Лабораторная работа «Исследование движения планет»

Даны следующие системы дифференциальных уравнений

$$m_{i} \frac{d^{2} r_{i}}{dt^{2}} = \sum_{j=1}^{2} \mathbf{F}_{ij}, \ \mathbf{F}_{ij} = -\gamma \frac{m_{i} m_{j}}{r_{ij}^{3}} \mathbf{r}_{ij},$$

$$\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_{i} - \mathbf{r}_{j}, \ \mathbf{r}_{i} = (x_{i}, y_{i}), \ i, j = 1, 2.$$
(1)

$$m_{i} \frac{d^{2} \mathbf{r}_{i}}{dt^{2}} = \sum_{j=1}^{3} \mathbf{F}_{ij}, \ \mathbf{F}_{ij} = -\gamma \frac{m_{i} m_{j}}{r_{ij}^{3}} \mathbf{r}_{ij},$$

$$\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_{i} - \mathbf{r}_{j}, \ \mathbf{r}_{i} = (x_{i}, y_{i}), \ i, j = 1, 2, 3.$$
(2)

$$m_{i} \frac{d^{2} \mathbf{r}_{i}}{dt^{2}} = \sum_{j=1}^{3} \mathbf{F}_{ij}, \ \mathbf{F}_{ij} = -\gamma \frac{m_{i} m_{j}}{r_{ij}^{3}} \mathbf{r}_{ij},$$

$$\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_{i} - \mathbf{r}_{j}, \ \mathbf{r}_{i} = (x_{i}, y_{i}, z_{i}), \ i, j = 1,2,3.$$
(3)

Задание:

- 1. Решить систему уравнений для двух тел (1).
- 2. Построить траектории движения планет на плоскости.
- 3. Решить систему уравнений для трёх тел (2).
- 4. Построить траектории движения планет на плоскости.
- 5. Решить систему уравнений для трёх тел (3). Начальные условия для третьей координаты задать самостоятельно, например, равные нулю.
- 6. Построить траектории движения планет в пространстве.
- 7. Подобрать начальные данные и массу тел для получения устойчивой системы трёх тел.

Считать, что $m_3 = 10^{-2}$, $\gamma = 1$.

Таблица коэффициентов и значений начальных данных.

No॒	m_1	m_2	<i>x</i> ₁₀	<i>x</i> ₂₀	<i>x</i> ₃₀	y ₁₀	y ₂₀	y ₃₀	\dot{x}_{10}	\dot{x}_{20}	\dot{x}_{30}	\dot{y}_{10}	\dot{y}_{20}	\dot{y}_{30}
1.1	10 ⁵	1	1	10	6	6	2	4	-2	0	0	2	-5	5
1.2	10 ⁴	1	1	29	4	4	2	3	-3	4	4	0	-4	4
1.3	10^{3}	1	2	15	3	2	12	6	-2	2	2	2	-3	3
1.4	10 ²	1	2	14	3	3	4	6	-4	0	0	4	-1	1
1.5	10^{1}	1	4	18	2	2	3	5	6	3	3	0	-6	6
1.6	10^{5}	10	1	9	5	1	2	8	4	3	3	3	0	0
1.7	10 ⁴	10	6	3	1	1	3	5	4	2	2	2	6	6
1.8	10^{3}	10	4	12	2	1	2	5	8	1	1	2	4	4
1.9	10 ²	10	2	14	4	4	1	3	4	2	2	1	3	3
1.10	10 ¹	10	1	16	4	4	1	2	3	0	0	2	1	1