

Розподіли випадкових величин

1. Дискретні розподіли

1.1. Розподіл Бернуллі

| | | |
|--------------|---|---|
| ξ | 0 | 1 |
| \mathbb{P} | q | p |

$$\mathbb{E}_\xi = p; \quad \mathbb{D}_\xi = p \cdot q$$

1.2. Біноміальний розподіл

$$\xi \sim \text{Bin}(n, p)$$

$$\mathbb{E}_\xi = np; \quad \mathbb{D}_\xi = npq; \quad G_\xi(z) = (pz + q)^n$$

| | | | | | | |
|--------------|-------|-------------|---------|---------------------|---------|-------|
| ξ | 0 | 1 | \dots | k | \dots | n |
| \mathbb{P} | q^n | npq^{n-1} | \dots | $C_n^k p^k q^{n-k}$ | \dots | p^n |

$$\text{Bin}(1, p) \sim \text{Розподіл Бернуллі}$$

1.3. Геометричний розподіл

$$\xi \sim \text{Geom}_0(p)$$

$$\mathbb{E}_\xi = \frac{q}{p}; \quad \mathbb{D}_\xi = \frac{q}{p^2}; \quad G_\xi(z) = \frac{p}{1-qz}$$

| | | | | | | |
|--------------|-----|------|--------|---------|---------|---------|
| ξ | 0 | 1 | 2 | \dots | k | \dots |
| \mathbb{P} | p | qp | q^2p | \dots | $q^k p$ | \dots |

$$\eta \sim \text{Geom}_1(p); \quad \eta = \xi + 1$$

$$\mathbb{E}_\eta = \frac{1}{p}; \quad \mathbb{D}_\eta = \frac{q}{p^2}$$

| | | | | | | |
|--------------|-----|------|--------|---------|------------|---------|
| ξ | 1 | 2 | 3 | \dots | k | \dots |
| \mathbb{P} | p | qp | q^2p | \dots | $q^{k-1}p$ | \dots |

1.4. Розподіл Пуасона

$$\xi \sim Pois(\lambda), \lambda > 0$$

$$\mathbb{E}_\xi = \mathbb{D}_\xi = \lambda; \quad G_\xi(z) = \exp(\lambda(z - 1))$$

$$\mathbb{P}\{\xi = k\} = \frac{\exp(-\lambda)\lambda^k}{k!}$$

| | | | | | | |
|--------------|----------------|------------------------|--------------------------------------|---------|--------------------------------------|---------|
| ξ | 0 | 1 | 2 | \dots | k | \dots |
| \mathbb{P} | $e^{-\lambda}$ | $\lambda e^{-\lambda}$ | $\frac{\lambda^2 \exp(-\lambda)}{2}$ | \dots | $\frac{\exp(-\lambda)\lambda^k}{k!}$ | \dots |

2. Абсолютно неперервні розподіли

| Розподіл | $F_{\xi}(x)$ | $f_{\xi}(x)$ | \mathbb{E}_{ξ} | \mathbb{D}_{ξ} |
|-----------------------|--|--|---------------------|-----------------------|
| $U(a, b)$ | $\begin{cases} 0, & x \leq a; \\ \frac{x-a}{b-a}, & x \in (a, b); \\ 1, & x \geq b. \end{cases}$ | $\frac{1}{b-a} \cdot \mathbb{I}\{x \in (a, b)\}$ | $\frac{a+b}{2}$ | $\frac{(b-a)^2}{12}$ |
| $Exp(\lambda)$ | $(1 - \exp(-\lambda x)) \cdot \mathbb{I}\{x \geq 0\}$ | $\lambda \exp(-\lambda x) \cdot \mathbb{I}\{x \geq 0\}$ | $\frac{1}{\lambda}$ | $\frac{1}{\lambda^2}$ |
| $\aleph(0, 1)$ | $\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x \exp(-\frac{t^2}{2}) dt = \frac{1}{2} + \Phi(x)$ | $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{x^2}{2})$ | 0 | 1 |
| $\aleph(a, \sigma^2)$ | $\frac{1}{2} + \Phi(\frac{x-a}{\sigma})$ | $\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2})$ | a | σ^2 |