

# Пространственно-временные характеристики в задаче декодирования временных рядов

Даниил Дмитриевич Дорин

Научный руководитель: к.ф.-м.н. А. В. Грабовой

Кафедра интеллектуальных систем ФПМИ МФТИ

Специализация: Интеллектуальный анализ данных

Направление: 03.04.01 Прикладные математика и физика

2024

# Цель исследования

## Цель

Проанализировать влияние пространственно-временных характеристик на точность и качество декодирования временных рядов фМРТ.

## Задача

Построить метод аппроксимации показаний фМРТ по просматриваемому видеоряду. Предложить метод классификации сегментов временных рядов фМРТ.

## Методы решения

- ▶ Учет постоянного времени гемодинамической ответной реакции зависимости уровня кислорода в крови  $\Delta t$ .
- ▶ Снижение пространственной размерности временных рядов путем анализа активных областей мозга.
- ▶ Использование римановой геометрии для выделения пространственно-временных характеристик.

# Постановка задачи восстановления временных рядов фМРТ по просматриваемому видеоряду

- ▶ Задана частота кадров  $\nu \in \mathbb{R}$  и продолжительность  $t \in \mathbb{R}$  видеоряда. Задан видеоряд

$$\mathbf{P} = [\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_{\nu t}], \quad \mathbf{p}_\ell \in \mathbb{R}^{W \times H \times C},$$

с шириной, высотой и числом каналов изображения  $W$ ,  $H$  и  $C$  соответственно.

- ▶ Обозначим частоту снимков фМРТ  $\mu \in \mathbb{R}$ . Задана последовательность снимков

$$\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_{\mu t}], \quad \mathbf{x}_\ell \in \mathbb{R}^{X \times Y \times Z},$$

где  $X$ ,  $Y$  и  $Z$  — размерности воксельного изображения.

- ▶ Задача состоит в построении отображение  $\mathbf{g}$ , которое бы учитывало задержку  $\Delta t$  между снимком фМРТ и видеорядом, а также предыдущие томографические показания:

$$\mathbf{g}(\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_{k_\ell - \nu \Delta t}; \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_{\ell-1}) = \mathbf{x}_\ell, \quad \ell = 1, \dots, \mu t, \quad k_\ell = \frac{\ell \cdot \nu}{\mu}.$$

# Постановка задачи классификации сегментов временных рядов фМРТ

- ▶ Задано  $N$  наблюдений временных рядов фМРТ длины  $T$ :

$$\mathbf{X} = \{\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_N\},$$

$$\mathbf{X}_i = [\mathbf{x}_1^i, \mathbf{x}_2^i, \dots, \mathbf{x}_T^i],$$

где  $\mathbf{x}_t^i \in \mathbb{R}^{X \times Y \times Z}$  — это тензор снимка в момент времени  $t$  для набора  $i$ .  
Каждому наблюдению соответствует  $y_i \in \{1, \dots, C\}$ , где  $C$  — число классов.

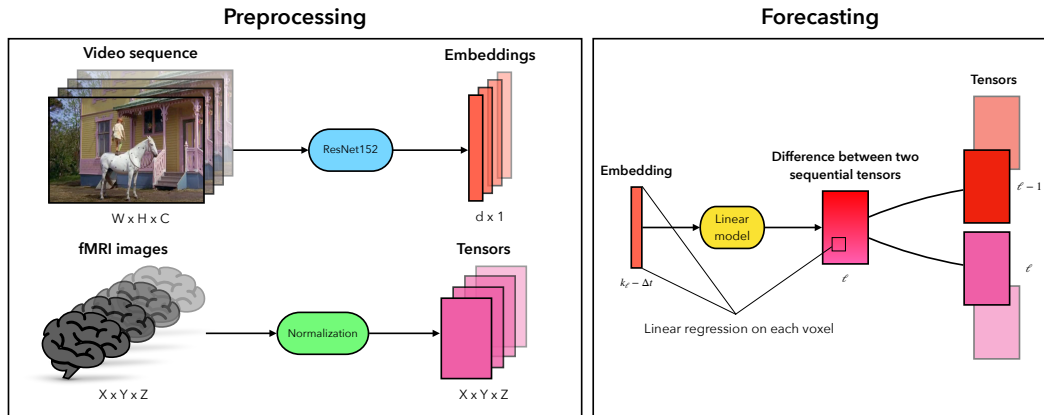
- ▶ Имеется выборка:

$$\mathfrak{D} = \{(y_i, \mathbf{X}_i) \mid i = 1, \dots, N\}.$$

- ▶ Требуется построить модель классификации  $g$ , которая учитывает пространственно-временные характеристики временных рядов фМРТ:

$$g : \mathbf{X} \rightarrow \{1, \dots, C\}.$$

# Схема предлагаемого метода восстановления снимков фМРТ



Метод строится из двух компонент — кодировщика и линейного декодера. В качестве кодировщика рассматривается ResNet152 без последнего линейного слоя.

# Предлагаемый метод восстановления временных рядов фМРТ по просматриваемому видеоряду

Используем предположение марковости:

$$\mathbf{g}(\mathbf{p}_{k_\ell - \nu \Delta t}) = \mathbf{x}_\ell - \mathbf{x}_{\ell-1} = \boldsymbol{\delta}_\ell, \quad \ell = 2, \dots, \mu t.$$

Отображение  $\mathbf{g} : \mathbf{P} \rightarrow \mathbf{X}$  представляется в виде суперпозиции:

$$\mathbf{g} = \varphi \circ \psi, \quad \psi : \mathbf{P} \rightarrow \mathbb{R}^d, \quad \varphi : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbf{X}.$$

Декодер  $\varphi$  задается линейной моделью:

$$\varphi_{ijk}(\mathbf{z}, \mathbf{w}_{ijk}) = \langle \mathbf{z}, \mathbf{w}_{ijk} \rangle,$$

$$\mathbf{w}_{ijk} = [w_1^{ijk}, \dots, w_d^{ijk}]^\top \in \mathbb{R}^d,$$

где  $\mathbf{z} = [z_1, \dots, z_d]^\top \in \mathbb{R}^d$  — признаки изображения. Решение оптимизационной задачи находится методом наименьших квадратов:

$$\hat{\mathbf{w}}_{ijk} = (\mathbf{Z}^\top \mathbf{Z} + \alpha \mathbf{I})^{-1} \mathbf{Z}^\top \boldsymbol{\Delta}_{ijk}, \quad \boldsymbol{\Delta}_{ijk} = [\delta_{ijk}^2, \dots, \delta_{ijk}^N]^\top \in \mathbb{R}^{N-1}, \quad N = \mu(t - \Delta t).$$

## Взвешивание вокселей фМРТ

Заданы временной ряд фМРТ  $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_\tau]$ ,  $\mathbf{x}_t \in \mathbb{R}^{X \times Y \times Z}$  с частотой  $\mu$  и временной ряд стимула  $\mathbf{s} = [s_1, \dots, s_\tau]$ ,  $s_t \in \{0, 1\}$ .

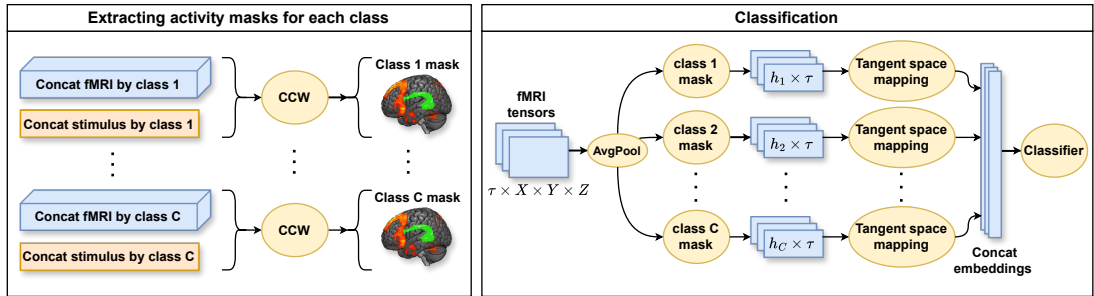
Алгоритм:

1. Сжатие 3D Average Pooling с размером ядра  $k_s$ :  $\mathbf{X} \rightarrow \mathbf{X}'$ .
2. Нормализация временных рядов:  $\mathbf{X}' \rightarrow \hat{\mathbf{X}}'$ ,  $\mathbf{s} \rightarrow \hat{\mathbf{s}}$ .
3. Подсчет кросс-корреляции:

$$c_{i,j,k}(p) = \left( \hat{\mathbf{s}} * \mathbf{v}^{i,j,k} \right)(p) = \frac{1}{\tau - 1} \sum_{t=1}^{\tau-p} \hat{s}_t \cdot v_{t+p}^{i,j,k}, \quad p = 0, \dots, \tau - 1.$$

4. Выбор оптимального значения  $p = \lfloor \mu \Delta t \rfloor$  и  $h$  наиболее скоррелированных позиций.
5. Построение маски активности головного мозга  $\mathcal{M}_c \in \{0, 1\}^{X/k_s \times Y/k_s \times Z/k_s}$ .
6. Восстановление размерности:  $\mathcal{M}_c \rightarrow \mathcal{M} \in \{0, 1\}^{X \times Y \times Z}$ .

# Схема предлагаемого метода классификации сегментов фМРТ



Метод строится из двух основных этапов — извлечение масок активности головного мозга для каждой категории стимула и классификации с учетом полученных масок.



## Метод классификации сегментов временных рядов фМРТ

Заданы выборка  $\mathfrak{D} = \{(\mathbf{X}_j, y_j), \mathbf{X}_j \in \mathbb{R}^{\tau \times X \times Y \times Z} \mid j = 1, \dots, N\}$  и сжатые маски

$$\mathbf{M} = \{\mathcal{M}^k \in \{0, 1\}^{X/k_s \times Y/k_s \times Z/k_s} \mid k = 1, \dots, C\}.$$

Отображение  $g : \mathbf{X} \rightarrow \{1, \dots, C\}$  представляется в виде суперпозиции:

$$g := \varphi \circ \psi \circ \mathcal{A}, \quad \hat{\mathbf{X}} \subset \mathbb{R}^{\tau \times X/k_s \times Y/k_s \times Z/k_s}.$$

$$\mathcal{A} : \mathbf{X} \rightarrow \hat{\mathbf{X}}, \quad \psi : \hat{\mathbf{X}} \rightarrow \mathbb{R}^d, \quad \varphi : \mathbb{R}^d \rightarrow \{1, \dots, C\}.$$

$\mathcal{A}$  — 3d Average Pooling. Обозначим число ненулевых элементов в  $\mathcal{M}^k$  как  $h_k$ .

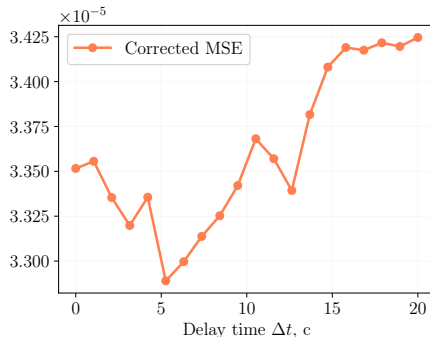
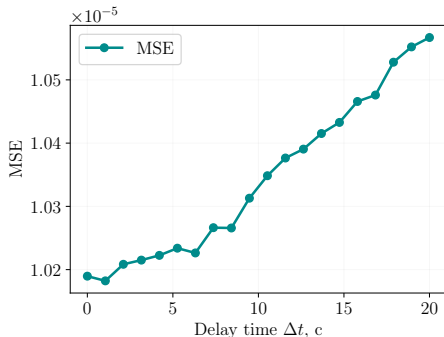
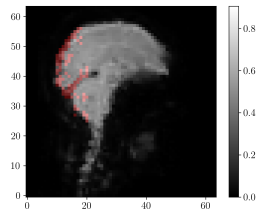
Отображение  $\psi$  является конкатенацией  $\psi := \psi_1 \oplus \dots \oplus \psi_C$ :

$$\psi_k : \hat{\mathbf{X}} \rightarrow \mathbb{R}^{d_k}, \quad \psi_k := \pi_k \circ \mathbf{f}_k, \quad d = \sum_{k=1}^C d_k, \quad d_k = \frac{h_k(h_k + 1)}{2}.$$

Здесь  $\mathbf{f}_k : \hat{\mathbf{X}} \rightarrow \mathbb{R}^{h_k \times \tau}$  — применение маски активности  $\mathcal{M}^k$ . Отображение  $\pi_k : \mathbb{R}^{h_k \times \tau} \rightarrow \mathbb{R}^{d_k}$  — проекция на риманово касательное пространство.

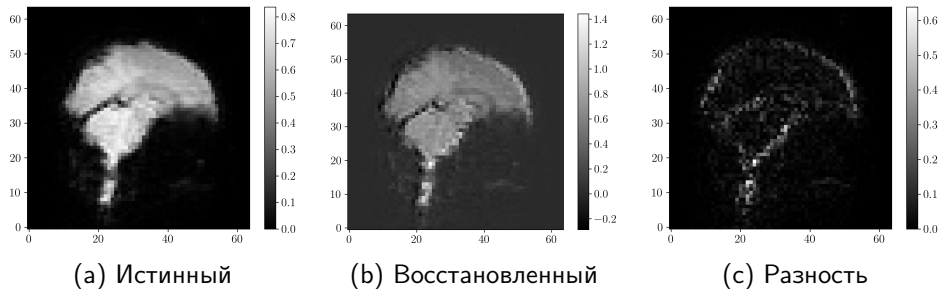
# Анализ качества восстановления фМРТ от гиперпараметра $\Delta t$

Проведена локализация на затылочную долю мозга. Метрика MSE была пересчитана на локализованную область, результаты представлены на графиках. Имеется характерный минимум при  $\Delta t \approx 5$ с.



# Корректность метода восстановления снимков фМРТ по видеоряду

Рассмотрено качество работы метода на неинформативной матрице объекты-признаки  $\mathbf{Z}$ , целиком состоящей из единиц.

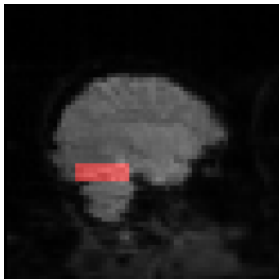


Выборка	Истинная	Неинформативная
MSE	$3 \cdot 10^{-4}$	$10^{-3}$

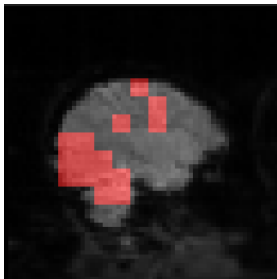
Значение MSE на неинформативной выборке больше, что говорит о наличии корреляции между истинными данными.

## Анализ метода взвешивания вокселей фМРТ снимков

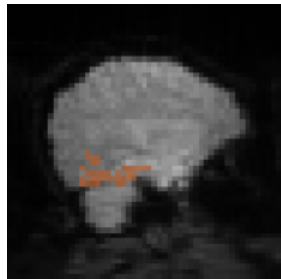
- ▶ Рассматриваются реальные данные фМРТ испытуемого, которому показывали различные изображения из восьми категорий.
- ▶ Частота снимков  $\mu = 2.5 \text{ с}^{-1}$ , число областей  $h = 10$ , размер ядра  $k_c = 4$ .



(d) Метод



(e) Статистически  
значимые области



(f) Разметка  
нейробиологов

Полученные области очень близки к истинной разметке. Корреляция взвешенных вокселей со стимулом является статистически значимой.

## Качество работы модели классификации

- ▶ Рассмотрены сегменты ряда фМРТ трех испытуемых. Объем выборки для каждого испытуемого составил  $N = 96$  объектов, число классов  $C = 8$ . Данные разделены на тренировочные и тестовые в соотношении 80% к 20%.
- ▶ Зафиксированы следующие параметры метода: число выделяемых областей для каждого класса  $h_k = 10$ ,  $k = 1, \dots, C$ , размер ядра  $k_s = 4$ .
- ▶ В качестве классификатора  $\varphi$  рассмотрены логистическая регрессия и перцептрон с двумя скрытыми слоями и сигмоидной функцией активации.

Классификатор	Accuracy	Macro F1 score	Micro F1 score
Логистическая регрессия	0.600	0.558	0.600
Перцептрон	0.700	0.636	0.636

В таблице представлены усредненные значения метрик на тесте.

## Влияние отдельных компонент модели на качество классификации

Для сравнения с предложенным методом используются две упрощенные модели. В таблице представлены результаты работы методов на данных 2-го испытуемого. В качестве классификатора  $\varphi$  рассмотрена логистическая регрессия.

Метод	Accuracy	Macro F1 score	Micro F1 score
Предложенный	0.650	0.598	0.650
Без <i>Tangent Space Mapping</i>	0.150	0.121	0.150
Без масок активности	0.400	0.376	0.400

- ▶ Наибольшее снижение метрик происходит при исключении проекции на риманово касательное пространство.
- ▶ Качество классификации также падает, если используется общая усредненная маска вместо масок активности для каждого класса стимула.

## Выносятся на защиту

1. Предложен метод восстановления показаний фМРТ по видеоряду, просматриваемому человеком.
2. Проанализирована зависимость качества прогноза от задержки  $\Delta t$ .
3. Предложен метод взвешивания активных областей мозга на фМРТ снимках.
4. Предложен метод классификации сегментов временного ряда фМРТ. Проанализировано влияние отдельных компонент модели на качество классификации.

### Список работ автора по теме диплома

1. **D. Dorin, N. Kiselev, A. Grabovoy.** Forecasting fMRI Images From Video Sequences: Linear Model Analysis // Health Information Science and Systems (на рецензировании).
2. Пространственно-временные методы анализа временных рядов // 66-я Всероссийская научная конференция МФТИ, 2024.