МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИСиС»**

*ИНСТИТУТ ИТКН*

*КАФЕДРА ИНЖЕНЕРНОЙ КИБЕРНЕТИКИ*

*НАПРАВЛЕНИЕ 01.03.04 ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА*

**ВЫПУСКНАЯ**

**КВАЛИФИКАЦИОННАЯ**

**РАБОТА БАКАЛАВРА**

**на тему:** Разработка математического, алгоритмического и программного обеспечения для моделирования аукционов радиочастот на территории РФ

*Студент Д.В. Петкин*

*Руководитель* *работы* *М.О. Пышняк*

*Нормоконтроль проведен А.С. Островская*

*Проверка на заимствования проведена Г.В. Кружкова*

**Работа рассмотрена кафедрой и допущена к защите в ГЭК**

*Заведующий кафедрой А.Р. Ефимов*

*Директор института С.В. Солодов*

Москва июнь 2022

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

(ф.и.о. полностью)

**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИСиС»**

# **УТВЕРЖДАЮ**

# **Институт** ИТКН

**Кафедра** Инженерной кибернетики **Зав. Кафедрой** Ефимов А.Р.

#### **Направление** Прикладная математика 28 декабря 2021 г. .

##### **ЗАДАНИЕ**

###### **НА ВЫПОЛНЕНИЕ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ БАКАЛАВРА**

**Студенту группы** БПМ-18-1 Петкину Даниилу Васильевичу

1. Тема работы: Разработка математического, алгоритмического и программного обеспечения для моделирования аукционов радиочастот на территории РФ.
2. Цель работы: рассмотреть особенности проведения аукционов, построить математические и информационные модели аукциона радиочастот, которые позволят сделать торги более удачными с точки зрения прибыли аукциониста.
3. Исходные данные: информация о количестве участников аукциона, данные, содержащие их оценки определенного диапазона, стартовая и резервная цена. результаты уже проведенных аукционов радиочастот.
4. Основная литература, в том числе:
   1. Научно-исследовательская литература, учебники:

4.1.1 Володина Е.Е., Девяткин Е.Е., Суходольская Т.А. Особенности распределения радиочастотного спектра по результатам торгов в форме аукциона за рубежом // Труды НИИР, 2013. – № 4.

4.1.2 А. В. Савватеев., А. Ю. Филатов Теория и практика аукционов, 2017

* 1. Справочники и методическая литература: Методические указания по оформлению выпускных квалификационных работ бакалавров

1. Перечень основных этапов исследования и форма промежуточной отчетности по каждому этапу
   1. Анализ современного состояния предметной области
   2. Анализ основных видов аукционов
   3. Формулировка содержательной постановки задачи
   4. Формулировка математической постановки задачи
   5. Выбор основных форматов посредством исследования
   6. Моделирование аукциона радиочастот с выбранным форматом
   7. Анализ полученных данных
   8. Выбор наиболее подходящего с точки зрения прибыли аукциониста дизайн аукциона
   9. Подготовка текстов дипломной работы, доклада и презентации
2. Аппаратура и методики, которые должны быть использованы в работе: методы и подходы к моделированию аукционов, методы объектно-ориентированного программирования, методы статистического анализа
3. Использование ЭВМ: Python 3.10, Jupyter Lab
4. Перечень (примерный) основных вопросов, которые должны быть рассмотрены и проанализированы в литературном обзоре: основные инструменты теории игр, основные компоненты теории аукционов, подходы к дизайну аукционов и оценки их эффективности, конкретизация аукционов в игровой форме
5. Перечень (примерный) графического и иллюстрированного материала: актуальность поставленной задачи, описание видов аукционов, анализ рынка радиочастот, содержательная постановка задачи, математическая постановка задачи, функциональная схема, полученные результаты и их анализ, выводы
6. Руководитель работы старший преподаватель Пышняк М.О.

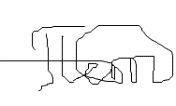
(подпись)

(Должность, звание, ф.и.о.)





Дата выдачи задания 28.01.2021

**Задание принял к исполнению студент \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_** **\_\_**

(подпись)

**РЕФЕРАТ**

Выпускная квалификационная работа объемом 47 страниц содержит 23 иллюстрации, 7 формул, список использованных источников из 15 наименований и 1 приложение.

Ключевые слова: АУКЦИОН, МОДЕЛИРОВАНИЕ АУКЦИОНОВ, АУКЦИОН ВИКРИ, ANOVA ТЕСТ, КОНФЛИКТ, РАДИОЧАСТОТНЫЙ СПЕКТР

Выпускная квалификационная работа посвящена разработке программы для моделирования аукционов.

Объектом исследования является аукцион радиочастотного спектра.

Цель данной работы – разработка математического, алгоритмического и программного обеспечения для моделирования аукционов радиочастот на территории РФ, который позволит выявить наилучший вид аукциона с точки зрения получаемой прибыли аукционера.

Программа реализована на языке Python 3.10 в Jupyter Notebook с использованием библиотек pandas, mesa, seaborn, matplotlib.

Результат работы: формат аукциона, который позволяет принести аукционеру максимальный доход.

Область применения результатов: регуляторы аукционов радиочастот в РФ.

**ABSTRACT**

The final qualifying work is presented on 47 pages, contains 23 pictures, 7 formulas, a list of references that includes 15 titles and 1 annex.

Keywords: AUCTION, AUCTION MODELLING, VICRI AUCTION, ANOVA TEST, CONFLICT, RADIO FREQUENCY SPECTRE

Graduation qualification work is devoted to the development of a program for modeling auctions.

The object of the study is an auction of the radio frequency spectrum.

The aim of this work is to develop mathematical, algorithmic and software to simulate radio spectrum auctions in the Russian Federation, which will identify the best type of auction in terms of profit received by the auctioneer.

The program is implemented in Python 3.10 in Jupyter Notebook using pandas, mesa, seaborn, matplotlib libraries.

Result of the work: an auction format that allows to bring the auctioneer the maximum income.

Application of the results: regulators of radiofrequency auctions in the Russian Federation.

**СОДЕРЖАНИЕ**

[ВВЕДЕНИЕ 7](#_Toc106042746)

[1 АНАЛИТИЧЕСКИЙ ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ 8](#_Toc106042747)

[1.1 Инфраструктура проблемы 8](#_Toc106042748)

[1.1.1 Теория игр в экономике 8](#_Toc106042749)

[1.1.2 Конфликты 9](#_Toc106042750)

[1.1.3 Основные понятия и классификация 10](#_Toc106042751)

[1.1.4 Проектирование оптимального механизма 13](#_Toc106042752)

[1.2 Теория аукционов 14](#_Toc106042753)

[1.2.1 Основные определения 14](#_Toc106042754)

[1.2.2 Виды аукционов 15](#_Toc106042755)

[1.2.3 Применение теории аукционов 17](#_Toc106042756)

[1.2.4 Способы сравнения различных форматов аукционов 19](#_Toc106042757)

[1.3 Аукционы радиочастот 21](#_Toc106042758)

[1.3.1 История аукционов радиочастот в России 23](#_Toc106042759)

[1.3.2 Первый радиочастотный аукцион в РФ 24](#_Toc106042760)

[1.3.3 Второй радиочастотный аукцион в РФ 26](#_Toc106042761)

[1.4 Моделирование аукционных торгов с помощью теории игр 28](#_Toc106042762)

[2. СПЕЦИАЛЬНАЯ ЧАСТЬ 31](#_Toc106042763)

[2.1 Содержательная постановка задачи 31](#_Toc106042764)

[2.2 Математическая постановка задачи 32](#_Toc106042765)

[2.3 Выбор IT-инструментария для разработки программного обеспечения 32](#_Toc106042766)

[2.4 Функциональная схема 33](#_Toc106042767)

[2.5 Программная реализация 33](#_Toc106042768)

[ЗАКЛЮЧЕНИЕ 39](#_Toc106042769)

[СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ 40](#_Toc106042770)

[ПРИЛОЖЕНИЕ А Основные фрагменты кода 42](#_Toc106042771)

ВВЕДЕНИЕ

Теория игр — это развивающаяся дисциплина, которая находит свое применение в самых разных отраслях. Часто возникает ситуация, когда различные участники руководствуются несовпадающими интересами на рынке, и появляется необходимость в непосредственно координации этих усилий. Теория игр может помочь в подобных ситуациях, путем определения наилучшего образа действий для согласования интересов.

"Проектирование механизмов" — набирающая популярность категория, представляющая собой метод разработки механизма взаимодействия, в котором эгоистичное поведение каждого агента приводит к наиболее эффективному решению с точки зрения общей целевой функции. Аукционы являются главным примером проектирования механизмов.

Одним из вариантов использования аукционов является так называемый аукцион радиочастот, когда тот или иной диапазон частот распределяется между участниками рынка. Отличие этого подхода от других вариантов распределения в том, что торги позволяют увеличить конкуренцию на рынке телекоммуникаций и способны значительно увеличить доход аукциониста.

Тема работы актуальна в связи с неудовлетворительностью результатов проведения аукционов радиочастот на территории РФ.

Цель данной работы — сравнить различные дизайны аукционов, построить математические и алгоритмические модели аукциона радиочастот, которые позволят сделать торги более удачными и позволят удовлетворить потребности аукционера.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

– проанализировать виды аукционов;

– исследовать основные аспекты теории игр применимые в аукционах;

– изучить типы математических моделей аукционов;

– разработать математическую модель аукционов радиочастот.

Во введении обоснованы актуальность данного исследования, цель и задачи.

1. **АНАЛИТИЧЕСКИЙ ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ**

## **Инфраструктура проблемы**

Теория игр — это наука, объектом изучения которой является взаимодействие агентов, мотивы которых не совпадают и могут противоречить друг другу. Помимо использования концепции теории игр для описания стратегий в некоторых довольно популярных играх, с ее помощью так же можно подойти к таким важным вопросам, как анализ работы рыночной экономики или применить ее в создании маркетингового плана, или же предсказать генную мутацию

Можно различить две ипостаси применения теорий игр. С одной стороны, это применение ее прикладным образом, как например в перечисленных выше ситуациях, а также в сфере политики, физики, химии и т. д. С другой стороны, это отдельный, очень важный раздел экономической теории, который живет своей жизнью и имеет теоретическое развитие. Не большинство математиков второй половины 20-го века имеют нобелевские премии в разработки теории игр [1].

### **1.1.1** **Теория игр в экономике**

Говорить о теории игр, не затрагивая при этом концепцию рациональности, невозможно, потому что с помощью нее можно описать стремление каждого человека максимизировать собственную выгоду. Хотя эта концепция упрощает реальное положение дел, с помощью нее можно адекватно описать несколько случаев. Во-первых, описание агента с идеальным логическим поведением позволяет вывести за скобки иррациональность и тем самым сузить множество его возможных решений. Во-вторых, рациональность имеет важный оценочный аспект: критерий успешности зависит от того, насколько полезным оказалось данное решение. Зачастую принятие решения агентом описываются в неоклассической экономической теории понятием «совершенный рынок», то есть анализ состояния рынка на текущий момент является исходной точкой для принятия решения [2].

Этот метод хорошо применим для исследования экономических систем, где количество агентов достаточно многочисленно, и следовательно предсказательная способность каждого настолько мала, что может быть не учитываема. Такая экономическая система может быть успешно реализована, то есть находиться в равновесии, при условии, что на рынке совершенная конкуренция. Конечно, совершенный рынок — это абстракция и в реальном мире существует только человеческая деятельность, которая регулируется определенными правилами. В концепции теории игр агенты стараются угадать возможные решения оппонентов, из-за того, что результат зависит от совокупности решений всех агентов. Поэтому мы можем расширить понятие рациональности и утверждать, что не только каждый агент стремиться к оптимальному решению, но и каждый агент знает о другом то, что тот тоже действует оптимально, а следовательно, может оценивать его поведение [3].

### **1.1.2 Конфликты**

Ситуации, в которых участвуют две и более стороны, имеющие при этом различные интересы и наделенные возможностью использовать различные действия для их достижения, в теории игр называют конфликтными ситуациями или конфликтами.

На практике зачастую важно изучить явления и ситуации, в которых участвуют две (или более) стороны с различными интересами и возможностью достижения своих целей с помощью различных моделей поведения. «Конфликтные ситуации» или «конфликты» — это термины, используемые для описания подобных событий и обстоятельств [4].

Основные признаки, которые имеет конфликтная ситуация:

1. заинтересованные стороны;
2. потребности сторон;
3. их допустимые действия.

Если мы посмотрим на реальную конфликтную ситуацию, то увидим, что она довольно сложная. Ее будет трудно исследовать, поскольку существует так много обстоятельств, некоторые из которых могут оказать или не оказать существенное влияние на развитие конфликта или его результат.

Поэтому для исследования конфликтной ситуации необходимо исключить второстепенные аспекты и создать игру, в которой конфликт формализован до математической модели. Игру, которая имеет определённые правила для ее проведения, хотя в реальном конфликте их обычно нет [4].

Теория игр, как математический аппарат, как раз и построена для изучения и анализа подобных упрощенных моделей.

Поэтому важно выработать для поведения каждой стороны оптимальные правила, чтобы она могла участвовать в разрешении конфликтной ситуации.

### **1.1.3 Основные понятия и классификация**

Современные игровые модели настолько многочисленны, что дать четкое формальное определение игры, включающее их все, довольно сложно. Неформально, игра — это модель конфликтной ситуации, в которой:

1) участвует n лиц (игроков);

2) заданы правила игры;

3) определены правила осуществления платежей между игроками.

Игра, согласно теории игр, состоит из ходов, совершаемых участниками либо одновременно, либо последовательно.

Возможны как личные, так и случайные ходы. Когда игрок активно выбирает и выполняет ход из набора доступных - он считается личным (например, любой ход в шахматной партии). Если ход выбирается не самим игроком, а с помощью механизма случайного выбора, его называют случайным.

Также базовым концептом в теории игр является понятие стратегии. Под стратегией игрока подразумевается совокупность правил, по которым в зависимости от ситуации в игре будут определяться его дальнейшие действия.

Классификация игр может быть представлена следующим образом:

1) в зависимости от количества игроков: игры с участием 1, 2, …, n игроков (рисунок 1);

Рисунок 1 – Классификация по количеству игроков

2) по виду ходов: азартные игры и стратегические игры. Игра именуется азартной, если в ней присутствуют только случайные ходы, и данный вид игр не рассматривается как объект для изучения в теории игр. Если же помимо случайных ходов в игре присутствуют так же и личные, или игра совсем исключает случайность, то такая игра называется стратегической (рисунок 2);

Рисунок 2 – Классификация по виду ходов

3) по числу стратегий: бесконечные и конечные игры. Если все игроки имеют бесконечное количество стратегий, то игру именуют бесконечной, в обратном случае ее называют конечной (рисунок 3);

Рисунок 3 – Классификация по количеству стратегий

4) по доступному способу взаимодействия между игроками: коалиционные, бескоалиционные, кооперативные (рисунок 4). Коалиционные игры – это игры, нацеленные на взаимодействие, в то время как в бескоалиционных играх союзы между игроками запрещены, и игроки, чтобы победить, должны стараться максимизировать свою прибыль. В корпоративных играх целью является уже не максимизация прибыли отдельного игрока, а увеличение прибыли коалиции, которая в свою очередь делится по изначальной договоренности, независимо от отдельных игровых действий;

Рисунок 4 – Классификация по характеру взаимоотношений

5) по уровню доступности информации: игры с полной и неполной информацией. Игры, такие как шашки и шахматы, называют полными, потому что в них при каждом ходе история предыдущих ходов известна каждому игроку (рисунок 5). В байесовской игре или в игре с неполной информацией игроки информированы несимметрично, то есть один может знать больше другого. Аукцион — один из самых известных примеров таких игр [5];

Рисунок 5 – Классификация по количеству информации

6) по типу описания игры: игры в нормальной форме и позиционные (рисунок 6). В играх в нормальной форме каждым игроком делается один независимый ход, в то время как в позиционной игре ходы имеет структуру дерева, хотя и могут быть сведены к играм в нормальной форме;

Рисунок 6 – Классификация по виду описания

7) когда для определенной игры любая возможная в ней партия имеет нулевую сумму выигрыша:

то такую игру называют игрой с нулевой суммой. Иные случаи именуются играми с ненулевой суммой (рисунок 7). Игры с ненулевой суммой имеют ту особенность, что суммарный выигрыш меньше суммы взносов каждого. Так, например, в лотерее организаторы всегда выигрывают, а игроки остаются с меньшим суммарным количеством денег, чем они внесли.

Рисунок 7 – Классификация по сумме выигрыша участников

**1.1.4 Проектирование оптимального механизма**

Проектирование механизмов — это отрасль теории игр, которая рассматривает сценарии конфликтов, включающие явные стратегические действия всех сторон, в которых правила принятия решений и выплат должны быть разработаны таким образом, чтобы равновесный исход был таким, при котором некоторая функция выбора достигает максимума. Именно поэтому теория обратных игр зачастую используется для описания проектирования механизмов. Предположим, что проектировщик механизма (например, это аукционер) желает среди всех допустимых механизмов выбрать тот, который приносит ему наибольший ожидаемый доход.

Будем считать, что оценки всех игроков являются независимыми непрерывными случайными величинами; известны функция распределения и функция плотности случайной величины) предположения о типах игроков. Для разработки оптимального механизма решающее значение имеют следующие два понятия.

Очень важно отметить, что предыдущие предположения относительно типов игроков не отражают текущих мнений игроков о типах своих оппонентов. Они превратились в представление проектировщика механизма обо всех типах игроков. Также стоит отметить, что представления игроков о типах своих противников могут отличаться от представлений создателя механизма.

Теория игр может быть исследована с различных точек зрения. Рассматриваются следующие вопросы:

1) определение соответствующего поведения игроков для построения принципов оптимальности;

2) определение оптимальных сценариев и стратегий для определения выполнимости принципов оптимальности;

3) определение наилучшего решения проблемы (реализация игры).

Не всегда игрок может описать ситуацию выигрыша с помощью количественной оценки, и зачастую это не всегда целесообразно. В этом сценарии мы проводим качественный анализ обстоятельств и анализируем индивидуальные состояния предпочтений игрока. Затем можно обсудить теорию игр с предпочтениями, которая включает в себя теорию игр с выплатами в качестве конкретного экземпляра [6].

В итоге основной целью теории игр является выявление наилучшей стратегии. Одной из наиболее значимых идей в теории игр является оптимальная стратегия, которая может трактоваться по-разному в зависимости от показателя оптимальности (эффективности). Причем для разных индексов один и тот же параметр может быть идеальным, а может и не быть.

В результате, прежде чем ответить на каждый вопрос, создается игровой алгоритм для данного обстоятельства.

Игровой подход в экономике успешно применяется, например, к олигополиям и аукционам.

## **1.2 Теория аукционов**

С начала времен аукционы использовались для продажи товаров на конкурсной основе. Аукционы уже давно используются для продажи различных товаров, включая свежие морепродукты, цветы и необработанные алмазы. Они использовались для запуска первых публичных предложений облигаций и, совсем недавно, для первых публичных предложений частных фирм. Аукционы использовались правительствами по всему миру для приватизации государственных активов в огромных масштабах, включая корпорации, права на недра, права на рыбную ловлю и радиочастоты.

Для заключения государственных контрактов на поставку товаров и услуг массово используются аукционные методы (тендеры). В XXI в. Аукционы используются Google, Yahoo! и Yandex для предложения контекстной рекламы, а такие онлайн-платформы, как eBay, позволяют любому желающему продавать и покупать вещи на аукционах [7].

Аукционы в современной науке изучаются в основном с помощью более общего подхода – теории механизмов. Кратко этот подход, проецируя на аукционы, представляет из себя следующее:

Создается стратегическая игра с неполной информацией аукционистом (продавцом). Далее выводится какое-то равновесие, а результат игры в равновесии — непосредственно передача объекта кому-то из участников или, в некоторых случаях, передача не происходит, и объект остается у аукциониста. Такой способ достаточно эффективен для развития математического аппарата теории аукционов и, как следствие, для развития практики проведения аукционов.

Многие ученые внесли значительный вклад в развитие теории аукционов. Среди них: Викри, Шубик, Рейчерт и другие [8].

**1.2.1 Основные определения**

Аукцион — это любая продажа одного или нескольких предметов. Цена определяется в процессе продажи в результате взаимодействия между продавцом (аукционистом) и потенциальными покупателями — участниками торгов. Если нет развитого и ликвидного рынка для продаваемого на аукционе товара, то такое взаимодействие является стратегическим, поскольку предполагает определение оптимального набора действий на основе действий других игроков. Если такой рынок существует, то данная продажа не анализируется с помощью теории аукционов [7].

Одной из главных идей в теории аукционов является то, что каждый участник имеет представление о максимальной сумме, которую он готов заплатить. Эта сумма также называется ценностью объекта для данного участника.

Причин проводить аукционы несколько:

1) максимизировать прибыль владельца объекта;

2) сделать так, чтобы объект достался участнику, для которого он представляет наибольшую ценность.

Вторая причина в теории аукционов также называется экономической эффективностью. Важно отметить, что если, например, аукцион эффективен и второе требование выполняется, то необязательно выполняется первое условия и наоборот.

Ценность объекта продажи для участника в общем случае зависит как от своей оценки, так и от оценки других участников, однако, как правило, рассматривают крайние случаи:

1) PV аукционы, когда оценка предмета продажи каждого участника не зависит от оценок других участников;

2) СV аукционы, когда существует общая объективная оценка.

На прибыль продавца часто оказывают влияния не зависящие от него обстоятельства: склонность к риску и сговору участников, представляют ли участники из себя совокупность одного или разного типов.

Основные определения в теории аукционов:

– начальная цена – это цена, с которой начинается торг;

– резервная цена – цена, ниже которой продажа товара невозможна.

Можно сказать, что резервная цена представляет из себя непосредственно оценку объекта от продавца.

### **1.2.2 Виды аукционов**

Открытый восходящий (английский) аукцион.

Открытый аукцион с растущей ценой, в котором участники торгов определяют все более высокие цены, известен как английский аукцион. Товар получает тот, кто последний повысил цену. Победитель платит сумму, которую при этом назвал.

Некоторые теоретики выделяют так называемый "японский" аукцион. Это открытый аукцион, который проводится следующим образом: с ростом цены участники, не готовые заплатить, уходят без возможности вернуться. Торги заканчиваются, когда остается один участник, который забирает предмет, заплатив за него по цене, по которой ушел предпоследний участник. Если покупатели не уверены в истинной стоимости объекта, они могут повысить свою оценку, наблюдая за предложениями других участников во время аукциона [9].

Стоит сказать о довольно распространённых восходящих аукционах. В какой-то момент его можно было назвать самый применяемым видом аукциона. В настоящее время дома Sotheby’s и Christie’s предпочитают проводить аукционы именно данного. Английский аукцион был самым популярным в России в годы приватизации [10].

Аукцион первой цены.

Аукцион первой цены проводится в закрытую — участники делают ставки, например, в конвертах. Участник, предложивший наивысшую цену, получает объект, а победитель платит свою ставку, или "первую цену". Казначейство США использует вариант этого аукциона для продажи государственных ценных бумаг.

Голландский аукцион.

Голландский аукцион — это аукцион падающей цены. Аукцион начинается с очень высокой цены, а затем она постепенно уменьшается, до тех пор пока какой либо из участников не изъявит желание заплатить установившуюся сумму. Викри доказал, что голландский аукцион математически равен аукциону первой цены (Vickrey, 1961). В аукционе первой цены сумма, на которой следует остановить аукцион, объявив соглашение об оплате, совпадает со ставкой, по которой лучше всего закончить аукцион, объявив соглашение об оплате. Этот математический вывод демонстрирует, насколько существенным может быть различие между "открытостью" в человеческом смысле (все происходит на глазах у участников торгов и наблюдателей) и открытостью в стратегическом смысле.

В отличие от английского аукциона, где покупатели, если они не знают точной стоимости товара, могут сделать вывод из поведения других участников торгов по мере продвижения продажи, на голландском аукционе они ничего не могут узнать во время торгов. Каждый день в Нидерландах на аукцион выставляется 20 миллионов цветов. Аукцион завершается, когда участник говорит, что согласен заплатить текущую цену.

Аукцион второй цены.

Аукцион второй цены — закрытый аукцион, в котором участники также ставят в закрытую, а выставленный товар забирает участник, сделавший наибольшую ставку. В отличие от аукциона первой цены, здесь победитель платит «вторую цену» — вторую по величине ставку. В этом есть вполне экономически доказанный смысл, потому что эта сумма – минимальная цена, при которой спрос на рынке равен предложению. Второе название подобного формата аукционов — аукцион Викри.

На аукционах второй цены продаются марки, всевозможные товары на интернет-аукционах (например, eBay), монеты и государственные ценные бумаги. Такой формат аукциона достаточно эффективен, когда вероятность сговора участников сведена к минимуму (например, когда количество участников неограниченно, как на eBay). Однако в противном случае прибыль продавца можно значительно снизить путем договора между возможными покупателями.

Англо-голландский аукцион.

Данный аукцион — это некоторая комбинация из закрытого аукциона первой цены и открытого восходящего аукциона, которые проводятся друг за другом. Первый этап это английский аукцион, который проводиться до того момента, пока не осталось двух участников. Второй этап представляет из себя одну закрытую ставку от каждого участника, где побеждает тот, чья сумма была выше, и победитель платит указанную сумму. Впервые он появился на свет в 1998 году благодаря Клемперу [11].

### **1.2.3 Применение теории аукционов**

В теории аукционов после анализа применяемых практик, выделили несколько важных аспектов, которые нужно учитывать при моделировании аукциона.

1. устойчивость к сговору;
2. затрудненность входа;
3. резервные цены и различные неигровые мотивы;
4. соблюдение априорно установленных правил;
5. рыночная структура.

В аукционе конкуренция имеет большое значение. Хотя открытый аукцион имеет некоторые «подводные камни» для участников. Первый из них несколько не интуитивный и состоит в том, что победителем данного аукциона всегда окажется человек с самой высокой ценой лота или эффективностью.

Одним из недостатков открытых аукционов является возможность негласного сотрудничества из-за того, что существует несложный способ наказания в ситуации нарушения правил сговора одним из участников. Чтобы наказать агента за нарушение сговора, можно, например, прийти на аукцион, в котором этот агент заинтересован, и таким образом поднять ставки, и соответственно финальную стоимость. Тем самым у агентов есть некоторая защита от предательства в сговоре, и поэтому они могут иметь место.

Еще одним недостатком является то, что при вступлении в аукцион игрока, оценка объекта торга которого остальным игрокам кажется наибольшей, аукцион теряет участников. Ведь им становиться невыгодно участвовать в торгах, потому что в нем, как уже было сказано, побеждает участник с наибольшим лотом. Если масштабировать данную проблему, то она возникает даже тогда, когда у различных компаний просто сильно варьируется цена участия. Это отпугивает небольшие компании, поскольку чтобы им добиться выигрыша, нужно заплатить непомерно высокую цену. Вследствие этого возникает «хищническое» поведение крупных участников. Так они могут намеренно показывать свою заинтересованность в победе и тем самым вытеснять других участников. Это приводит к тому, что вероятность сговора среди более «платежеспособных» игроков увеличивается, потому что после вытеснения слабых участников, они могут путем договоренностей занизить итоговую цену продукта.

Правила открытых аукционов чаще нарушаются еще и потому, что у игроков есть время проанализировать ситуацию и, в результате, предпринять конкретные действия.

Однако исключение аукционистом подобных крупных игроков невыгодно, так как приведет к ухудшению результатов аукциона.

В то же время рассмотренные недостатки могут быть и преимуществами. Например, эффективность открытых аукционов важна тогда, когда необходимо чтобы продукт получал тот, у кого выше его ценность. Подобное можно сказать и об растянутости во времени данного формата. Это делает торг более «обоснованным» [12].

Перейдем к закрытым аукционам. Благодаря тому, что агент имеет только одну ставку, сговоры в закрытом аукционе встречаются не так часто, как в открытом. Ведь способа для того, чтобы одному агенту наказать другого не имеется. Другим плюсом закрытого аукциона является то, что, даже не обладая высшей оценкой товара, агенты имеют возможность его получить, что ощутимо увеличивает мотивацию делать ставки. Одной из особенностей закрытого аукциона так же является наличие на торгах посредников, которые намереваются получить товар по низкой цене, а затем его перепродать. В открытом аукционе это не имеет смысла, потому что даже после победы в торгах не смогут найти покупателя. В результате в таком аукционе участвуют больше игроков нежели в открытом аукционе, тем самым повышая конкуренцию, которая в свою очередь является важным положительным фактором для любых торгов.

Следствием высокой конкуренции является усложнение сговора между участниками. препятствует жесткое соперничество.

Если сильные игроки вступят в сговор, то этим они привлекут конкурентов, поэтому искать соглашение с кем-либо в закрытом аукционе невыгодно. Из-за того, что вероятность сильного завышения цены за лот в закрытых аукционах гораздо ниже чем в открытых, участие в них может быть выгодно и для небольших фирм. И все же у закрытого аукциона можно найти существенный недостаток, который заключается в том, что в нем невозможно гарантировано обеспечить эффективность [13].

Также сильное влияние на последствие аукциона оказывает непосредственно структура рынка. Например, для рынка радиочастот характерно ситуация, когда переплата за диапазон, нивелируется впоследствии тем, что сотовый оператор оказывается монополистом в области.

**1.2.4 Способы сравнения различных форматов аукционов**

ANOVA – это вид дисперсионного анализа в котором сравнивается средние значение, когда имеется более одной генеральной совокупности

Как и для любого теста в дисперсионном анализе нужно определить нулевую и альтернативную гипотезы.

Нулевая гипотеза: заметных различий между группами нет.

Альтернативная гипотеза: между группами есть заметное различие.

Затем ANOVA определяет, насколько различаются внутригрупповая и межгрупповая дисперсии. Так, коэффициент F показывает данные различия и от его значения принимается или отклоняется нулевая гипотеза.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | , | (2) |

где – дисперсия внутри группы;

– дисперсия между группами.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (3) |
|  |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | (4) |

Также важно допустить некоторые предположения для теста ANOVA:

– однородность дисперсии;

– независимость случаев;

– получение совокупности случайным образом.

Представление ANOVA теста (рисунок 1):

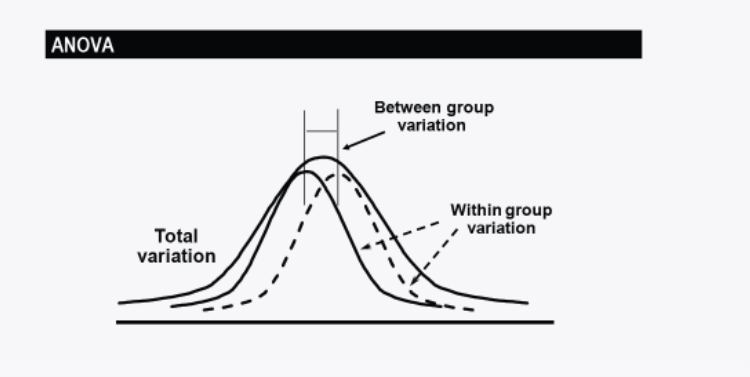
* 

Рисунок 8 – Представление ANOVA

Диаграмма размаха или ящик с усами (Box Plot) – это метод представления данных через так называемые квартили – значения, которое с какой-либо заданной вероятностью не превышает случайная величина.

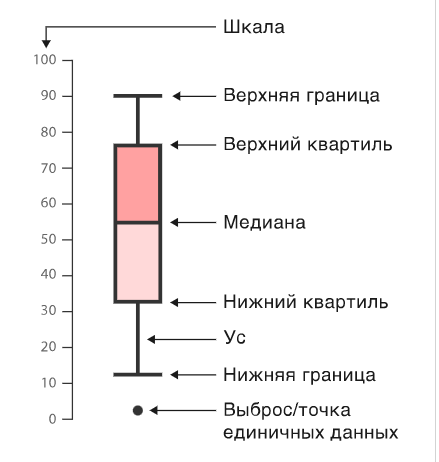
Этот способ визуализации данных является очень удобным, когда нужно наглядно исследовать несколько наборов данных методами математической статистики. Чтобы отрисовать ящик нужны следующие данные:

– первый квартиль ;

– медиану ;

– третий квартиль .

Рассмотрим диаграмму размаха (рисунок 2):

  
 Рисунок 9 – Диаграмма размаха

Прямые линии, называемые усами, отображают дисперсию за пределами ящика (нижнего и верхнего квартилей). Выбросы изображаются с помощью точек за пределами усов, на одной линии с ними. Воспользовавшись диаграммой размаха, можно сделать следующие виды наблюдений:

– присутствуют ли выбросы, и значения данных выбросов;

– являются ли данные симметричными;

– плотность, с которой сгруппированы данные;

– смещения данных в ту или иную сторону.

**1.3 Аукционы радиочастот**

Первое использование торгов для выдачи прав на использование спектра радиочастот произошло в Новой Зеландии в 1991 г. В качестве формата был выбран аукцион Викри (закрытый аукцион второй цены). Страна предложила несколько лотов национальных лицензий диапазоном 8 МГц для телевещания, при этом каждый диапазон был идентичен и для каждого проводился закрытый аукцион [14].

Если рассматривать другие страны, то в США такая идея долго не находила поддержки. Например, первое предложение поступило в 1985, но первый аукцион был проведен только в 1993 г. Причиной этому стал поиск новых источников дохода Конгрессом и после удачного опыта, в сравнении с лотереями и сравнительными слушаниями, аукцион радиочастот был признан экономически выгодным [14].

С развитием рыночных отношений и поиском ряда стран расширения экономических методов управления аукционы сместили прошлые способы распределения радиочастотного спектра. Например, исследования показали, что с начала 2000-х годов распределение лицензий в подавляющем большинстве стран проходит с помощью торгов, потому что в данной области это наиболее эффективный способ, который может увеличить доходы бюджета, усилить конкуренцию на рынке услуг связи, а также решить ряд проблем взаимодействия государства и рынка. Важнейшую роль в этом играет то, что претенденты, имеющие самые высокие оценки товаров, становятся победителями в торгах. Для определения ценности ресурса каждому участнику нужно проанализировать:

– затраты на внедрения актива;

– желания других участников;

– будущий спрос;

– ожидаемую прибыль.

Предусмотрены различные форматы аукционов радиочастот, зачастую правительства стран выдает лицензию на определенный промежуток времени для использования определенного диапазона, за редкими исключениями без возможности продления. Также при распределении с помощью торгов на участников, получивших лицензию, накладываются некоторые ограничения:

1) обеспечить уровень покрытия оператором населения;

2) разрешить некоторым виртуальным операторам работать в выделенном для победителя диапазоне;

3) ограничение на перепродажу (в некоторых странах).

Формат аукциона и способ его проведения, который будет использовать регулирующий орган, может быть различным и зависеть только от задач, поставленных перед аукционером

Лоты могут быть выставлены:

1. один за одним (последовательный аукцион);
2. сразу все лоты одновременно (синхронный аукцион).

Аукционер может устанавливать:

– стартовую цену;

– резервную цену;

– плату за участие.

Количество этапов также может быть различно, например, англо-голландский аукцион.

Исследования говорят, что объем вложений операторов в рынок связи увеличивается при распределении радиочастотного спектра с помощью торгов. Однако в теории аукционов существует понятие «проклятье победителя», когда его плата непомерно велика и средств на развитие полученного актива не остается. Существуют примеры, когда подобное случалось в истории аукционов радиочастот. В Англии при распределении лицензий на использования новой на тот момент сети 3G случилось следующее. По итогам торгов совокупная стоимость лицензий была равна 22,5 млрд фунтов стерлингов. Это привело к тому, что операторы, заполучившие диапазоны, оказались в непростой ситуации, когда денег на инвестиции в развитие сети не осталось. В результате развитие отрасли связи, качества услуг и скорости распространения нового стандарта сильно замедлилось [14].

Другими сложностями, с которыми может столкнуться регулятор аукциона, являются:

1) сговор между участниками (так как зачастую у каждого игрока возникает желание договориться с другими игроками с целью уменьшить цену выставляемых лотов);

2) малое количество участников; в этом случае из-за недостатка конкуренции стоимость лицензии сильно уменьшается (так произошло в Швейцарии в 2010).

### **1.3.1 История аукционов радиочастот в России**

Идею проводить аукционы по распределению радиочастотного спектра в Российской Федерации начали внедрять позднее, если сравнивать с другими странами. Первые аукционы состоялись только в 2015 и 2016 годах. Для проведения подобных аукционов в законодательстве предусмотрены соответствующие законы, которые регулируют организацию и непосредственно процесс проведения торгов:

– федеральный закон «О связи»;

– постановление правительства «О торгах (аукционах, конкурсах) на получение лицензии на оказание услуг связи».

Также важной особенностью аукционов РЧС в России являлось то, что, согласно законодательству, победитель торгов не обязан платить разовую плату, которая взимается за использование полученного спектра [15].

### **1.3.2 Первый радиочастотный аукцион в РФ**

Осенью 2015 года на территории Российской Федерации был проведен первый аукцион по распределению радиочастотного спектра на оказание услуг связи. Были выбраны лицензии в диапазоне 1800 МГц на услуги сотовых операторов.

Правила проведения аукциона и обязательства, наложенные на участников, выигравших определенный лот, были следующими:

– обеспечить доступ к услугам связи жителям городов и населенных пунктов с населением более 2000 человек

– использование радиоэлектронных средств с утвержденными решением ГКРЧ тактико-техническими характеристиками.

Можно сказать, что торги прошли успешно, так как общая стоимость, уплаченная за лицензии, более чем в шесть раз превысила изначальную суммарную цену лотов и составила 6.3 млрд руб. Если сравнивать результат с аукционами, проводимыми в Европе, то результат 0.3 евро за МГц на человека в России сравним с европейскими результатами. Торги в этих странах в данном диапазоне частот (1800 МГц) остановились в среднем на стоимости 0,22 евро на человека за 1 МГц спектра.

Результаты представлены на рисунке 10.

Изображение выглядит как стол

Автоматически созданное описание

Рисунок 10 – Результаты торгов

Для анализа результатов разделим исходные пакеты лицензий на несколько групп, по из территориальной принадлежности:

1) лицензии юго-запада России: Карачаево-Черкессия, Ставропольский край, Северная Осетия, Дагестан;

2) лицензии центральной России: Пермский край, Коми-Пермяцкий округ, Самарская область, Оренбургская область;

3) лицензии восточной России: Бурятия, Амурская область.

Почему такое разделение удобно? Все дело в том, что для операторов связи важным критерием при оценке лота является его территориальная принадлежность, в том числе соседство с другими областями, которые также разыгрываются на торгах. В пример можно привести то, что находящиеся рядом Самарская и Оренбургская области ценятся участниками выше, чем располагающихся на большом расстоянии Бурятия и Дагестан. Эта разница появляется потому, что телеком компаниям, заполучив диапазоны в смежных областях, проще настроить инфраструктуру и повысить качество сигнала, потратив при этом на порядок меньше. Следовательно, получение подобных соседних лицензий операторы оценивают выше из-за получаемой выгоды. Предположим, по отдельности каждая из смежных областей в отдельности оценена на 1 млрд рублей, тогда как общая оценка сразу двух этих областей будет выше, чем 2 млрд рублей [14].

Однако участники никак не могут выразить эту дополнительную ценность, заявив об этом с помощью повышенной ставки так как схема аукциона не предусматривает подобной опции. То есть он построен так, что каждый лот выставляется последовательно и независимо от других лотов, и участник не может заявить, предположим высокий бид (это понятие означает максимальную ставку, которую участник может и готов потрать на данный продукт или актив) одновременно на пару территориально смежных лицензий, например, как в нашем примере лицензии на спектр в Самарской и Оренбургской областях. Это ведет к появлению некоторых рисков, для компаний-операторов сотовой связи. Чтобы заполучить нужные участнику соседние регионы, он вынужден бороться, заявляя высокий бид, за каждую область по отдельности. И если ему не удастся заполучить хотя бы один актив из предполагаемых, он понесет значительные издержки и ценность выигранных ранее лотов смежных областей стремительно снизится. Поэтому очевидным выходом является сговор с другими игроками, что приводит к низкой эффективности аукциона и значительно уменьшает конкуренцию. Эта важный вывод нужно учитывать при моделировании.

### **1.3.3 Второй радиочастотный аукцион в РФ**

В феврале 2018 г. в Российской Федерации прошел второй аукцион по распределению радиочастотного спектра.

На торги были выставлены 82 лицензии, среди которых 81 региональная и одна федеральная. Федеральную лицензию выиграла компания МТС, заплатив за неё 3.97 млрд рублей и не участвовала в дальнейшем аукционе.

Остальные лицензии давали право победителю на предоставление следующих услуг:  
 1) подвижной радиотелефонной связи;

2) услуг передачи данных;

3) оказание телематических услуг связи радиочастотного спектра в диапазоне 2500-2690 МГц, а также средств стандарта LTE и его различных модификаций.

Имея стартовую оценку лотов аукционистом в размере 3 и 2.9 млрд рублей за региональные и федеральную лицензии соответственно, совокупная стоимость превысила изначальную в 1.4 раза и составила 4.23 и 3.97 млрд соответственно. При этом два из 81 регионального лота не ушли никому, так как не были проданы. Также отличительной особенностью от предыдущего аукциона было обязательство – компенсация другим операторам связи, которые до этого предоставляли свои услуги в полученном участником диапазоне радиочастотного спектра.

Так как компания МТС, забрав себе федеральный лот, не имела права участвовать в торгах за региональные лицензии, конкуренция заметно уменьшилась, что в следствие снижает эффективность и увеличивает вероятность сговора. Вспомнив риски первого аукциона, самим игрокам было просто договориться по распределению между собой интересующих друг друга смежных областей. Это перерастает в то, что каждый за значительно меньшую стоимость приобретёт часть радиочастотного спектра в сфере своих интересов и повысит для себя ценность соседних регионов. Анализируя результаты второго аукциона, можно сделать вывод, что сговор все-таки имел место, так как общая стоимость всех лотов после торгов значительно упала в сравнении с первым опытом его проведения. Так, у оператора Мегафон, который одержал победу в розыгрыше лицензий в 40 регионах, 35 образуют область, где каждый из регионов соседствует с каким-то другим. Таким образом, результат аукциона радиочастот зависит как от числа участников (конкуренции), так и от формата аукциона, который может быть подвержен сговору и координации участников, что приведет к падению доходов.

Чтобы решить данную проблему нужно:

1) изменить механизм аукциона;

2) выставить адекватную стартовую цену, которая не сможет негативно отразиться на участниках и привести к так называемому проклятью победителя. вследствие этого отрасль связи может пострадать, как и само население (примером служат европейские страны, где высокая финальная оценка лотов привела к торможению развития компаний.

## **1.4 Моделирование аукционных торгов с помощью теории игр**

Рассмотрим аукцион Викри – такой формат, где участники делают в закрытом формате свои ставки и побеждает тот, чья ставка оказалась выше. Но при этом он платит только вторую по величине ставку.

Для простоты допустим, что потенциальных покупателей всего два: и . Далее предположим, что ценность объекта для каждого участника не зависит от ценности другого (PV аукцион). Тогда ценность объекта для  равна , для  –. Также имеем игру с неполной информацией, в которой игрок не знает ценность объекта и наоборот. Пусть ценность распределена равномерно на некотором отрезке. Участник  считает, что ценность объекта для распределена на отрезке , а считает, что ценность объекта для  распределена на отрезке , где  – ставка, установленная аукционистом в качестве стартовой. Каждый из участников хочет победить (рациональное поведение), поэтому выбирает себе определенную стратегию, с помощью которой делает свою ставку. Тогда имеем ставку участника –  , а ставку участника  – [15].

Таким образом, мы имеем парную бескоалиционную игру с неопределенностью и бесконечным множеством стратегий.

Составим условие выигрыша (рисунок 11):

Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание

Рисунок 11 – Уравнение выигрыша

Нужно доказать, что у игры есть равновесие по Нэшу, при ставке участника равной его ценности объекта. Иначе говоря доказать, что игроку не требуется менять стратегию, так как она не улучшит выигрыш для выбранных стратегиях (или ) при условии, что другой участник не изменяет свою стратегию (соответственно  или ).



Рисунок 12 – Исследование пары стратегий  и на равновесие по Нэшу

Как видно из рисунка 12, изменение стратегии от игрока А только приведет к ухудшению его положения. Также можно сказать и о стратегии игрока В. Это говорит, что предположение – ставить ставку равную ценности объекта – дает равновесие по Нэшу.

Получается, что аукцион Викри даже выгоднее с точки зрения прибыли аукциониста, если каждый из участников ведет себя рационально. Однако возникает вопрос, почему закрытые аукционы второй цены так редки на практике.

Ситуация осложняется самой теоретической моделью, в которой стратегия игрока ставить сумму равную своей ставке  и является не единственной равновесной стратегией в данном формате аукциона. Предположим, что один из участников делает заведомо большую ставку (много большую, чем и ), а ставка другого равняется стартовой . Рассмотрим случай, когда первый участник ставит большую, а второй меньшую ставку. Тогда очевидно, что первый игрок становится победителем и платит вторую цену, то есть . Исследуем данную ситуацию на равновесие по Нэшу (рисунок 13):



Рисунок 13 – Исследование пары стратегий  и  на равновесие по Нэшу

Как мы видим, данный сценарий тоже образует равновесие. Однако, сравнивая ситуацию с первой рассмотренной, она не является эффективной и далеко не выгодна для организатора. Вероятность такой ситуации напрямую зависит от сговора, поэтому при моделировании данного формата надо это учитывать [15].

# **2. СПЕЦИАЛЬНАЯ ЧАСТЬ**

## **2.1 Содержательная постановка задачи**

Цель работы: разработка алгоритмического и программного обеспечения для моделирования аукционов радиочастот на территории РФ, который, позволит выявить наилучший вид аукциона с точки зрения получаемой прибыли аукциониста.

Исходными данными является информация о количестве участников аукциона, данные, содержащие их оценки определенного диапазона, стартовая и резервная цена аукционера. Также примером исходных данных может служить результат уже проведенного аукциона, с помощью которого можно получить информацию об участниках.

Для достижения поставленной цели будут использованы вероятностные методы, математический аппарат теории игр и теории аукционов. Для обработки полученных результатов будут применяться методы математической статистики. Также планируется использовать средства математического и имитационного моделирования для разработки дизайна аукциона радиочастот.

Для достижения поставленной цели необходимо решить нижеописанные задачи.

– провести сравнительный анализ существующих моделей аукционов, учитывая условия ограниченного числа игроков и условий рынка;

– провести сравнительный анализ существующих методов оценки эффективности аукционов. Выявить достоинства и недостатки каждого из них и сделать вывод о наиболее подходящем для данной задачи;

– выбрать наиболее подходящий с точки зрения прибыли аукционера дизайн аукциона, способный также учесть все установленные требования, связанные с предметной областью;

– реализовать программную часть;

– провести серию тестов на различных данных и проанализировать результаты.

## **2.2 Математическая постановка задачи**

В торгах участвует 𝑁 покупателей;

пусть есть множество покупателей, а индекс 0 зарезервирован за аукционистом. Каждый покупатель определяет ценность для выставленного на продажу объекта. С точки зрения аукциониста и конкурентов покупателя 𝑖 его ценность есть случайная величина с некоторой известной функцией распределения:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5) |

Стартовая цена объекта для аукциониста равна резервная цена .

В зависимости от каждый участник формирует начальную ставку (), ставка участника в каждом раунде формируется исходя из риска , предыдущей ставки и ценности :

|  |  |
| --- | --- |
|  | (6) |

причем функция может быть константной, убывающей, возрастающей или немонотонной.

Пусть агент выиграл аукцион, и в зависимости от вида аукциона, его плата равна . Тогда, если , то прибыль (выигрыш) аукциониста будет равна иначе объект не будет продан.

Основной решаемой задачей в работе является оптимизация аукциона в смысле максимизации ожидаемой прибыли аукциониста.

|  |  |
| --- | --- |
| *,.* | (7) |

**2.3 Выбор IT-инструментария для разработки программного обеспечения**

Так как основной целью работы является моделирование различных форматов аукционов с целью выявления оптимального дизайна, то основным IT-инструментом я буду использовать программу Python. Также проводить необходимые расчеты и обработку результатов методами математической статистики планируется в облачной среде разработки JupyterLab, так как он имеет необходимые библиотеки и обладает нужным функционалом для этих расчетов.

**2.4 Функциональная схема**



Рисунок 14 – Функциональная схема

Разработанный алгоритм будет использоваться для моделирования торгов радиочастотного спектра. В качестве иллюстрации этапов предметной области была составлена функциональная схема системы (рисунок 14).

## **2.5 Программная реализация**

Использованные средства разработки:

– операционная система Windows 10;

– облачная среда разработки JupyterLab;

– язык программирования Python 3.10;

– библиотеки pandas для работы с данными;

– библиотека mesa разработки на агент-ориентированных моделей;

– библиотека seaborn и matplotlib для визуализации данных;

– библиотека scipy для математического анализа данных.

Рассмотрим запуск нашей реализации пошагово:

1) настройка симулятора

Чтобы запустить симулятор, нужно сначала собрать некоторую информацию. Во-первых, нам нужно знать, что мы будем расследовать. В data\_type мы будем хранить, какие показатели мы хотим проанализировать, в то время как в agent\_type мы храним, для каких агентов мы хотим проанализировать показатели. number\_of\_rounds определяет, сколько симуляций должно быть выполнено для каждой комбинации типа аукциона и аукциониста (рисунок 15);

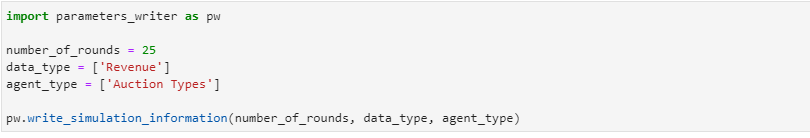


Рисунок 15 – Основные логические блоки алгоритма

2) будем использовать 4 типа аукционов, которые можно комбинировать:

E – Английский;

D – Голландский;

F – Закрытый аукцион первой цены;

V – Аукцион Викри.

Существует также четыре типа участников, каждый из которых ведет себя по-разному с точки зрения изменения ставки с течением времени. Это делает аукцион более приближенным к реальности, для симуляции различных стратегий игроков:

A : константная функция;

B : возрастающая функция;

C : убывающая функция;

D : немонотонная функция.

Мы можем выбрать несколько типов аукционов и типов участников (auction\_types, auctioneer\_type). number\_of\_bidders показывает, сколько участников будет на каждом аукционе. reserve\_price это минимальная цена, за которую аукционист готов продать товар (рисунок 16);

Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание

Рисунок 16 – Настройка модели

3) наконец, нам нужно определить, какие типы участников торгов у нас будут. Все типы участников торгов **должны** иметь значение, но оно может быть равным 0. Эти значения будут представлять процент участников торгов определенного типа. Например, если мы предварительно установили, что количество участников торгов равно 200, а bidder\_a равно 25, это будет означать, что будет 50 участников торгов типа A (25% от 200). Пример выставленных значений (рисунок 17):

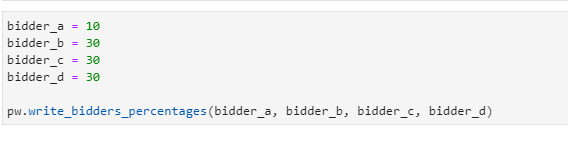


Рисунок 17 – Установка формата участников аукциона

4) запуск симулятора(рисунок 18):

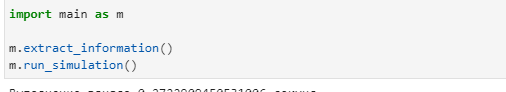


Рисунок 18 – Запуск симулятора

Теперь, когда у нас есть данные, проанализируем их. C помощью функции analyse\_data выведем столбчатую диаграмму и диаграмму размаха (box and whiskers chart), а также результаты ANOVA для указанной метрики.

**2.4 Полученные результаты**

В результате работы алгоритма, была создана сsv-таблица, куда записались итоги каждого моделирования аукциона с разными форматами (рисунок 19).

Изображение выглядит как стол

Автоматически созданное описание

Рисунок 19 – Первые 64 строки в полученном файле

Как мы можем наблюдать, каждая строка данного файла представляет из себя один смоделированный аукцион:

– столбец Auction Types показывает какой формат был выбран

– столбцы A, B, C, D иллюстрируют процентное соотношение каждого типа участников соответственно

– столбец Winner Type показывает какой из представленных типов одержал победу в аукционе

– столбец Starting Bid представляет из себя начальную ставку

– в столбце Revenue вычисляется доход аукциониста

– столбец Speed показывает количество шагов в аукционе (для закрытых аукционов количество шагов всегда равно 1)

Также результатами является гистограмма и диаграмма размаха или ящик с усами (рисунки 20–21):

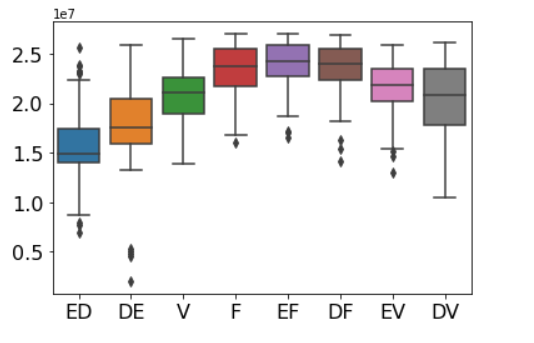


Рисунок 20 – Полученная диаграмма размаха

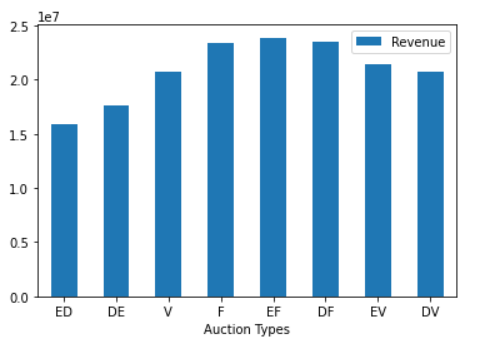


Рисунок 21 – Полученная гистограмма

и анализ дисперсии ANOVA для указанного показателя (рисунок 15):

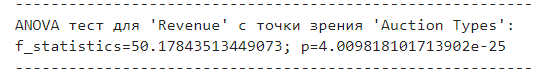


Рисунок 22 – Результат ANOVA теста

Коэффициент очень мал, из чего мы можем сделать вывод, что гипотеза, предполагающая зависимость формата аукциона и дохода аукциониста, верна.

**2.5 Анализ результатов**

Результат моделирования аукциона для 10 участников с резервной ценой 90 млн (рисунок 16)

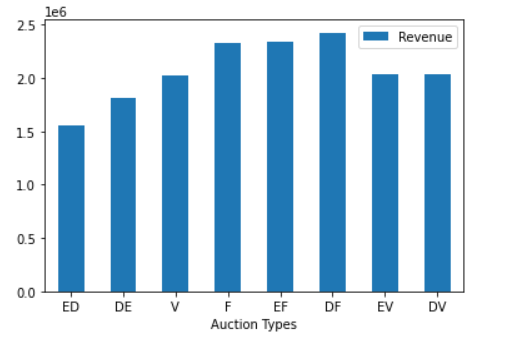


Рисунок 23 – Итоговый результат

Самым прибыльным с точки зрения аукционера оказался комбинированный голландский и закрытый аукцион первой цены, таким образом, данный формат является наилучшим с точки зрения доходности аукционера.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Целью данной выпускной работы было создание алгоритма, позволяющего моделировать аукционы радиочастотного спектра.  
 Для достижения цели были решены следующие задачи:

– проведен анализ видов аукционов;

– изучены типы математических моделей аукционов;

– сформулирована содержательная и математическая постановка задачи;

– выбран IT-инструментарий для разработки программного обеспечения;

– составлена функциональная схема;

– разработано программное обеспечение, позволяющее моделировать аукционы с разными параметрами;

– проведен статистический анализ результатов.

В результате был разработан алгоритм моделирования аукционов, на языке Python с использованием облачной среды разработки Jupyter Lab.

Многие навыки были приобретены как с точки зрения математики, так и со стороны разработки алгоритма для решения поставленной задачи.

Наконец, стоит отметить, что результат может оказать влияние на дизайн аукционов радиочастот в Российской Федерации и помочь максимизировать доход государства.



# **СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ**

1. Анфилов В.А. О некоторых игровых моделях аукционов. – Иваново.: ИГХТУ, 2015.
2. Klemperer P. Auction theory: a guide to the literature. // Journal of Economic Surveys. – 1999. – V. 13. – № 3.
3. Vickrey W. Counter-speculation, auctions, and competitive sealed. // The Journal of finance. – 1961. – V. 16. – N. 1. – Р. 8–37.
4. Воробьев Н.Н. Современное состояние теории игр – СПб.:1970. – Т.25. – 190 с.
5. Замков О.О. Математические методы в экономике – М.: Издательство «ДИС», 1998.
6. Карлин С. Математические методы в теории игр, программировании и экономике. – М.: Мир, 1964.
7. Лопатников Л.И. Экономико-математический словарь. – М.: Наука, 1987.
8. Льюс Р. Игры и решения. – М.: Мир, 1981.
9. Мулен Э. Теория игр с примерами из математической экономики. – М.: Мир,1995.
10. Ручка О.Л. Аукционы. Подготовка, проведение, судебные споры. – М.: ЮД Юстицинформ, 2008.

11 Ausubel L.M., Milgrom, P.R. Ascending Auctions with Package Bidding // Frontiers of Theoretical Economics. – 2002. – N. 1.

12 Aumann R.J., Maschler, M. Repeated Games with Incomplete Information. – England.: Massachusetts press, 1995.

13 Myerson R. Optimal auction design. Mathematics of operations research. – 1981. – V. 6. – N. 1. – P. 58–73.

14 Binmore K. The biggest auction ever: the sale of the British 3G telecom licences.// The Economic Journal. – 2003. – V. 112. – P. 74–96.

15 Айзенберг Н. И. Моделирование и анализ механизмов функционирования электроэнергетических рынков. – Иркутск : Издательство Иркутского гос. университета, 2013.

ПРИЛОЖЕНИЕ А  
Основные фрагменты кода

class AgentsFactory:  
  
 def \_\_init\_\_(self, parameters, bidder\_types):  
  
 self.auctioneer = {}  
  
 number\_of\_bidders = parameters["Number of Bidders"]  
  
 self.bidders = []  
  
 # Для каждого типа мы смотрим, сколько их нужно создать  
  
 for bidder\_type in bidder\_types.keys():  
 number\_of\_bidders\_type = int(bidder\_types[bidder\_type] \* number\_of\_bidders / 100)  
  
 # Мы создаем количество участников торгов для определенного типа  
 for counter in range(number\_of\_bidders\_type):  
 finance = 0  
 chance = round(random.uniform(0.1, 0.9), 1)  
 prime\_rate = round(random.uniform(0.01, 0.1), 2)  
 utility = round(random.uniform(0.1, 0.99), 1)  
 bidder\_information = (chance, prime\_rate, utility)  
  
 self.bidders.append(  
 {  
 "budget": finance,  
 "bidder\_type": bidder\_type,  
 "bidder\_information": bidder\_information  
 }  
 )  
  
 def create\_auctioneer(self, parameters):  
  
 # Создать аукциониста  
 reserve\_price = parameters["Reserve Price"]  
 prime\_rate = round(random.uniform(0.05, 0.1), 2)  
  
 self.auctioneer = {"first\_bid": 0, "reserve\_price": reserve\_price,  
 "auctioneer\_type": parameters["Auctioneer Type"],  
 "prime\_rate": prime\_rate}  
  
 def update\_prices(self, current\_auction):  
  
 current\_auction = list(current\_auction.split(','))[0]  
 base\_rate = self.auctioneer["base\_rate"]  
 reserve\_price = self.auctioneer["reserve\_price"]  
  
 # Обновляем начальную ставку аукциона  
 first\_bid = reserve\_price \* (1 + base\_rate)  
  
 if current\_auction == 'D':  
 multiplier = round(random.uniform(1.3, 2), 1)  
 first\_bid = reserve\_price \* (multiplier + base\_rate)  
  
 if current\_auction == 'E':  
 multiplier = round(random.uniform(1, 1.1), 1)  
 first\_bid = reserve\_price \* multiplier  
  
 self.auctioneer["starting\_bid"] = first\_bid  
  
 # Обновляем бюджеты участников торгов  
 updated\_bidders = []  
  
 for bidder in self.bidders:  
 bidder["budget"] = random.randint(int(reserve\_price \* 1.1), int(reserve\_price \* 1.3))  
 updated\_bidders.append(bidder)  
  
 self.bidders = updated\_bidders

def update\_rate(profile, old\_rate, utility, risk):  
  
 functions = {  
 'A': lambda rate, utility, risk: rate,  
 'B': lambda rate, utility, risk: rate \* risk + utility,  
 'C': lambda rate, utility, risk: utility - rate \* risk,  
 'D': lambda rate, utility, risk: math.sin(rate) + (utility + risk)  
 }  
  
 new\_rate = functions[profile](old\_rate, utility, risk)  
  
# Мы проверяем, что скорость может быть только от 0 до 0.1  
 while new\_rate > 0.1:  
 difference = (new\_rate - old\_rate) / 100  
  
 new\_rate = old\_rate + difference  
  
 while new\_rate <= 0:  
 difference = old\_rate / 100  
  
 new\_rate = old\_rate - difference  
  
 return new\_rate

class Auctioneer(Agent):  
  
 def auction(self):  
  
 # Отслеживаем предыдущую самую высокую ставку  
 if self.previous\_highest\_bid < self.winning\_bid:  
 self.previous\_winner = self.winner  
 self.previous\_highest\_bid = self.winning\_bid  
  
 # отслеживаем текущую самую высокую ставку  
 if len(self.existing\_bids) > 0:  
 self.existing\_bids = dict(sorted(self.existing\_bids.items(), key=lambda item: item[1], reverse=True))  
  
  
 if self.price < max(self.existing\_bids.values()) or self.model.current\_auction == 'D':  
 self.winner = list(self.existing\_bids.keys())[0]  
 self.winning\_bid = self.existing\_bids[list(self.existing\_bids.keys())[0]]  
  
 self.previous\_bids = self.existing\_bids  
 self.existing\_bids = {}  
  
 def decide(self, first\_round):  
 if len(self.existing\_bids) == 0 and not first\_round and self.model.current\_auction != 'D':  
 self.determine\_winner()  
 else:  
 self.change\_current\_bid()  
  
 def change\_current\_bid(self):  
  
  
 self.existing\_bids = dict(sorted(self.existing\_bids.items(), key=lambda item: item[1], reverse=True))  
 highest\_bid = self.existing\_bids[list(self.existing\_bids.keys())[0]] if len(self.existing\_bids) > 0 else 0  
  
 # Если текущая выигрышная ставка меньше, чем самая высокая ставка, мы обновляем ее соответствующим образом  
 if self.winning\_bid < highest\_bid:  
 self.previous\_winner = self.winner  
 self.previous\_highest\_bid = self.winning\_bid  
 self.winner = list(self.existing\_bids.keys())[0]  
 self.winning\_bid = highest\_bid  
  
 # После этого мы выбираем, какая функция соотносится для данного типа аукциона  
 if self.model.current\_auction == 'F':  
 self.sealedbid\_auction()  
 if self.model.current\_auction == 'V':  
 self.vickrey\_auction()  
  
 self.rate = info.update\_rate(self.auctioneer\_type, self.rate, 1, 1)  
  
 # особый Голландский случай, когда цена может снижаться при отсутствии участников торгов  
 if highest\_bid < self.reserved\_price:  
 if self.model.current\_auction == 'D':  
 self.dutch\_auction(highest\_bid)  
 else:  
 self.determine\_winner()  
 else:  
 if self.model.current\_auction == 'E':  
 self.english\_auction(highest\_bid)  
 elif self.model.current\_auction == 'D':  
 self.dutch\_auction(highest\_bid)  
  
 def determine\_winner(self):  
 previous\_bids\_max = max(self.previous\_bids.values()) if len(self.previous\_bids) > 0 else 0  
  
 if self.reserved\_price < previous\_bids\_max and self.winning\_bid < previous\_bids\_max:  
 self.winner = list(self.previous\_bids.keys())[0]  
 self.winning\_bid = self.previous\_bids[self.winner]  
 elif self.previous\_winner != self.unique\_id and self.winning\_bid < self.previous\_highest\_bid:  
 self.winner = self.previous\_winner  
 self.winning\_bid = self.previous\_highest\_bid  
  
 self.move\_next = True  
  
 def english\_auction(self, highest\_bid):  
 next\_highest\_bid = highest\_bid \* (1 + self.rate)  
 self.price = next\_highest\_bid  
  
 def dutch\_auction(self, highest\_bid):  
 price = max(self.price \* (1 - self.rate), highest\_bid \* (1 + self.rate))  
  
 # If we reached below the reserved price, we exit  
 if self.reserved\_price > price:  
 self.move\_next = True  
 # If we're in the risk of raising the price or going below what the winning bid currently is, determine winner  
 elif self.price < price or price < self.winning\_bid:  
 self.determine\_winner()  
 else:  
 self.price = price  
  
 def sealedbid\_auction(self):  
 self.existing\_bids = dict(sorted(self.existing\_bids.items(), key=lambda item: item[1], reverse=True))  
 self.winner = list(self.existing\_bids.keys())[0]  
 self.winning\_bid = self.existing\_bids[self.winner]  
  
 if self.model.current\_auction != self.model.auction\_types[-1]:  
 self.move\_next = True  
  
 def vickrey\_auction(self):  
 self.existing\_bids = dict(sorted(self.existing\_bids.items(), key=lambda item: item[1], reverse=True))  
 self.winner = list(self.existing\_bids.keys())[0]  
  
 if len(self.existing\_bids) >= 2:  
 self.winning\_bid = self.existing\_bids[list(self.existing\_bids.keys())[1]]  
 else:  
 self.winning\_bid = self.existing\_bids[list(self.existing\_bids.keys())[0]]  
  
 if self.model.current\_auction != self.model.auction\_types[-1]:  
 self.move\_next = True  
  
 def update\_auctioneer(self, new\_base\_rate):  
 self.move\_next = False  
 self.rate = new\_base\_rate  
 self.previous\_bids = {}  
  
 # В качестве резервной цены мы принимаем самую высокую ставку. Это наибольшая сумма, которую участники были готовы заплатить на последнем аукционе.  
 self.reserved\_price = max(self.winning\_bid, self.previous\_highest\_bid, self.price)  
  
 if self.model.auction\_types[0] == 'D':  
 self.price = self.reserved\_price \* (1 + self.rate)  
  
 if self.model.auction\_types[0] in ['F', 'V']:  
 self.price = self.reserved\_price  
  
 if self.model.auction\_types[-1] == 'D':  
 self.reserved\_price = max(self.winning\_bid, self.previous\_highest\_bid)  
 multiplier = round(random.uniform(1.3, 2), 1)  
 self.price = self.reserved\_price \* multiplier

class Bidder(Agent):  
 *"""Agent that simulates a bidder."""* def \_\_init\_\_(self, unique\_id, budget, bidder\_type, bidder\_information, model):  
 *"""Функция инициализации для агента участника торгов. """* super().\_\_init\_\_(unique\_id, model)  
 self.budget = budget  
 self.bidder\_type = bidder\_type  
 (self.risk, self.rate, self.utility) = bidder\_information  
  
 def step(self):  
 *""" Takes a step in an auction."""* current\_bid = self.model.auctioneer.price  
 if self.decision\_to\_bid(current\_bid):  
 self.counter\_proposal(current\_bid)  
  
  
 def decision\_to\_bid(self, current\_bid):  
  *"""Решает, будет ли участник торгов делать ставку. """* if self.model.current\_auction in ['F', 'V']:  
 return True  
  
 if current\_bid > self.budget:  
 return False  
  
 chance = random.random()  
 if chance < self.risk:  
 return True  
 else:  
 return False  
  
 def counter\_proposal(self, current\_bid):  
 *""" Решает, сколько предложить.*

*:параметр current\_bid: Текущая ставка аукциониста. """* personal\_bid = 0  
 self.rate = info.update\_rate(self.bidder\_type, self.rate, self.utility, self.risk)  
  
 if self.model.current\_auction == 'E':  
 personal\_bid = self.english\_auction(current\_bid)  
 elif self.model.current\_auction == 'D':  
 personal\_bid = self.dutch\_auction(current\_bid)  
 elif self.model.current\_auction == 'F':  
 personal\_bid = self.sealedbid\_auction()  
 elif self.model.current\_auction == 'V':  
 personal\_bid = self.vickrey\_auction()  
  
 if personal\_bid > 0:  
 self.model.auctioneer.existing\_bids[self.unique\_id] = personal\_bid  
  
 def english\_auction(self, current\_bid):  
 *"""  
 Имитирует английский аукцион.  
 """* personal\_bid = current\_bid + current\_bid \* self.rate  
 if personal\_bid > self.budget:  
 return -10  
 return personal\_bid  
  
 def dutch\_auction(self, current\_bid):  
 *"""  
 Simulates a Dutch auction.  
  
 :param current\_bid: The current bid of the auctioneer.  
 :return: the personal bid to submit.  
 """* personal\_bid = current\_bid - current\_bid \* self.rate  
  
 if personal\_bid > self.budget:  
 personal\_bid = self.budget  
 return personal\_bid  
  
 def sealedbid\_auction(self):  
 *"""*

*Имитирует закрытый аукцион первой цены.*

*"""* chance = random.random()  
 if chance <= self.risk:  
 return self.budget  
 else:  
 return min(self.budget \* (1 - self.rate), self.budget)  
  
 def vickrey\_auction(self):  
 *"""  
 Имитирует закрытый аукцион второй цены (Аукцион Викри)*

*"""* chance = random.random()  
 if chance <= self.risk:  
 return self.budget  
 else:  
 return min(self.budget \* (1 - self.rate), self.budget)