

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО
Факультет программной инженерии и компьютерной техники
Дисциплина «Дискретная математика»

Курсовая работа
Часть 2
Вариант 26

Студент
Бых Даниил Максимович
Р3109

Преподаватель
Поляков Владимир Иванович

Задание

Построить комбинационную схему реализующую вычитающий двоичный счетчик $C = (A - 1) \bmod 29$ (C и A по 5 бит).

Таблица истинности

№	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5
0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
3	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0
4	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1
5	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0
6	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1
7	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0
8	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1
9	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0
10	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1
11	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0
12	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1
13	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0
14	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1
15	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0
16	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1
17	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0
18	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1
19	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0
20	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1
21	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0
22	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1
23	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0
24	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1
25	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0
26	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1
27	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0
28	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1
29	1	1	1	0	1	d	d	d	d	d
30	1	1	1	1	0	d	d	d	d	d
31	1	1	1	1	1	d	d	d	d	d

Figure 1 shows two 4x4 Karnaugh maps for the function $f(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$. The left map is for $a_1 = 0$ and the right map is for $a_1 = 1$. Both maps have columns labeled 00, 01, 11, 10 and rows labeled 00, 01, 11, 10. The left map has a single '1' in the top-left cell (00, 00). The right map has '1's in the top-right, middle-left, middle-right, and bottom-right cells, and 'd's in the middle-middle and bottom-middle cells.

Figure 1 shows two 4x4 Karnaugh maps for the function $f(a_4, a_3, a_2, a_1)$. The left map is for $a_1=0$ and the right map is for $a_1=1$. Both maps show the same pattern of 1s and 0s. The top row ($a_4a_5=00$) has a 1 in the first column ($a_2a_3=00$). The second row ($a_4a_5=01$) has 1s in the second, third, and fourth columns ($a_2a_3=01$). The third row ($a_4a_5=11$) has 1s in the second, third, and fourth columns ($a_2a_3=11$). The bottom row ($a_4a_5=10$) has a 1 in the first column ($a_2a_3=10$). The maps are labeled with a_4a_5 on the top and a_2a_3 on the left. The left map is labeled $a_1=0$ and the right map is labeled $a_1=1$.

3

		$a_4 a_5$			
		00	01	11	10
$a_2 a_3$	00			1	
	01	1		1	
	11	1		1	
	10	1		1	
		$a_1 = 0$			

		$a_4 a_5$			
		00	01	11	10
$a_2 a_3$	00	1		1	
	01	1		1	
	11	1	d	d	d
	10	1		1	
		$a_1 = 1$			

$$c_4 = a_4 a_5 \vee a_1 \overline{a_4} \overline{a_5} \vee a_2 \overline{a_4} \overline{a_5} \vee a_3 \overline{a_4} \overline{a_5} \quad (S_Q = 15)$$

		$a_4 a_5$			
		00	01	11	10
$a_2 a_3$	00				1
	01	1			1
	11	1			1
	10	1			1
		$a_1 = 0$			

		$a_4 a_5$			
		00	01	11	10
$a_2 a_3$	00	1			1
	01	1			1
	11	1	d	d	d
	10	1			1
		$a_1 = 1$			

$$c_5 = a_1 \overline{a_5} \vee a_2 \overline{a_5} \vee a_3 \overline{a_5} \vee a_4 \overline{a_5} \quad (S_Q = 12)$$

Преобразование системы булевых функций

$$\begin{cases} c_1 = a_1 a_2 \vee a_1 a_3 \vee a_1 a_4 \vee a_1 a_5 \vee \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{a_3} \overline{a_4} \overline{a_5} & (S_Q^{c_1} = 18) \\ c_2 = a_2 a_3 \vee a_2 a_4 \vee a_2 a_5 \vee \overline{a_2} \overline{a_3} \overline{a_4} \overline{a_5} & (S_Q^{c_2} = 14) \\ c_3 = a_3 a_4 \vee a_3 a_5 \vee \overline{a_3} \overline{a_4} \overline{a_5} & (S_Q^{c_3} = 10) \\ c_4 = a_4 a_5 \vee a_1 \overline{a_4} \overline{a_5} \vee a_2 \overline{a_4} \overline{a_5} \vee a_3 \overline{a_4} \overline{a_5} & (S_Q^{c_4} = 15) \\ c_5 = a_1 \overline{a_5} \vee a_2 \overline{a_5} \vee a_3 \overline{a_5} \vee a_4 \overline{a_5} & (S_Q^{c_5} = 12) \end{cases} \quad (S_Q = 69)$$

Проведем раздельную факторизацию системы.

$$\begin{cases} c_1 = a_1 (a_2 \vee a_3 \vee a_4 \vee a_5) \vee \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{a_3} \overline{a_4} \overline{a_5} & (S_Q^{c_1} = 13) \\ c_2 = a_2 (a_3 \vee a_4 \vee a_5) \vee \overline{a_2} \overline{a_3} \overline{a_4} \overline{a_5} & (S_Q^{c_2} = 11) \\ c_3 = a_3 (a_4 \vee a_5) \vee \overline{a_3} \overline{a_4} \overline{a_5} & (S_Q^{c_3} = 9) \\ c_4 = a_4 a_5 \vee \overline{a_4} \overline{a_5} (a_1 \vee a_2 \vee a_3) & (S_Q^{c_4} = 10) \\ c_5 = \overline{a_5} (a_1 \vee a_2 \vee a_3 \vee a_4) & (S_Q^{c_5} = 6) \end{cases} \quad (S_Q = 49)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_0 = \overline{a_3} \overline{a_4} \overline{a_5}, \quad \overline{\varphi_0} = a_3 \vee a_4 \vee a_5$$

$$\begin{cases} \varphi_0 = \overline{a_3} \overline{a_4} \overline{a_5} & (S_Q^{\varphi_0} = 3) \\ c_1 = a_1 (\overline{\varphi_0} \vee a_2) \vee \varphi_0 \overline{a_1} \overline{a_2} & (S_Q^{c_1} = 9) \\ c_2 = \varphi_0 \overline{a_2} \vee \overline{\varphi_0} a_2 & (S_Q^{c_2} = 6) \\ c_3 = \varphi_0 \vee a_3 (a_4 \vee a_5) & (S_Q^{c_3} = 6) \\ c_4 = a_4 a_5 \vee \overline{a_4} \overline{a_5} (a_1 \vee a_2 \vee a_3) & (S_Q^{c_4} = 10) \\ c_5 = \overline{a_5} (a_1 \vee a_2 \vee a_3 \vee a_4) & (S_Q^{c_5} = 6) \\ & (S_Q = 41) \end{cases}$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_1 = \varphi_0 \overline{a_2}, \quad \overline{\varphi_1} = \overline{\varphi_0} \vee a_2$$

$$\begin{cases} \varphi_0 = \overline{a_3} \overline{a_4} \overline{a_5} & (S_Q^{\varphi_0} = 3) \\ c_3 = \varphi_0 \vee a_3 (a_4 \vee a_5) & (S_Q^{c_3} = 6) \\ c_4 = a_4 a_5 \vee \overline{a_4} \overline{a_5} (a_1 \vee a_2 \vee a_3) & (S_Q^{c_4} = 10) \\ c_5 = \overline{a_5} (a_1 \vee a_2 \vee a_3 \vee a_4) & (S_Q^{c_5} = 6) \\ \varphi_1 = \varphi_0 \overline{a_2} & (S_Q^{\varphi_1} = 2) \\ c_1 = \varphi_1 \overline{a_1} \vee \overline{\varphi_1} a_1 & (S_Q^{c_1} = 6) \\ c_2 = \varphi_1 \vee \overline{\varphi_0} a_2 & (S_Q^{c_2} = 4) \\ & (S_Q = 39) \end{cases}$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_2 = a_1 \vee a_2 \vee a_3$$

$$\begin{cases} \varphi_2 = a_1 \vee a_2 \vee a_3 & (S_Q^{\varphi_2} = 3) \\ \varphi_0 = \overline{a_3} \overline{a_4} \overline{a_5} & (S_Q^{\varphi_0} = 3) \\ c_3 = \varphi_0 \vee a_3 (a_4 \vee a_5) & (S_Q^{c_3} = 6) \\ c_4 = a_4 a_5 \vee \varphi_2 \overline{a_4} \overline{a_5} & (S_Q^{c_4} = 7) \\ c_5 = \overline{a_5} (\varphi_2 \vee a_4) & (S_Q^{c_5} = 4) \\ \varphi_1 = \varphi_0 \overline{a_2} & (S_Q^{\varphi_1} = 2) \\ c_1 = \varphi_1 \overline{a_1} \vee \overline{\varphi_1} a_1 & (S_Q^{c_1} = 6) \\ c_2 = \varphi_1 \vee \overline{\varphi_0} a_2 & (S_Q^{c_2} = 4) \\ & (S_Q = 37) \end{cases}$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_3 = \overline{a_4} \overline{a_5}, \quad \overline{\varphi_3} = a_4 \vee a_5$$

$$\begin{cases} \varphi_3 = \overline{a_4} \overline{a_5} & (S_Q^{\varphi_3} = 2) \\ \varphi_2 = a_1 \vee a_2 \vee a_3 & (S_Q^{\varphi_2} = 3) \\ \varphi_0 = \varphi_3 \overline{a_3} & (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\ c_3 = \varphi_0 \vee \overline{\varphi_3} a_3 & (S_Q^{c_3} = 4) \\ c_4 = \varphi_2 \varphi_3 \vee a_4 a_5 & (S_Q^{c_4} = 6) \\ c_5 = \overline{a_5} (\varphi_2 \vee a_4) & (S_Q^{c_5} = 4) \\ \varphi_1 = \varphi_0 \overline{a_2} & (S_Q^{\varphi_1} = 2) \\ c_1 = \varphi_1 \overline{a_1} \vee \overline{\varphi_1} a_1 & (S_Q^{c_1} = 6) \\ c_2 = \varphi_1 \vee \overline{\varphi_0} a_2 & (S_Q^{c_2} = 4) \\ & (S_Q = 36) \end{cases}$$

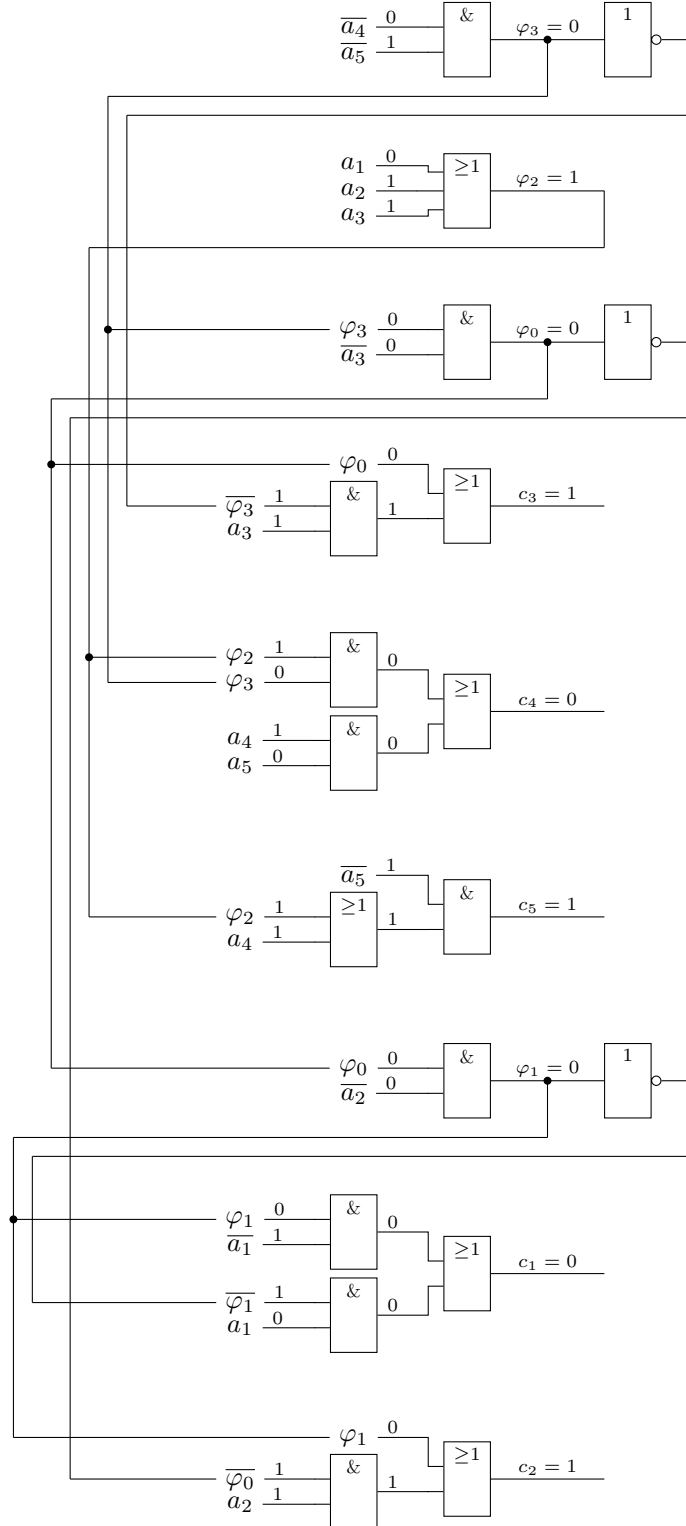
Синтез комбинационной схемы в булевом базисе

Будем анализировать схему на следующем наборе аргументов:

$$a_1 = 0, a_2 = 1, a_3 = 1, a_4 = 1, a_5 = 0$$

Выходы схемы из таблицы истинности:

$$c_1 = 0, c_2 = 1, c_3 = 1, c_4 = 0, c_5 = 1$$



Цена схемы: $S_Q = 36$. Задержка схемы: $T = 6\tau$.