# Пространственно-временные характеристики в задаче декодирования временных рядов

#### Дорин Даниил Дмитриевич

Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)

*Научный руководитель:* к.ф.-м.н. А. В. Грабовой

# Пространственно-временные характеристики в задаче декодирования временных рядов

#### Цель исследования

Построение методов анализа временных рядов, учитывающих пространственно-временные характеристики.

#### Задача

Предложить метод восстановления временных рядов фМРТ по видеоряду, просматриваемому человеком. Построить метод снижения размерности временных рядов фМРТ.

#### Предположения

- Наличие корреляции между временным рядом стимулов и рядом фМРТ.
- Постоянное время гемодинамической ответной реакции зависимости уровня кислорода в крови  $\Delta t$ .

# Постановка задачи восстановления временных рядов фМРТ по видеоряду

Пусть задана частота кадров  $u\in\mathbb{R}$  и продолжительность  $t\in\mathbb{R}$  видеоряда. Задан видеоряд

$$\mathbf{P} = [\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_{\nu t}], \quad \mathbf{p}_{\ell} \in \mathbb{R}^{W \times H \times C}.$$

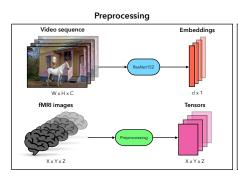
Обозначим частоту снимков фМРТ  $\mu \in \mathbb{R}$ . Задана последовательность снимков

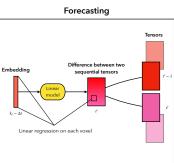
$$oldsymbol{\mathcal{S}} = [oldsymbol{s}_1, \dots, oldsymbol{s}_{\mu t}], \quad oldsymbol{s}_\ell \in \mathbb{R}^{X imes Y imes Z}.$$

Необходимо построить отображение, которое бы учитывало задержку  $\Delta t$  между снимком фМРТ и видеорядом, а также предыдущие томографические показания.

$$g(\mathbf{p}_1,\ldots,\mathbf{p}_{k_\ell-
u\Delta t};\mathbf{s}_1,\ldots,\mathbf{s}_{\ell-1})=\mathbf{s}_\ell,\quad k_\ell=rac{\ell\cdot
u}{\mu}.$$

## Архитектура предложенного метода





## Формализация предложенного подхода прогнозирования

#### Предположение марковости:

Снимок  $\pmb{s}_\ell$  зависит только от изображения  $\pmb{p}_{k_\ellu\Delta t}$  и снимка  $\pmb{s}_{\ell-1}$ , тогда

$$g(\mathbf{p}_{k_{\ell}-\nu\Delta t})=\mathbf{s}_{\ell}-\mathbf{s}_{\ell-1}=\boldsymbol{\delta}_{\ell},\ \ell=2,\ldots,\mu t.$$

Отображение  ${m g}: {m P} o {m S}$  представимо в виде композиции

$$\mathbf{g} = \boldsymbol{\varphi} \circ \boldsymbol{\psi},$$

 $oldsymbol{\psi}: oldsymbol{P} o \mathbb{R}^d$  — векторизация изображения,

 $arphi: \mathbb{R}^d o \mathcal{S}$  — восстанавливаемое отображение.

Для векторизации используется ResNet152 без последнего линейного слоя. Суммарное число пар (изображение, снимок):  $N = \mu(t - \Delta t)$ . Таким образом, для каждого вокселя задана выборка

$$\mathfrak{D}_{ijk} = \{(\mathbf{x}_{\ell}, \delta_{ijk}^{\ell}) \mid \ell = 2, \ldots, N\}.$$

- $extbf{\emph{x}}_\ell = [ extbf{\emph{x}}_1^\ell, \dots, extbf{\emph{x}}_d^\ell]^\mathsf{T} \in \mathbb{R}^d$  признаки изображения;
- $\delta_\ell = [\delta_{ijk}^\ell] \in \mathbb{R}^{X \times Y \times Z}$  разность между двумя последовательными снимками фМРТ.

## Функция потерь и решение

Используется линейная модель с вектором параметров

$$\mathbf{w}_{ijk} = [\mathbf{w}_1^{ijk}, \dots, \mathbf{w}_d^{ijk}]^\mathsf{T} \in \mathbb{R}^d$$
:  
 $f_{ijk}(\mathbf{x}, \mathbf{w}_{ijk}) = \langle \mathbf{x}, \mathbf{w}_{ijk} \rangle.$ 

Квадратичная функция потерь с коэффициентом  $L_2$ -регуляризации  $lpha \in \mathbb{R}$ :

$$\mathcal{L}_{ijk}(\mathbf{w}_{ijk}, \Delta t) = \sum_{\ell=2}^{N} \left( f_{ijk}(\mathbf{x}_{\ell}, \mathbf{w}_{ijk}) - \delta_{ijk}^{\ell} \right)^{2} + \alpha \|\mathbf{w}_{ijk}\|_{2}^{2},$$

Требуется найти параметры, доставляющие минимум функционалу потерь при фиксированном  $\Delta t$ :

$$\hat{\mathbf{w}}_{ijk} = \operatorname*{arg\ min}_{\mathbf{w}_{ijk}} \mathcal{L}_{ijk}(\mathbf{w}_{ijk}, \Delta t).$$

Решение для каждого вокселя находится методом наименьших квадратов:

$$\hat{\mathbf{w}}_{ijk} = (\mathbf{X}^\mathsf{T} \mathbf{X} + \alpha \mathbf{I})^{-1} \mathbf{X}^\mathsf{T} \Delta \mathbf{v}_{ijk}.$$

- $oldsymbol{x} = [x_2, \dots, x_N]^\mathsf{T} = [x_j^i] \in \mathbb{R}^{(N-1) imes d}$  матрица объекты-признаки;
- $\Delta \mathbf{v}_{ijk} = [\delta_{ijk}^2, \dots, \delta_{ijk}^N]^\mathsf{T} \in \mathbb{R}^{N-1}$  вектор изменения вокселя в снимках.

## Вычислительный эксперимент

#### Цель

- Проверка работоспособности и корректности предложенного метода.
- ② Исследование зависимости качества восстановления от гиперпараметра  $\Delta t.$

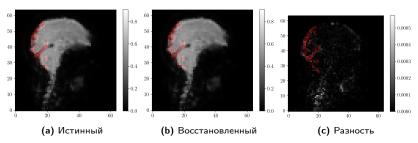
#### Данные

Реальное фМРТ-обследование  $^1$  30 испытуемых разного пола и возраста. Каждый из них просматривал короткий аудиовизуальный фильм. Продолжительность фильма t=390 с, частота кадров  $\nu=25$  с $^{-1}$ . Частота снимков фМРТ  $\mu=1.64$  с $^{-1}$ .

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Julia Berezutskaya et al. (2022). Open multimodal iEEG-fMRI dataset from naturalistic stimulation with a short audiovisual film. https://doi.org/10.1038/s41597-022-01173-0

## Локализация активной области мозга

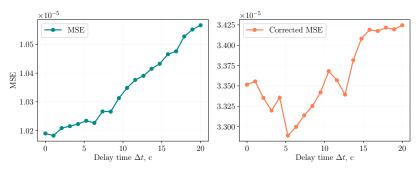
- Для примера был выбран 47-ой испытуемый.
- Проведена локализация на затылочную долю мозга, отсекая нижнюю треть и правые две трети объемного томографического изображения.
   Красным цветом выделена зона, в которую попадают 3% наиболее изменяющихся вокселей затылочной доли.



На рисунке приведен пример локализации активной области и работы метода на тестовой выборке.

## Зависимость от гиперпараметра $\Delta t$

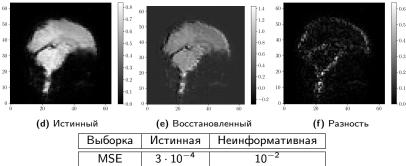
Метрика MSE была пересчитана на локализованную область, результаты представлены на графиках.



На скорректированном графике наблюдается характерный минимум при  $\Delta t \approx$  5c, что согласуется с биологическими сведениями.

### Корректность метода,

Рассмотрено качество работы метода на неинформативных данных. В качестве матрицы объекты-признаки  $\boldsymbol{X}$  взята матрица, целиком состоящая из единиц. Ниже приведены срезы последнего снимка, восстановленного последовательно по всем предсказанным изменениям, и значения метрики MSE.



Значение MSE на неинформативной выборке больше, что говорит о наличии корреляции между даннами.

## Взвешивание вокселей фМРТ

Пусть имеется временной ряд фМРТ  $\boldsymbol{X}$  и соотвествующий ему временной ряд стимулов  $\boldsymbol{s}$ :

$$egin{aligned} oldsymbol{X} &= \left[ oldsymbol{x}_1, \ldots, oldsymbol{x}_T 
ight], & oldsymbol{x}_\ell \in \mathbb{R}^{X imes Y imes Z}, \ oldsymbol{s} &= \left[ oldsymbol{s}_1, \ldots, oldsymbol{s}_T 
ight]^\mathsf{T} & oldsymbol{s}_\ell \in \{0, 1\}, \end{aligned}$$

 $s_\ell$  отлично от нуля в моменты наблюдения визуального стимула.

Требуется предложить метод взвешивания областей мозга, реагирующих на стимул.

#### Предположения

- Наличие корреляции между временным рядом стимулов и рядом фМРТ.
- Постоянное время гемодинамической ответной реакции зависимости уровня кислорода в крови  $\Delta t$ .

## Предлагаемый метод взвешивания вокселей фМРТ

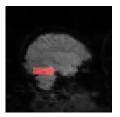
- ① Пусть имеется временной ряд фМРТ  ${\pmb X}$  с частотой снимков  ${\pmb \mu}$  и временной ряд стимулов  ${\pmb s}$ .
- ② К каждому  $x_\ell$  применяем 3D Average Pooling с размером ядра  $k_s$ . Сжатые тензоры обозначим  $\mathbf{x}'_\ell \in \mathbb{R}^{X/k_s \times Y/k_s \times Z/k_s}$ .
- ③ Нормализуем временные ряды. Обозначим нормализованные данные  $\hat{X}'$  и  $\hat{s}$  соответственно.
- ① Вычисляем кросс-корреляцию между временным рядом каждого вокселя  $\mathbf{v}^{i,j,k}$  в  $\hat{\mathbf{X}}'$  и временным рядом стимула  $\hat{\mathbf{s}}$  следующим образом:

$$c_{i,j,k}(t) = \left(\hat{s} * \mathbf{v}^{i,j,k}\right)(t) = \frac{1}{T-1} \sum_{\ell=1}^{T-t} \hat{s}_{\ell} v_{\ell+t}^{i,j,k}, \quad t = \overline{0, T-1}.$$

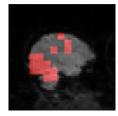
- **⑤** Рассмотрим тензор C с элементами  $c_{i,j,k}(\lfloor \mu \Delta t \rfloor)$  с учетом параметра задержки  $\Delta t$ . Выбирем h позиций с наибольшей положительной корреляцией. Введем нулевой тензор  $\mathcal{M}_c \in \mathbb{R}^{X/k_s \times Y/k_s \times Z/k_s}$ , которому присвоим единичные значения лишь в h позициях, упомянутых ранее.
- $oldsymbol{0}$  Последним шагом выполняем upsample и получаем маску  $\mathcal{M} \in \mathbb{R}^{X imes Y imes Z}.$

## Демонстрация работы метода

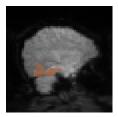
- Рассматриваются реальные данные фМРТ испытуемого, которому показывали различные изображения из восьми категорий.
   Изображения были сгруппированны в блоки по 24 с, разделенные периодами отдыха.



(g) Метод



(h) Статистически значимые области

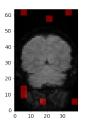


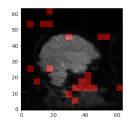
(i) Разметка нейробиологов

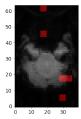
Полученные области очень близки к истинной разметке. Корреляция взвешенных вокселей со стимулом является статистически значимой.

### Корректность метода,

- Рассмотрено качество работы метода на том же временном ряду фМРТ и случайно сгенерированном бинарном ряде стимула.
- Проверяются гипотезы на значимость корреляций с учетом поправки на множественное тестирование. Срезы с полученными областями приведены ниже.







Метод предсказывает случайные области, не имеющие отношения к мозгу. Статистические тесты показали, что ни одна из полученных областей, не является значимой.

## Выносится на защиту

- Построен метод восстановления показаний фМРТ по видеоряду, просматриваемому человеком.
- ullet Проанализирована зависимость качества прогноза от задержки  $\Delta t.$
- Предложен метод взвешивания активных областей мозга на фМРТ снимках.
- Проверена корректность методов.
- Проведены статистические тесты, подтверждающие значимость экспериментально полученных областей.