

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики»
Факультет экономических наук
Образовательная программа
«Стохастическое моделирование в экономике и финансах»

Итоговый отчёт
по проекту
«Построение инвестиционных стратегий на рынках криптовалют»

ИПС «Тестирование инвестиционных
стратегий на разных классах активов
(акции, облигации, криптоактивы)»

Студента 1 курса
группы МСМ221
Воронцова Даниила Игоревича

Научный руководитель:
Теплова Тамара Викторовна
Руководитель проекта:
Соколова Татьяна Владимировна

Москва 2023

Содержание

1. Введение	3
2. Обзор литературы	4
3. Процессы с условной гетероскедастичностью	6
3.1 ARCH	6
3.2 GARCH	7
3.3 DCC-GARCH	7
4. Данные	8
5. Результаты	9
5.1 DCC-GARCH	9
5.2 VAR	11
6. Выводы	12
7. Список литературы	13

1. Введение

Появление и развитие нового финансового инструмента — криптовалют, запустило трансформацию традиционного мира денег. Разработка протокола и распространение первой криптовалюты, Биткоина (Bitcoin) приписывается загадочному программисту с псевдонимом Накамото Сатоши. Сатоши опубликовал свою первую статью, посвящённую Биткоину в 2008 году [1], в которой описал функционирование новой цифровой валюты в децентрализованной одно-ранговой системе. Система использовала т.н. криптографию на эллиптических кривых (Elliptic curve cryptography, ECC), алгебраические свойства которых были предложены к использованию в криптографии в 1985 году независимо Нилом Коблицем и Виктором Миллером [2].

За 15 лет с публикации Сатоши криптовалюты получили бурный рост и стремительное распространение. Главное достоинство криптовалют, привлекающее новых пользователей и сегодня — полная анонимность и децентрализованность, возможность отправлять и получать денежные средства моментально, без риска потери и без каких-либо комиссий.









# ▲	Name	Price	Market Cap ⓘ	Volume(24h) ⓘ
1	 Bitcoin BTC	\$21,518.00	\$415,077,237,180	\$23,054,137,233 1,070,321 BTC
2	 Ethereum ETH	\$1,476.48	\$180,682,712,049	\$9,237,855,055 6,249,175 ETH
3	 Tether USDT	\$1.00	\$68,478,176,769	\$39,658,946,379 39,618,901,228 USDT
4	 BNB BNB	\$285.86	\$45,137,230,764	\$1,280,660,728 4,484,495 BNB
5	 USD Coin USDC	\$0.9998	\$40,949,483,579	\$4,599,533,019 4,600,523,422 USDC
6	 XRP XRP	\$0.3659	\$18,587,397,391	\$1,080,333,413 2,947,024,436 XRP
7	 Binance USD BUSD	\$0.9995	\$15,922,256,922	\$12,725,826,533 12,731,092,751 BUSD
8	 Cardano ADA	\$0.348	\$12,052,033,198	\$368,542,621 1,055,210,070 ADA

Рис. 1: Крупнейшие по капитализации криптовалюты. Скриншот с сайта coinmarket.com, данные на 13.02.2023

За прошедшее время появился ряд альтернативных Биткоину криптовалют, так называемые «альткоины» («altcoins», см. рис.1). Самым известной альткоином на сегодняшний день является Эфир (Ethereum), предложенный российским разработчиком Виталиком Бутериным в 2013 году и впоследствии созданный возглавляемой им группой разработчиков и запущенный в сеть 30 апреля 2015 года.

Главная особенность сети Эфир заключается в возможности создания и исполнения т.н. «смарт-контрактов» («smart contracts»), оцифрованных в виде кода договорённостей, которые исполняются как только условия контракта выполнены. По своей сути, смарт-контракты являются аналогом реальных финансовых соглашений, но гарантирующих исполнение, защищаю-

щих от неблагонадёжных контрагентов, а также минимизирующих издержки на привлечение третьих сторон. На базе Эфира и его сети смарт контрактов создаются **децентрализованные приложения** (decentralized application, DApp), составляющие основу **децентрализованных финансовых сервисов** (Decentralized Finance, DeFi) — системы финансовых сервисов, доступных без подтверждения личности пользователя. Сегодня существует ряд сервисов, позволяющих брать в кредит и класть на депозит криптовалюту, с 2017 года на чикагской бирже начали торговаться фьючерсы на биткоин, что ознаменовало открытие рынка деривативов на криптоактивы.

2. Обзор литературы

Таким образом, быстро развивающийся рынок криптоактивов представляет собой чрезвычайно интересный объект исследования. Широко известным он стал после первого стремительного подъёма, а затем обвала курса Биткоина в 2017 году (см. рис. 2).

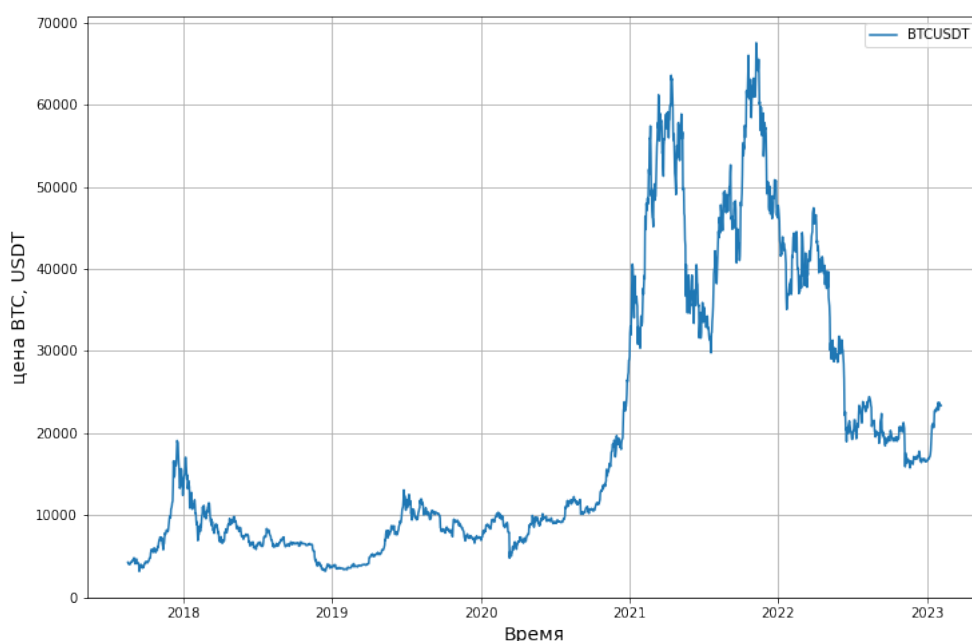


Рис. 2: Цена BTC с 2017 года, данные с *Binance.com*

Основной вопрос, которым задаются исследователи — какой основной источник влияния на динамику криптовалют и при помощи каких моделей лучше всего исследовать их поведение. Поскольку рынок криптоактивов является сравнительно молодым, он характеризуется сильной волатильностью, а также находящимся под сильным влиянием т.н. «инфлюенсеров» (influencers). Поэтому многие работы, посвященные криптовалютам, применяют элементы сентиментного анализа.

Так, Chahat Tandon et al.(2021) исследовали влияние частоты и текстового содержания твитов Илона Маска на динамику котировок Биткоина (BTC) и Dogecoin. [3]. В их работе выявлены

периоды сильной корреляции между высказываниями миллиардера и стремительным ростом Биткойна, но не Dogecoin. Также авторы предсказывали котировки Биткойна на коротком горизонте при помощи модели ARIMA(1,1,2) с точностью 96%.

Erdinc Akyildirim et al (2021) исследовали эффект «перелива» (spillover) волатильности на рынке криптовалют. Исследователи анализировали переток информации из sentimentных метрик в реализованную волатильность ряда крупных криптовалют и между самими инструментами посредством модели TVP-VAR [4]. Согласно результатам исследования, Биткойн постепенно теряет первенство по влиянию в пользу альткойнов, однако остаётся основным источником формирования сентимента.

В другой работе M. R. Safiullin et al. (2018) [5] пытаются построить прогноз на длинном промежутке времени (3-4 месяца) при помощи ARIMA(2,1,2). На выбранном временном промежутке прогноз давал максимальную ошибку 3,5%. Также представляет интерес собранная статистика по правовому регулированию криптовалюты и построенная на этих данных линейная регрессия по авторской методологии. Коэффициент детерминации имел значение $R^2 = 0.9552$, линейный коэффициент $\alpha = 0.0495$, больше нуля, что реалистично описывает новостной фон 2018 года, когда активно обсуждались вопросы принятия законодательной базы для криптовалюты во многих странах по всему миру.

Отдельного внимания заслуживают работы, тестирующие модели финансовой математики на криптовалютных данных. Dipple et al. (2020)[6] применяют модель стандартного геометрического броуновского движения (GBM) для моделирования курса криптовалют и процесс Орнштейна-Уленбека для моделирования активности в социальных сетях и объёмов торгов. Временные ряды моделировались на день вперед, средняя процентная ошибка MAPE не превышала 4% для BTC и 6,6% для ETH. Гречко и Кудрявцев (2019) [7] в своей работе анализировали реализованную степенную вариацию для оценки соответствующего обобщенного индекса Блюменталья-Гетура. Проведенный анализ показал, что умеренно устойчивые процессы Леви без диффузионной компоненты подходят для моделирования курсов криптовалют BTC и ETH.

Многие работы, посвящённые исследованию волатильностей на рынках криптоактивов включают в себя параметрические оценки, получаемые в рамках моделей семейства GARCH. В работе P. Katsiampa (2017) [8] предложена модель AR(1)-GARCH для оценки волатильности биткойна путем сравнения ряда моделей семейства GARCH. J.-M. Kim et al. (2021) [9] сравнивают модель GARCH с моделью стохастической волатильности (SV) и приходят к выводу, что в периоды более сильной волатильности на крипторынках SV показывает более точный результат.

Aydogan et al. (2022)[10] используют VAR-BEKK-GARCH модель (Engle, Kroner, 1995)[11] и ежедневные данные для анализа связи фондовых индексов стран G7 и E7 и биткойна. Авторы работы обнаружили однонаправленное влияние рынков криптовалют и фондовых рынков для E7 и двунаправленное для G7 (в том числе для BTC и S&P 500). Они объясняют это сильной связью доходностей и волатильностей рынков криптовалют и фондовых рынков стран G7. Аналогичный вывод содержится в работе Ghorbel, Jeribi (2021) [12], в которой с использованием DCC-GARCH продемонстрирован важный эффект запуска фьючерсов на биткойн в декабре

2017 г. и показано увеличение условной корреляции между фондовыми индексами и криптовалютами начиная с 2020 г.

Ustaoglu (2022) [13], используя VAR-DCC-GARCH модель для ежедневных данных показал одностороннее влияние волатильности турецкого фондового индекса BIST100 на волатильность биткоина.

В данной работе была применена многомерная DCC-GARCH для анализа перетока волатильности внутри криптовалютного рынка. Были рассчитаны доли для хеджирования инструментов в рамках портфеля криптовалютных активов. Также были исследованы два сентиментных индекса UCRY[14], отражающих разные виды неопределённостей, связанных с криптовалютами. Для анализа индексов была применена векторная авторегрессия (VAR).

3. Процессы с условной гетероскедастичностью

Ниже приведены основные нелинейные модели временных рядов. Такие процессы с условной гетероскедастичностью представимы следующим образом:

$$y_t = c + u_t$$

$$u_t = \sigma_t \epsilon_t$$

Где ϵ_t распределены по стандартному нормальному закону, а $\sigma_t = f(u_{t-1}, u_{t-2}, \dots)$. Соответственно условная дисперсия такого процесса при фиксированном прошлом будет равна:

$$V(y_t | y_{t-1}, y_{t-2}, \dots) = \sigma_t^2$$

Разные модели отличаются функциональными формами для условной дисперсии, а также распределениями ϵ_t . По умолчанию они распределены нормально, однако применяются и другие распределения с более тяжелыми хвостами.

3.1 ARCH

Чтобы иметь возможность точно фиксировать условную дисперсию финансовых данных, Engle (1982)[15] предложил модель авторегрессии с условной гетероскедастичностью (ARCH). Условная дисперсия означает, что сегодняшняя дисперсия обусловлена прошлыми значениями дисперсии. Известно, что волатильность финансовых временных рядов имеет тенденцию группироваться в циклы высокой волатильности, а также в циклы низкой волатильности. Общая формула модели ARCH(p) p-го порядка выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} y_t &= c + u_t \\ u_t &= \sigma_t \epsilon_t \quad \epsilon_t \stackrel{\text{iid}}{\sim} N(0,1) \\ \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p u_{t-p}^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i u_{t-i}^2 \end{aligned} \tag{1}$$

Где $\alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0, \forall i > 0$

3.2 GARCH

Основным недостатком модели ARCH является то, что на практике для моделирование ряда таким процессом требуется большое количество лагов (большого порядка), что требует больших вычислений. Bollerslav (1986)[16] обобщил модель ARCH в следующей форме:

$$\begin{aligned} y_t &= c + u_t \\ u_t &= \sigma_t \epsilon_t \quad \epsilon_t \stackrel{iid}{\sim} N(0,1) \\ \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i u_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^q \beta_i \sigma_{t-i}^2 \end{aligned} \quad (2)$$

Такая модификация первого порядка, GARCH(1,1) является хорошей моделью для оценки волатильности большинства финансовых рядов.

3.3 DCC-GARCH

Возможность наблюдать и оценивать эффект взаимодействия разных активов и учитывать его в модели позволяет получить информацию о ковариации волатильности этих активов. Многомерная модель, включающая в себя несколько активов (MGARCH) обычно задается в следующем виде:

$$\mathbf{u}_t = \boldsymbol{\mu} + \mathbf{H}_t^{1/2} \boldsymbol{\eta}_t \quad (3)$$

здесь \mathbf{u}_t является вектором логарифмических доходностей N активов, а $\boldsymbol{\eta}_t$ - вектор ошибок такой, что $E[\boldsymbol{\eta}\boldsymbol{\eta}^T] = \mathbf{I}$

Таким образом, для спецификации модели (3) необходимо указать способ расчёта матрицы $\mathbf{H}_t^{1/2}$. В рамках модели динамической условной корреляции, предложенной Engel (2002) [17] матрица $\mathbf{H}_t^{1/2}$ представляется в следующем виде:

$$\mathbf{H}_t = \mathbf{D}_t \mathbf{R}_t \mathbf{D}_t \quad (4)$$

$$\mathbf{D}_t = \text{diag} \left(h_{11t}^{1/2}, \dots, h_{KKt}^{1/2} \right)$$

Здесь \mathbf{H}_t представляет собой условную ковариационную матрицу, а \mathbf{R}_t - условную корреляционную матрицу стандартизированных остатков.

$$\mathbf{D}_t = \text{diag} \sqrt{h_{i,t}}$$

Элементы матрицы \mathbf{D}_t - одномерные GARCH модели для каждого актива:

$$h_{i,t} = \omega_i + \sum_{j=1}^p \alpha_{jp} u_{jt-i}^2 + \sum_{k=1}^q \beta_{ik} h_{it-k}$$

Здесь наложены все ограничения на одномерную GARCH модель, включающие в себя неотрицательность дисперсии и стационарность ряда. \mathbf{R}_t рассчитывается как:

$$\mathbf{R}_t = \mathbf{Q}_t^{*-1} \mathbf{Q}_t \mathbf{Q}_t^{*-1} \quad (5)$$

где

$$\mathbf{Q}_t = \left(1 - \sum_{m=1}^M \alpha_m - \sum_{n=1}^N \beta_n \right) \bar{\mathbf{Q}} + \sum_{m=1}^M \alpha_m (\epsilon_{t-m} \epsilon'_{t-m}) + \sum_{n=1}^N \beta_n \mathbf{Q}_{t-n} =$$

$$(1 - \alpha - \beta) \bar{\mathbf{Q}} + \alpha (\epsilon_{t-m} \epsilon'_{t-m}) + \beta \mathbf{Q}_{t-n} \quad (6)$$

и

$$\mathbf{Q}_t^* = \begin{bmatrix} \sqrt{q_{11}} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{q_{22}} & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{q_{33}} \end{bmatrix}$$

$\bar{\mathbf{Q}}$ — ковариационная матрица стандартизированных остатков с первого этапа оценки. Параметры α и β являются скалярами и по отдельности должны быть больше нуля, но их сумма не должна быть больше единицы $\alpha + \beta < 1$.

Как правило, оценивание параметров DCC-GARCH-модели производится с помощью метода максимального правдоподобия при допущении о совместном нормальном распределении случайных шоков. Тогда логарифм максимизируемой функции правдоподобия можно записать следующим образом:

$$\ln L = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \left(n \times \ln(2\pi) + 2 \ln(|\mathbf{D}_t|) + \varepsilon_t^T \mathbf{D}_t^{-1} \mathbf{D}_t^{-1} \varepsilon_t - \epsilon_t^T \epsilon_t + \ln(|\mathbf{R}_t|) + \epsilon_t^T \mathbf{R}_t^{-1} \epsilon_t \right)$$

4. Данные

В работе использовались временные ряды по крупнейшим по капитализации токенам (рис. 1). Как правило, в исследованиях, приведённых выше, берутся первые 8-10 инструментов за исключением т.н. «стейблкоинов» - криптовалют, функционирование которых связано со стабилизацией их курса. Как правило, это токены, привязанные к реальным валютам (USDT, USDC, BUSD, etc.). Данные были выгружены с криптобиржи Binance.

Во второй части работы использовались индексы UCRY, отображающие два вида неопределённостей, влияющих на интерес к криптовалютам. Оба индекса строятся на анализе новостей и новостных сводок. В качестве источника новостей авторы индесов выбрали агрегатор

LexisNexis Business Database. Оба индекса приведены к стандартному виду:

$$UCRY_Policy_t = \left(\frac{N_{1t} - \mu_1}{\sigma_1} \right) + 100$$

$$UCRY_Price_t = \left(\frac{N_{2t} - \mu_2}{\sigma_2} \right) + 100$$

Здесь N_{it} - численное значение индекса за неделю t , полученное из статей, обсуждающих регуляторные меры касательно криптовалюты или касающихся темы динамики цен на крипторынке μ_i и σ_i - средние и стандартное отклонение на всём временном ряде

5. Результаты

В отчёте представлены две секции с результатами. В первой приведены результаты построенной DCC-GARCH модели на доходностях криптовалютных активов. Во второй секции приведены результаты VAR регрессии, построенной на доходностях криптовалютных активов и индексах UCRY.

5.1 DCC-GARCH

DCC-GARCH модель была оценена для двух наборов рядов. В первом было восемь токенов: BTC, LTC, ETH, BNB, XRP, ADA, DOGE, MATIC, LTC. Во втором - только «старые» токены: BTC, LTC, ETH, BNB.

Соответственные временные интервалы: с 2017-12-13 по 2023-01-31 для первой модели и с 2019-07-05 по 2023-01-31 для второй.

Значимость модели проверяется путём проверки значимости коэффициентов α и β , получаемые в уравнении (6). Коэффициенты оказались значимыми в обоих моделях:

Model	Coefficient	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
2017-12-13 — 2023-01-31	α	0.029	0.003	8.365	0.00
	β	0.95	0.006	153.723	0.00
2019-07-05 — 2023-01-31	α	0.032	0.005	6.828	0.00
	β	0.953	0.009	109.947	0.00

Из датафрейма была удалена шоковая дата 12-03-2020, когда BTC просел на 25%. В обоих моделях коэффициенты оказались значимыми, что подтверждает гипотезу о динамической корреляции.

Dynamic Conditional Correlation plot

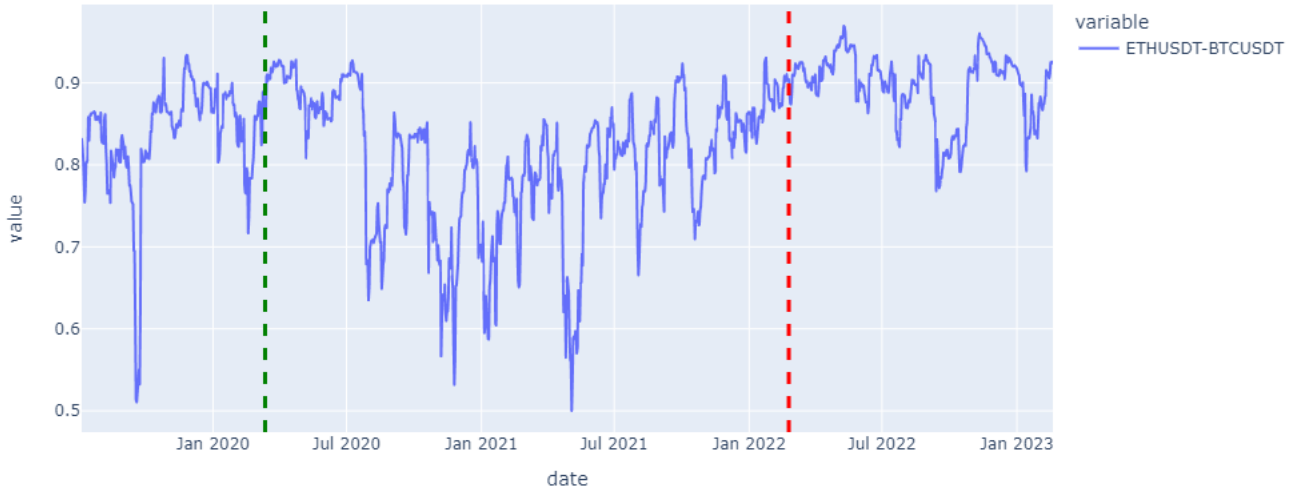
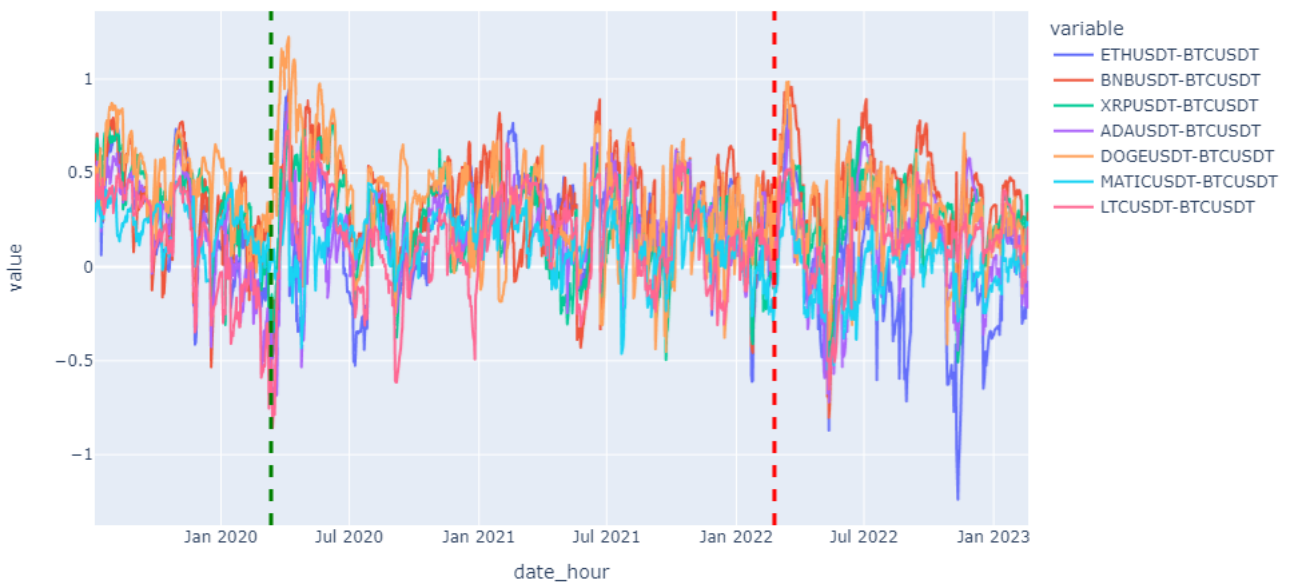


Рис. 3: Динамическая корреляция BTC и ETH

После построения моделей и получения временных зависимостей условных корреляций, были рассчитаны доли хеджирования $\beta_{ijt} = \frac{h_{ijt}}{h_{jtt}}$, где h_{ijt} и h_{jtt} - условные ковариации и дисперсия инструментов i и j . Веса динамического портфеля рассчитывались по формуле[18]:

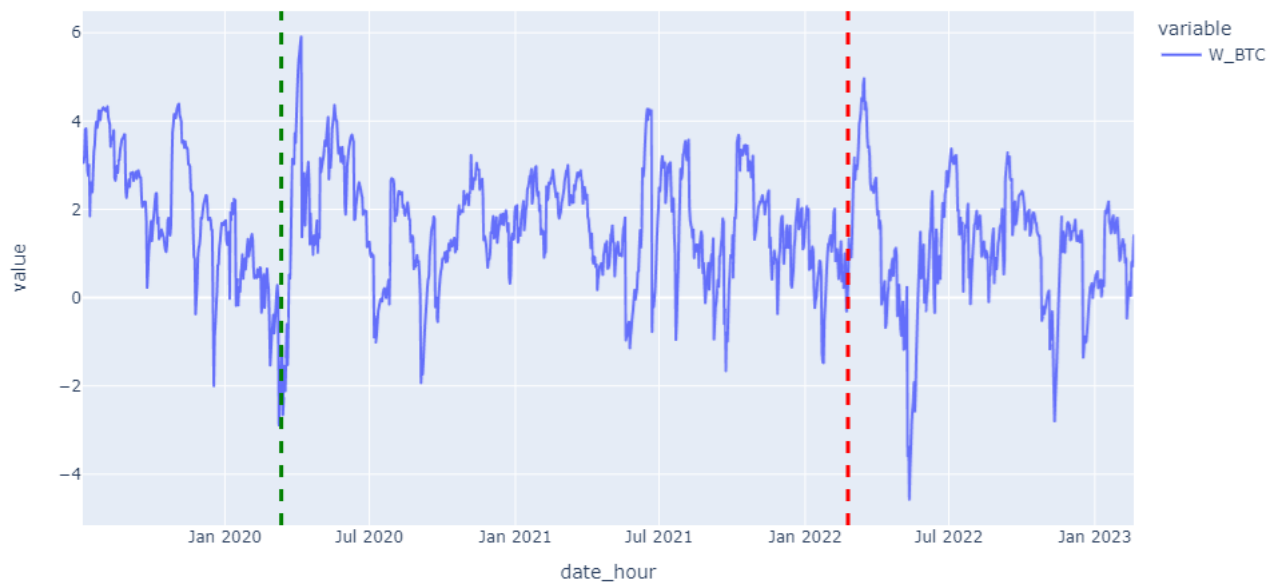
$$W_{ijt} = \frac{h_{jtt} - h_{ijt}}{h_{iit} - 2h_{ijt} + h_{jtt}}$$

Для исследования зависимости корреляции биткоина с альткоинами были рассчитаны веса W_{ijt} для всех пар «BTC-токен»:



Просуммировав по весам, получим динамический вес W_{BTC} хеджированного портфеля

«BTC-altcoins»:



Период	среднее W_{BTC}
2019-07-05 — 2020-03-12	1.92
2020-03-12 — 2022-02-24	1.60
2022-02-24 — 2023-01-31	1.10

Видно, что пропорция альткоинов для хеджа биткоина в «военном периоде» меньше, чем в «пандемийном периоде» и предшествующем ему. Принимая во внимание шок 2020 года, тем не менее можно высказать предположение об уменьшении со временем корреляции биткоина и рассмотренных альткоинов.

5.2 VAR

Недельная частота индексов UCRY была предварительно приведена к дневной. Использовалась линейная интерполяция:

$$UCRY_Policy_t = UCRY_Policy_{t_0} + \frac{UCRY_Policy_{t_1} - UCRY_Policy_{t_0}}{t_1 - t_0}$$

$$UCRY_Price_t = UCRY_Price_{t_0} + \frac{UCRY_Price_{t_1} - UCRY_Price_{t_0}}{t_1 - t_0}$$

Здесь $UCRY_Policy_{t_0}$ — значение индекса на первый день текущей недели, $UCRY_Policy_{t_1}$ — на первый день следующей недели: $t_0 < t < t_1$

Уравнение векторной авторегрессии:

$$\begin{aligned}
 Rt_BTC_t = & a + \sum_{i=1}^p b_i Rt_BTC_{t-i} + \sum_{i=1}^p c_i Rt_ETH_{t-i} + \sum_{i=1}^p d_i Rt_BNB_{t-i} + \sum_{i=1}^p e_i Rt_XRP_{t-i} + \\
 & + \sum_{i=1}^p f_i Rt_ADA_{t-i} + \sum_{i=1}^p g_i Rt_DOGE_{t-i} + \sum_{i=1}^p k_i Rt_MATIC_{t-i} + \sum_{i=1}^p l_i Rt_LTC_{t-i} + \\
 & + \sum_{i=1}^p m_i UCRY_Policy_{t-i} + \sum_{i=1}^p n_i UCRY_Price_{t-i}
 \end{aligned}$$

Здесь t - дневные итерации. Уравнения для остальных зависимых переменных аналогичной формы. Построенная векторная авторегрессия показала значимое влияние первых лагов на BTC, ETH, DOGE, LTC:

Dependent variable	Coefficient	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
Rt_BTC	$L1_UCRY_Policy$	0.437	0.219	1.997	0.046
	$L1_UCRY_Price$	-0.495	0.223	-2.214	0.027
Rt_ETH	$L1_UCRY_Policy$	0.656	0.286	2.292	0.022
	$L1_UCRY_Price$	-0.724	0.292	-2.477	0.013
Rt_DOGE	$L1_UCRY_Policy$	0.982	0.467	2.103	0.035
	$L1_UCRY_Price$	-1.072	0.476	-2.249	0.024
Rt_LTC	$L1_UCRY_Policy$	0.558	0.302	1.850	0.064
	$L1_UCRY_Price$	-0.607	0.308	-1.972	0.049

Коэффициенты отражают взаимосвязь разных типов неопределённостей и доходностей. Коэффициент $L1_UCRY_Policy$ показывает, что новостной фон, связанный с регуляторными вопросами криптовалют, положительно сказывается на их будущей динамике. В то же время отрицательное значение $L1_UCRY_Price$ показывает, что неопределённость в цене негативно влияет на цены.

6. Выводы

В результате проведённого исследования были исследованы крупнейшие на февраль 2023 по капитализации криптовалюты, а также индексы неопределённостей на крипторынках UCRY. Как показано в первой секции результатов, основные криптовалюты имели значимую динамическую корреляцию на протяжении всего рассматриваемого периода. Рассчитанный хеджирующий коэффициент для биткоина альткоином оказался меньше в «военном» периоде, чем в «пандемийном и предшествующем ему, что может свидетельствовать о том, что взаимосвязь биткоина и основных альткоинов не остаётся постоянной и уменьшается со временем.

Построенная VAR регрессия показала, что обсуждение регуляторных вопросов криптовалюты в новостях положительно сказывается на цене, в то время как обсуждение цен — негативно. Это явление можно объяснить тем, что обсуждение законодательного статуса криптовалют

повышает их легитимность в глазах инвесторов, что приводит к росту цен. Новости оценочного характера стоимости криптовалют пугают инвесторов, что приводит к падению цен.

7. Список литературы

- [1] N. Satoshi, “Bitcoin p2p e-cash paper,” 2008.
- [2] J. S. Jeffrey Hoffstein, Jill Pipher, *An Introduction to Mathematical Cryptography*. Springer, 2008.
- [3] C. Tandon, S. Revankar, H. Palivela, and S. S. Parihar, “How can we predict the impact of the social media messages on the value of cryptocurrency? insights from big data analytics,” *International Journal of Information Management Data Insights*, vol. 1, November 2021.
- [4] E. Akyildirim, A. F. Aysan, O. Cepni, and S. P. C. Darendeli, “Do investor sentiments drive cryptocurrency prices?,” *Economics Letters*, vol. 206, no. 109980, 2021.
- [5] M. R. Safiullin, A. A. Abdukaeva, and L. A. El’shin, “Methodological approaches to forecasting dynamics of cryptocurrencies exchange rate using stochastic analysis tools (on the example of bitcoin),” *Finance: Theory and Practice*, vol. 22, 2018.
- [6] S. Dipple, A. Choudhary, J. Flamino, B. K. Szymanski, and G. Korniss, “Using correlated stochastic differential equations to forecast cryptocurrency rates and social media activities,” *Applied Network Science*, vol. 5, no. 17, 2020.
- [7] А С Гречко and О Е Кудрявцев, “Калибровка умеренно устойчивых моделей Леви по данным криптовалют bitcoin и ethereum,” *Инженерный вестник Дона*, no. 8, 2019.
- [8] P. Katsiampa, “Volatility estimation for bitcoin: A comparison of garch models,” *Economics Letters*, vol. 158, September 2017.
- [9] J.-M. Kim, C. Jun, and J. Lee, “Forecasting the volatility of the cryptocurrency market by garch and stochastic volatility,” *Mathematics MDPI*, vol. 9, no. 1614, 2021.
- [10] B. Aydogan, G. Vardar, and C. Tacoglu, “Volatility spillovers among g7, e7 stock markets and cryptocurrencies,” *Journal of Economic and Administrative Sciences*, vol. ahead-of-print, January 2022.
- [11] R. Engle and K. Kroner, “Multivariate simultaneous generalized arch,” *Econometric Theory*, vol. 11, 1995.
- [12] A. Ghorbel and A. Jeribi, “Investigating the relationship between volatilities of cryptocurrencies and other financial assets,” *Decisions in Economics and Finance*, vol. 44, p. 817–843, 2021.
- [13] E. Ustaoglu, “Return and volatility spillover between cryptocurrency and stock markets: Evidence from turkey,” *The Journal of Accounting and Finance*, vol. 93, p. 117–126, 2022.
- [14] L. B., V. S., Y. L., and W. Y., “The cryptocurrency uncertainty index,” *Finance Research Letters*, vol. 45, 2022.
- [15] R. F. Engle, “Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of united kingdom inflation,” *Econometrica*, vol. 50, p. 987–1007, 1982.

- [16] T. Bollerslev, “Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity,” *Journal of Econometrics*, vol. 31, p. 307–327, 1986.
- [17] R. Engle, “Dynamic conditional correlation: A simple class of multivariate generalized autoregressive conditional heteroscedasticity models,” *Journal of Business Economic Statistics*, vol. 20, no. 3, pp. 339–350, 2002.
- [18] K. F. Kroner and J. Sultan, “Time-varying distributions and dynamic hedging with foreign currency futures,” *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 28, no. 4, p. 535, 1993.