

Лабораторная работа №8  
**Свойства асимптотических обозначений**

1) Выяснить, обладают ли функции  $\Theta(g(n))$ ,  $O(g(n))$  и  $\Omega(g(n))$  следующими свойствами:

– *транзитивность*:

если  $f(n)=\Theta(g(n))$  и  $g(n)=\Theta(h(n))$ , то  $f(n)=\Theta(h(n))$ ;

если  $f(n)=O(g(n))$  и  $g(n)=O(h(n))$ , то  $f(n)=O(h(n))$ ;

если  $f(n)=\Omega(g(n))$  и  $g(n)=\Omega(h(n))$ , то  $f(n)=\Omega(h(n))$ ;

– *рефлексивность*:

$f(n)=\Theta(f(n))$ ;  $f(n)=O(f(n))$ ;  $f(n)=\Omega(f(n))$ ;

– *симметричность*:

$f(n)=\Theta(g(n))$  тогда и только тогда, когда  $g(n)=\Theta(f(n))$ ;

$f(n)=O(g(n))$  тогда и только тогда, когда  $g(n)=O(f(n))$ ;

– *обращение*:

$f(n)=O(g(n))$  тогда и только тогда, когда  $g(n)=\Omega(f(n))$ .

2) Даны следующие функции от  $n$ :

$$f_1(n)=n^2;$$

$$f_2(n)=n^2+1000 \cdot n;$$

$$f_3(n)=\begin{cases} n, & \text{если } n \text{ нечетно,} \\ n^3, & \text{если } n \text{ четно;} \end{cases}$$

$$f_4(n)=\begin{cases} n, & \text{если } n \leq 100, \\ n^3, & \text{если } n > 100. \end{cases}$$

Указать для каждой пары функций, когда  $f_i(n)$  имеет порядок роста  $O(f_j(n))$  и когда  $f_i(n)$  есть  $\Omega(f_j(n))$ .

3) Можно ли утверждать, что  $2^{n+1}=O(2^{n+1})$ ;  $2^{2 \cdot n}=O(2 \cdot n)$ ?

4) Доказать по определению, что следующие утверждения истинны.

– 17 имеет порядок  $O(1)$ ;

–  $n \cdot (n-1)/2$  имеет порядок  $O(n^2)$ ;

–  $\max(n^3, 10 \cdot n^2)$  имеет порядок  $O(n^3)$ .

5) Пусть  $T_1(n)$  есть  $\Omega(f(n))$  и  $T_2(n)$  есть  $\Omega(g(n))$ . Какие из следующих утверждений истинны? Доказать:

–  $T_1(n)+T_2(n)$  есть  $\Omega(\max(f(n), g(n)))$ ;

–  $T_1(n) \cdot T_2(n)$  есть  $\Omega(f(n) \cdot g(n))$ .