

Пространственно-временные характеристики в задаче декодирования временных рядов

Дорин Даниил Дмитриевич

Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)

Научный руководитель:
к.ф.-м.н. А. В. Грабовой

Пространственно-временные характеристики в задаче декодирования временных рядов

Цель исследования

Построение методов анализа временных рядов, учитывающих пространственно-временные характеристики.

Задача

Предложить метод восстановления временных рядов фМРТ по видеоряду, просматриваемому человеком. Построить метод снижения размерности временных рядов фМРТ.

Предположения

- Наличие корреляции между временным рядом стимулов и рядом фМРТ.
- Постоянное время гемодинамической ответной реакции зависимости уровня кислорода в крови Δt .

Постановка задачи восстановления временных рядов фМРТ по видеоряду

Пусть задана частота кадров $\nu \in \mathbb{R}$ и продолжительность $t \in \mathbb{R}$ видеоряда.
Задан видеоряд

$$\mathbf{P} = [\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_{\nu t}], \quad \mathbf{p}_\ell \in \mathbb{R}^{W \times H \times C}.$$

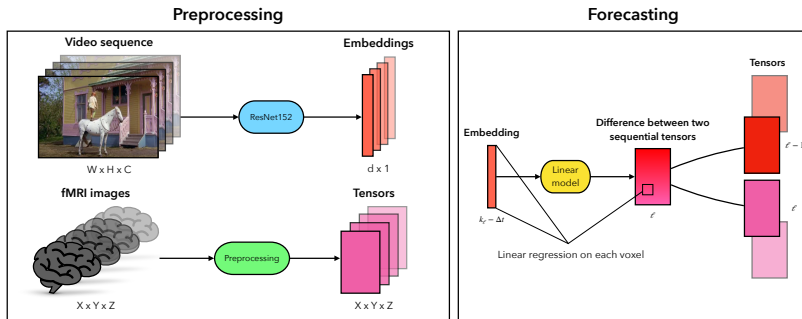
Обозначим частоту снимков фМРТ $\mu \in \mathbb{R}$. Задана последовательность снимков

$$\mathbf{S} = [\mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_{\mu t}], \quad \mathbf{s}_\ell \in \mathbb{R}^{X \times Y \times Z}.$$

Необходимо построить отображение, которое бы учитывало задержку Δt между снимком фМРТ и видеорядом, а также предыдущие томографические показания.

$$\mathbf{g}(\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_{k_\ell - \nu \Delta t}; \mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_{\ell-1}) = \mathbf{s}_\ell, \quad k_\ell = \frac{\ell \cdot \nu}{\mu}.$$

Архитектура предложенного метода



Формализация предложенного подхода прогнозирования

Предположение марковости:

Снимок s_ℓ зависит только от изображения $p_{k_\ell - \nu \Delta t}$ и снимка $s_{\ell-1}$, тогда

$$g(p_{k_\ell - \nu \Delta t}) = s_\ell - s_{\ell-1} = \delta_\ell, \ell = 2, \dots, \mu t.$$

Отображение $g : P \rightarrow S$ представимо в виде композиции

$$g = \varphi \circ \psi,$$

$\psi : P \rightarrow \mathbb{R}^d$ — векторизация изображения,

$\varphi : \mathbb{R}^d \rightarrow S$ — восстанавливаемое отображение.

Для векторизации используется ResNet152 без последнего линейного слоя.

Суммарное число пар (изображение, снимок): $N = \mu(t - \Delta t)$.

Таким образом, для каждого вокселя задана выборка

$$\mathfrak{D}_{ijk} = \{(x_\ell, \delta_{ijk}^\ell) \mid \ell = 2, \dots, N\}.$$

- $x_\ell = [x_1^\ell, \dots, x_d^\ell]^T \in \mathbb{R}^d$ — признаки изображения;
- $\delta_\ell = [\delta_{ijk}^\ell] \in \mathbb{R}^{X \times Y \times Z}$ — разность между двумя последовательными снимками фМРТ.

Функция потерь и решение

Используется линейная модель с вектором параметров

$$\mathbf{w}_{ijk} = [w_1^{ijk}, \dots, w_d^{ijk}]^T \in \mathbb{R}^d :$$

$$f_{ijk}(\mathbf{x}, \mathbf{w}_{ijk}) = \langle \mathbf{x}, \mathbf{w}_{ijk} \rangle.$$

Квадратичная функция потерь с коэффициентом L_2 -регуляризации $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$\mathcal{L}_{ijk}(\mathbf{w}_{ijk}, \Delta t) = \sum_{\ell=2}^N (f_{ijk}(\mathbf{x}_\ell, \mathbf{w}_{ijk}) - \delta_{ijk}^\ell)^2 + \alpha \|\mathbf{w}_{ijk}\|_2^2,$$

Требуется найти параметры, доставляющие минимум функционалу потерь при фиксированном Δt :

$$\hat{\mathbf{w}}_{ijk} = \arg \min_{\mathbf{w}_{ijk}} \mathcal{L}_{ijk}(\mathbf{w}_{ijk}, \Delta t).$$

Решение для каждого вокселя находится методом наименьших квадратов:

$$\hat{\mathbf{w}}_{ijk} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X} + \alpha \mathbf{I})^{-1} \mathbf{X}^T \Delta \mathbf{v}_{ijk}.$$

- $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N]^T = [x_j^i] \in \mathbb{R}^{(N-1) \times d}$ — матрица объекты-признаки;
- $\Delta \mathbf{v}_{ijk} = [\delta_{ijk}^2, \dots, \delta_{ijk}^N]^T \in \mathbb{R}^{N-1}$ — вектор изменения вокселя в снимках.

Вычислительный эксперимент

Цель

- 1 Проверка работоспособности и корректности предложенного метода.
- 2 Исследование зависимости качества восстановления от гиперпараметра Δt .

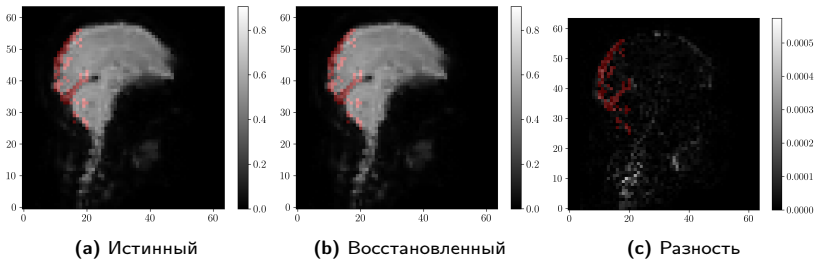
Данные

Реальное фМРТ-обследование¹ 30 испытуемых разного пола и возраста. Каждый из них просматривал короткий аудиовизуальный фильм. Продолжительность фильма $t = 390$ с, частота кадров $\nu = 25$ с⁻¹. Частота снимков фМРТ $\mu = 1.64$ с⁻¹.

¹ Julia Berezutskaya et al. (2022). Open multimodal iEEG-fMRI dataset from naturalistic stimulation with a short audiovisual film. <https://doi.org/10.1038/s41597-022-01173-0>

Локализация активной области мозга

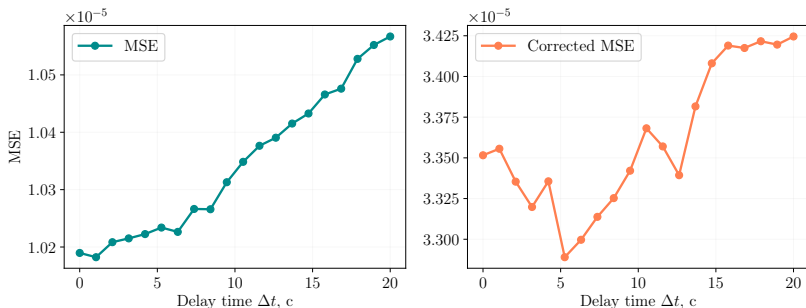
- Для примера был выбран 47-ой испытуемый.
- Проведена локализация на затылочную долю мозга, отсекая нижнюю треть и правые две трети объемного томографического изображения. Красным цветом выделена зона, в которую попадают 3% наиболее изменяющихся вокселей затылочной доли.



На рисунке приведен пример локализации активной области и работы метода на тестовой выборке.

Зависимость от гиперпараметра Δt

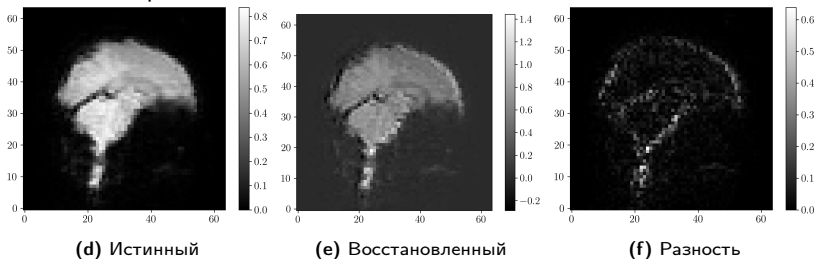
Метрика MSE была пересчитана на локализованную область, результаты представлены на графиках.



На скорректированном графике наблюдается характерный минимум при $\Delta t \approx 5$ с, что согласуется с биологическими сведениями.

Корректность метода

Рассмотрено качество работы метода на неинформативных данных. В качестве матрицы объекты-признаки X взята матрица, целиком состоящая из единиц. Ниже приведены срезы последнего снимка, восстановленного последовательно по всем предсказанным изменениям, и значения метрики MSE.



Выборка	Истинная	Неинформативная
MSE	$3 \cdot 10^{-4}$	10^{-2}

Значение MSE на неинформативной выборке больше, что говорит о наличии корреляции между данными.

Взвешивание вокселей фМРТ

Пусть имеется временной ряд фМРТ \mathbf{X} и соответствующий ему временной ряд стимулов \mathbf{s} :

$$\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_T], \quad \mathbf{x}_\ell \in \mathbb{R}^{X \times Y \times Z},$$

$$\mathbf{s} = [s_1, \dots, s_T]^T \quad s_\ell \in \{0, 1\},$$

s_ℓ отлично от нуля в моменты наблюдения визуального стимула.

Требуется предложить метод взвешивания областей мозга, реагирующих на стимул.

Предположения

- Наличие корреляции между временным рядом стимулов и рядом фМРТ.
- Постоянное время гемодинамической ответной реакции зависимости уровня кислорода в крови Δt .

Предлагаемый метод взвешивания вокселей фМРТ

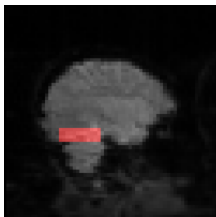
- 1 Пусть имеется временной ряд фМРТ \mathbf{X} с частотой снимков μ и временной ряд стимулов \mathbf{s} .
- 2 К каждому \mathbf{x}_ℓ применяем 3D Average Pooling с размером ядра k_s . Сжатые тензоры обозначим $\mathbf{x}'_\ell \in \mathbb{R}^{X/k_s \times Y/k_s \times Z/k_s}$.
- 3 Нормализуем временные ряды. Обозначим нормализованные данные $\hat{\mathbf{X}}'$ и $\hat{\mathbf{s}}$ соответственно.
- 4 Вычисляем кросс-корреляцию между временным рядом каждого вокселя $\mathbf{v}^{i,j,k}$ в $\hat{\mathbf{X}}'$ и временным рядом стимула $\hat{\mathbf{s}}$ следующим образом:

$$c_{i,j,k}(t) = (\hat{\mathbf{s}} * \mathbf{v}^{i,j,k})(t) = \frac{1}{T-1} \sum_{\ell=1}^{T-t} \hat{s}_\ell \mathbf{v}_{\ell+t}^{i,j,k}, \quad t = \overline{0, T-1}.$$

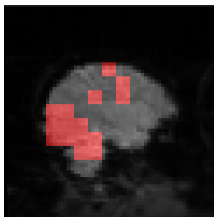
- 5 Рассмотрим тензор \mathbf{C} с элементами $c_{i,j,k}(\lfloor \mu \Delta t \rfloor)$ с учетом параметра задержки Δt . Выберем h позиций с наибольшей положительной корреляцией. Введем нулевой тензор $\mathcal{M}_c \in \mathbb{R}^{X/k_s \times Y/k_s \times Z/k_s}$, которому присвоим единичные значения лишь в h позициях, упомянутых ранее.
- 6 Последним шагом выполняем upsample и получаем маску $\mathcal{M} \in \mathbb{R}^{X \times Y \times Z}$.

Демонстрация работы метода

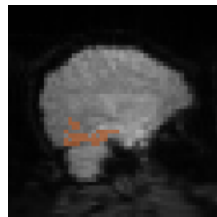
- Рассматриваются реальные данные фМРТ испытуемого, которому показывали различные изображения из восьми категорий. Изображения были сгруппированы в блоки по 24 с, разделенные периодами отдыха.
- Частота снимков $\mu = 2.5 \text{ с}^{-1}$, число областей $h = 10$, размер ядра $k_c = 4$.



(g) Метод



(h) Статистически значимые области

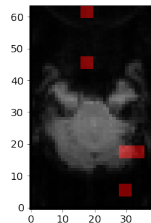
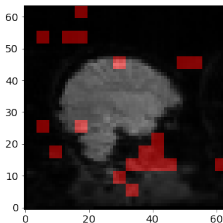
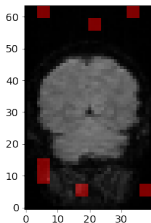


(i) Разметка нейробиологов

Полученные области очень близки к истинной разметке. Корреляция взвешенных вокселей со стимулом является статистически значимой.

Корректность метода

- Рассмотрено качество работы метода на том же временном ряду фМРТ и случайно сгенерированном бинарном ряде стимула.
- Проверяются гипотезы на значимость корреляций с учетом поправки на множественное тестирование. Срезы с полученными областями приведены ниже.



Метод предсказывает случайные области, не имеющие отношения к мозгу. Статистические тесты показали, что ни одна из полученных областей, не является значимой.

Выносятся на защиту

- Построен метод восстановления показаний фМРТ по видеоряду, просматриваемому человеком.
- Проанализирована зависимость качества прогноза от задержки Δt .
- Предложен метод взвешивания активных областей мозга на фМРТ снимках.
- Проверена корректность методов.
- Проведены статистические тесты, подтверждающие значимость экспериментально полученных областей.