

## **Лабораторная работа № 4. "Синтез системы оперативной обработки".**

### **ЦЕЛЬ РАБОТЫ**

В результате настоящей работы студенты должны:

- знать: постановку задачи синтеза системы оперативной обработки;
- понимать: зависимости характеристик синтезируемой системы оперативной обработки от её параметров;
- уметь: синтезировать системы оперативной обработки заданной стоимости и системы с заданным временем ответа.

### **ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ**

1. Изучить теорию работы по описанию и указанным литературным источникам.
2. Дать обоснование необходимых формул и выполнить требуемые расчеты.
3. Оформить отчет по лабораторной работе.

### **КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ**

Синтез системы оперативной обработки (СОО) сводится к выбору таких значений параметров структуры (оборудования) и таких алгоритмов управления вычислительным процессом, при которых СОО оказывается наилучшим образом приспособленной для решения заданного класса задач.

Постановка задачи синтеза СОО. Основными характеристиками СОО, предназначенных для решения задач в реальном масштабе времени, являются производительность, время пребывания задачи в СОО и стоимость. Производительность определяется средним количеством задач  $\lambda_0$ , обрабатываемых СОО в единицу времени. Время пребывания задач обычно характеризуется средним промежутком времени  $U$  от момента поступления задачи в СОО до момента окончания её обработки. Стоимость равна суммарной стоимости устройств, входящих в состав СОО. Производительность  $\lambda_0$  определяется назначением СОО и задана. С учетом этого задача проектирования СОО в части выбора состава оборудования – номенклатуры устройств – может быть сформулирована в одной из

следующих постановок:

1. Синтезировать СОО минимальной стоимости, которая обеспечивает решение  $\lambda_0$  задач в единицу времени при среднем времени пребывания задач в СОО, не превосходящем заданного значения  $U^*$ .

2. Синтезировать СОО о минимальным временем пребывания задач, которая обеспечивает решение  $\lambda_0$  задач в единицу времени, причем стоимость СОО не должна превышать заданного значения  $S^*$ .

Задача проектирования в первой постановке сводится к синтезу СОО с заданным временем пребывания задач, а во второй постановке - к проектированию СОО заданной стоимостью. В каждом из этих случаев необходимо выбрать совокупность устройств, число и характеристики которых обеспечивали бы заданную производительность  $\lambda_0$  СОО и для СОО с заданным временем пребывания задач имели бы минимально возможную стоимость, а для СОО заданной стоимости обеспечивали бы минимально возможное время пребывания задач (минимальное время ответа).

Характеристики устройств и задач. Состав устройств и их характеристики зависят от класса решаемых задач. Для выбора состава оборудования СОО необходимы следующие характеристики задач. Пусть СОО предназначается для решения  $M$  типов задач, поступающих на обработку с интенсивностями  $\lambda_1, \dots, \lambda_M$  задач в единицу времени. В таком случае СОО должна иметь производительность:

$$\lambda_0 = \sum_{j=1}^M \lambda_j, \quad (1)$$

и доля задач  $j$ -го типа в потоке задач, поступающем на вход СОО, равна  $\lambda_j/\lambda_0$ . Исходя из алгоритмов решения задач можно определить потребность в устройствах каждого типа: процессоре, внешних запоминающих устройствах и устройствах ввода-вывода. Примем, что в СОО должны пользоваться  $n$  типов устройств, которые обозначим номерами  $1, \dots, n$ . Теперь возникает задача определения быстродействия устройств каждого типа» необходимых для комплектации СОО о заданным временем пребывания задач или заданной стоимости. Чтобы определить быстродействие устройств необходимо располагать оценками сложности вычислений по задачам каждого из  $M$  типов. Сложность вычислений характеризуется средним числом операций каждого типа, выполняемых в процессе решения одной задачи. Пусть для задачи каждого типа  $j=1, \dots, M$  даны следующие характеристики сложности вычислений:  $\alpha_{1j}, \dots, \alpha_{nj}$  - среднее количество обращений к устройствам за время решения задачи

$j$  -го типа;  $\theta_{1j}, \dots, \theta_{nj}$  - среднее количество операций, выполняемых за одно обращение к устройствам  $1, \dots, n$  в процессе решения задачи  $j$  -го типа. Произведения  $\alpha_{1j} * \theta_{1j}, \dots, \alpha_{nj} * \theta_{nj}$  определяют среднее число операций, выполняемых устройствами  $1, \dots, n$  соответственно в процессе решения одной задачи  $j$  -го типа. Вместо того, чтобы оперировать с  $M$  типами задач, введем одну "среднюю" задачу, обобщающую в себе свойства задач различных типов. Характеристики такой задачи вычисляются путем усреднения одноименных характеристик задач типа  $j=1, \dots, M$  по вероятностям  $\lambda_j / \lambda_0$  появления задач каждого типа в смеси задач, обрабатываемых СОО в мультипрограммном режиме. Исходя из этого, среднее число обращений к устройству  $i=1, \dots, n$  за время решения задачи и среднее число операций, выполняемых устройством при обслуживании одного обращения, равны соответственно:

$$\alpha_i = (1 / \lambda_0) * \sum_{j=1}^M \lambda_j * \alpha_{ij},$$

$$\theta_i = (1 / \alpha_0) * \sum_{j=1}^M \theta_{ij} * \alpha_{ij}, \quad (2)$$

В дальнейшем будем считать, что СОО обрабатывает однотипные задачи, характеристики которых равны в среднем  $\alpha_1, \dots, \alpha_n$  и  $\theta_1, \dots, \theta_n$ . Процесс обработки задачи - случайный процесс, в ходе которого производится в среднем  $\alpha_1, \dots, \alpha_n$  обращений к устройствам  $1, \dots, n$  и каждое из устройств выполняет в среднем  $\theta_1, \dots, \theta_n$  операций. Быстродействие и стоимость каждого устройства связана между собой определенной зависимостью: стоимость устройства монотонно возрастает с увеличением быстродействия. Чтобы получить результаты в компактной аналитической форме, примем допущение, что стоимость устройства  $i$  -го типа является линейной функцией быстродействия  $S_i = k_i * V_i$ , где  $k_i$  - коэффициент пропорциональности с единицей измерения руб. / операция, т.е. коэффициент определяет цену единицы быстродействия.

Формулировка задачи синтеза СОО. Заданы:

- 1) производительность  $\lambda_0$ ;
- 2) количество типов устройств  $n$ ;
- 3) зависимости стоимости от быстродействия устройств

$$S_1 = k_1 * V_1, \dots, S_n = k_n * V_n;$$

- 4) характеристики задач  $\alpha_1, \dots, \alpha_n$  и  $\theta_1, \dots, \theta_n$ , определяющие среднее число обращений к устройствам  $1, \dots, n$  и среднее число операций, выполняемых устройством при обслуживании обращения;

5) предельно допустимое время пребывания задачи  $U^*$  в СОО (или предельно допустимая стоимость  $S^*$  СОО).

Требуется определить быстродействие устройств каждого типа, обеспечивающее заданную производительность  $\lambda_0$ , время пребывания  $U \leq U^*$  (или стоимость СОО  $S \leq S^*$ ) и минимизирующие стоимость  $S$  СОО (или время пребывания  $U$ ).

### СИНТЕЗ СОО С ЗАДАННОМ ВРЕМЕНЕМ ПРЕБЫВАНИЯ ЗАДАЧ

Задача синтеза СОО в первой постановке формулируется следующим образом; требуется построить систему, обеспечивающую решение  $\lambda_0$  задач в единицу времени при времени ответа (времени пребывания задач в системе), не превосходящем заданного значения  $U^*$ , причем стоимость оборудования (устройств системы) должна быть минимальной.

Примем, что исходя из содержательного описания задач определены типы устройств, необходимых для комплектации СОО, однако быстродействия устройств неизвестны. Как доказано в [1] -, при сделанных допущениях быстродействие  $V_i$  устройств  $i=1, \dots, n$  при котором время пребывания не превосходит заданного  $U \leq U^*$ , производительность равна  $\lambda_0$  и стоимость СОО минимальна, определяется значениями:

$$V_i = \lambda_i * \theta_i + (1 / (\lambda_0 * U^*)) * \sqrt{(\lambda_i * \theta_i) / k_i} * \sum_{j=1}^n \sqrt{\lambda_j * \theta_j * k_j}, \quad (3)$$

где  $\lambda_i = \lambda_0 * \alpha_i$  - интенсивность обращений к  $i$ -му устройству в процессе работы СОО.

Интенсивность  $\lambda_i$  равна среднему количеству обращений к устройству за единицу времени. Составляющая  $\lambda_i * \theta_i$  в (3) равна количеству операций, выполняемых устройством при обслуживании  $\lambda_i$  обращения, и определяет минимально необходимое быстродействие устройств, при котором СОО обеспечивает обработку  $\lambda_0$  задач в единицу времени со сколь угодно большим временем пребывания задач  $U$ . Вторая составляющая определяет "дополнительное" быстродействие, которое необходимо устройству, чтобы уменьшить время пребывания задач до  $U \leq U^*$ . Обратим внимание, что минимально необходимое быстродействие  $\lambda_i * \theta_i$  пропорционально вычислительной нагрузке, создаваемой в единицу времени  $\lambda_0$  задачами, каждая из

которых приводит к выполнению  $\alpha_i * \theta_i$  операций на устройстве  $i$ . Однако "дополнительное" быстродействие распределяется между устройствами пропорционально корню квадратному из нагрузки  $\lambda_i * \theta_i = \lambda_0 * \alpha_i * \theta_i$  на устройство.

Таким образом, минимум стоимости СОО с заданным временем пребывания задач достигается только в том случае, если быстродействия  $V_1, \dots, V_n$  устройств распределены в соответствии с (3). При этом стоимость СОО, обеспечивающая производительность  $\lambda_0$  и время пребывания задач  $U \leq U^*$ :

$$S = \lambda_0 * \sum_{i=1}^n k_i * \alpha_i * \theta_i + (1/U^*) * \left( \sum_{i=1}^n \sqrt{k_i * \alpha_i * \theta_i} \right)^2. \quad (4)$$

Пример №1. Пусть СОО, предназначенная для работы в реальном масштабе времени (РМВ), состоит из процессора с оперативной памятью ПРОП и двух разнотипных внешних запоминающих устройств ВЗУ1 и ВЗУ2 (рис.1). По каналу ввода-вывода ВВ в СОО поступают задания на обработку, инициирующие соответствующие задачи.

Пусть производительность СОО составляет  $\lambda_0 = 0,2 \text{ с}^{-1}$ , т.е. средний период между поступлением задач равен 5 с, и ограничение на среднее время пребывания задач в СОО  $U^* = 25 \text{ с}$ . Задачи имеют следующие характеристики:

- 1) среднее количество обращений к ПРОП, ВЗУ1 и ВЗУ2 в процессе решения одной задачи равно соответственно  $\alpha_1 = 53$ ,  $\alpha_2 = 50$ ,  $\alpha_3 = 2$ ;
- 2) среднее количество операций, выполняемых этими устройствами при обслуживании одного обращения,  $\theta_1 = 15900$ ,  $\theta_2 = 1$ ,  $\theta_3 = 1$ ;
- 3) стоимостные коэффициенты устройств положим равными  $k_1 = 1$ ,  $k_2 = 5000$ ,  $k_3 = 100000$  руб./операция/с.

Интенсивность обращений  $\lambda_i = \lambda_0 * \alpha_i$  к ПРОП, ВЗУ1 и ВЗУ2 в процессе работы СОО составляет соответственно  $\lambda_1 = 10,6$ ;  $\lambda_2 = 10$ ;  $\lambda_3 = 0,4 \text{ с}^{-1}$ . Минимально необходимое быстродействие устройств, определяемое первым членом в (3), равно  $V_1^{\min} = 200000$ ;  $V_2^{\min} = 10$ ;  $V_3^{\min} = 0,4$  операция/с. Стоимость СОО, обеспечивающая такое быстродействие,

$$S^{\min} = \sum_{i=1}^n k_i * V_i^{\min} = 290 \text{ тыс. руб.}$$

Для обеспечения среднего времени пребывания задач быстродействие устройств должно быть повышено до значений, определяемых (3):  $V_1 = 280000$ ;  $V_2 = 18$ ;  $V_3 = 0,75$  операция/с. Указанное

быстродействие обеспечивается устройствами стоимостью  $S_1=k_1*V_1=280$ ;  $S_2=k_2*V_2=90$ ;  $S_3=k_3*V_3=75$  тыс. руб. и стоимость СОО составляет  $S=445$  тыс. руб.

Таким образом, производительность  $\lambda_0=0.2 \text{ с}^{-1}$  обеспечивается за счет использования оборудования со стоимостью  $S^{\min}=290$  тыс. руб. и сокращение времени пребывания задач до  $U^*=25\text{с}$  потребовало увеличения стоимости СОО на  $S_0=S-S^{\min}=155$  тыс. руб.

## СИНТЕЗ СОО ЗАДАННОЙ СТОИМОСТИ

Во второй постановке производительность системы  $\lambda_0$  и суммарная стоимость устройств  $S$  являются ограничениями, и оптимальной считается система, имеющая минимальное время ответа  $U$ .

Положим, что номенклатура устройств известна. Определим быстродействия  $V_1, \dots, V_n$  устройств, при которых будет обеспечена обработка  $\lambda_0$  задач в единицу времени на СОО стоимостью  $S \leq S^*$  при минимальном времени пребывания задач. В [1] доказано, что при сделанных допущениях минимум времени пребывания задач в СОО стоимостью  $S=S^*$  достигается, если быстродействия устройств  $i=1, \dots, n$  равны:

$$V_i = \lambda_0 * \alpha_i * \theta_i + (S^*/k_i) * ( \sqrt{k_i * \alpha_i * \theta_i} / \sum_{j=1}^n \sqrt{k_j * \alpha_j * \theta_j} ), \quad (5)$$

где  $S^*$  - предельно допустимая стоимость СОО. Раскроем смысл полученного выражения. Произведение  $\alpha_i * \theta_i$  характеризует среднее количество операций, выполняемых  $i$ -м устройством в процессе решения одной задачи. Величина  $\lambda_0 * \alpha_i * \theta_i$  равна количеству операций, выполняемых устройством за время поступления  $\lambda_0$  задач, т.е. за единицу времени. Следовательно, величина  $V_i^{\min} = \lambda_0 * \alpha_i * \theta_i$  - это минимально необходимое быстродействие, которым должно обладать  $i$ -е устройство в составе СОО, обрабатывающей  $\lambda_0$  задач в единицу времени. Сумма:

$$S^{\min} = \sum_{i=1}^n k_i * V_i = \lambda_0 * \sum_{i=1}^n k_i * \alpha_i * \theta_i \quad (6)$$

определяет минимально необходимую стоимость СОО, при которой будет обеспечена производительность  $\lambda_0$  при неограниченно большом времени пребывания задач. Если стоимость  $S^*$ , отведенная на создание СОО, меньше  $S^{\min}$ , обработка задач с заданной производительностью

$\lambda_0$  в РМВ невозможна. При  $S^* > S^{\min}$ , имеются средства в количестве  $S_0 = S^* - S^{\min}$ , за счет которых можно уменьшить время пребывания задач  $U$ . Для получения минимума  $U$  эти средства должны быть распределены в соответствии со вторым слагаемым в (5): быстродействие  $i$ -го устройства должно быть увеличено пропорционально корню квадратному нагрузки  $\alpha_i * \theta_i$ , которую создает задача на устройство.

Таким образом, минимум среднего времени пребывания задач в СОО достигается, если быстродействия  $V_1, \dots, V_n$  устройств распределены в соответствии с (5). При этом среднее время пребывания задач составляет:

$$U = (1 / S_0) * \left( \sum_{i=1}^n \sqrt{k_i * \alpha_i * \theta_i} \right)^2, \quad (7)$$

где  $S_0 = S^* - S^{\min}$ , и может быть уменьшено только за счёт увеличения стоимости СОО.

Пример №2. Определим быстродействия  $V_1, V_2, V_3$  устройств СОО со структурой (рис.1), описанной в предыдущем примере. Пусть производительность СОО составляет  $\lambda_0 = 0.2 \text{ с}^{-1}$  и стоимость определяется предельным значением  $S^* = 400$  тыс. руб. Как и в предыдущем примере, примем, что характеристики задач равны  $\alpha_1 = 53; \alpha_2 = 50; \alpha_3 = 2; \theta_1 = 15900; \theta_2 = 1; \theta_3 = 1$ . Стоимостные коэффициенты  $k_1 = 1; k_2 = 5000; k_3 = 100000$  руб./операция / с).

Минимально необходимое быстродействие устройств определяется величинами  $V^{\min}_i = \lambda_0 * \alpha_i * \theta_i$  и равно  $V^{\min}_1 = 200000; V^{\min}_2 = 10; V^{\min}_3 = 0.4$  операция / с. Минимально необходимая стоимость СОО в соответствии с (6) составляет  $S^{\min} = 290$  тыс. руб. Поскольку на СОО выделено  $S^* = 400$  тыс. руб., наличие резерва  $S_0 = S^* - S^{\min} = 110$  тыс. руб. позволяет повышать быстродействие устройств до значений, определяемых (5):  $V_1 = 256000; V_2 = 15.56; V_3 = 0.65$  операция / с. При таком быстродействии устройств время пребывания задач в соответствии с (7) равно  $U = 28.85 \text{ с}$ .

## ВАРИАЦИИ ПАРАМЕТРОВ

Проектирование ВС представляет собой длительный итерационный процесс, в ходе которого имеют место перераспределения средств между подсистемами ВС в пользу одних СОО за счёт других СОО.

Для обоснованного принятия решения по данному вопросу разработчик ВС должен иметь количественные оценки функции  $S=f(U^*)$  при проектировании СОО с заданным временем пребывания задач. Характер зависимости  $S=f(U^*)$  приведен на рис.2. Для получения зависимости  $S=f(U^*)$  необходимо повторять синтез СОО при неизменных характеристиках задачи для различных значений  $U^* \pm I^* \Delta U$ , где  $I=1,2,3,\dots$ .

Аналогично при проектировании СОО заданной стоимости необходимо знать зависимость  $U=\varphi(S^*)$ , характер которой приведён на рис.3. Для получения зависимости  $U=\varphi(S^*)$  необходимо повторить синтез СОО при неизменных характеристиках задачи для различных значений  $S^* \pm I^* \Delta S$ , где  $I=1,2,3,\dots$ .

## МЕТОДИКА ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Выполнить, синтез СОО с заданным временем пребывания задач.
  - 1.1. Рассчитать  $V_i^{\min}$ .
  - 1.2. Рассчитать  $S_i^{\min}$ .
  - 1.3. Рассчитать  $V_i$ , обеспечивающие  $U^*$ .
  - 1.4. Рассчитать  $S$  и  $S_0$ .
  - 1.5. Рассчитать зависимость  $S=f(U^*)$ .
2. Выполнить синтез СОО заданной стоимости.
  - 2.1. Рассчитать  $V_i^{\min}$ .
  - 2.2. Рассчитать  $S_i^{\min}$ .
  - 2.3. Рассчитать  $S_0$  и  $V_i$  для заданной  $S^*$ .
  - 2.4. Рассчитать  $U$ .
  - 2.5. Рассчитать зависимость  $U=\varphi(S^*)$ .

## ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Какие характеристики СОО являются ограничениями и объектами минимизации при различных постановках задач синтеза оптимальных СОО?
2. Как зависят характеристики от параметров системы для СОО с заданным временем пребывания и для СОО заданной стоимости?
3. Какая последовательность преобразований используется для синтеза оптимальных СОО при различных постановках задачи синтеза?
4. Как влияет изменение  $U^*$  на  $S$  при синтезе СОО с заданным временем пребывания?



5. Как влияет изменение  $S^*$  на  $U$  при синтезе СОО заданной стоимости?
6. Какие можно сделать предложения по перераспределению средств между синтезированными СОО и другими системами ВС на основе анализа зависимостей  $S=f(U^*)$  и  $U=\varphi(S^*)$  ?

## СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Результаты синтеза и анализа СОО с заданным временем пребывания, оформленные в виде графиков и таблиц, а также использованные формулы в соответствии с п. 1 методики выполнения работы.
2. Результаты синтеза и анализа СОО заданной стоимости, оформленные в виде таблиц и графиков, а также использованные формулы в соответствии с п. 2 методики выполнения работы.
3. Выводы по работе.

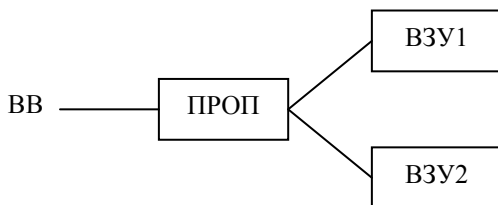


Рис.1. Пример структуры СОО для работы в РМЗ.

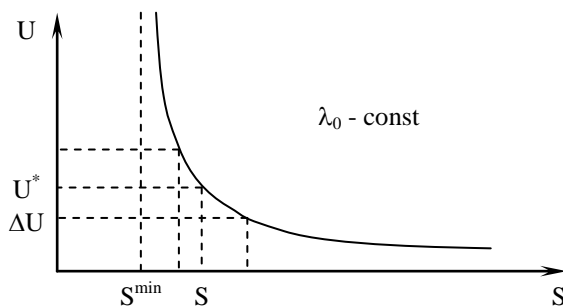


Рис.2. Характер зависимости  $S=f(U^*)$  для СОО с заданным временем пребывания задач.

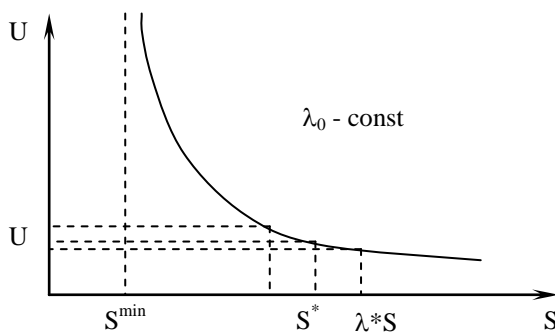


Рис.3. Характер зависимости  $U=\varphi(S^*)$  для СОО заданной стоимости.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Основы теории вычислительных систем. М., "Вышая школа", 1978.
2. Майоров С. М., Новиков Г. И. Структура электронных вычислительных машин. Л., "Машиностроение", Ленинградское отделение, 1979.

## ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

### 1. Индивидуальные характеристики задачи и устройств.

№ варианта	$\lambda_0$ 1/с	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$U^*$	$S^*$
1	0.1	80	50	2	10	300
2	0.1	80	40	1	15	300
3	0.1	70	50	2	10	300
4	0.1	70	40	1	15	300
5	0.2	60	50	2	20	400
6	0.2	60	40	1	20	400
7	0.2	50	50	2	20	400
8	0.2	50	40	1	20	400
9	0.4	40	40	2	40	500
10	0.4	40	30	1	40	500
11	0.4	30	40	2	30	500
12	0.4	30	30	1	30	500

Таблица 1.

### 2. Общие характеристики задачи и устройств.

$\theta_1=16000$  операций,

$\theta_2=5$  операций,

$\theta_3=1$  операция,

$k_1=1$  руб./операция / с),

$k_2=5000$  руб./операция / с),

$k_3=100000$  руб./операция / с).