

## Лабораторная работа №3

### Интерполяционный многочлен Ньютона (ИМН)

Первый интерполяционный многочлен Ньютона

$$P(x) = y_0 + \frac{\Delta y_0}{h}(x - x_0) + \frac{\Delta^2 y_0}{2!h^2}(x - x_0)(x - x_1) + \frac{\Delta^3 y_0}{3!h^3}(x - x_0)(x - x_1)(x - x_2) + \dots$$

Второй интерполяционный многочлен Ньютона

#### Пример 1:

Построить первый и второй интерполяционный многочлен Ньютона, вычислить значение в точке  $X = 1.7$

X	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,2
F(x)	2,25	2,36	3,1	3,12	2,01	2,8

В таблице узлы равноотстоящие, поэтому для нее можно записать интерполяционный многочлен Ньютона. Шаг  $h = 0.2$

Составим таблицу конечных разностей

y	$\Delta y$	$\Delta^2 y$	$\Delta^3 y$	$\Delta^4 y$	$\Delta^5 y$
2,25	0,11	0,63	-1,35	0,94	2,5
2,36	0,74	-0,72	-0,41	3,44	
3,1	0,02	-1,13	3,03		
3,12	-1,11	1,9			
2,01	0,79				
2,8					

Для вычисления значения по первой интерполяционной формуле Ньютона будем брать конечные разности из первой строки

$$P(x) = 2.25 + \frac{0.11}{0.2}(x - 1.2) + \frac{0.63}{2!0.2^2}(x - 1.2)(x - 1.4) + \frac{-1.35}{3!0.2^3}(x - 1.2)(x - 1.4)(x - 1.6) + \\ + \frac{0.94}{4!0.2^4}(x - 1.2)(x - 1.4)(x - 1.6)(x - 1.8) + \frac{2.5}{5!0.2^5}(x - 1.2)(x - 1.4)(x - 1.6)(x - 1.8)(x - 2)$$

$$P(1.7) = 2.25 + 0.275 + 1.18125 - 0.421875 - 0.03671875 + 0.0292969 = 3.276953$$

По второй интерполяционной формуле Ньютона получим

$$P(x) = 2.8 + \frac{0.79}{0.2}(x - 2.2) + \frac{1.9}{2!0.2^2}(x - 2.2)(x - 2) + \frac{3.03}{3!0.2^3}(x - 2.2)(x - 2)(x - 1.8) + \\ + \frac{3.44}{4!0.2^4}(x - 2.2)(x - 2)(x - 1.8)(x - 1.6) + \frac{2.5}{5!0.2^5}(x - 2.2)(x - 2)(x - 1.8)(x - 1.6)(x - 1.4)$$

$$P(1.7) = 2.8 - 1.975 + 3.5625 - 0.946875 - 0.134375 - 0.029296875 = 3.276953$$

Приближенные значения функции, вычисленные по первой и второй интерполяционной формулам Ньютона, совпали.

### Пример 2:

Для таблицы примера 1 определить, содержит ли таблица практически равные нулю конечные разности. Известно, что табличные значения  $y_i$  записаны только верными цифрами в строгом смысле.

Составим таблицу конечных разностей. Для каждой конечной разности определим ее абсолютную погрешность

y	$\Delta y$	$\Delta^2 y$	$\Delta^3 y$	$\Delta^4 y$	$\Delta^5 y$
2,25	0,11	0,63	-1,35	0,94	2,5
2,36	0,74	-0,72	-0,41	3,44	
3,1	0,02	-1,13	3,03		
3,12	-1,11	1,9			
2,01	0,79				
2,8					
Абс. Погрешность $\Delta$	0,005	0,01	0,02	0,04	0,08
Все ли $ \Delta^i y  < ?$	да	да	да	да	да

Так как в каждом столбце все конечные разности  $\Delta^i y$  по модулю меньше, чем их погрешности, то таблица не содержит практически равных нулю конечных разностей. Значит, для расчетов необходимо брать все узлы, т.е. степень интерполяционного многочлена будет меньше или равна 5.

### Задание 1. Расчеты в электронных таблицах

- 1) Для функции задания №3 предыдущей лабораторной работы записать произвольную таблицу из 7 узлов с равноотстоящим шагом (значение  $h$  выбрать произвольно, значения функции округлить, оставив 3 знака после запятой).
- 2) Составить таблицу конечных разностей, используя электронные таблицы.
- 3) Проверить, есть ли в этой таблице практически равные нулю конечные разности. Определить степень интерполяционного многочлена.
- 4) Вычислите приближенно значение функции в точке  $x^*$ , используя первый и второй интерполяционный многочлен Ньютона. Сравните полученные значения.

### Задание 2. Программа

Составить программу для вычисления приближенного значения функции с помощью ИМН. Реализовать ее на одном из уровней (по Вашему выбору).

#### Уровень II (профи)

Программа должна предоставлять пользователю выбор – ввод данных с клавиатуры (вариант А) или ввод данных из файла (вариант В).

Вариант А: пользователь вводит  $N$  ( $N < 20$ ), затем заполняет таблицу из  $N+1$  узла, вводит значение  $x^*$ . Программа выводит таблицу конечных разностей, приближенные значения функции в точке  $x^*$ , вычисленные по 1 и по 2 формулам Ньютона.

Вариант В: пользователь через диалоговое окно выбирает текстовый файл, в котором хранится размерность таблицы, ее значения и значение  $x^*$ . Программа выводит таблицу

конечных разностей, приближенные значения функции в точке  $x^*$ , вычисленные по 1 и по 2 формулам Ньютона.

Дополнительная опция: запрос у пользователя погрешности  $E$  для  $y$ , вычисление погрешностей конечных разностей, выяснение, есть ли практически равные нулю конечные разности. Если есть, то реализовать определение степени интерполяционного многочлена, выбор нужной части таблицы для  $x^*$  и расчет по этой части.

**Уровень М (мастер)**

См. уровень П без дополнительной опции

**Уровень С (средний)**

См. уровень П – реализовать один из вариантов – А или В