Розподіли випадкових величин

1. Дискретні розподіли

1.1. Розподіл Бернулі

ξ	0	1
$\mathbb{P}$	q	p

$$\mathbb{E}_\xi = p; \quad \mathbb{D}_\xi = p \cdot q$$

1.2. Біноміальний розподіл

$\xi \sim Bin(n, p)$

$\mathbb{E}_\xi = np; \quad \mathbb{D}_\xi = npq; \quad G_\xi(z) = (pz + q)^n$

ξ	0	1	$\cdots$	k	$\cdots$	n
$\mathbb{P}$	q^n	npq^{n-1}	$\cdots$	$C_n^k p^k q^{n-k}$	$\cdots$	p^n

$Bin(1, p) \sim$ `Розподіл Бернулі`

1.3. Геометричний розподіл

$\xi \sim Geom_0(p)$

$\mathbb{E}_\xi = \frac{q}{p}; \quad \mathbb{D}_\xi = \frac{q}{p^2}; \quad G_\xi(z) = \frac{p}{1-qz}$

ξ	0	1	2	$\cdots$	k	$\cdots$
$\mathbb{P}$	p	qp	q^2p	$\cdots$	q^kp	$\cdots$

$\eta \sim Geom_1(p); \quad \eta = \xi + 1$

$\mathbb{E}_\eta = \frac{1}{p}; \quad \mathbb{D}_\eta = \frac{q}{p^2}$

ξ	1	2	3	$\cdots$	k	$\cdots$
$\mathbb{P}$	p	qp	q^2p	$\cdots$	$q^{k-1}p$	$\cdots$

1.4. Розподіл Пуасона

$\xi \sim Pois(\lambda), \lambda > 0$

$\mathbb{E}_\xi = \mathbb{D}_\xi = \lambda; \quad G_\xi(z) = \exp\left(\lambda(z-1)\right)$

$\mathbb{P}\{\xi = k\} = \frac{\exp(-\lambda)\lambda^k}{k!}$

ξ	0	1	2	$\cdots$	k	$\cdots$
$\mathbb{P}$	$e^{-\lambda}$	$\lambda e^{-\lambda}$	$\frac{\lambda^2 \exp(-\lambda)}{2}$	$\cdots$	$\frac{\exp(-\lambda)\lambda^k}{k!}$	$\cdots$

2. Абсолютно неперервні розподіли

2.1. Теорія ймовірностей

Розподіл	$F_\xi(x)$	$f_\xi(x)$	$\mathbb{E}_\xi$	$\mathbb{D}_\xi$
$U(a,b)$	$\begin{cases} 0, & x \le a; \\ \frac{x-a}{b-a}, & x \in (a,b); \\ 1, & x \ge b. \end{cases}$	$\frac{1}{b-a} \cdot \mathbb{I}\{x \in (a,b)\}$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$
$Exp(\lambda)$	$(1 - \exp(-\lambda x)) \cdot \mathbb{I}\{x \ge 0\}$	$\lambda \exp(-\lambda x) \cdot \mathbb{I}\{x \ge 0\}$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$
$\aleph(0,1)$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_0^x \exp(-\frac{t^2}{2}) dt = \frac{1}{2} + \Phi(x)$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{x^2}{2})$	0	1
$\aleph(a,\sigma^2)$	$\frac{1}{2} + \Phi(\frac{x-a}{\sigma})$	$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2})$	a	σ^2

2.2. Математична статистика

Розподіл	$f_\xi(x)$	$\mathbb{E}_\xi$	$\mathbb{D}_\xi$
$\Gamma(\alpha,\beta)$	$\frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)}x^{\alpha-1}e^{-\beta x}\cdot\mathbb{I}\{x>0\}$	$\frac{\alpha}{\beta}$	$\frac{\alpha}{\beta^2}$
χ_n^2	$f_{\Gamma(\frac{n}{2},\frac{1}{2})}$	n	$2n$
St_n, t_n	$\frac{\Gamma(\frac{n+1}{2})}{\sqrt{n\pi}\Gamma(\frac{n}{2})}(1+\frac{x^2}{n})^{-\frac{n+1}{2}}$	$0\,(n>1)$	$\frac{n}{n-2}\,(n>2);\infty\,(1<n\leq 2)$
$F_{m,n}$	$\frac{1}{B(\frac{m}{2},\frac{n}{2})}(\frac{m}{n})^{\frac{m}{2}}x^{\frac{m}{2}-1}(1+\frac{m}{n}x)^{-\frac{m+n}{2}}\ ,x>0$	$\frac{n}{n-2}\,(n>2)$	$\frac{2n^2(m+n-2)}{m(n-2)^2(n-4))}\,(n>4)$

χ_n^2 − Розподіл суми квадратів n незалежних $\xi_i \sim \aleph(0,1) : \xi_1^2+\dots+\xi_n^2$;

St_n − Розподіл $\dfrac{\xi_0}{\sqrt{(\xi_1^2+\dots+\xi_n^2)/n}}$, де $\xi_i \sim \aleph(0,1), i=\overline{0,n}$;

St_n−Розподіл $\dfrac{(\xi_1^2+\dots+\xi_m^2)/m}{(\eta_1^2+\dots+\eta_n^2)/n}$, де $\xi_i \sim \aleph(0,1), \eta_j \sim \aleph(0,1), i=\overline{1,m}, j=\overline{1,n}$