1. <u>Лабораторная работа № 1. Сравнительный анализ готовности вычислительных систем</u>

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

В результате выполнения настоящей работы студенты должны:

1. Знать сравнительные оценки готовности вычислительных систем с различной организацией.
2. Понимать факторы, определяющие готовность различных вычислительные систем.
3. Уметь определять коэффициенты готовности вычислительных систем с различной организацией.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. До начала лабораторного занятия самостоятельно изучить теорию работы по настоящим методическим указаниям.
2. Составить необходимые формулы и выполнить вручную расчет коэффициентов готовности с точностью в 2 значащие цифры для однопроцессорной, дуплексной, триплексной и одного варианта многопроцессорной вычислительной системы. Подготовить данные для расчета на ЭВМ.
3. На лабораторном занятии в дисплейном классе выполнить на ЭВМ расчеты коэффициентов готовности вычислительных систем с различной организацией.
4. Выполнить сравнительный анализ готовности вычислительных систем с различной организацией и оформить отчет.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Важнейшей характеристикой эффективности вычислительной системы является ее готовность. Готовность оценивается с помощью коэффициента готовности, который определяется как вероятность выполнения заданного объема вычислительных работ (задачи) в установленное время на заданном комплексе оборудования. Коэффициент готовности является как функцией вероятностей безотказной работы блоков, составляющих вычислительную систему, так и ее организации.

Коэффициент готовности отличается от вероятности безотказной работы вычислительной системы тем, что если ресурсы системы меньше ресурсов необходимых для решения задачи в установленное время, то коэффициент готовности системы будет равен нулю. Можно сказать, что коэффициент готовности - это вероятность пребывания в исправном состоянии ресурсов вычислительной системы, необходимых для решения задачи в установленное время.

Коэффициент готовности определяется организацией вычислительной системы. Однопроцессорная вычислительная система содержит один процессор, несколько блоков памяти и несколько устройств ввода-вывода. С позиции теории вероятностей модель однопроцессорной вычислительной системы Представляет собой последовательное соединение блоков. Выход из строя хотя бы одного блока приводит к выходу из строя всей системы.

Модель дуплексной (триплексной) вычислительной системы состоит из двух (трех) однопроцессорных вычислительных систем, соединенных параллельно - последовательно. В случае выхода из строя одной подсистемы (процессора, памяти, ввода-вывода) в работу включается другая подсистема, которая принимает на себя решение задачи. Вероятность безотказной работы переключающего устройства принимается равной единице.

Модель многопроцессорной вычислительной системы содержит, кроме рабочих, резервные блоки. В случае выхода из строя какого-либо рабочего блока, включается любой однотипный резервный блок и принимает на себя выполнение функций вышедшего из строя блока в процессе решения задачи. Вероятность безотказной работы переключающего устройства Принимается равной единице. Следовательно, модель многопроцессорной вычислительной системы не сводится к параллельно-последовательному соединению блоков.

На рис. 1, 2, 3, 4 приведена модели соответственно однопроцессорной, дуплексной, триплексной и многопроцессорной вычислительной системы, которые предназначены для решения задачи, требующей следующих ресурсов:

1) процессоров……………………………………………………1;
2) блоков памяти…………………………………………………4;
3) устройств ввода-вывода………………………………………2.

На рис. 1, 2, 3, 4 приняты обозначения: $\mathbf{P_1}$, $\mathbf{P_2}$, $\mathbf{P_3}$ - вероятности безотказной работы соответственно процессора, блока памяти и устройств ввода-вывода.

Модель многопроцессорной (двухпроцессорной) вычислительной системы, приведенная на рис. 4, содержит один резервный процессор, два резервных блока памяти и одно резервное устройство ввода-вывода.

Математическим аппаратом для исследования готовности вычислительной системы является теория вероятностей. Рассмотрим основные положения теории вероятностей, необходимые для выполнения настоящей работы.

ТЕОРЕМА СЛОЖЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Вероятность суммы двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий:

P(A+B)=P(A)+P(B).

Когда события **A** и **B** совместны, вероятность их суммы выражается формулой:

P(A+B)=P(A)+P(B) – P(A*B), где **A*B** – произведение событий **A** и **B**.

ТЕОРЕМА УМНОЖЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Вероятность произведения двух событий равна вероятности одного из них, умноженного на условную вероятность другого при наличии первого:

P(A*B)=P(A)*P(B|A)

или

P(A*B)=P(B)*P(A|B),

где **P(A|B)** – условная вероятность события **B** при наличии события **A**;
P(B|A) – условная вероятность события **A** при наличии события **B**.

Для независимых событий **A** и **B** имеем:

P(A*B)=P(A)*P(B).

ЧАСТНАЯ ТЕОРЕМА О ПОВТОРЕНИИ ОПЫТОВ

Если производится **n** независимых опытов в одинаковых условиях, причем в каждом из них с вероятностью **P** появляется событие **A**, то вероятность $P_{m,n}$ того, что событие **A** произойдет в этих **n** опытах ровно **m** раз, выражается формулой:

$$P_{m,n}=C_n^m*p^m*q^{n-m}$$

для **m=0, 1, … ,n** ;

где $q=1-p$ – вероятность события, противоположного событию **A**;
$C_n^m=n! / (m!*(n-m)!)$ – число сочетаний из **n** элементов по **m**.

Вероятность $R_{1,n}$ появления события **A** при **n** независимых опытах в одинаковых условиях:

$R_{1,n}=1-q_n$,

где q_n – вероятность того, что событие **A** не появится ни в одном из **n** опытов.

ОБЩАЯ ТЕОРЕМА О ПОВТОРЕНИИ ОПЫТОВ

Вероятность $R_{k,n}$ того, что при **n** независимых опытах событие **A** появится не менее **k** раз, выражается формулой:

$$R_{k,n}=1-\sum_{m=0}^{k-1} P_{m,n} ,$$

где $P_{m,n}$ определяется на основе частной теоремы о повторении опытов.

ПРИМЕР №1

Определить коэффициент готовности **G** вычислительной системы, содержащей процессор и два блока памяти. Вероятности безотказной работы процессора и блока памяти соответственно P_1 и P_2. Вероятность безотказной работы переключающего устройства принята равной единице. Для решения задачи в установленное время достаточно одного процессора и одного блока памяти.

Модель вычислительной системы, соответствующая указанным выше условиям, приведена на рис. 5.

Если для обеспечения решения задачи в установленное время достаточно работоспособности процессора и одного из блоков памяти, то при независимости выхода из строя процессора и блоков памяти коэффициент готовности вычислительной системы рассчитываем на основе теоремы умножения вероятностей:

$G=P_1*(1-(1-P_2)^2)$,

где P_1 - вероятность безотказной работы процессора;

$(1-P_2)$ - вероятность того, что отказал один блок памяти;

$(1-P_2)^2$ - вероятность того, что отказали два блоха памяти;

$(1-(1-P_2)^2)$ - вероятность того, что исправен хотя бы один блок памяти.

ПРИМЕР № 2

Определить коэффициент готовности **G** вычислительной системы, содержащей 6 одинаковых блоков. Вероятность безотказной работы блока **P=0,9**. Вероятность безотказной работы переключающего устройства принята равной единице. Для решения задачи в установленное время достаточно четырех блоков памяти.

Модель вычислительной системы, соответствующая указанным выше условиям, приведена на рис. 6.

В случае выходе из строя какого-либо блока, вместо него включается резервная блок и решение задачи продолжается. Здесь нет параллельно-последовательного соединения блоков. Ситуация соответствует условиям теорем в повторении опытов.

Для решения задачи в установленное время достаточно, чтобы было исправно не менее 4 блоков из 6. На основании общей теоремы о повторении опытов запишем формулу для расчета коэффициента готовности вычислительной системы:

$$\mathbf{G=R_{4,6}=1-\sum_{m=0}^{4-1} P_{m,6}=1-(P_{0,6}+P_{1,6}+P_{2,6}+P_{3,6})}. \qquad (1)$$

Каждое слагаемое $\mathbf{P_{m,6}}$, стоящеё под знаком суммы, рассчитываем на основании частной теоремы о повторении опытов:

$\mathbf{P_{0,6}=C_6^{\,0}*P^0*(1-P)^6=1*0{,}9^0*0{,}1^6=0{,}000001}$;

$\mathbf{P_{1,6}=C_6^{\,1}*P^1*(1-P)^5=6*0{,}9^1*0{,}1^5=0{,}0000054}$;

$\mathbf{P_{2,6}=C_6^{\,2}*P^2*(1-P)^4=15*0{,}9^2*0{,}1^4=0{,}0012}$;

$\mathbf{P_{3,6}=C_6^{\,3}*P^3*(1-P)^3=20*0{,}9^3*0{,}1^3=0{,}015}$.

Подставив полученные значения $\mathbf{P_{m,6}}$ в формулу (1), найдём значение коэффициента готовности **G=0,98** .

Иное решение основано на следующем рассуждении. Задача не будет решена в заданное время, если откажет не менее 3 блоков из 6. На основании общей теоремы о повторении опытов запишем формулу вероятности события "задача не будет решена":

$$\mathbf{R_{3,6}=1-\sum_{m=0}^{3-1} P_{m,6}=1-(P_{0,6}+P_{1,6}+P_{2,6})}. \qquad (2)$$

где $\mathbf{P_{m,6}}$ – <u>вероятность отказа</u> ровно **m** блоков из 6.

Каждое слагаемое $\mathbf{P_{m,6}}$, стоящее под знаком суммы, рассчитываем на основании частной теоремы о повторении опытов:

$\mathbf{P_{0,6}=C_6^{\,0}*(1-P)^0*P^6=1*0{,}1^0*0{,}9^6=0{,}53}$;

$\mathbf{P_{1,6}=C_6^{\,1}*(1-P)^1*P^5=6*0{,}1^1*0{,}9^5=0{,}35}$;

$\mathbf{P_{2,6}=C_6^{\,2}*(1-P)^2*P^4=15*0{,}1^2*0{,}9^4=0{,}098}$.

Подставив полученные значения $\mathbf{P_{m,6}}$ в формулу (2), найдем значение вероятности события "задача не будет решена" $\mathbf{R_{3,6}=0,02}$. Затем найдем значение вероятности события "задача будет решена", то есть найдем значение коэффициента готовности:
$\mathbf{G=1-R_{3,6}=1-0,02=0,98}$.

МЕТОДИКА ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. В соответствии с номером задания выбрать из таблицы численные значения параметров **f** и **h**, характеризующих задачу, и вероятности безотказной работы $\mathbf{P_1}$ процессора, $\mathbf{P_2}$ блока памяти и $\mathbf{P_3}$ устройства ввода-вывода. Для решения задачи в установленное время требуется в минимальном составе вычислительной системы:
1) процессоров………………………………………………...……**I**;
2) блоков памяти……………………………………………...……**f**;
3) устройств ввода-вывода……………………………………..**h**.

2. Составить модели:
1) однопроцессорной вычислительной системы;
2) дуплексной вычислительной системы;
3) триплексной вычислительной системы;
4) двухпроцессорной вычислительной системы с одним резервным блоком памяти и одним резервным устройством ввода-вывода;
5) двухпроцессорной вычислительной системы с двумя резервными блоками памяти и двумя резервными устройствами ввода-вывода;
6) двухпроцессорной вычислительной системы с **f** резервными блоками памяти и с **h** резервными устройствами ввода-вывода (состав аппаратуры совпадает с составом дуплексной вычислительной системы, но отличается организацией).

3. Выполнить вручную расчет коэффициентов готовности с точностью в 2 значащие цифры для однопроцессорной, дуплексной, триплексной и первого варианта двухпроцессорной вычислительной системы.

4. Выполнить сравнительный анализ готовности вычислительных систем с различной организацией и написать отчет.

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Значения параметров **f** и **h**, характеризующих задачу. Вероятности безотказной работы $\mathbf{P_1}$ процессора, $\mathbf{P_2}$ блока памяти, $\mathbf{P_3}$ устройства ввода-вывода.
2. Модели исследованных вычислительных систем.
3. Формулы для определения коэффициентов готовности вычислительных систем и их обоснование.
4. Таблица, содержащая для каждой исследованной вычислительной системы значение коэффициента готовности и количество блоков, ее составляющих.
5. Выводы: результаты сравнительного анализа готовности вычислительных систем с различной организацией. При этом следует учесть затраты аппаратуры на создание вычислительных систем.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мультипроцессорные системы и параллельные вычисления. – М.: Мир, 1976.
2. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. - М.: Наука, 1969.

ПРИМЕРЫ МОДЕЛЕЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

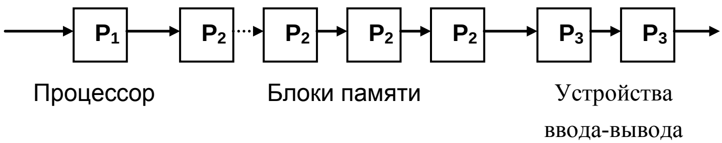

Рис. 1. Модель однопроцессорной вычислительной системы

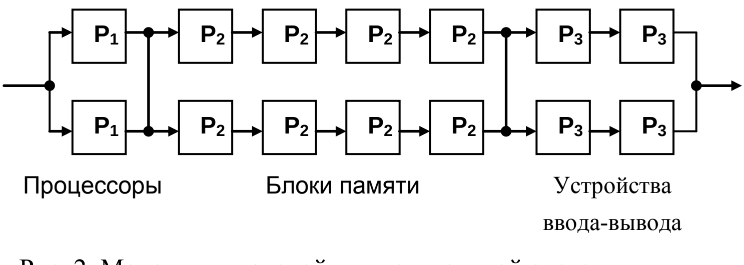

Рис. 2. Модель дуплексной вычислительной системы

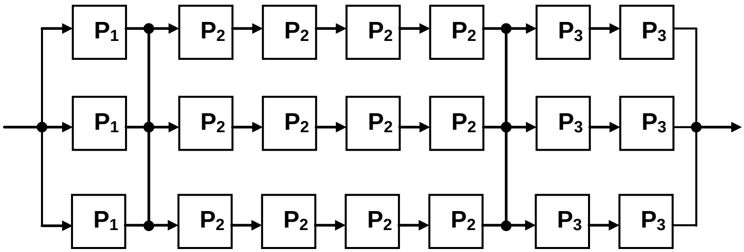

Рис. 3. Модель триплексной вычислительной системы

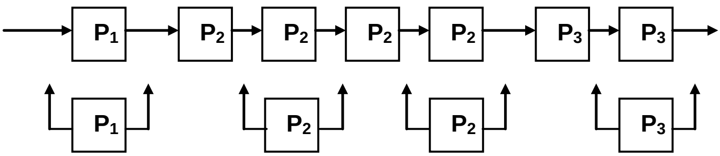

Рис. 4. Модель двухпроцессорной вычислительной системы

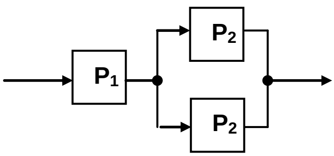

Рис. 5. Модель вычислительной системы к примеру № 1

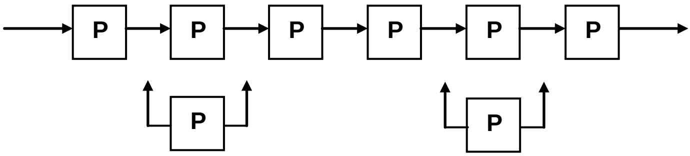

Рис. 6. Модель вычислительной системы к примеру № 2

ЗАДАНИЯ

№ задания	Параметры				
	f	**h**	$\mathbf{P_1}$	$\mathbf{P_2}$	$\mathbf{P_3}$
1	6	2	0,990	0,970	0,850
2	2	6	0,985	0,960	0,860
3	8	2	0,980	0,970	0,870
4	2	8	0,975	0,960	0,880
5	6	4	0,970	0,970	0,890
6	4	6	0,965	0,960	0,900
7	8	4	0,990	0,970	0,910
8	4	8	0,985	0,960	0,920
9	10	2	0,980	0,970	0,910
10	2	10	0,975	0,960	0,900
11	5	7	0,970	0,970	0,890
12	7	5	0,965	0,960	0,880

Таблица 1