

Розподіли випадкових величин

1. Дискретні розподіли

1.1. Розподіл Бернуллі

ξ	0	1
\mathbb{P}	q	p

$$\mathbb{E}_\xi = p; \quad \mathbb{D}_\xi = p \cdot q$$

1.2. Біноміальний розподіл

$$\xi \sim \text{Bin}(n, p)$$

$$\mathbb{E}_\xi = np; \quad \mathbb{D}_\xi = npq; \quad G_\xi(z) = (pz + q)^n$$

ξ	0	1	\dots	k	\dots	n
\mathbb{P}	q^n	npq^{n-1}	\dots	$C_n^k p^k q^{n-k}$	\dots	p^n

$$\text{Bin}(1, p) \sim \text{Розподіл Бернуллі}$$

1.3. Геометричний розподіл

$$\xi \sim \text{Geom}_0(p)$$

$$\mathbb{E}_\xi = \frac{q}{p}; \quad \mathbb{D}_\xi = \frac{q}{p^2}; \quad G_\xi(z) = \frac{p}{1-qz}$$

ξ	0	1	2	\dots	k	\dots
\mathbb{P}	p	qp	q^2p	\dots	$q^k p$	\dots

$$\eta \sim \text{Geom}_1(p); \quad \eta = \xi + 1$$

$$\mathbb{E}_\eta = \frac{1}{p}; \quad \mathbb{D}_\eta = \frac{q}{p^2}$$

ξ	1	2	3	\dots	k	\dots
\mathbb{P}	p	qp	q^2p	\dots	$q^{k-1}p$	\dots

1.4. Розподіл Пуасона

$$\xi \sim Pois(\lambda), \lambda > 0$$

$$\mathbb{E}_\xi = \mathbb{D}_\xi = \lambda; \quad G_\xi(z) = \exp(\lambda(z - 1))$$

$$\mathbb{P}\{\xi = k\} = \frac{\exp(-\lambda)\lambda^k}{k!}$$

ξ	0	1	2	\dots	k	\dots
\mathbb{P}	$e^{-\lambda}$	$\lambda e^{-\lambda}$	$\frac{\lambda^2 \exp(-\lambda)}{2}$	\dots	$\frac{\exp(-\lambda)\lambda^k}{k!}$	\dots

2. Абсолютно неперервні розподіли

2.1. Теорія ймовірностей

Розподіл	$F_{\xi}(x)$	$f_{\xi}(x)$	\mathbb{E}_{ξ}	\mathbb{D}_{ξ}
$U(a, b)$	$\begin{cases} 0, & x \leq a; \\ \frac{x-a}{b-a}, & x \in (a, b); \\ 1, & x \geq b. \end{cases}$	$\frac{1}{b-a} \cdot \mathbb{I}\{x \in (a, b)\}$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$
$Exp(\lambda)$	$(1 - \exp(-\lambda x)) \cdot \mathbb{I}\{x \geq 0\}$	$\lambda \exp(-\lambda x) \cdot \mathbb{I}\{x \geq 0\}$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$
$\aleph(0, 1)$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x \exp(-\frac{t^2}{2}) dt = \frac{1}{2} + \Phi(x)$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{x^2}{2})$	0	1
$\aleph(a, \sigma^2)$	$\frac{1}{2} + \Phi(\frac{x-a}{\sigma})$	$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2})$	a	σ^2

2.2. Математична статистика

Розподіл	$f_{\xi}(x)$	\mathbb{E}_{ξ}	\mathbb{D}_{ξ}
$\Gamma(\alpha, \beta)$	$\frac{\beta^{\alpha}}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\beta x} \cdot \mathbb{I}\{x > 0\}$	$\frac{\alpha}{\beta}$	$\frac{\alpha}{\beta^2}$
χ_n^2	$f_{\Gamma(\frac{n}{2}, \frac{1}{2})}$	n	$2n$
St_n, t_n	$\frac{\Gamma(\frac{n+1}{2})}{\sqrt{n\pi}\Gamma(\frac{n}{2})} (1 + \frac{x^2}{n})^{-\frac{n+1}{2}}$	$0 (n > 1)$	$\frac{n}{n-2} (n > 2); \infty (1 < n \leq 2)$
$F_{m,n}$	$\frac{1}{B(\frac{m}{2}, \frac{n}{2})} (\frac{m}{n})^{\frac{m}{2}} x^{\frac{m}{2}-1} (1 + \frac{m}{n}x)^{-\frac{m+n}{2}}, x > 0$	$\frac{n}{n-2} (n > 2)$	$\frac{2n^2(m+n-2)}{m(n-2)^2(n-4)} (n > 4)$

χ_n^2 – Розподіл суми квадратів n незалежних $\xi_i \sim \mathcal{N}(0, 1) : \xi_1^2 + \dots + \xi_n^2$;

St_n – Розподіл $\frac{\xi_0}{\sqrt{(\xi_1^2 + \dots + \xi_n^2)/n}}$, де $\xi_i \sim \mathcal{N}(0, 1), i = \overline{0, n}$;

$F_{m,n}$ – Розподіл $\frac{(\xi_1^2 + \dots + \xi_m^2)/m}{(\eta_1^2 + \dots + \eta_n^2)/n}$, де $\xi_i \sim \mathcal{N}(0, 1), \eta_j \sim \mathcal{N}(0, 1), i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}$