**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования**

**«Московский Авиационный Институт» (Национальный Исследовательский Университет)**

**Институт№8: «Информационные технологии и прикладная математика»**

**Кафедра: 806 «Вычислительная математика и программирование»**

**Курсовой проект**

по курсу фундаментальная информатика 1 семестра

Задание 3. Вещественный тип. Приближенные вычисления. Табулирование функций

Студент: Калюжный М.С.

Группа: М8О-108Б-22

Преподаватель: Сахарин Н.А.

Подпись:

Оценка:

Москва 2022

**СОДЕРЖАНИЕ**

[Задача 3](file:///C:\Users\ivank\Downloads\sakost_cw3.odt#__RefHeading___Toc239_2137607056)

[Общий метод решения 4](file:///C:\Users\ivank\Downloads\sakost_cw3.odt#__RefHeading___Toc2251_1208348216)

[ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ 5](file:///C:\Users\ivank\Downloads\sakost_cw3.odt#__RefHeading___Toc2476_1208348216)

[Функциональное назначение 6](file:///C:\Users\ivank\Downloads\sakost_cw3.odt#__RefHeading___Toc2478_1208348216)

[Описание программы 7](file:///C:\Users\ivank\Downloads\sakost_cw3.odt#__RefHeading___Toc2480_1208348216)

[Протокол 9](file:///C:\Users\ivank\Downloads\sakost_cw3.odt#__RefHeading___Toc2482_1208348216)

[вывод 13](file:///C:\Users\ivank\Downloads\sakost_cw3.odt#__RefHeading___Toc2484_1208348216)

ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ИСТОЧНИКИ…………………………………………..14

2

# Задача

Составить программу на языке программирования Си, которая печатает таблицу значений элементарной функции, вычисленной двумя способами: по формуле Тейлора и с помощью функций из стандартной библиотеки языка Си. В качестве аргументов таблицы взять точки разбиения [a,b] на n равных частей (n+1 точка включая концы отрезка), находящихся в рекомендованной области достаточной точности формулы Тейлора. Вычисления по формуле Тейлора проводить по экономной в сложностном смысле схеме с точностью ε\*k, где ε – машинное эпсилон аппаратно реализованного типа для данной ЭВМ, а k – экспериментально подбираемый коэффициент, обеспечивающий приемлемую сходимость. Число итераций должно ограничиваться сверху числом порядка 100. Программа должна сама определять машинное ε и обеспечивать корректные размеры генерируемой таблицы.

11 вариант задания:

Отрезок - [0.1, 0.6]

Функция: (1 - (x^2 / 2)) \* cos(x) - (x / 2) \* sin(x)

Разложение в ряд: 1 – (3 / 2) \* x^2 + … + (-1)^n \* (2n^2 + 1) / (2n)! \* x^2n

За количество x-ов на отрезке [0.0, 1.0] взято число 15.

3

# Общий метод решения

Общий метод решения заключается в нахождении значения функции в некоторой точке при помощи двух способов.

Первый способ заключается в использовании функций, имеющихся в стандартной библиотеке «math.h» языка Си.

Основополагающей вещью в вычислении данной функции является наличие, так называемого, машинного эпсилон, которое является критерием точности вычислений на заданной ЭВМ.

Машинное эпсилон — минимальное число, выразимое на конечной вычислительной машине.

Его можно найти путём сравнения 1 + ε с 1 (1 + ε = 1). Последнее число, при стремлении к нулю, при котором данное выражение выдаст false и будет машинным эпсилон.

Я буду вычислять на каждом шаге итерации n-ное слагаемое ряда Тейлора и, в случае если данное слагаемое будет меньше k\*ε (где k — экспериментально подобранный коэффициент), то далее вычислять ряд Тейлора является бессмысленным, т.к. члены ряда дошли до максимальной точности компьютера.

4

**ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ**

ОС семейства: UNIX

Наименование: Ubuntu

Версия: Ubuntu 22.04 LTS

Интерпретатор команд: bash

Версия: 5.1-6ubuntu1

Компилятор: gcc

5

# ФУНКЦИОНАЛЬНОЕ НАЗНАЧЕНИЕ

Программа предназначена для выполнения вещественных вычислений значений трансцендентных функций в алгебраической форме с использованием ряда Тейлора.

Ряд Тейлора – это разложение функции в бесконечную сумму степенных

функций. Если функция f(x) имеет непрерывные производные до (n + 1) порядка, то ее можно разложить по формуле Тейлора.

Ранее данный метод использовался для аппаратного вычисления подобных

функций, так как в то время компьютеры были способны только на сложение,

вычитание и умножение. Но на сегодняшний день аппаратное обеспечение позволяет вычислять трансцендентные функции другими способами, которые более эффективны во всех смыслах.

6

# Описание программы

Программа работы:

– Подключаем заголовки «math.h» и «stdio.h»

– Определяем функцию вычисления машинного эпсилон

– Определяем функцию для вычисления члена ряда Тейлора

– Определяем функцию для вычисления функции при помощи встроенных функций

– Вычисляем машинное эпсилон и выводим.

– Печатаем таблицу аргументов функций, значений полученных средствами языка С и ряда Тейлора, количество итераций запрошенное машиной для вычисления значения функции

7

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Название функции | Входные аргументы | Описание функции |
| compute\_epsilon | - | Функция считает машинный epsilon, методом, описанным выше, а именно сравнивая 1+ε и 1. Пока выражение 1 < 1 + ε возвращает true, функция делит epsilon пополам. |
| inner\_func | long double x | Функция вычисляет функцию, данную в задаче при помощи встроенных в язык программирования С средств. Используется функция powl, которая вычисляет степень числа для long double типа. |
| factorial | long long n | Функция вычисляет факториал числа n, данное во входных аргументах, путём итерирования от 2 до n включительно и умножения ans на i, где ans — ответ, а i — число, которое пробегается от 2 до n. |

Таблица 1. Описание функций

| long double k | Эмпирический коэффицент для eps |
| --- | --- |
| long double eps | Машинный эпсилон |
| long double a,b | Границы отрезка |
| int n | Кол-во итераций |
| int steps | Кол-во отрезков |
| int max\_iters | Максимальное кол-во итераций |
| long double cur\_member | I-ое слагаемое ряда |
| long double sum | Сумма ряда |

Таблица 2. Описание переменных и констант

8

**ПРОТОКОЛ**

#include <math.h>

#include <stdio.h>

long double compute\_epsilon();

long double inner\_func(long double x);

int factorial(long long n);

long double teilor\_series(long double x, int n);

void printtab(long double k, long double a, long double b, int steps, int max\_iters);

int main() {

long double k = 10e-40;

long double a = 0.1l;

long double b = 0.6l;

int steps = 15;

int max\_iters = 100;

printtab( k, a, b, steps, max\_iters);

}

long double compute\_epsilon(){

long double eps = 1;

while(1 < 1 + eps)

eps /= 2;

return eps;

}

9

long double inner\_func(long double x){

return (1 - powl(x,2) / 2) \* cos(x) - x/2 \* sin(x);

}

int factorial(long long n){

long double ans = 1;

for (long long i = 2; i <= n; ++i) {

ans \*= i;

}

return ans;

}

long double teilor\_series(long double x, int n){

long double v = pow(-1, n);

v \*= (2 \* n \* n + 1);

v /= 2 \* (long double)factorial(n);

v \*= powl(x, 2 \* n);

return v;

}

void printtab(long double k, long double a, long double b, int steps, int max\_iters){

long double step = (b-a)/steps;

long double eps = compute\_epsilon();

printf("Machine epsilon for long double for this system is %.20Lf\n", eps);

printf("\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\n");

printf("|x | Sum | (1 - (x^2 / 2)) \* cos(x) - (x / 2) \* sin(x) | n|\n");

10

printf("|\_\_\_\_|\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_|\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_|\_\_\_|\n");

for(long double x = a; x < b + step; x += step){

int n = 0;

long double cur\_member = 1;

long double sum = 0;

while((fabsl(cur\_member) > eps \* k && n < max\_iters) || n == 2){

cur\_member = teilor\_series(x, n);

sum += cur\_member;

n++;

}

printf("|%.2Lf|%.19Lf|%.43Lf|%3d|\n", x, sum, inner\_func(x), n);

}

printf("|\_\_\_\_|\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_|\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_|\_\_\_|\n");

}

mimik@mimik-VirtualBox:~$ gcc kp3.c -lm

mimik@mimik-VirtualBox:~$ ./a.out

Machine epsilon for long double for this system is 0.00000000000000000005

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

|x | Sum | (1 - (x^2 / 2)) \* cos(x) - (x / 2) \* sin(x) | n|

|\_\_\_\_|\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_|\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_|\_\_\_|

|0.10|0.4950249168745840268|0.9850374736192942837264066580083010649104835| 26|

|0.13|0.4911896573090888007|0.9734517036634990995772574728928105969316665| 29|

|0.17|0.4863022385581741960|0.9586221200667665047392279609184129185450729| 33|

|0.20|0.4803947195761616047|0.9405983132049106720893455468868182833830360| 36|

11

|0.23|0.4735055595626277271|0.9194406558452318959447253921002385368410614| 40|

|0.27|0.4656792010556759844|0.8952201612476724878835442067437355717629544| 44|

|0.30|0.4569655926356140933|0.8680183161157527798744600044944519368073088| 48|

|0.33|0.4474196584071848872|0.8379268887201157934674182470313752446600120| 52|

|0.37|0.4371007221372124583|0.8050477125656796338311685379274251772585558| 57|

|0.40|0.4260718944831056692|0.7694924460209241901388448059417868307718891| 63|

|0.43|0.4143994321477129546|0.7313823083746465693799274077058214516000589| 68|

|0.47|0.4021520780327861106|0.6908477928315337188223781150764324365809443| 75|

|0.50|0.3894003915357024380|0.6480283570030254125526880670804530382156372| 82|

|0.53|0.3762160780446516245|0.6030720914941125165961884058152264742602711| 91|

|0.57|0.3626713264422267435|0.5561353672298552079807619497042736611547298|100|

|0.60|0.3488381630355159541|0.5073824622074256173809639336447219193360070|100|

|\_\_\_\_|\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_|\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_|\_\_\_|

mimik@mimik-VirtualBox:~$

12

# вывод

В процессе выполнения данного курсового проекта были получены навыки вычисления и дальнейшего использования так называемого «машинного эпсилон». После генерации таблицы значений заданной функции можно увидеть, что значения совпадают до 10-14 знака после запятой. Из-за того, что существует понятие ограниченности разрядной сетки, вещественные числа имеют диапазон представления в памяти компьютера, что неизбежно приводит к тому, что в вычислениях в окрестности границ этого диапазона возникают погрешности.

На данный момент использование ряда Тейлора для вычисления трансцендентных функций является не оправданным, т. к. они требуют намного больше ресурсов, чем современные методы и имеют меньшую точность.

13

# Использованые источники

1) Численные методы. Линейная алгебра и нелинейные уравнения. Учебное пособие. — Directmedia, 2014-05-20. — 432 с.

2) Ильин В. А., Садовничий В. А., Сендов Б. Х. Математический анализ, ч. 1,

изд. 3, ред. А. Н. Тихонов. М.: Проспект, 2004.

3) Романов Е. Си/Си++. От дилетанта до профессионала.

ermak.cs.nstu.ru. Проверено 25 мая 2015.

14