} + x_{3,5} - x_{6,3} = 4 \\ -x_{1,4} - x_{5,4} - x_{7,4} = 9 \\ -x_{3,5} + x_{5,1} + x_{5,4} - x_{7,5} = -3 \\ x_{6,2} + x_{6,3} + x_{6,7} = -3 \\ -x_{6,7} + x_{7,4} + x_{7,5} = -5 \end{array}$$

Списковые структуры представления корневого дерева исходного графа:

"j"	1	2	3	4	5	6	7
"Pred[i]"	3	3	0	1	3	3	6
"Depth[i]"	1	1	0	2	1	1	2
"Dir[i]"	1	-1	0	1	1	-1	1

Список династического обхода корневого дерева:

"Ut"
$$\begin{vmatrix} 1 \leftrightarrow 4 & 2 \leftrightarrow 3 & 3 \leftrightarrow 1 & 3 \leftrightarrow 5 & 6 \leftrightarrow 3 & 6 \leftrightarrow 7 \end{vmatrix}$$

"Un"
$$\begin{vmatrix} 1 \leftrightarrow 2 & 5 \leftrightarrow 1 & 5 \leftrightarrow 4 & 6 \leftrightarrow 2 & 7 \leftrightarrow 4 & 7 \leftrightarrow 5 \end{vmatrix}$$

Характеристические векторы:

	X _{1↔2}	$X_{5 \leftrightarrow 1}$	$x_{5 \leftrightarrow 4}$	$x_{6 \leftrightarrow 2}$	$x_{7 \leftrightarrow 4}$	$x_{7 \leftrightarrow 5}$	$x_{1 \leftrightarrow 4}$	$X_{2 \leftrightarrow 3}$	$x_{3 \leftrightarrow 1}$	$X_{3 \leftrightarrow 5}$	$x_{6 \leftrightarrow 3}$	x _{6⊷7}
1 ↔ 2	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
5 ↔ 1	0	1	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0
5 ↔ 4	0	0	1	0	0	0	- 1	0	-1	1	0	0
6 ↔ 2	0	0	0	1				1	0	0	-1	0
7 ↔ 4	0	0	0	0	1	0	- 1	0	-1	0	-1	1
7 ↔ 5	0	0	0	0	0	1	0	0	0	-1	-1	1

Частное решение:

I	$\tilde{x}_{1 \leftrightarrow 2}$	x̃ _{5⊷1}	x̃ _{5⊷4}	ữ _{6⊷2}	ữ _{7⊷4}	ữ _{7⊷5}	ữ _{1⊷4}	x̃ _{2↔3}	ữ _{3⊷1}	x̃ _{3⊷5}	ữ _{6⊷3}	ữ _{6⊷7}
	0	0	0	0	0	0	- 9	- 3	- 10	3	-8	5

Общее решение неоднородной системы баланса:

$$X_{1,4} \rightarrow -9 - X_{5,4} - X_{7,4}$$
 $X_{2,3} \rightarrow -3 + X_{1,2} + X_{6,2}$
 $X_{3,1} \rightarrow -10 + X_{1,2} - X_{5,1} - X_{5,4} - X_{7,4}$
 $X_{3,5} \rightarrow 3 + X_{5,1} + X_{5,4} - X_{7,5}$
 $X_{6,3} \rightarrow -8 - X_{6,2} - X_{7,4} - X_{7,5}$
 $X_{6,7} \rightarrow 5 + X_{7,4} + X_{7,5}$

Проверка полученного решения:

{True, True, True, True, True, True}

		5 ↔ 1	5 ↔ 4	6 ↔ 2	7 ↔ 4	7 ↔ 5
"Λ(i,j)_1"	2	0	-1	- 9	- 14	- 19
"Λ(i,j)_2"	- 8	17	- 3	- 6	- 14	- 5

Система баланса:

 $x_{7,1} + x_{7,3} = 0$

$$X_{1,3} + X_{1,5} - X_{2,1} - X_{4,1} - X_{7,1} = 4$$
 $X_{2,1} + X_{2,4} + X_{2,6} - X_{3,2} - X_{5,2} = 8$
 $- X_{1,3} + X_{3,2} + X_{3,4} - X_{5,3} - X_{7,3} = -10$
 $- X_{2,4} - X_{3,4} + X_{4,1} = -9$
 $- X_{1,5} + X_{5,2} + X_{5,3} = -3$
 $- X_{2,6} = 10$

Списковые структуры представления корневого дерева исходного графа:

"i"	1	2	3	4	5	6	7
"Pred[i]"	4	4	4	0	3	2	3
"Depth[i]"	1	1	1	0	2	2	2
"Dir[i]"	1	-1	-1	0	-1	1	-1

Список династического обхода корневого дерева:

"Ut"
$$2 \leftrightarrow 4$$
 $2 \leftrightarrow 6$ $3 \leftrightarrow 4$ $4 \leftrightarrow 1$ $5 \leftrightarrow 3$ $7 \leftrightarrow 3$

"Un"
$$1 \leftrightarrow 3$$
 $1 \leftrightarrow 5$ $2 \leftrightarrow 1$ $3 \leftrightarrow 2$ $5 \leftrightarrow 2$ $7 \leftrightarrow 1$

Характеристические векторы:

	X _{1→3}	$X_{1 \leftrightarrow 5}$	$x_{2 \leftrightarrow 1}$	$x_{3 \leftrightarrow 2}$	$X_{5 \leftrightarrow 2}$	$x_{7 \leftrightarrow 1}$	$x_{2 \leftrightarrow 4}$	$x_{2 \leftrightarrow 6}$	$x_{3 \mapsto 4}$	$X_{4 \mapsto 1}$	$X_{5 \leftrightarrow 3}$	X _{7⊷3}
1 ↔ 3	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
1 ↔ 5	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0
2 ↔ 1	0	0	1	0	0	0	-1	0	0	-1	0	0
3 ↔ 2	0	0	0	1	0	0	1	0	-1	0	0	0
5 ↔ 2	0	0	0	0	1	0	1	0	-1	0	-1	0
7 ↔ 1	0	0	0	0	0	1	0	0	-1	-1	0	-1

Частное решение:

$\tilde{x}_{1 \leftrightarrow 3}$	ữ _{1⊷5}						x̃ _{2⊷6}				
0	0	0	0	0	0	18	- 10	- 13	-4	- 3	0

Общее решение неоднородной системы баланса:

$$X_{2,4} \rightarrow 18 - X_{2,1} + X_{3,2} + X_{5,2}$$
 $X_{2,6} \rightarrow -10$
 $X_{3,4} \rightarrow -13 + X_{1,3} + X_{1,5} - X_{3,2} - X_{5,2} - X_{7,1}$
 $X_{4,1} \rightarrow -4 + X_{1,3} + X_{1,5} - X_{2,1} - X_{7,1}$
 $X_{5,3} \rightarrow -3 + X_{1,5} - X_{5,2}$
 $X_{7,3} \rightarrow -X_{7,1}$

Проверка полученного решения:

{True, True, True, True, True, True}

"Un"	1 ↔ 3	1 ↔ 5	2 ↔ 1	3 ↔ 2	5 ↔ 2	7 ↔ 1
"∧(i,j)_1"	2	- 21	- 9	- 2	14	8
"Λ(i,j)_2"	-4	- 10	6	1	- 14	6

Система баланса:

$$-x_{5,1} - x_{6,1} - x_{7,1} = 10$$

 $x_{2,6} - x_{3,2} - x_{4,2} = 8$

$$X_{3,2} + X_{3,4} = -6$$

$$-X_{3,4} + X_{4,2} + X_{4,5} - X_{7,4} == 6$$

$$-X_{4,5} + X_{5,1} + X_{5,7} - X_{6,5} == -2$$

$$-X_{2,6} + X_{6,1} + X_{6,5} + X_{6,7} = -20$$

$$-x_{5,7} - x_{6,7} + x_{7,1} + x_{7,4} = 4$$

Списковые структуры представления корневого дерева исходного графа:

"j"	1	2	3	4	5	6	7
"Pred[i]"	6	3	0	3	4	2	4
"Depth[i]"	3	1	0	1	2	2	2
"Dir[i]"	1	1	0	1	1	1	-1

Список династического обхода корневого дерева:

"Ut"
$$2 \leftrightarrow 6 \mid 3 \leftrightarrow 2 \mid 3 \leftrightarrow 4 \mid 4 \leftrightarrow 5 \mid 6 \leftrightarrow 1 \mid 7 \leftrightarrow 4$$

"Un"
$$4 \leftrightarrow 2$$
 $5 \leftrightarrow 1$ $5 \leftrightarrow 7$ $6 \leftrightarrow 5$ $6 \leftrightarrow 7$ $7 \leftrightarrow 1$

Характеристические векторы:

	X _{4↔2}	$X_{5 \leftrightarrow 1}$	$X_{5 \leftrightarrow 7}$	X _{6→5}	X _{6↔7}	$x_{7 \leftrightarrow 1}$	$x_{2 \leftrightarrow 6}$	$x_{3 \leftrightarrow 2}$	$x_{3 \leftrightarrow 4}$	$X_{4 \leftrightarrow 5}$	$x_{6 \leftrightarrow 1}$	X _{7⊷4}
4 ↔ 2	1	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0
5 ↔ 1	0	1	0	0	0	0	-1	-1	1	1	-1	0
5 ↔ 7	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1
6 ↔ 5	0	0	0	1	0	0	1	1	-1	-1	0	0
6 ↔ 7	0	0	0	0	1	0	1	1	-1	0	0	1
7 ↔ 1	0	0	0	0	0	1	-1	- 1	1	0	- 1	-1

Частное решение:

$\tilde{x}_{4 \leftrightarrow 2}$	ữ _{5⊷1}	x̃ _{5⊷7}	Ã _{6→5}	ữ _{6⊷7}	ữ _{7⊷1}	x̃ _{2⊷6}	x̃ _{3↔2}	ữ _{3⊷4}	ữ _{4⊷5}	$\tilde{x}_{6 \leftrightarrow 1}$	~ X _{7⊷4}
0	0	0	0	0	0	10	2	-8	2	- 10	4

Общее решение неоднородной системы баланса:

$$X_{2,6} \rightarrow 10 - X_{5,1} + X_{6,5} + X_{6,7} - X_{7,1}$$

$$X_{3,2} \rightarrow 2 - X_{4,2} - X_{5,1} + X_{6,5} + X_{6,7} - X_{7,1}$$

$$X_{3,4} \rightarrow -8 + X_{4,2} + X_{5,1} - X_{6,5} - X_{6,7} + X_{7,1}$$

$$X_{4,5} \rightarrow 2 + X_{5,1} + X_{5,7} - X_{6,5}$$

$$X_{6,1} \rightarrow -10 - X_{5,1} - X_{7,1}$$

$$X_{7,4} \rightarrow 4 + X_{5,7} + X_{6,7} - X_{7,1}$$

Проверка полученного решения:

{True, True, True, True, True, True}

"Un"	4 ↔ 2	5 ↔ 1	5 ↔ 7	6 ↔ 5	6 ↔ 7	7 ↔ 1
"Λ(i,j)_1"	2	- 6	- 2	- 10	-1	- 10
"Λ(i,j)_2"	- 3	- 42	0	12	16	- 24

Система баланса:

$$x_{1,2} - x_{7,1} = -1$$
 $-x_{1,2} - x_{3,2} - x_{4,2} - x_{6,2} - x_{7,2} = -27$
 $x_{3,2} + x_{3,5} - x_{7,3} = 10$
 $x_{4,2} + x_{4,5} + x_{4,7} = 6$
 $-x_{3,5} - x_{4,5} + x_{5,6} = 9$
 $-x_{5,6} + x_{6,2} - x_{7,6} = 7$

 $-X_{4,7} + X_{7,1} + X_{7,2} + X_{7,3} + X_{7,6} = -4$

Списковые структуры представления корневого дерева исходного графа:

"j"	1	2	3	4	5	6	7
"Pred[i]"	2	0	2	2	3	2	2
"Depth[i]"	1	0	1	1	2	1	1
"Dir[i]"	-1	0	-1	-1	1	-1	-1

Список династического обхода корневого дерева:

"Ut"
$$1 \leftrightarrow 2 \mid 3 \leftrightarrow 2 \mid 3 \leftrightarrow 5 \mid 4 \leftrightarrow 2 \mid 6 \leftrightarrow 2 \mid 7 \leftrightarrow 2$$

"Un"
$$4 \leftrightarrow 5$$
 $4 \leftrightarrow 7$ $5 \leftrightarrow 6$ $7 \leftrightarrow 1$ $7 \leftrightarrow 3$ $7 \leftrightarrow 6$

Характеристические векторы:

	X _{4→5}	$X_{4 \leftrightarrow 7}$	$x_{5 \leftrightarrow 6}$	$x_{7 \leftrightarrow 1}$	$X_{7 \leftrightarrow 3}$	$x_{7 \leftrightarrow 6}$	$x_{1 \leftrightarrow 2}$	$x_{3 \leftrightarrow 2}$	$X_{3 \leftrightarrow 5}$	$X_{4 \leftrightarrow 2}$	$x_{6 \leftrightarrow 2}$	$x_{7 \leftrightarrow 2}$
4 ↔ 5	1	0	0	0	0	0	0	1	-1	- 1	0	0
4 ↔ 7	0	1	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	1
5 ↔ 6	0	0	1	0	0	0	0	- 1	1	0	1	0
7 ↔ 1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	- 1
7 ↔ 3	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	- 1
7 ↔ 6	0	0			0	1	0	0	0	0	1	- 1

Частное решение:

I	ữ _{4⊷5}	ữ _{4⊷7}	x̃ _{5⊷6}	~ X _{7⊷1}	x̃ _{7⊷3}	ữ _{7⊷6}	$\tilde{x}_{1 \leftrightarrow 2}$	x̃ _{3⊷2}	x̃ _{3⊷5}	ữ _{4⊷2}	~ X _{6↔2}	~ X _{7⊷2}
	0	0	0	0	0	0	-1	19	- 9	6	7	- 4

Общее решение неоднородной системы баланса:

$$\begin{array}{l} x_{1,2} \rightarrow -1 + x_{7,1} \\ x_{3,2} \rightarrow 19 + x_{4,5} - x_{5,6} + x_{7,3} \\ x_{3,5} \rightarrow -9 - x_{4,5} + x_{5,6} \\ x_{4,2} \rightarrow 6 - x_{4,5} - x_{4,7} \\ x_{6,2} \rightarrow 7 + x_{5,6} + x_{7,6} \\ x_{7,2} \rightarrow -4 + x_{4,7} - x_{7,1} - x_{7,3} - x_{7,6} \end{array}$$

Проверка полученного решения:

{True, True, True, True, True, True}

"Un"	4 ↔ 5	4 ↔ 7	5 ↔ 6	7 ↔ 1	7 ↔ 3	7 ↔ 6
"Λ(i,j)_1"	1	- 2	-11	15	13	- 5
"Λ(i,j)_2"	- 11	5	-9	5	-8	-13

Система баланса:

$$\begin{array}{l} -x_{3,1}-x_{7,1}=-5\\ x_{2,3}+x_{2,6}-x_{4,2}-x_{5,2}=5\\ -x_{2,3}+x_{3,1}-x_{4,3}-x_{6,3}-x_{7,3}=-3\\ x_{4,2}+x_{4,3}+x_{4,6}+x_{4,7}=-8\\ x_{5,2}+x_{5,6}=-2\\ -x_{2,6}-x_{4,6}-x_{5,6}+x_{6,3}=-6 \end{array}$$

Списковые структуры представления корневого дерева исходного графа:

"j"	1	2	3	4	5	6	7
"Pred[i]"	3	0	2	2	2	2	4
"Depth[i]"	2	0	1	1	1	1	2
"Dir[i]"	1	0	1	-1	-1	1	1

Список династического обхода корневого дерева:

 $-X_{4,7} + X_{7,1} + X_{7,3} = 7$

"Ut"
$$2 \leftrightarrow 3$$
 $2 \leftrightarrow 6$ $3 \leftrightarrow 1$ $4 \leftrightarrow 2$ $4 \leftrightarrow 7$ $5 \leftrightarrow 2$

"Un"
$$4 \leftrightarrow 3$$
 $4 \leftrightarrow 6$ $5 \leftrightarrow 6$ $6 \leftrightarrow 3$ $7 \leftrightarrow 1$ $7 \leftrightarrow 3$

Характеристические векторы:

	X _{4⊷3}	$x_{4 \mapsto 6}$	$x_{5 \leftrightarrow 6}$	$x_{6 \leftrightarrow 3}$	$x_{7 \leftrightarrow 1}$	$x_{7 \leftrightarrow 3}$	$x_{2 \leftrightarrow 3}$	$x_{2 \leftrightarrow 6}$	$x_{3 \leftrightarrow 1}$	$X_{4 \leftrightarrow 2}$	$X_{4 \leftrightarrow 7}$	$X_{5 \leftrightarrow 2}$
4 ↔ 3	1	0	0	0	0	0	- 1	0	0	- 1	0	0
4 ↔ 6	0	1	0	0	0	0	0	- 1	0	-1	0	0
5 ↔ 6	0	0	1	0	0	0	0	-1	0	0	0	-1
6 ↔ 3	0	0	0	1	0		- 1					0
7 ↔ 1	0	0	0	0	1	0	- 1	0	-1	-1	1	0
7 ↔ 3	0	0	0	0	0	1	- 1	0	0	-1	1	0

Частное решение:

	ữ _{4⊷3}	ữ _{4⊷6}	x̃ _{5⊷6}	ữ _{6⊷3}	ữ _{7⊷1}	ữ _{7⊷3}	x̃ _{2⊷3}	x̃ _{2⊷6}	ữ _{3⊷1}	ữ _{4⊷2}	ữ _{4⊷7}	x̃ _{5↔2}
ſ	0	0	0	0	0	0	8	- 6	5	-1	-7	- 2

Общее решение неоднородной системы баланса:

$$x_{2,3} \rightarrow 8 - x_{4,3} - x_{6,3} - x_{7,1} - x_{7,3}$$
 $x_{2,6} \rightarrow -6 - x_{4,6} - x_{5,6} + x_{6,3}$
 $x_{3,1} \rightarrow 5 - x_{7,1}$
 $x_{4,2} \rightarrow -1 - x_{4,3} - x_{4,6} - x_{7,1} - x_{7,3}$
 $x_{4,7} \rightarrow -7 + x_{7,1} + x_{7,3}$
 $x_{5,2} \rightarrow -2 - x_{5,6}$

Проверка полученного решения:

{True, True, True, True, True, True}

"Un"	4 ↔ 3	4 ↔ 6	5 ↔ 6	6 ↔ 3	7 ↔ 1	7 ↔ 3
"Λ(i,j)_1"	5	7	- 9	-1	12	- 3
"Λ(i,j)_2"	- 8	6	2	- 3	- 2	9

Система баланса:

$$X_{1,7} - X_{4,1} - X_{5,1} - X_{6,1} = -17$$

$$X_{2,4} + X_{2,5} - X_{7,2} = 10$$

$$-x_{5,3}-x_{7,3}=9$$

$$-X_{2,4} + X_{4,1} + X_{4,6} + X_{4,7} = -2$$

$$-x_{2,5} + x_{5,1} + x_{5,3} - x_{7,5} = 10$$

$$-x_{4,6} + x_{6,1} = -1$$

$$-X_{1,7} - X_{4,7} + X_{7,2} + X_{7,3} + X_{7,5} = -9$$

Списковые структуры представления корневого дерева исходного графа:

"j"	1	2	3	4	5	6	7
"Pred[i]"	7	7	0	7	3	1	3
"Depth[i]"	2	2	0	2	1	3	1
"Dir[i]"	-1	1	0	-1	-1	-1	-1

Список династического обхода корневого дерева:

"Ut"
$$1 \leftrightarrow 7 \mid 4 \leftrightarrow 7 \mid 5 \leftrightarrow 3 \mid 6 \leftrightarrow 1 \mid 7 \leftrightarrow 2 \mid 7 \leftrightarrow 3 \mid$$

"Un"
$$2 \leftrightarrow 4$$
 $2 \leftrightarrow 5$ $4 \leftrightarrow 1$ $4 \leftrightarrow 6$ $5 \leftrightarrow 1$ $7 \leftrightarrow 5$

Характеристические векторы:

	X _{2↔4}	$X_{2\leftrightarrow 5}$	$X_{4 \leftrightarrow 1}$	$x_{4 \leftrightarrow 6}$	$X_{5 \leftrightarrow 1}$	$X_{7 \leftrightarrow 5}$	$X_{1 \leftrightarrow 7}$	$X_{4 \leftrightarrow 7}$	$X_{5 \leftrightarrow 3}$	$x_{6 \leftrightarrow 1}$	$x_{7 \leftrightarrow 2}$	X _{7↔3}
2 ↔ 4	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0
2 ↔ 5	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	-1
4 ↔ 1	0	0	1	0	0	0	1	-1	0	0	0	0
4 ↔ 6	0	0	0	1	0	0	1	-1	0	1	0	0
5 ↔ 1	0	0	0	0	1	0	1	0	-1	0	0	1
7 ↔ 5	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	-1

Частное решение:

ữ _{2⊷4}	x̃ _{2⊷5}	$\tilde{x}_{4 \leftrightarrow 1}$	ữ _{4⊷6}	x̃ _{5⊷1}	ữ _{7⊷5}	ữ _{1⊷7}	ữ _{4⊷7}	x̃ _{5⊷3}	ữ _{6⊷1}	ữ _{7⊷2}	x̃ _{7⊷3}
0	0	0	0	0	0	- 18	- 2	10	-1	- 10	- 19

Общее решение неоднородной системы баланса:

$$X_{1,7} \rightarrow -18 + X_{4,1} + X_{4,6} + X_{5,1}$$

$$X_{4,7} \rightarrow -2 + X_{2,4} - X_{4,1} - X_{4,6}$$

$$X_{5,3} \rightarrow 10 + X_{2,5} - X_{5,1} + X_{7,5}$$

$$X_{6,1} \rightarrow -1 + X_{4,6}$$

$$X_{7,2} \rightarrow -10 + X_{2,4} + X_{2,5}$$

$$X_{7,3} \rightarrow -19 - X_{2,5} + X_{5,1} - X_{7,5}$$

Проверка полученного решения:

{True, True, True, True, True, True}

"Un"	2 ↔ 4	2 ↔ 5	4 ↔ 1	4 ↔ 6	5 ↔ 1	7 ↔ 5
"Λ(i,j)_1"	- 6	- 16	12	13	9	- 13
"Λ(i,j)_2"	- 11	- 10	-8	- 9	- 12	- 11

Система баланса:

$$x_{1,7} - x_{2,1} = 9$$

 $x_{2,1} + x_{2,3} + x_{2,5} + x_{2,7} - x_{6,2} = 5$
 $-x_{2,3} + x_{3,5} - x_{6,3} - x_{7,3} = -11$
 $-x_{7,4} = 1$
 $-x_{2,5} - x_{3,5} - x_{7,5} = 0$
 $x_{6,2} + x_{6,3} - x_{7,6} = -8$
 $-x_{1,7} - x_{2,7} + x_{7,3} + x_{7,4} + x_{7,5} + x_{7,6} = 4$

Списковые структуры представления корневого дерева исходного графа:

"j"	1	2	3	4	5	6	7
"Pred[i]"	7	5	5	7	0	7	5
"Depth[i]"	2	1	1	2	0	2	1
"Dir[i]"	-1	-1	-1	1	0	1	-1

Список династического обхода корневого дерева:

$$\boxed{ "Ut" | 1 \leftrightarrow 7 | 2 \leftrightarrow 5 | 3 \leftrightarrow 5 | 7 \leftrightarrow 4 | 7 \leftrightarrow 5 | 7 \leftrightarrow 6 }$$

"Un"
$$2 \leftrightarrow 1$$
 $2 \leftrightarrow 3$ $2 \leftrightarrow 7$ $6 \leftrightarrow 2$ $6 \leftrightarrow 3$ $7 \leftrightarrow 3$

Характеристические векторы:

	X _{2⊷1}	$x_{2 \leftrightarrow 3}$	$x_{2 \leftrightarrow 7}$	$x_{6 \leftrightarrow 2}$	$X_{6 \leftrightarrow 3}$	$x_{7 \leftrightarrow 3}$	$x_{1 \leftrightarrow 7}$	$X_{2\leftrightarrow 5}$	$x_{3 \leftrightarrow 5}$	$X_{7 \leftrightarrow 4}$	X _{7⊷5}	X _{7⊷6}
2 ↔ 1	1	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	1	0
2 ↔ 3	0	1	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0
2 ↔ 7	0	0	1	0	0	0	0	-1	0	0	1	0
6 ↔ 2	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	-1	1
6 ↔ 3	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	-1	1
7 ↔ 3	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	-1	0

Частное решение:

I	$\tilde{x}_{2 \leftrightarrow 1}$	$\tilde{x}_{2 \leftrightarrow 3}$	$\tilde{x}_{2 \leftrightarrow 7}$	ữ _{6⊷2}	ã _{6→3}	ữ _{7⊷3}	ữ _{1⊷7}	x̃ _{2↔5}	Ã _{3↔5}	ữ _{7⊷4}	~~ _{7⊷5}	~ X _{7⊷6}
	0	0	0	0	0	0	9	5	- 11	-1	6	8

Общее решение неоднородной системы баланса:

$$\begin{array}{l} x_{1,7} \rightarrow 9 + x_{2,1} \\ x_{2,5} \rightarrow 5 - x_{2,1} - x_{2,3} - x_{2,7} + x_{6,2} \\ x_{3,5} \rightarrow -11 + x_{2,3} + x_{6,3} + x_{7,3} \\ x_{7,4} \rightarrow -1 \\ x_{7,5} \rightarrow 6 + x_{2,1} + x_{2,7} - x_{6,2} - x_{6,3} - x_{7,3} \\ x_{7,6} \rightarrow 8 + x_{6,2} + x_{6,3} \end{array}$$

Проверка полученного решения:

{True, True, True, True, True, True}

"Un"	2 ↔ 1	2 ↔ 3	2 ↔ 7	6 ↔ 2	6 ↔ 3	7 ↔ 3
"Λ(i,j)_1"	6	20	10	-7	27	4
"Λ(i,j)_2"	13	-7	6	- 8	-6	1

 $x_{7,2} = 7$

Система баланса:

$$x_{1,4} + x_{1,6} - x_{3,1} = 3$$
 $x_{2,5} - x_{4,2} - x_{6,2} - x_{7,2} = 5$
 $x_{3,1} + x_{3,5} - x_{4,3} - x_{6,3} = 9$
 $-x_{1,4} + x_{4,2} + x_{4,3} + x_{4,5} - x_{6,4} = -9$
 $-x_{2,5} - x_{3,5} - x_{4,5} = -10$
 $-x_{1,6} + x_{6,2} + x_{6,3} + x_{6,4} = -5$

Списковые структуры представления корневого дерева исходного графа:

"j"	1	2	3	4	5	6	7
"Pred[i]"	3	4	0	3	3	3	2
"Depth[i]"	1	2	0	1	1	1	3
"Dir[i]"	1	1	0	-1	1	-1	-1

Список династического обхода корневого дерева:

"Ut"
$$3 \leftrightarrow 1$$
 $3 \leftrightarrow 5$ $4 \leftrightarrow 2$ $4 \leftrightarrow 3$ $6 \leftrightarrow 3$ $7 \leftrightarrow 2$

"Un"
$$1 \leftrightarrow 4$$
 $1 \leftrightarrow 6$ $2 \leftrightarrow 5$ $4 \leftrightarrow 5$ $6 \leftrightarrow 2$ $6 \leftrightarrow 4$

Характеристические векторы:

	X _{1⊷4}	$x_{1 \leftrightarrow 6}$	$x_{2\leftrightarrow 5}$	$X_{4 \leftrightarrow 5}$	$x_{6 \leftrightarrow 2}$	$x_{6 \leftrightarrow 4}$	$X_{3 \leftrightarrow 1}$	$X_{3 \leftrightarrow 5}$	$x_{4 \leftrightarrow 2}$	$X_{4 \leftrightarrow 3}$	$X_{6 \leftrightarrow 3}$	$X_{7 \leftrightarrow 2}$
1 ↔ 4	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
1 ↔ 6	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
2 ↔ 5	0	0	1	0	0	0	0	-1	1	-1	0	0
4 ↔ 5	0	0	0	1	0	0	0	-1	0	-1	0	0
6 ↔ 2	0	0	0	0	1	0	0	0	-1	1	-1	0
6 ↔ 4	l ø	0	0	0	0	1	0	0	0	1	-1	0

Частное решение:

$\tilde{x}_{1 \leftrightarrow 4}$	ữ _{1⊷6}	x̃ _{2↔5}	x̃ _{4↔5}	ữ _{6⊷2}	ữ _{6⊷4}	x̃ _{3⊷1}	x̃ _{3⊷5}	ữ _{4⊷2}	ữ _{4⊷3}	ữ _{6⊷3}	~ _{7⊷2}
0	0	0	0	0	0	- 3	10	- 12	3	- 5	7

Общее решение неоднородной системы баланса:

$$\begin{array}{l} x_{3,1} \rightarrow -3 + x_{1,4} + x_{1,6} \\ x_{3,5} \rightarrow 10 - x_{2,5} - x_{4,5} \\ x_{4,2} \rightarrow -12 + x_{2,5} - x_{6,2} \\ x_{4,3} \rightarrow 3 + x_{1,4} - x_{2,5} - x_{4,5} + x_{6,2} + x_{6,4} \\ x_{6,3} \rightarrow -5 + x_{1,6} - x_{6,2} - x_{6,4} \\ x_{7,2} \rightarrow 7 \end{array}$$

Проверка полученного решения:

{True, True, True, True, True, True}

"Un"	1 ↔ 4	1 ↔ 6	2 ↔ 5	4 ↔ 5	6 ↔ 2	6 ↔ 4
"Λ(i,j)_1"	0	- 6	-13	- 16	3	8
"Λ(i,j)_2"	2	14	-1	13	- 5	-8

Система баланса:

$$x_{1,2} = -9$$
 $-x_{1,2} - x_{3,2} - x_{5,2} - x_{6,2} - x_{7,2} = 5$
 $x_{3,2} + x_{3,6} + x_{3,7} - x_{5,3} = -2$
 $x_{4,7} - x_{6,4} = 6$
 $x_{5,2} + x_{5,3} + x_{5,6} = 4$
 $-x_{3,6} - x_{5,6} + x_{6,2} + x_{6,4} - x_{7,6} = -2$
 $-x_{3,7} - x_{4,7} + x_{7,2} + x_{7,6} = -2$

Списковые структуры представления корневого дерева исходного графа:

"i"	1	2	m	4	5	6	7
"Pred[i]"	2	6	6	6	6	0	6
"Depth[i]"	2	1	1	1	1	0	1
"Dir[i]"	-1	1	-1	1	-1	0	-1

Список династического обхода корневого дерева:

"Ut"
$$\begin{vmatrix} 1 \leftrightarrow 2 \end{vmatrix} 3 \leftrightarrow 6 \begin{vmatrix} 5 \leftrightarrow 6 \end{vmatrix} 6 \leftrightarrow 2 \begin{vmatrix} 6 \leftrightarrow 4 \end{vmatrix} 7 \leftrightarrow 6$$

"Un"
$$3 \leftrightarrow 2 \mid 3 \leftrightarrow 7 \mid 4 \leftrightarrow 7 \mid 5 \leftrightarrow 2 \mid 5 \leftrightarrow 3 \mid 7 \leftrightarrow 2$$

Характеристические векторы:

	X _{3⊷2}	x _{3⊷7}	$X_{4 \leftrightarrow 7}$	$X_{5 \leftrightarrow 2}$	$X_{5 \leftrightarrow 3}$	$x_{7 \leftrightarrow 2}$	$x_{1 \leftrightarrow 2}$	x _{3⊷6}	$x_{5 \leftrightarrow 6}$	$X_{6 \leftrightarrow 2}$	$x_{6 \leftrightarrow 4}$	X _{7⊷6}
3 ↔ 2	1	0	0	0	0	0	0	-1	0	-1	0	0
3 ↔ 7	0	1	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	1
4 ↔ 7	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1
5 ↔ 2	0	0	0	1	0	0	0	0	-1	-1	0	0
5 ↔ 3	0	0	0	0	1	0	0	1	-1	0	0	0
7 ↔ 2	0	0	0	0	0	1	0	0	0	-1	0	-1

Частное решение:

I	ữ _{3⊷2}	ữ _{3⊷7}	ữ _{4⊷7}	x̃ _{5↔2}	x̃ _{5⊷3}	ữ _{7⊷2}	$\tilde{x}_{1 \leftrightarrow 2}$	x̃ _{3⊷6}	x̃ _{5⊷6}	ữ _{6⊷2}	ữ _{6⊷4}	~ X _{7⊷6}
	0	0	0	0	0	0	- 9	- 2	4	4	-6	- 2

Общее решение неоднородной системы баланса:

$$\begin{array}{l} x_{1,2} \rightarrow -9 \\ x_{3,6} \rightarrow -2 - x_{3,2} - x_{3,7} + x_{5,3} \\ x_{5,6} \rightarrow 4 - x_{5,2} - x_{5,3} \\ x_{6,2} \rightarrow 4 - x_{3,2} - x_{5,2} - x_{7,2} \\ x_{6,4} \rightarrow -6 + x_{4,7} \\ x_{7,6} \rightarrow -2 + x_{3,7} + x_{4,7} - x_{7,2} \end{array}$$

Проверка полученного решения:

{True, True, True, True, True, True}

"Un"	3 ↔ 2	3 ↔ 7	4 ↔ 7	5 ↔ 2	5 ↔ 3	7 ↔ 2
"Λ(i,j)_1"	14	- 14	8	2	- 4	26
"Λ(i,j)_2"	4	1	- 5	11	- 10	- 5

Система баланса:

$$x_{1,2} - x_{3,1} - x_{7,1} = 9$$
 $-x_{1,2} + x_{2,3} = -10$
 $-x_{2,3} + x_{3,1} + x_{3,4} - x_{5,3} = -7$
 $-x_{3,4} + x_{4,7} - x_{5,4} - x_{6,4} = 10$
 $x_{5,3} + x_{5,4} + x_{5,6} - x_{7,5} = -7$
 $-x_{5,6} + x_{6,4} - x_{7,6} = -3$

 $-x_{4,7} + x_{7,1} + x_{7,5} + x_{7,6} = 8$

Списковые структуры представления корневого дерева исходного графа:

"j"	1	2	3	4	5	6	7
"Pred[i]"	0	1	1	3	3	7	1
"Depth[i]"	0	1	1	2	2	2	1
"Dir[i]"	0	1	-1	1	-1	1	-1

Список династического обхода корневого дерева:

"Ut"
$$1 \leftrightarrow 2$$
 $3 \leftrightarrow 1$ $3 \leftrightarrow 4$ $5 \leftrightarrow 3$ $7 \leftrightarrow 1$ $7 \leftrightarrow 6$

"Un"
$$2 \leftrightarrow 3 \mid 4 \leftrightarrow 7 \mid 5 \leftrightarrow 4 \mid 5 \leftrightarrow 6 \mid 6 \leftrightarrow 4 \mid 7 \leftrightarrow 5$$

Характеристические векторы:

	X _{2⊷3}	$X_{4 \leftrightarrow 7}$	$X_{5 \leftrightarrow 4}$	$x_{5 \leftrightarrow 6}$	$X_{6 \leftrightarrow 4}$	$x_{7 \leftrightarrow 5}$	$x_{1 \leftrightarrow 2}$	$x_{3 \leftrightarrow 1}$	$x_{3 \mapsto 4}$	$X_{5 \leftrightarrow 3}$	$x_{7 \leftrightarrow 1}$	x _{7⊷6}
2 ↔ 3	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
4 ↔ 7	0	1	0	0	0	0	0	- 1	1	0	1	0
5 ↔ 4	0	0	1	0	0	0	0	0	-1	-1	0	0
5 ↔ 6	0	0	0	1	0	0	0	-1	0	-1	1	-1
6 ↔ 4	0	0	0	0	1	0	0	1	-1	0	-1	1
7 ↔ 5	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	-1	0

Частное решение:

$\tilde{x}_{2 \leftrightarrow 3}$	ữ _{4⊷7}	x̃ _{5⊷4}	x̃ _{5⊷6}	ữ _{6⊷4}	ữ _{7⊷5}	$\tilde{x}_{1 \leftrightarrow 2}$	x̃ _{3⊷1}	ữ _{3⊷4}	x̃ _{5⊷3}	ữ _{7⊷1}	~ X _{7⊷6}
0	0	0	0	0	0	10	-4	- 10	-7	5	3

Общее решение неоднородной системы баланса:

$$\begin{array}{l} X_{1,2} \rightarrow 10 + X_{2,3} \\ X_{3,1} \rightarrow -4 + X_{2,3} - X_{4,7} - X_{5,6} + X_{6,4} + X_{7,5} \\ X_{3,4} \rightarrow -10 + X_{4,7} - X_{5,4} - X_{6,4} \\ X_{5,3} \rightarrow -7 - X_{5,4} - X_{5,6} + X_{7,5} \\ X_{7,1} \rightarrow 5 + X_{4,7} + X_{5,6} - X_{6,4} - X_{7,5} \\ X_{7,6} \rightarrow 3 - X_{5,6} + X_{6,4} \end{array}$$

Проверка полученного решения:

{True, True, True, True, True, True}

"Un"	2 ↔ 3	4 ↔ 7	5 ↔ 4	5 ↔ 6	6 ↔ 4	7 ↔ 5
"∧(i,j)_1"	7	- 20	7	- 3	6	16
"Λ(i,j)_2"	7	-1	- 3	- 3	14	-8

Система баланса:

$$x_{1,5} - x_{6,1} = -12$$
 $x_{2,5} + x_{2,6} - x_{7,2} = -7$
 $-x_{4,3} - x_{5,3} - x_{7,3} = 1$
 $x_{4,3} + x_{4,5} - x_{7,4} = 8$
 $-x_{1,5} - x_{2,5} - x_{4,5} + x_{5,3} - x_{6,5} = -3$
 $-x_{2,6} + x_{6,1} + x_{6,5} + x_{6,7} = 3$

 $-x_{6,7} + x_{7,2} + x_{7,3} + x_{7,4} = 10$

Списковые структуры представления корневого дерева исходного графа:

"j"	1	2	3	4	5	6	7
"Pred[i]"	5	5	5	5	0	5	2
"Depth[i]"	1	1	1	1	0	1	2
"Dir[i]"	-1	-1	1	-1	0	-1	-1

Список династического обхода корневого дерева:

"Ut"
$$1 \leftrightarrow 5$$
 $2 \leftrightarrow 5$ $4 \leftrightarrow 5$ $5 \leftrightarrow 3$ $6 \leftrightarrow 5$ $7 \leftrightarrow 2$

"Un"
$$2 \leftrightarrow 6$$
 $4 \leftrightarrow 3$ $6 \leftrightarrow 1$ $6 \leftrightarrow 7$ $7 \leftrightarrow 3$ $7 \leftrightarrow 4$

Характеристические векторы:

	X _{2⊷6}	$x_{4 \leftrightarrow 3}$	$x_{6 \leftrightarrow 1}$	X _{6⊷7}	$x_{7 \leftrightarrow 3}$	$x_{7 \leftrightarrow 4}$	$x_{1 \leftrightarrow 5}$	$x_{2 \leftrightarrow 5}$	$X_{4 \leftrightarrow 5}$	$X_{5 \leftrightarrow 3}$	$x_{6 \leftrightarrow 5}$	$x_{7 \leftrightarrow 2}$
2 ↔ 6	1	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	1	0
4 ↔ 3	0	1	0	0	0	0	0	0	-1	-1	0	0
6 ↔ 1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	-1	0
6 ↔ 7	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	-1	1
7 ↔ 3	0	0	0	0	1	0	0	-1	0	-1	0	- 1
7 ↔ 4	0	0	0	0		1	0	-1	1	0	0	- 1

Частное решение:

I	$\tilde{x}_{2 \leftrightarrow 6}$	ữ _{4⊷3}	~ _{6↔1}	ữ _{6⊷7}	x̃ _{7⊷3}	ữ _{7⊷4}	x̃ _{1↔5}	x̃ _{2↔5}	Ã _{4⊷5}	x̃ _{5↔3}	~x _{6↔5}	x̃ _{7⊷2}
	0	0	0	0	0	0	- 12	3	8	-1	3	10

Общее решение неоднородной системы баланса:

$$\begin{array}{l} x_{1,5} \rightarrow -12 + x_{6,1} \\ x_{2,5} \rightarrow 3 - x_{2,6} + x_{6,7} - x_{7,3} - x_{7,4} \\ x_{4,5} \rightarrow 8 - x_{4,3} + x_{7,4} \\ x_{5,3} \rightarrow -1 - x_{4,3} - x_{7,3} \\ x_{6,5} \rightarrow 3 + x_{2,6} - x_{6,1} - x_{6,7} \\ x_{7,2} \rightarrow 10 + x_{6,7} - x_{7,3} - x_{7,4} \end{array}$$

Проверка полученного решения:

{True, True, True, True, True, True}

"Un"	2 ↔ 6	4 ↔ 3	6 ↔ 1	6 ↔ 7	7 ↔ 3	7 ↔ 4
"Λ(i,j)_1"	1	1	-1	- 9	16	- 3
"Λ(i,j)_2"	0	9	4	5	2	- 2

Система баланса:

$$x_{1,2} + x_{1,3} + x_{1,7} = 6$$
 $-x_{1,2} - x_{3,2} = 0$
 $-x_{1,3} + x_{3,2} - x_{5,3} - x_{6,3} - x_{7,3} = 7$
 $x_{4,5} + x_{4,6} - x_{7,4} = -3$
 $-x_{4,5} + x_{5,3} - x_{6,5} - x_{7,5} = -10$
 $-x_{4,6} + x_{6,3} + x_{6,5} = 10$

 $-x_{1,7} + x_{7,3} + x_{7,4} + x_{7,5} = -10$

Списковые структуры представления корневого дерева исходного графа:

"i"	1	2	3	4	5	6	7
"Pred[i]"	7	3	5	5	0	5	5
"Depth[i]"	2	2	1	1	0	1	1
"Dir[i]"	-1	1	1	-1	0	-1	-1

Список династического обхода корневого дерева:

"Ut"
$$1 \leftrightarrow 7 \mid 3 \leftrightarrow 2 \mid 4 \leftrightarrow 5 \mid 5 \leftrightarrow 3 \mid 6 \leftrightarrow 5 \mid 7 \leftrightarrow 5$$

"Un"
$$\begin{vmatrix} 1 \leftrightarrow 2 & 1 \leftrightarrow 3 & 4 \leftrightarrow 6 & 6 \leftrightarrow 3 & 7 \leftrightarrow 3 & 7 \leftrightarrow 4 \end{vmatrix}$$

Характеристические векторы:

	X _{1↔2}	$x_{1 \leftrightarrow 3}$	$x_{4 \mapsto 6}$	$x_{6 \leftrightarrow 3}$	$X_{7 \leftrightarrow 3}$	$x_{7 \leftrightarrow 4}$	$x_{1 \leftrightarrow 7}$	$x_{3 \leftrightarrow 2}$	$X_{4 \mapsto 5}$	$X_{5 \leftrightarrow 3}$	$x_{6 \leftrightarrow 5}$	X _{7↔5}
1 ↔ 2	1	0	0	0	0	0	- 1	-1	0	- 1	0	-1
1 ↔ 3		1	0	0	0	0	-1	0	0	-1	0	-1
4 ↔ 6	0	0	1	0	0	0	0	0	-1	0	1	0
6 ↔ 3	0	0	0	1	0	0	0	0	0	-1	-1	0
7 ↔ 3	0	0	0	0	1	0	0	0	0	-1	0	-1
7 ↔ 4	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	-1

Частное решение:

I	$\tilde{x}_{1 \leftrightarrow 2}$	ữ _{1⊷3}	ữ _{4⊷6}	ữ _{6⊷3}	ữ _{7⊷3}	ữ _{7⊷4}	ữ _{1⊷7}	x̃ _{3⊷2}	Ã _{4↔5}	Ã _{5↔3}	ã _{6→5}	Ã _{7⊷5}
	0	0	0	0	0	0	6	0	- 3	-7	10	- 4

Общее решение неоднородной системы баланса:

$$\begin{array}{l} x_{1,7} \rightarrow 6 - x_{1,2} - x_{1,3} \\ x_{3,2} \rightarrow - x_{1,2} \\ x_{4,5} \rightarrow -3 - x_{4,6} + x_{7,4} \\ x_{5,3} \rightarrow -7 - x_{1,2} - x_{1,3} - x_{6,3} - x_{7,3} \\ x_{6,5} \rightarrow 10 + x_{4,6} - x_{6,3} \\ x_{7,5} \rightarrow -4 - x_{1,2} - x_{1,3} - x_{7,3} - x_{7,4} \end{array}$$

Проверка полученного решения:

{True, True, True, True, True, True}

"Un"	1 ↔ 2	1 ↔ 3	4 ↔ 6	6 ↔ 3	7 ↔ 3	7 ↔ 4
"∧(i,j)_1"	6	-1	-8	4	8	12
"Λ(i,j)_2"	- 3	-12	12	- 9	1	- 16

Система баланса:

 $X_{7,3} + X_{7,5} = 2$

$$x_{1,3} - x_{5,1} - x_{6,1} = -8$$
 $x_{2,5} + x_{2,6} - x_{4,2} = 22$
 $-x_{1,3} + x_{3,4} - x_{7,3} = 4$
 $-x_{3,4} + x_{4,2} - x_{5,4} - x_{6,4} = -5$
 $-x_{2,5} + x_{5,1} + x_{5,4} + x_{5,6} - x_{7,5} = -9$
 $-x_{2,6} - x_{5,6} + x_{6,1} + x_{6,4} = -6$

Списковые структуры представления корневого дерева исходного графа:

"j"	1	2	3	4	5	6	7
"Pred[i]"	3	4	4	0	4	4	3
"Depth[i]"	2	1	1	0	1	1	2
"Dir[i]"	-1	1	-1	0	-1	-1	-1

Список династического обхода корневого дерева:

"Ut"
$$1 \leftrightarrow 3 \ 3 \leftrightarrow 4 \ 4 \leftrightarrow 2 \ 5 \leftrightarrow 4 \ 6 \leftrightarrow 4 \ 7 \leftrightarrow 3$$

"Un"
$$2 \leftrightarrow 5$$
 $2 \leftrightarrow 6$ $5 \leftrightarrow 1$ $5 \leftrightarrow 6$ $6 \leftrightarrow 1$ $7 \leftrightarrow 5$

Характеристические векторы:

	X _{2↔5}	$x_{2 \leftrightarrow 6}$	$X_{5 \leftrightarrow 1}$	$x_{5 \leftrightarrow 6}$	$x_{6 \leftrightarrow 1}$	$x_{7 \leftrightarrow 5}$	$x_{1 \leftrightarrow 3}$	$x_{3 \mapsto 4}$	$x_{4\mapsto 2}$	$X_{5 \leftrightarrow 4}$	$x_{6 \leftrightarrow 4}$	X _{7⊷3}
2 ↔ 5	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
2 ↔ 6	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
5 ↔ 1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	-1	0	0
5 ↔ 6	0	0	0	1	0	0	0	0	0	-1	1	0
6 ↔ 1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	-1	0
7 ↔ 5	0	0	0	0	0	1	0	-1	0	1	0	-1

Частное решение:

$\tilde{x}_{2 \leftrightarrow 5}$	$\tilde{x}_{2 \leftrightarrow 6}$	ữ _{5⊷1}	x̃ _{5⊷6}	ữ _{6⊷1}	ữ _{7⊷5}	x̃ _{1↔3}	ã _{3⊶4}	ữ _{4⊷2}	x̃ _{5⊷4}	ữ _{6⊷4}	x̃ _{7⊷3}
0	0	0	0	0	0	-8	- 2	- 22	- 9	-6	2

Общее решение неоднородной системы баланса:

$$X_{1,3} \rightarrow -8 + X_{5,1} + X_{6,1}$$
 $X_{3,4} \rightarrow -2 + X_{5,1} + X_{6,1} - X_{7,5}$
 $X_{4,2} \rightarrow -22 + X_{2,5} + X_{2,6}$
 $X_{5,4} \rightarrow -9 + X_{2,5} - X_{5,1} - X_{5,6} + X_{7,5}$
 $X_{6,4} \rightarrow -6 + X_{2,6} + X_{5,6} - X_{6,1}$
 $X_{7,3} \rightarrow 2 - X_{7,5}$

Проверка полученного решения:

{True, True, True, True, True, True}

"Un"	2 ↔ 5	2 ↔ 6	5 ↔ 1	5 ↔ 6	6 ↔ 1	7 ↔ 5
"Λ(i,j)_1"	5	13	- 17	5	4	16
"Λ(i,j)_2"	10	0	2	3	- 6	- 11

Система баланса:

$$x_{1,3} - x_{4,1} - x_{5,1} - x_{6,1} - x_{7,1} = 9$$
 $-x_{5,2} = 9$
 $-x_{1,3} + x_{3,4} + x_{3,5} + x_{3,6} = -10$
 $-x_{3,4} + x_{4,1} - x_{5,4} - x_{6,4} = 7$
 $-x_{3,5} + x_{5,1} + x_{5,2} + x_{5,4} + x_{5,6} = 2$
 $-x_{3,6} - x_{5,6} + x_{6,1} + x_{6,4} = 0$

 $x_{7,1} = -17$

Списковые структуры представления корневого дерева исходного графа:

"j"	1	2	3	4	5	6	7
"Pred[i]"	5	5	5	5	0	5	1
"Depth[i]"	1	1	1	1	0	1	2
"Dir[i]"	1	1	-1	1	0	1	-1

Список династического обхода корневого дерева:

"Ut"
$$3 \leftrightarrow 5$$
 $5 \leftrightarrow 1$ $5 \leftrightarrow 2$ $5 \leftrightarrow 4$ $5 \leftrightarrow 6$ $7 \leftrightarrow 1$

"Un"
$$1 \leftrightarrow 3$$
 $3 \leftrightarrow 4$ $3 \leftrightarrow 6$ $4 \leftrightarrow 1$ $6 \leftrightarrow 1$ $6 \leftrightarrow 4$

Характеристические векторы:

	X _{1↔3}	$x_{3 \leftrightarrow 4}$	$x_{3 \leftrightarrow 6}$	$x_{4 \leftrightarrow 1}$	$x_{6 \leftrightarrow 1}$	$x_{6 \leftrightarrow 4}$	$X_{3 \leftrightarrow 5}$	$X_{5 \leftrightarrow 1}$	$X_{5 \leftrightarrow 2}$	$X_{5 \leftrightarrow 4}$	$x_{5 \leftrightarrow 6}$	X _{7↔1}
1 ↔ 3	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
3 ↔ 4	0	1	0	0	0	0	-1	0	0	-1	0	0
3 ↔ 6	0	0	1	0	0	0	-1	0	0	0	-1	0
4 ↔ 1	0	0	0	1	0	0	0	-1	0	1	0	0
6 ↔ 1	0	0	0	0	1	0	0	-1	0	0	1	0
6 ↔ 4	0	0	0	0	0	1	0	0	0	- 1	1	0

Частное решение:

ữ _{1⊷3}	ữ _{3⊷4}	ữ _{3⊷6}	$\tilde{x}_{4 \leftrightarrow 1}$	ữ _{6⊷1}	ữ _{6⊷4}	x̃ _{3⊷5}	x̃ _{5⊷1}	x̃ _{5↔2}	x̃ _{5⊷4}	x̃ _{5⊷6}	~ _{7⊷1}
0	0	0	0	0	0	- 10	8	- 9	-7	0	- 17

Общее решение неоднородной системы баланса:

$$X_{3,5} \rightarrow -10 + X_{1,3} - X_{3,4} - X_{3,6}$$
 $X_{5,1} \rightarrow 8 + X_{1,3} - X_{4,1} - X_{6,1}$
 $X_{5,2} \rightarrow -9$
 $X_{5,4} \rightarrow -7 - X_{3,4} + X_{4,1} - X_{6,4}$
 $X_{5,6} \rightarrow -X_{3,6} + X_{6,1} + X_{6,4}$
 $X_{7,1} \rightarrow -17$

Проверка полученного решения:

{True, True, True, True, True, True}

"Un"	1 ↔ 3	3 ↔ 4	3 ↔ 6	4 ↔ 1	6 ↔ 1	6 ↔ 4
"∧(i,j)_1"	10	-7	-7	- 9	2	-1
"Λ(i,j)_2"	20	- 15	8	- 19	- 24	- 5

Система баланса:

$$x_{1,2} - x_{7,1} = 7$$
 $-x_{1,2} + x_{2,4} - x_{3,2} - x_{5,2} - x_{6,2} - x_{7,2} = -28$
 $x_{3,2} + x_{3,5} + x_{3,6} + x_{3,7} = -9$
 $-x_{2,4} - x_{7,4} = 10$
 $-x_{3,5} + x_{5,2} - x_{6,5} = 4$
 $-x_{3,6} + x_{6,2} + x_{6,5} = 7$
 $-x_{3,7} + x_{7,1} + x_{7,2} + x_{7,4} = 9$

Списковые структуры представления корневого дерева исходного графа:

"i"	1	2	3	4	5	6	7
"Pred[i]"	2	0	2	2	2	2	2
"Depth[i]"	1	0	1	1	1	1	1
"Dir[i]"	-1	0	-1	1	-1	-1	-1

Список династического обхода корневого дерева:

"Ut"
$$1 \leftrightarrow 2$$
 $2 \leftrightarrow 4$ $3 \leftrightarrow 2$ $5 \leftrightarrow 2$ $6 \leftrightarrow 2$ $7 \leftrightarrow 2$

"Un"
$$3 \leftrightarrow 5$$
 $3 \leftrightarrow 6$ $3 \leftrightarrow 7$ $6 \leftrightarrow 5$ $7 \leftrightarrow 1$ $7 \leftrightarrow 4$

Характеристические векторы:

	X _{3⊷5}	x _{3⊷6}	$x_{3 \leftrightarrow 7}$	$x_{6 \leftrightarrow 5}$	$x_{7 \leftrightarrow 1}$	$x_{7 \leftrightarrow 4}$	$x_{1 \leftrightarrow 2}$	$X_{2 \leftrightarrow 4}$	$x_{3 \leftrightarrow 2}$	$X_{5 \leftrightarrow 2}$	$x_{6 \leftrightarrow 2}$	$x_{7 \leftrightarrow 2}$
3 ↔ 5	1	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0	0
3 ↔ 6	0	1	0	0	0	0	0	0	-1	0	1	0
3 ↔ 7	0	0	1	0	0	0	0	0	-1	0	0	1
6 ↔ 5	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	-1	0
7 ↔ 1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	-1
7 ↔ 4	0	0	0	0	0	1	0	-1	0	0	0	- 1

Частное решение:

x̃ _{3⊷5}	ữ _{3⊷6}	x̃ _{3⊷7}	Ã _{6→5}	ữ _{7⊷1}	ữ _{7⊷4}	$\tilde{x}_{1 \leftrightarrow 2}$	$\tilde{x}_{2 \leftrightarrow 4}$	x̃ _{3↔2}	x̃ _{5↔2}	$\tilde{x}_{6 \leftrightarrow 2}$	~ X _{7⊷2}
0	0	0	0	0	0	7	- 10	- 9	4	7	9

Общее решение неоднородной системы баланса:

$$X_{1,2} \rightarrow 7 + X_{7,1}$$
 $X_{2,4} \rightarrow -10 - X_{7,4}$
 $X_{3,2} \rightarrow -9 - X_{3,5} - X_{3,6} - X_{3,7}$
 $X_{5,2} \rightarrow 4 + X_{3,5} + X_{6,5}$
 $X_{6,2} \rightarrow 7 + X_{3,6} - X_{6,5}$
 $X_{7,2} \rightarrow 9 + X_{3,7} - X_{7,1} - X_{7,4}$

Проверка полученного решения:

{True, True, True, True, True, True}

"Un"	3 ↔ 5	3 ↔ 6	3 ↔ 7	6 ↔ 5	7 ↔ 1	7 ↔ 4
"∧(i,j)_1"	- 4	- 11	-16	- 3	2	17
"Λ(i,j)_2"	- 21	- 14	- 2	10	- 2	- 5

Система баланса:

$$X_{1,3} + X_{1,6} - X_{4,1} - X_{7,1} = 4$$

$$-x_{3,2}-x_{7,2}=-5$$

$$-x_{1,3} + x_{3,2} - x_{5,3} - x_{7,3} = -9$$

$$X_{4,1} + X_{4,5} + X_{4,7} = 2$$

$$-x_{4,5} + x_{5,3} + x_{5,6} - x_{7,5} = 8$$

$$-x_{1,6} - x_{5,6} = 10$$

$$-X_{4,7} + X_{7,1} + X_{7,2} + X_{7,3} + X_{7,5} = -10$$

Списковые структуры представления корневого дерева исходного графа:

"j"	1	2	3	4	5	6	7
"Pred[i]"	7	7	7	7	7	1	0
"Depth[i]"	1	1	1	1	1	2	0
"Dir[i]"	1	1	1	-1	1	1	0

Список династического обхода корневого дерева:

"Ut"
$$1 \leftrightarrow 6 \mid 4 \leftrightarrow 7 \mid 7 \leftrightarrow 1 \mid 7 \leftrightarrow 2 \mid 7 \leftrightarrow 3 \mid 7 \leftrightarrow 5$$

"Un"
$$1 \leftrightarrow 3 \mid 3 \leftrightarrow 2 \mid 4 \leftrightarrow 1 \mid 4 \leftrightarrow 5 \mid 5 \leftrightarrow 3 \mid 5 \leftrightarrow 6$$

Характеристические векторы:

	X _{1↔3}	$x_{3 \leftrightarrow 2}$	$X_{4 \leftrightarrow 1}$	$X_{4 \leftrightarrow 5}$	$X_{5 \leftrightarrow 3}$	$x_{5 \leftrightarrow 6}$	$x_{1 \leftrightarrow 6}$	$X_{4 \leftrightarrow 7}$	$x_{7 \leftrightarrow 1}$	$x_{7 \leftrightarrow 2}$	$X_{7 \leftrightarrow 3}$	X _{7⊷5}
1 ↔ 3	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	-1	0
3 ↔ 2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0
4 ↔ 1	0	0	1	0	0	0	0	-1	-1	0	0	0
4 ↔ 5	0	0		1	0	0	0	-1	0	0	0	-1
5 ↔ 3	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	-1	1
5 ↔ 6	0	0	0	0	0	1	- 1	0	- 1	0	0	1

Частное решение:

$\tilde{x}_{1 \leftrightarrow 3}$	ữ _{3⊷2}	$\tilde{x}_{4 \leftrightarrow 1}$	x̃ _{4↔5}	x̃ _{5⊷3}	x̃ _{5⊷6}	x̃ _{1⊷6}	ữ _{4⊷7}	ữ _{7⊷1}	ữ _{7⊷2}	ữ _{7⊷3}	x̃ _{7⊷5}
0	0	0	0	0	0	- 10	2	- 14	5	9	-8

Общее решение неоднородной системы баланса:

$$x_{1,6} \rightarrow -10 - x_{5,6}$$

$$X_{4,7} \rightarrow 2 - X_{4,1} - X_{4,5}$$

$$x_{7,1} \rightarrow -14 + x_{1,3} - x_{4,1} - x_{5,6}$$

$$X_{7,2} \rightarrow 5 - X_{3,2}$$

$$x_{7,3} \rightarrow 9 - x_{1,3} + x_{3,2} - x_{5,3}$$

$$x_{7,5} \rightarrow -8 - x_{4,5} + x_{5,3} + x_{5,6}$$

Проверка полученного решения:

{True, True, True, True, True, True}

"Un"	1 ↔ 3	3 ↔ 2	4 ↔ 1	4 ↔ 5	5 ↔ 3	5 ↔ 6
"Λ(i,j)_1"	25	3	4	23	- 4	- 5
"Λ(i,j)_2"	10	- 21	10	4	17	- 11

Система баланса:

 $X_{7,1} + X_{7,4} + X_{7,5} = -6$

$$X_{1,2} + X_{1,4} + X_{1,6} - X_{3,1} - X_{7,1} == -7$$
 $-X_{1,2} + X_{2,3} - X_{4,2} - X_{5,2} == 24$
 $-X_{2,3} + X_{3,1} - X_{4,3} == -6$
 $-X_{1,4} + X_{4,2} + X_{4,3} + X_{4,5} - X_{7,4} == 4$
 $-X_{4,5} + X_{5,2} - X_{7,5} == 0$
 $-X_{1,6} == -9$

Списковые структуры представления корневого дерева исходного графа:

"i"	1	2	n	4	5	6	7
"Pred[i]"	7	1	1	7	7	1	0
"Depth[i]"	1	2	2	1	1	2	0
"Dir[i]"	1	1	-1	1	1	1	0

Список династического обхода корневого дерева:

"Ut"
$$\begin{vmatrix} 1 \leftrightarrow 2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 \leftrightarrow 6 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 3 \leftrightarrow 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 7 \leftrightarrow 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 7 \leftrightarrow 4 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 7 \leftrightarrow 5 \end{vmatrix}$$

"Un"
$$\begin{vmatrix} 1 \leftrightarrow 4 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2 \leftrightarrow 3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 4 \leftrightarrow 2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 4 \leftrightarrow 3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 4 \leftrightarrow 5 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 5 \leftrightarrow 2 \end{vmatrix}$$

Характеристические векторы:

	X _{1→4}	$X_{2 \leftrightarrow 3}$	$X_{4 \mapsto 2}$	$X_{4 \leftrightarrow 3}$	$X_{4 \leftrightarrow 5}$	$X_{5 \leftrightarrow 2}$	$X_{1 \leftrightarrow 2}$	$X_{1 \leftrightarrow 6}$	$X_{3 \leftrightarrow 1}$	$x_{7 \leftrightarrow 1}$	$x_{7 \leftrightarrow 4}$	X _{7↔5}
1 ↔ 4	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0
2 ↔ 3	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
4 ↔ 2	0	0	1	0	0	0	-1	0	0	-1	1	0
4 ↔ 3	0	0	0	1	0	0	0	0	1	-1	1	0
4 ↔ 5	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	-1
5 ↔ 2	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	-1	0	1

Частное решение:

$\tilde{x}_{1 \leftrightarrow 4}$	$\tilde{x}_{2 \leftrightarrow 3}$	$\tilde{x}_{4 \leftrightarrow 2}$	ữ _{4⊷3}	ữ _{4⊷5}	x̃ _{5⊷2}	$\tilde{x}_{1 \leftrightarrow 2}$	ữ _{1⊷6}	ữ _{3⊷1}	ữ _{7⊷1}	ữ _{7⊷4}	~ X _{7⊷5}
0	0	0	0	0	0	- 24	9	-6	- 2	-4	0

Общее решение неоднородной системы баланса:

$$\begin{array}{l} x_{1,2} \rightarrow -24 + x_{2,3} - x_{4,2} - x_{5,2} \\ x_{1,6} \rightarrow 9 \\ x_{3,1} \rightarrow -6 + x_{2,3} + x_{4,3} \\ x_{7,1} \rightarrow -2 + x_{1,4} - x_{4,2} - x_{4,3} - x_{5,2} \\ x_{7,4} \rightarrow -4 - x_{1,4} + x_{4,2} + x_{4,3} + x_{4,5} \\ x_{7,5} \rightarrow -x_{4,5} + x_{5,2} \end{array}$$

Проверка полученного решения:

{True, True, True, True, True, True}

"Un"	1 ↔ 4	2 ↔ 3	4 ↔ 2	4 ↔ 3	4 ↔ 5	5 ↔ 2
"Λ(i,j)_1"	11	- 2	6	- 21	14	- 15
"Λ(i,j)_2"	- 8	-1	8	14	- 11	9

Система баланса:

$$X_{1,5} - X_{4,1} - X_{6,1} = -9$$

$$x_{2,6} - x_{3,2} - x_{7,2} = -1$$

$$x_{3,2} + x_{3,6} - x_{4,3} - x_{5,3} = -8$$

$$X_{4,1} + X_{4,3} - X_{7,4} = 4$$

$$-x_{1,5} + x_{5,3} + x_{5,6} + x_{5,7} = 10$$

$$-X_{2,6} - X_{3,6} - X_{5,6} + X_{6,1} = -5$$

$$-x_{5,7} + x_{7,2} + x_{7,4} = 9$$

Списковые структуры представления корневого дерева исходного графа:

"j"	1	2	3	4	5	6	7
"Pred[i]"	0	6	6	1	1	1	4
"Depth[i]"	0	2	2	1	1	1	2
"Dir[i]"	0	-1	-1	-1	1	-1	-1

Список династического обхода корневого дерева:

"Ut"
$$1 \leftrightarrow 5$$
 $2 \leftrightarrow 6$ $3 \leftrightarrow 6$ $4 \leftrightarrow 1$ $6 \leftrightarrow 1$ $7 \leftrightarrow 4$

"Un"
$$3 \leftrightarrow 2$$
 $4 \leftrightarrow 3$ $5 \leftrightarrow 3$ $5 \leftrightarrow 6$ $5 \leftrightarrow 7$ $7 \leftrightarrow 2$

Характеристические векторы:

	X _{3↔2}	$X_{4 \leftrightarrow 3}$	$X_{5 \leftrightarrow 3}$	$x_{5 \leftrightarrow 6}$	$X_{5 \leftrightarrow 7}$	$x_{7 \leftrightarrow 2}$	X _{1↔5}	$x_{2 \leftrightarrow 6}$	$x_{3 \leftrightarrow 6}$	$X_{4 \leftrightarrow 1}$	$x_{6 \leftrightarrow 1}$	$x_{7 \leftrightarrow 4}$
3 ↔ 2	1	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0
4 ↔ 3	0	1	0	0	0	0	0	0	1	-1	1	0
5 ↔ 3	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0
5 ↔ 6	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0
5 ↔ 7	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1
7 ↔ 2	0	0	0	0	0	1	0	1	0	-1	1	-1

Частное решение:

ữ _{3⊷2}	ữ _{4⊷3}						ữ _{2⊷6}				
0	0	0	0	0	0	- 10	-1	-8	13	- 14	9

Общее решение неоднородной системы баланса:

$$X_{1,5} \rightarrow -10 + X_{5,3} + X_{5,6} + X_{5,7}$$

$$X_{2,6} \rightarrow -1 + X_{3,2} + X_{7,2}$$

$$x_{3,6} \rightarrow -8 - x_{3,2} + x_{4,3} + x_{5,3}$$

$$X_{4,1} \rightarrow 13 - X_{4,3} + X_{5,7} - X_{7,2}$$

$$X_{6,1} \rightarrow -14 + X_{4,3} + X_{5,3} + X_{5,6} + X_{7,2}$$

$$X_{7,4} \rightarrow 9 + X_{5,7} - X_{7,2}$$

Проверка полученного решения:

{True, True, True, True, True, True}

"Un"	3 ↔ 2	4 ↔ 3	5 ↔ 3	5 ↔ 6	5 ↔ 7	7 ↔ 2
"Λ(i,j)_1"	13	3	29	20	30	17
"Λ(i,j)_2"	0	-8	-11	7	7	5

Система баланса:

$$-x_{3,1} - x_{6,1} - x_{7,1} = 7$$

 $x_{2,5} - x_{3,2} = -1$

$$x_{3,1} + x_{3,2} - x_{4,3} - x_{5,3} = 9$$

$$X_{4,3} + X_{4,6} + X_{4,7} - X_{5,4} = -2$$

$$-x_{2,5} + x_{5,3} + x_{5,4} + x_{5,7} = 9$$

$$-x_{4,6} + x_{6,1} + x_{6,7} = 0$$

$$-X_{4,7} - X_{5,7} - X_{6,7} + X_{7,1} = -22$$

Списковые структуры представления корневого дерева исходного графа:

"j"	1	2	3	4	5	6	7
"Pred[i]"	7	5	5	7	7	7	0
"Depth[i]"	1	2	2	1	1	1	0
"Dir[i]"	1	-1	1	-1	-1	-1	0

Список династического обхода корневого дерева:

"Ut"
$$2 \leftrightarrow 5$$
 $4 \leftrightarrow 7$ $5 \leftrightarrow 3$ $5 \leftrightarrow 7$ $6 \leftrightarrow 7$ $7 \leftrightarrow 1$

"Un"
$$3 \leftrightarrow 1$$
 $3 \leftrightarrow 2$ $4 \leftrightarrow 3$ $4 \leftrightarrow 6$ $5 \leftrightarrow 4$ $6 \leftrightarrow 1$

Характеристические векторы:

	X _{3↔1}	$x_{3 \leftrightarrow 2}$	$X_{4 \leftrightarrow 3}$	$x_{4 \leftrightarrow 6}$	$X_{5 \leftrightarrow 4}$	$x_{6 \leftrightarrow 1}$	$X_{2\leftrightarrow 5}$	$X_{4 \leftrightarrow 7}$	$X_{5 \leftrightarrow 3}$	X _{5↔7}	X _{6→7}	X _{7⊷1}
3 ↔ 1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	-1
3 ↔ 2	0	1	0	0	0	0	1	0	1		0	0
4 ↔ 3	0	0	1	0	0	0	0	-1	-1	1	0	0
4 ↔ 6	0	0	0	1	0	0	0	-1	0	0	1	0
5 ↔ 4	0	0	0	0	1	0	0	1	0	-1	0	0
6 ↔ 1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	- 1	-1

Частное решение:

$\tilde{x}_{3 \leftrightarrow 1}$	ữ _{3⊷2}	ữ _{4⊷3}	ữ _{4⊷6}	x̃ _{5⊷4}	ữ _{6⊷1}	x̃ _{2↔5}	ữ _{4⊷7}	x̃ _{5⊷3}	x̃ _{5⊷7}	ữ _{6⊷7}	ữ _{7⊷1}
0	0	0	0	0	0	-1	- 2	-9	17	0	-7

Общее решение неоднородной системы баланса:

$$X_{2,5} \rightarrow -1 + X_{3,2}$$

$$X_{4,7} \rightarrow -2 - X_{4,3} - X_{4,6} + X_{5,4}$$

$$X_{5,3} \rightarrow -9 + X_{3,1} + X_{3,2} - X_{4,3}$$

$$X_{5,7} \rightarrow 17 - X_{3,1} + X_{4,3} - X_{5,4}$$

$$X_{6,7} \rightarrow X_{4,6} - X_{6,1}$$

$$x_{7,1} \rightarrow -7 - x_{3,1} - x_{6,1}$$

Проверка полученного решения:

{True, True, True, True, True, True}

"Un"	3 ↔ 1	3 ↔ 2	4 ↔ 3	4 ↔ 6	5 ↔ 4	6 ↔ 1
"Λ(i,j)_1"	3	- 2	-18	13	15	- 17
"Λ(i,j)_2"	9	- 12	4	9	-7	23

Система баланса:

$$X_{1,2} + X_{1,3} + X_{1,4} + X_{1,5} = 2$$
 $-X_{1,2} - X_{4,2} - X_{5,2} - X_{7,2} = -4$
 $-X_{1,3} - X_{4,3} - X_{6,3} = -12$
 $-X_{1,4} + X_{4,2} + X_{4,3} - X_{7,4} = 9$
 $-X_{1,5} + X_{5,2} + X_{5,6} = -7$
 $-X_{5,6} + X_{6,3} - X_{7,6} = 5$

 $X_{7,2} + X_{7,4} + X_{7,6} = 7$

Списковые структуры представления корневого дерева исходного графа:

"j"	1	2	3	4	5	6	7
"Pred[i]"	4	4	4	0	1	7	4
"Depth[i]"	1	1	1	0	2	2	1
"Dir[i]"	-1	1	1	0	1	1	-1

Список династического обхода корневого дерева:

{4, 1, 5, 7, 6, 2, 3}

"Ut"
$$1 \leftrightarrow 4 \mid 1 \leftrightarrow 5 \mid 4 \leftrightarrow 2 \mid 4 \leftrightarrow 3 \mid 7 \leftrightarrow 4 \mid 7 \leftrightarrow 6$$

"Un"
$$1 \leftrightarrow 2$$
 $1 \leftrightarrow 3$ $5 \leftrightarrow 2$ $5 \leftrightarrow 6$ $6 \leftrightarrow 3$ $7 \leftrightarrow 2$

Характеристические векторы:

	X _{1↔2}	$X_{1 \leftrightarrow 3}$	$X_{5 \leftrightarrow 2}$	$x_{5 \leftrightarrow 6}$	$x_{6 \leftrightarrow 3}$	$x_{7 \leftrightarrow 2}$	$X_{1 \leftrightarrow 4}$	$X_{1 \leftrightarrow 5}$	$x_{4 \leftrightarrow 2}$	$X_{4 \leftrightarrow 3}$	$x_{7 \leftrightarrow 4}$	X _{7⊷6}
1 ↔ 2	1	0	0	0	0	0	-1	0	-1	0	0	0
1 ↔ 3	0	1	0	0	0	0	- 1	0	0	-1	0	0
5 ↔ 2	0	0	1	0	0	0	-1	1	-1	0	0	0
5 ↔ 6	0	0	0	1	0	0	-1	1	0	0	1	- 1
6 ↔ 3	0	0	0	0	1	0	0	0	0	-1	-1	1
7 ↔ 2	0	0	0	0	0	1	0	0	- 1	0	- 1	0

Частное решение:

$\tilde{x}_{1 \leftrightarrow 2}$	ữ _{1⊷3}	x̃ _{5↔2}	x̃ _{5⊷6}	ữ _{6⊷3}	ữ _{7⊷2}	$\tilde{x}_{1 \leftrightarrow 4}$	x̃ _{1↔5}	$\tilde{x}_{4 \leftrightarrow 2}$	ữ _{4⊷3}	ữ _{7⊷4}	~ X _{7⊷6}
0	0	0	0	0	0	- 5	7	4	12	12	- 5

Общее решение неоднородной системы баланса:

$$\begin{split} x_{1,4} &\rightarrow -5 - x_{1,2} - x_{1,3} - x_{5,2} - x_{5,6} \\ x_{1,5} &\rightarrow 7 + x_{5,2} + x_{5,6} \\ x_{4,2} &\rightarrow 4 - x_{1,2} - x_{5,2} - x_{7,2} \\ x_{4,3} &\rightarrow 12 - x_{1,3} - x_{6,3} \end{split}$$

$$X_{7,4} \rightarrow 12 + X_{5,6} - X_{6,3} - X_{7,2}$$

 $X_{7,6} \rightarrow -5 - X_{5,6} + X_{6,3}$

Проверка полученного решения:

{True, True, True, True, True, True}

"Un"	1 ↔ 2	1 ↔ 3	5 ↔ 2	5 ↔ 6	6 ↔ 3	7 ↔ 2
"Λ(i,j)_1"	- 4	12	4	5	7	-7
"Λ(i,j)_2"	16	6	1	- 2	10	3

Система баланса:

$$-X_{4,1} - X_{6,1} - X_{7,1} = -6$$

$$-x_{4,2}-x_{5,2}-x_{6,2}=1$$

$$x_{3,4} + x_{3,7} = 8$$

$$-X_{3,4} + X_{4,1} + X_{4,2} + X_{4,5} + X_{4,6} = -4$$

$$-x_{4,5} + x_{5,2} + x_{5,7} - x_{6,5} == 8$$

$$-X_{4,6} + X_{6,1} + X_{6,2} + X_{6,5} = -5$$

$$-x_{3,7}-x_{5,7}+x_{7,1}=-2$$

Списковые структуры представления корневого дерева исходного графа:

"i"	1	2	3	4	5	6	7
"Pred[i]"	4	4	0	3	4	4	3
"Depth[i]"	2	2	0	1	2	2	1
"Dir[i]"	1	1	0	1	1	1	1

Список династического обхода корневого дерева:

"Ut"
$$3 \leftrightarrow 4$$
 $3 \leftrightarrow 7$ $4 \leftrightarrow 1$ $4 \leftrightarrow 2$ $4 \leftrightarrow 5$ $4 \leftrightarrow 6$

"Un"
$$5 \leftrightarrow 2$$
 $5 \leftrightarrow 7$ $6 \leftrightarrow 1$ $6 \leftrightarrow 2$ $6 \leftrightarrow 5$ $7 \leftrightarrow 1$

Характеристические векторы:

	X _{5↔2}	$X_{5 \leftrightarrow 7}$	$x_{6 \leftrightarrow 1}$	$x_{6 \leftrightarrow 2}$	X _{6→5}	$X_{7 \leftrightarrow 1}$	$X_{3 \leftrightarrow 4}$	$x_{3 \leftrightarrow 7}$	$X_{4 \leftrightarrow 1}$	$X_{4 \leftrightarrow 2}$	$X_{4 \leftrightarrow 5}$	$x_{4 \mapsto 6}$
5 ↔ 2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	0
5 ↔ 7	0	1	0	0	0	0	1	-1	0	0	1	0
6 ↔ 1	0	0	1	0	0	0	0	0	-1	0	0	1
6 ↔ 2	0	0	0	1	0	0	0	0	0	-1	0	1
6 ↔ 5	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	-1	1
7 ↔ 1	l 0	0	0	0	0	1	-1	1	-1	0	0	0

Частное решение:

$\tilde{x}_{5 \leftrightarrow 2}$	Ã _{5⊷7}	ữ _{6⊷1}	ữ _{6⊷2}	ã _{6→5}	ữ _{7⊷1}	ã _{3⊶4}	x̃ _{3⊷7}	$\tilde{x}_{4 \leftrightarrow 1}$	$\tilde{x}_{4 \leftrightarrow 2}$	x̃ _{4↔5}	ữ _{4⊷6}
0	0	0	0	0	0	6	2	6	-1	-8	5

Общее решение неоднородной системы баланса:

$$X_{3,4} \rightarrow 6 + X_{5,7} - X_{7,1}$$

$$x_{3,7} \rightarrow 2 - x_{5,7} + x_{7,1}$$

$$X_{4,1} \rightarrow 6 - X_{6,1} - X_{7,1}$$

$$X_{4,2} \rightarrow -1 - X_{5,2} - X_{6,2}$$

$$X_{4,5} \rightarrow -8 + X_{5,2} + X_{5,7} - X_{6,5}$$

$$X_{4,6} \rightarrow 5 + X_{6,1} + X_{6,2} + X_{6,5}$$

Проверка полученного решения:

{True, True, True, True, True, True}

"Un"	5 ↔ 2	5 ↔ 7	6 ↔ 1	6 ↔ 2	6 ↔ 5	7 ↔ 1
"Λ(i,j)_1"	0	8	- 3	- 11	-13	-13
"Λ(i,j)_2"	13	0	2	3	6	4

Система баланса:

$$X_{1,2} + X_{1,6} - X_{3,1} = -20$$
 $-X_{1,2} + X_{2,5} - X_{3,2} - X_{6,2} = 5$
 $X_{3,1} + X_{3,2} + X_{3,7} - X_{4,3} - X_{5,3} = 5$
 $X_{4,3} - X_{5,4} - X_{6,4} = 4$
 $-X_{2,5} + X_{5,3} + X_{5,4} + X_{5,6} = 10$
 $-X_{1,6} - X_{5,6} + X_{6,2} + X_{6,4} = 0$
 $-X_{3,7} = -4$

Списковые структуры представления корневого дерева исходного графа:

"j"	1	2	3	4	5	6	7
"Pred[i]"	6	6	4	0	4	4	3
"Depth[i]"	2	2	1	0	1	1	2
"Dir[i]"	-1	1	1	0	-1	-1	1

Список династического обхода корневого дерева:

"Ut"
$$1 \leftrightarrow 6 \mid 3 \leftrightarrow 7 \mid 4 \leftrightarrow 3 \mid 5 \leftrightarrow 4 \mid 6 \leftrightarrow 2 \mid 6 \leftrightarrow 4$$

"Un"
$$1 \leftrightarrow 2$$
 $2 \leftrightarrow 5$ $3 \leftrightarrow 1$ $3 \leftrightarrow 2$ $5 \leftrightarrow 3$ $5 \leftrightarrow 6$

Характеристические векторы:

	X _{1↔2}	$x_{2 \leftrightarrow 5}$	$x_{3 \leftrightarrow 1}$	$x_{3 \leftrightarrow 2}$	$X_{5 \leftrightarrow 3}$	$x_{5 \leftrightarrow 6}$	$x_{1 \leftrightarrow 6}$	$x_{3 \leftrightarrow 7}$	$X_{4 \mapsto 3}$	$X_{5 \leftrightarrow 4}$	$x_{6 \leftrightarrow 2}$	x _{6⊷4}
1 ↔ 2	1	0	0	0	0	0	- 1	0	0	0	- 1	0
2 ↔ 5	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	-1
$3 \leftrightarrow 1$	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1
$3 \leftrightarrow 2$	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	-1	1
5 ↔ 3	0	0	0	0	1	0	0	0	-1	-1	0	0
5 ↔ 6	0	0	0	0	0	1	0	0	0	-1	0	1

Частное решение:

ữ _{1⊷2}	x̃ _{2↔5}	x̃ _{3⊷1}	x̃ _{3↔2}	x̃ _{5↔3}	x̃ _{5⊷6}	x̃ _{1⊷6}	x̃ _{3⊷7}	ữ _{4⊷3}	x̃ _{5⊷4}	$\tilde{x}_{6 \leftrightarrow 2}$	ữ _{6⊶4}
0	0	0	0	0	0	- 20	4	-1	10	- 5	- 15

Общее решение неоднородной системы баланса:

$$X_{1,6} \rightarrow -20 - X_{1,2} + X_{3,1}$$
 $X_{3,7} \rightarrow 4$
 $X_{4,3} \rightarrow -1 + X_{3,1} + X_{3,2} - X_{5,3}$
 $X_{5,4} \rightarrow 10 + X_{2,5} - X_{5,3} - X_{5,6}$
 $X_{6,2} \rightarrow -5 - X_{1,2} + X_{2,5} - X_{3,2}$
 $X_{6,4} \rightarrow -15 - X_{2,5} + X_{3,1} + X_{3,2} + X_{5,6}$

Проверка полученного решения:

{True, True, True, True, True, True}

"Un"	1 ↔ 2	2 ↔ 5	3 ↔ 1	3 ↔ 2	5 ↔ 3	5 ↔ 6
"∧(i,j)_1"	- 12	-13	11	- 2	2	2
"Λ(i,j)_2"	- 25	14	-4	- 5	-1	-8

Система баланса:

 $-x_{5,7} + x_{7,1} = 4$

$$x_{1,5} - x_{2,1} - x_{4,1} - x_{6,1} - x_{7,1} = 0$$
 $x_{2,1} + x_{2,4} + x_{2,5} = 10$
 $-x_{5,3} - x_{6,3} = -10$
 $-x_{2,4} + x_{4,1} + x_{4,5} = 6$
 $-x_{1,5} - x_{2,5} - x_{4,5} + x_{5,3} + x_{5,7} - x_{6,5} = -1$
 $x_{6,1} + x_{6,3} + x_{6,5} = -9$

Списковые структуры представления корневого дерева исходного графа:

"i"	1	2	3	4	5	6	7
"Pred[i]"	5	5	0	5	3	3	5
"Depth[i]"	2	2	0	2	1	1	2
"Dir[i]"	-1	-1	0	-1	-1	-1	1

Список династического обхода корневого дерева:

"Ut"
$$1 \leftrightarrow 5$$
 $2 \leftrightarrow 5$ $4 \leftrightarrow 5$ $5 \leftrightarrow 3$ $5 \leftrightarrow 7$ $6 \leftrightarrow 3$

"Un"
$$2 \leftrightarrow 1$$
 $2 \leftrightarrow 4$ $4 \leftrightarrow 1$ $6 \leftrightarrow 1$ $6 \leftrightarrow 5$ $7 \leftrightarrow 1$

Характеристические векторы:

	X _{2↔1}	$x_{2 \leftrightarrow 4}$	$X_{4 \mapsto 1}$	$x_{6 \leftrightarrow 1}$	X _{6→5}	$x_{7 \leftrightarrow 1}$	$X_{1 \leftrightarrow 5}$	$X_{2\leftrightarrow 5}$	$X_{4 \leftrightarrow 5}$	$X_{5 \leftrightarrow 3}$	$X_{5 \leftrightarrow 7}$	$x_{6 \leftrightarrow 3}$
2 ↔ 1	1	0	0	0	0	0	1	-1	0	0	0	0
2 ↔ 4	0	1	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0
4 ↔ 1	0	0	1	0	0	0	1	0	-1	0	0	0
6 ↔ 1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	- 1
6 ↔ 5	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	- 1
7 ↔ 1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0

Частное решение:

$\tilde{x}_{2 \leftrightarrow 1}$	$\tilde{x}_{2 \leftrightarrow 4}$	$\tilde{x}_{4 \leftrightarrow 1}$	ữ _{6⊷1}	ã _{6→5}	ữ _{7⊷1}	x̃ _{1↔5}	x̃ _{2↔5}	Ã _{4↔5}	Ã _{5↔3}	Ã _{5⊷7}	ã _{6⊷3}
0	0	0	0	0	0	0	10	6	19	-4	- 9

Общее решение неоднородной системы баланса:

$$X_{1,5} \rightarrow X_{2,1} + X_{4,1} + X_{6,1} + X_{7,1}$$
 $X_{2,5} \rightarrow 10 - X_{2,1} - X_{2,4}$
 $X_{4,5} \rightarrow 6 + X_{2,4} - X_{4,1}$
 $X_{5,3} \rightarrow 19 + X_{6,1} + X_{6,5}$
 $X_{5,7} \rightarrow -4 + X_{7,1}$

$$x_{6,3} \rightarrow -9 - x_{6,1} - x_{6,5}$$

Проверка полученного решения:

{True, True, True, True, True, True}

"Un"	2 ↔ 1	2 ↔ 4	4 ↔ 1	6 ↔ 1	6 ↔ 5	7 ↔ 1
"Λ(i,j)_1"	- 11	- 14	7	4	12	0
"Λ(i,j)_2"	- 3	1	4	- 19	- 11	- 8