

---

# ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ В ЗАДАЧЕ ДЕКОДИРОВАНИЯ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ.

---

Дорин Даниил  
dorin.dd@phystech.edu

Грабовой Андрей  
grabovoy.av@phystech.edu

15 декабря 2023 г.

## АННОТАЦИЯ

Исследуется пространственно-временные характеристики в задаче декодирования временных рядов. В проблеме декодирования сигнала данные представляются как многомерные временные ряды с дискретным представлением времени. В работе приведен обзор методов классификации сигнала в задаче декодирования временных рядов. Предложен метод классификации временных рядов, основанный на Римановой геометрии. Для анализа предложенного метода проводится вычислительный эксперимент на выборке [5], полученной при исследовании электрической активности мозга большого с помощью неинвазивной электроэнцефалографии.

*Ключевые слова:* ЭЭГ · временные ряды · Риманова геометрия

## 1 Введение

Основной целью анализа сигнала в данном исследовании является классификация электроэнцефалограммы (ЭЭГ) [2, 7] — раздел электрофизиологии, изучающий закономерности суммарной электрической активности мозга, отводимой с поверхности кожи волосистой части головы, а также метод записи таких потенциалов. Также ЭЭГ — неинвазивный метод, то есть не требует проникновения внутрь организма или повреждения кожи или других тканей. Вместо этого, данные собираются с помощью внешних средств. В последнее время активно ведутся научные исследования, посвященные методам регистрации активности мозга и декодированию информации [4, 6]. Основным направлением применения этих методов являются технологии нейрокомпьютерных интерфейсов.

Одним из успешных традиционных методов классификации наличия потенциала P300 на электроэнцефалограмме (ЭЭГ) является алгоритм **ERPCov TS LR**. Под потенциалом P300 понимается связанный с событием (event-related potential — ERP)

измеренный отклик мозга, который является прямым результатом определенного ощущения, когнитивного или моторного события. Алгоритм основан на применении Римановой геометрии[1]. Первым этапом данного алгоритма является формирование пространства централизованных признаков.

$$\mathbf{X}_i = [\mathbf{x}_1^i, \dots, \mathbf{x}_T^i] = \begin{bmatrix} x_{1,1}^i & x_{1,2}^i & \dots & x_{1,T}^i \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{K,1}^i & x_{K,2}^i & \dots & x_{K,T}^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ts_1 \\ \dots \\ ts_K \end{bmatrix},$$

где  $ts_j$  — временной ряд с нулевым средним, полученный при измерении сигнала  $j$ -ым датчиком и последующего центрирования. Тогда ковариационная матрица для одного измерения ЭЭГ имеет вид:

$$\mathbf{R}_i = \frac{1}{T-1} \mathbf{X}_i \mathbf{X}_i^\top, \quad \mathbf{R} \in \mathbb{R}^{K \times K}, \quad i = \overline{1, N}$$

Для классификации потенциала Р300 в алгоритме используется расширенная матрица ковариации:

$$\mathbf{R}_i = \frac{1}{T-1} \mathbf{P}_i \mathbf{P}_i^\top, \quad \mathbf{P}_i = \begin{bmatrix} \overline{\mathbf{X}^0} \\ \overline{\mathbf{X}^1} \\ \mathbf{X}_i \end{bmatrix},$$

где  $\overline{\mathbf{X}^c}$  и  $\overline{\mathbf{X}^1}$  — средние по классам  $\{0,1\}$  значения:

$$\overline{\mathbf{X}^c} = \frac{\sum_{i=1}^N [y_i = c] \mathbf{X}_i}{\sum_{i=1}^N [y_i = c]}, \quad c \in \{0,1\}$$

Известно, что пространство, состоящее из матриц ковариации, представляет собой риманово многообразие[1]. В каждой точке данного риманова многообразия имеется касательная плоскость с определенным скалярным произведением на ней. Общая касательная плоскость, предназначенная для отображения всех матриц ковариации в выборке, формируется в точке среднего геометрического по римановой метрике известных ковариационных матриц. Среднее геометрическое симметричных положительно определенных матриц имеет вид:

$$\mathbf{R} = \mathfrak{G}(\mathbf{R}_1, \dots, \mathbf{R}_N) = \operatorname{argmin}_{\mathbf{R}} \sum_{i=1}^N \delta_R^2(\mathbf{R}, \mathbf{R}_i),$$

где риманова метрика определяется следующим образом (геодезическое расстояние):

$$\delta_R(\mathbf{R}, \mathbf{R}_i) = \|\log(\mathbf{R}^{-1} \mathbf{R}_i)\|_F = \sqrt{\sum_{i=1}^{3N} \log^2 \lambda_i},$$

где  $\lambda_i$  — собственные значения матрицы  $\mathbf{R}^{-1} \mathbf{R}_i$ . В работе [1] получено, что для каждой ковариационной матрицы  $\mathbf{R}_i$  существует проекция  $\boldsymbol{\pi}_i$  на касательное пространство. Таким образом, определено отображение:

$$\operatorname{Exp}_R(\boldsymbol{\pi}_i) = \mathbf{R}_i = \mathbf{R}^{\frac{1}{2}} \exp\left(\mathbf{R}^{-\frac{1}{2}} \boldsymbol{\pi}_i \mathbf{R}^{-\frac{1}{2}}\right) \mathbf{R}^{\frac{1}{2}}$$

$$\log_R(\mathbf{R}_i) = \boldsymbol{\pi}_i = \mathbf{R}^{\frac{1}{2}} \log \left( \mathbf{R}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{R}_i \mathbf{R}^{-\frac{1}{2}} \right) \mathbf{R}^{\frac{1}{2}}$$

На практике построение ковариационных матриц и получение их образов в касательном пространстве выполняется при помощи библиотеки **PyRiemann** [3].

После векторизации полученные данные используются как новое признаковое пространство и могут быть классифицированы при помощи алгоритма логистической регрессии.

## 2 Постановка задачи

Исследуется задача декодирования временного ряда. Пусть имеется некоторый процесс (активность головного мозга):

$$\mathcal{V}(\tau), \tau \in \mathbb{R}$$

Тогда данные выборки — это регистрируемый сигнал, то есть реализация процесса  $\mathcal{V}(\tau)$ :

$$\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_T], \mathbf{x}_t \in \mathbb{R}^K$$

Здесь  $K$  — число каналов.  $T$  — число измерений сигнала с частотой  $\mu$  за время  $\tau$ :

$$T = \tau\mu$$

$$\mathbf{x}_{\tau\mu} \approx \mathcal{V}(\tau)$$

### 2.1 Задача классификации отрезков регистрируемого сигнала

В данной задаче имеется выборка регистрируемых отрезков сигнала, требуется классифицировать каждый наблюдаемый временной отрезок. Введем следующие обозначения: Пусть имеется  $N$  зарегистрированных реализаций некоторого процесса:

$$\mathbf{X} = \{\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_N\},$$

$$\mathbf{X}_i = [\mathbf{x}_1^i, \dots, \mathbf{x}_T^i], \mathbf{x}_t^i \in \mathbb{R}^K,$$

$$\mathbf{Y} = [y_1, \dots, y_N]^\top, y_i \in \{1, \dots, C\}$$

Здесь  $y_i$  — целевая метка класса  $i$ -го зарегистрированного сигнала.  $C$  — число классов в задаче классификации сигнала.

Имеется соответственно выборка  $\mathcal{D} = \{y_i, \mathbf{X}_i\}, i = \overline{1, N}$  Требуется построить отображение  $f_\theta$ , которое учитывало бы пространственно-временные характеристики между временными рядами от датчиков:

$$f_\theta : \mathbf{X} \rightarrow \{1, \dots, C\}$$

**Таблица 1:** Описание выборки

Название	Обозначение	Значение
Продолжительность обследования	$\tau$	117 с
Частота измерения сигнала	$\mu$	128.03 с <sup>-1</sup>
Число каналов (датчиков)	$K$	14
Число измерений сигнала	$T$	14980

## 2.2 Задача классификации активности

В данной задаче предполагается получение классификации для каждого отсчета времени наблюдения. Пусть имеется некоторый процесс и зарегистрированная реализация данного процесса в виде дискретного числа измерений. Каждому измерению соответствует класс активности. Формально:

$$\mathbf{X} = \{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_T\}, \mathbf{x}_t \in \mathbb{R}^K,$$

$$\mathbf{Y} = [y_1, \dots, y_T]^\top, y_t \in \{1, \dots, C\}$$

Здесь  $C$  — число классов в задаче классификации активности. Выборка  $\mathcal{D} = \{y_t, \mathbf{x}_t\}_{t=1}^T$

Для набора данных, описанного выше, требуется построить отображение  $f_\theta$ , которое учитывало бы пространственно-временные характеристики между временными рядами сигнала:

$$f_\theta : \mathbf{X} \rightarrow \{1, \dots, C\}$$

## 3 Вычислительный эксперимент

Для анализа работоспособности предложенного метода, а также проверки гипотез проведен вычислительный эксперимент.

Для проведения экспериментов была использована выборка бинарной классификации состояния глаз испытуемого (открыты или закрыты), представленная в [5].

Набор данных получен в результате одного непрерывного измерения неинвазивного ЭЭГ с помощью нейроголовки Emotiv EEG с использованием 14 датчиков, на рис.1 задействованные датчики изображены красным цветом.

Продолжительность измерения в выборке составила 117 секунд. Состояние глаз было зафиксировано с помощью камеры во время измерения ЭЭГ и позже добавлено вручную в файл после анализа видеок кадров. Метка «1» указывает на состояние с закрытыми глазами, а «0» — на состояние с открытыми глазами. Все значения приведены в хронологическом порядке с первым измеренным значением в верхней части данных. Основные характеристики выборки представлены в Таблице 1.

При анализе выборки обнаружено 4 выброса, которые были заменены средними по классам значениями, график временных рядов после обработки выбросов представлен на рис.2.

**TODO:** попробовать применить библиотеку **PyRiemann** к данным.

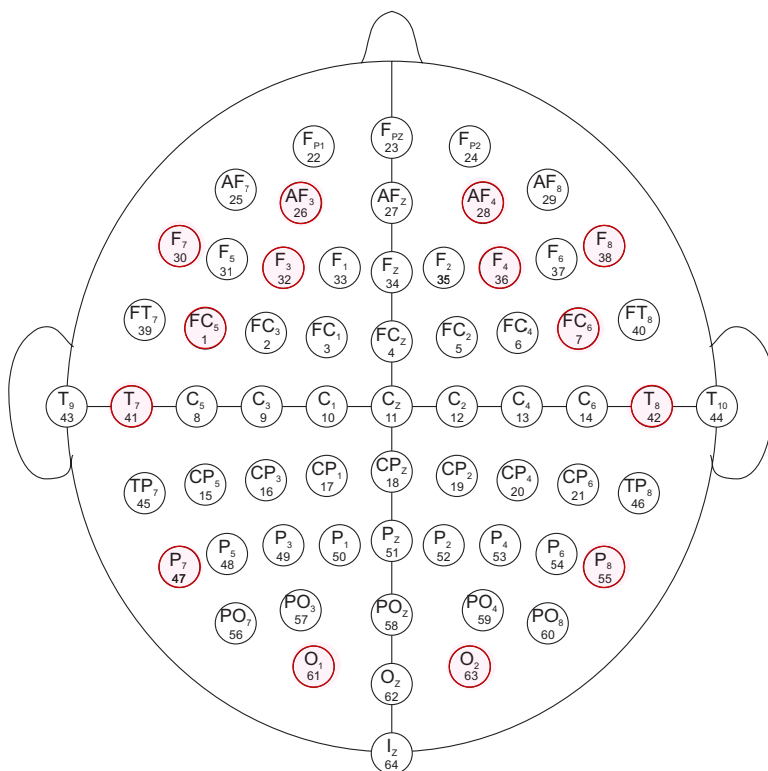


Рис. 1: Задействованные датчики ЭЭГ при измерении сигнала

## 4 Заключение

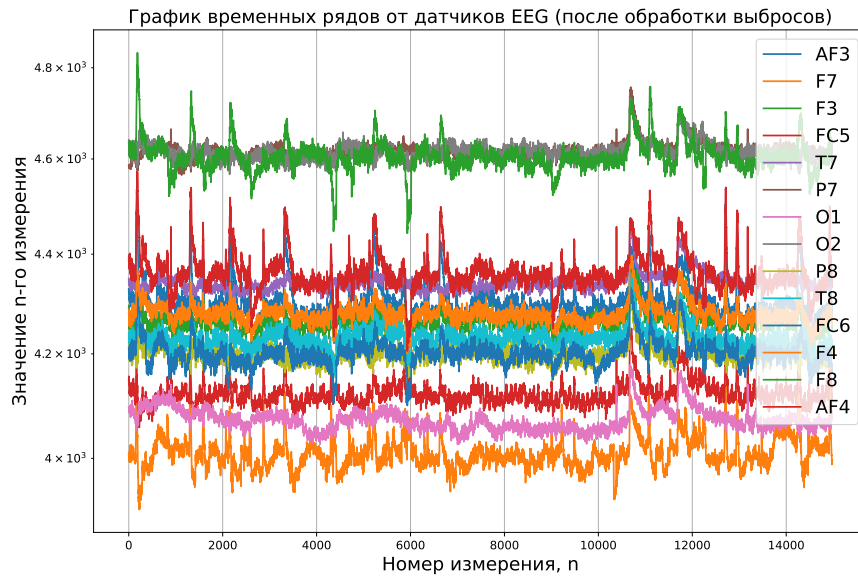


Рис. 2: График временных рядов

## Список литературы

- [1] Alexandre Barachant, Stéphane Bonnet, Marco Congedo, and Christian Jutten. Riemannian geometry applied to bci classification. In *International conference on latent variable analysis and signal separation*, pages 629–636. Springer, 2010.
- [2] Sándor Beniczky and Donald L Schomer. Electroencephalography: basic biophysical and technological aspects important for clinical applications. *Epileptic Disorders*, 22(6):697–715, 2020.
- [3] Marco Congedo, Alexandre Barachant, and Anton Andreev. A new generation of brain-computer interface based on riemannian geometry. *arXiv preprint arXiv:1310.8115*, 2013.
- [4] Alexander Craik, Yongtian He, and Jose L Contreras-Vidal. Deep learning for electroencephalogram (eeg) classification tasks: a review. *Journal of neural engineering*, 16(3):031001, 2019.
- [5] Oliver Roesler. EEG Eye State. UCI Machine Learning Repository, 2013. DOI: <https://doi.org/10.24432/C57G7J>.
- [6] Siuly Siuly, Yan Li, and Yanchun Zhang. Eeg signal analysis and classification. *IEEE Trans Neural Syst Rehabil Eng*, 11:141–144, 2016.
- [7] Michal Teplan et al. Fundamentals of eeg measurement. *Measurement science review*, 2(2):1–11, 2002.