

Лабораторная работа №4

Линейное программирование.

Оформление лабораторной работы

1 Цель работы

Целью данной лабораторной работы является изучение симплекс метода решения задачи линейного программирования и применение его на практике.

2 Задание

Разработать программу, реализующую симплекс-метод. Применить её для решения задач, указанных в «блоке вариантов заданий».

Допускается непосредственное решение задач с помощью симплекс-метода и графически (в двумерном случае) и проверка с помощью математических пакетов.

2 Формирование отчета

Отчет по лабораторной работе должен содержать:

- 1) постановку задачи,
- 2) краткое описание симплекс-метода,
- 3) листинг программы; результаты расчетов по программе,
- 4) графическую интерпретацию (для двумерной задачи, или которую можно свести к ней),
- 5) проверка вычислений в математических пакетах,
- 6) выводы: анализ результатов.
- 7) список использованной литературы.

Блок вариантов заданий

Задача 1.

Вариант	Целевая функция F	Ограничения	
1	$F = 2x_1 + 3x_2$	$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \leq 9 \\ x_1 + x_2 \leq 7 \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$
2	$F = 3x_1 + 2x_2$	$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 12 \\ 2x_1 + x_2 \leq 8 \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$
3	$F = 2x_1 + 3x_2$	$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 4 \\ x_1 + 2x_2 \leq 6 \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$
4	$F = 3x_1 + 2x_2$	$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 4 \\ 2x_1 + x_2 \leq 6 \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$
5	$F = x_1 + x_2$	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 18 \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$
6	$F = x_1 + 3x_2$	$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \leq 12 \\ x_1 + 2x_2 \leq 8 \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$
7	$F = 2x_1 + 3x_2$	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 10 \\ x_1 + x_2 \leq 7 \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$
8	$F = 2x_1 + 3x_2$	$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 8 \\ x_1 + 3x_2 \leq 18 \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$
9	$F = 3x_1 + 5x_2$	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ x_1 + x_2 \leq 6 \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$
10	$F = x_1 + x_2$	$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \leq 9 \\ 2x_1 + x_2 \leq 8 \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$

Задача 2.

Вариант 1.

Оптимизация плана выпуска хлеба. Хлебозавод имеет возможность производить различные хлебобулочные изделия. Нормы затрат различных типов сырья, их наличие и стоимость единицы продукции каждого вида приведены в таблице.

Сырье	Нормы затрат				Наличие, кг
	Хлеб «Бородинский»	Хлеб «Жито»	Батон «Чайный»	Батон «Городской»	
Мука пшеничная	0,2	0,15	0,4	0,35	500
Мука ржаная	0,25	0,3	–	–	250
Яйца	0,02	0,025	0,04	0,035	100
Масло	0,01	0,03	0,1	0,15	200
Дрожжи	0,005	0,005	0,01	0,01	15
Вес изделия, кг	0,65	0,85	0,7	0,6	
Стоимость изделия, ден. ед.	7	8	9	8	

После проведения маркетинговых исследований установлено, что ежедневный спрос на бородинский хлеб колеблется в пределах от 150 до 300 кг, спрос на хлеб «Жито» меняется соответственно от 300 до 450 кг, на батон «Чайный» – от 200 до 300 кг, а на батон «Городской» – от 200 до 400 кг.

Определить оптимальный ежедневный объем выпускаемой хлебобулочной продукции, обеспечивающий максимальную ее стоимость.

Вариант 2.

Задача о рационе. Бройлерное хозяйство птицеводческой фермы насчитывает 20 тыс. цыплят, которые выращиваются до 8-недельного возраста и после соответствующей обработки поступают в продажу. Недельный расход корма в среднем (за 8 недель) составляет 500 г (0,5 кг).

Для того чтобы цыплята достигли к 8-й неделе необходимого веса, кормовой рацион должен удовлетворять определенным требованиям по питательности. Этим требованиям могут соответствовать смеси различных видов кормов, или ингредиентов.

В таблице приведены данные, характеризующие содержание (по весу) питательных веществ в каждом из ингредиентов и удельную стоимость каждого ингредиента.

Ингредиент	Содержание питательных веществ, кг			Стоимость, руб./кг
	Кальций	Белок	Клетчатка	
Известняк	0,38	—	—	0,4
Зерно	0,001	0,09	0,02	0,15
Соевые бобы	0,002	0,50	0,08	0,40

Смесь должна содержать (от общего веса смеси):

- не менее 0,8% кальция;
- не менее 22% белка;
- не более 5% клетчатки.

Определить количество (в кг) каждого из трех ингредиентов, образующих смесь минимальной стоимости, при соблюдении требований к общему расходу кормовой смеси и ее питательности.

Вариант 3.

Оптимальный план выпуска молочной продукции. Производством городского молочного завода являются молоко, кефир и сметана. На производство 1 т молока, кефира и сметаны требуется соответственно 1,01; 1,01 и 9,45 т молока. При этом затраты рабочего времени при разливе 1 т молока и кефира составляют 0,18 и 0,19 машино-часа. На расфасовке 1 т сметаны заняты специальные автоматы в течение 3,25 часа. Всего для производства цельномолочной продукции завод может использовать 136 т молока. Основное оборудование может быть занято в течение 21,4 машино-часа, а автоматы по расфасовке сметаны – в течение 16,25 часа. Прибыль от реализации 1 т молока, кефира и сметаны соответственно равна 30, 22 и 136 руб. Завод должен ежедневно производить не менее 100 т молока.

Требуется определить объемы выпуска молочной продукции, позволяющие получить наибольшую прибыль. Как изменится прибыль и план выпуска при задании по выпуску кефира в объеме не менее 10 т? Дайте объяснение этим изменениям.

Вариант 4.

Выбор оптимальных проектов для финансирования. Управляющему банка были представлены четыре проекта, претендующие на получение кредита в банке. Ресурс банка в каждый период, потребности проектов и прибыль по ним (тыс. долл.) приведены в таблице.

Проект	Потребность проектов в объемах кредитов				Прибыль
	Период 1	Период 2	Период 3	Период 4	
A	8	8	10	10	21
B	7	9	9	11	18
C	5	7	9	11	16
D	9	8	7	6	17,5
Ресурс банка	22	25	38	30	

При выборе проектов следует принять во внимание потребность проектов в объемах кредитов и ресурс банка для соответствующих периодов.

Какие проекты следует финансировать, если цель состоит в том, чтобы максимизировать прибыль?

Вариант 5.

Планирование производства карамели. Кондитерская фабрика для производства трех видов карамели «Абрикоска», «Буратино» и «Сластена» использует три вида сырья: сахарный песок, патоку и фруктовое пюре. Данные представлены в таблице.

Сырье	Нормы расхода сырья (кг) на производство 1 кг карамели		
	«Абрикоска»	«Буратино»	«Сластена»
Сахарный песок	0,6	0,5	0,6
Патока	0,4	0,4	0,3
Фруктовое пюре	0,1	0,2	0,2

Запасы сырья на складе равны соответственно 800, 600 и 120 кг. Прибыль от реализации 1 кг карамели «Абрикоска», «Буратино» и «Сластена» определяется значениями 108, 112 и 128 руб. соответственно.

Требуется определить:

- 1) план производства карамели, обеспечивающий максимальную прибыль;
- 2) какое сырье ограничивает рост прибыли;
- 3) к чему приведет увеличение запаса самого дефицитного ресурса на 2 кг.

Вариант 6.

Планирование товарооборота. Ведущий менеджер салона-магазина «Люкс» должен заказать партию женской одежды. Прибыль от реализации единицы каждого товара ориентировочно известна заранее. Салон работает без выходных с 9 до 19 часов, без перерыва на обед. Данные представлены в таблице (цифры условные).

Товар	Рабочее время, ч	Площадь, м	Издержки обращения, ден. ед.	Прибыль, ден. ед.
Блузки	2	0,3	4	8
Джемперы	1	0,4	5	7
Костюмы	3	0,4	2	6

Требуется определить:

1) оптимальные партии приобретения одежды при издержках обращения 600 ден. ед., чтобы на арендованной площади 20х40 м² в течение 2,5 месяца прибыль от реализации была максимальной;

2) как изменятся финансовые показатели, если доход от блузок снизится на 2 ден. ед.;

3) как повлияет на реализацию товара увеличение времени работы салона на 2 часа;

4) как изменится суммарная прибыль, если издержки обращения по джемперам удастся снизить на 1 ден. ед.

Вариант 7.

Планирование выпуска булочно-кондитерских изделий. Булочно-кондитерский комбинат (БКК) выпускает булки, пирожные, ватрушки, коржики и слоенки. Для выпуска этих видов продукции необходимы следующие ресурсы: мука, сахар, масло, творог и яйца. Ниже указано количество каждого вида ресурса, имеющееся на складе БКК: мука – 200 кг; сахар – 50 кг; масло – 50 кг; творог – 50 кг; яйца – 500 шт.

В таблице приведена рецептура (т.е. необходимое количество каждого ресурса) для приготовления каждого вида продукции, а также отпускная цена на единицу продукции.

Продукция	Нормы расхода ресурсов, кг (шт.)					Отпускная цена, руб.
	Мука	Сахар	Масло	Творог	Яйца	
Булка	0,1	0,01	0	0	(0,1)	8,4
Пирожное	0,04	0,05	0,05	0	(0,2)	32
Ватрушка	0,08	0,02	0,01	0,05	(0,2)	16
Коржик	0,06	0,04	0,02	0,02	(0,2)	15
Слоенка	0,05	0,03	0,02	0,03	(0,3)	21

Определить такой оптимальный план выпуска каждого вида продукции, чтобы при имеющихся в БКК ресурсах был получен максимальный доход от реализации.

Вариант 8.

Планирование выпуска тканей. Фабрика выпускает три вида тканей, причем суточное плановое задание составляет: не менее 90 м ткани I вида, 70 м – II вида и 60 м – III вида. Суточные ресурсы следующие: 780 ед. производственного оборудования, 850 ед. сырья и 790 ед. электроэнергии, расход которых на 1 м ткани представлен в таблице.

Цена 1 м ткани I вида равна 80 ден. ед., II вида – 70 ден. ед., III вида – 60 ден. ед.

Ресурс	Расход ресурса на 1 м ткани вида		
	I	II	III
Оборудование	2	3	4
Сырье	1	4	5
Электроэнергия	3	4	2

Требуется определить:

- 1) сколько метров тканей каждого вида следует выпустить, чтобы общая стоимость выпускаемой продукции была максимальной;
- 2) какие виды тканей невыгодны предприятию;
- 3) как изменится общая стоимость продукции и план ее выпуска, если запасы дефицитных ресурсов увеличить на 5%?

Вариант 9.

Оптимальный план развития программных продуктов. Компания «Корвет» производит программное обеспечение. Компания оценивает возможность развития шести новых программных приложений.

В таблице представлена информация о затратах и ожидаемой чистой прибыли от продажи приложений (тыс. долл.).

Приложение	Затраты на развитие	Число программистов	Чистая прибыль
П1	400	6	2000
П2	1100	18	3600
П3	940	20	4000
П4	760	16	3000
П5	1260	28	4400
П6	1800	34	6200
Ресурсы	3500	60	

У «Корвета» 60 программистов. На развитие новых программных приложений фирма может выделить 3,5 млн долл.

Каков оптимальный набор приложений, которые следует развивать, если:

1) ожидается, что клиенты, заинтересованные в приложении П4, будут заинтересованы также в приложении П5 и наоборот. Таким образом, эти приложения должны либо вместе развиваться, либо вместе не развиваться;

2) развитие приложения П1 имеет смысл только при наличии приложения П2. Таким образом, если развивается приложение П1, должно развиваться и приложение П2, но приложение П2 может развиваться и без приложения П1;

3) развиваться может только одно из приложений П3 и П6;

4) стремясь обеспечить качество продукции, «Корвет» не склонен развивать более трех программных продуктов.

Проанализируйте влияние каждого из четырех перечисленных ограничений на оптимальное решение.

Вариант 10.

Максимизация прибыли мебельного комбината. Цех мебельного комбината выпускает трельяжи, трюмо и тумбы под телевизоры. Норма расхода материала в расчете на одно изделие, плановая себестоимость, оптовая цена предприятия, плановый ассортимент и трудоемкость единицы продукции приведены в таблице. При этом запас древесно-стружечных плит, досок еловых и березовых 90, 30 и 14 м³ соответственно. Плановый фонд рабочего времени 16 800 чел.-часов.

Показатель	Трельяж	Трюмо	Тумба
Норма расхода материала, м ³ :			
древесно-стружечные плиты	0,032	0,031	0,038
доски еловые	0,020	0,020	0,008
доски березовые	0,005	0,005	0,006
Трудоемкость, чел.-часы	10,2	7,5	5,8
Плановая себестоимость, ден. ед.	88,81	63,98	29,60
Оптовая цена предприятия, ден. ед.	93,00	67,00	30,00
Плановый ассортимент, шт.	350	290	1200

Исходя из необходимости выполнения плана по ассортименту и возможности его перевыполнения по отдельным (и даже всем) показателям, построить модель, на основе которой можно найти план производства, максимизирующий прибыль.

Как изменится общая стоимость продукции и план ее выпуска, если запасы дефицитных ресурсов увеличить на 5%?