

Skúška UMZI, 14.I.2019, riadny termín

Meno a priezvisko:

Úloha	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Spolu:
Max body:	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	60
Skutočnosť:											

- V kancelárii cestovnej kancelárie „Dovolenka“ predali počas jedného dňa celkove 166 poukazov na zahraničné zájazdy. Leteckých zájazdov sa predalo dvakrát viac než zájazdov do Chorvátska. Zájazdov do Chorvátska, ktoré nie sú letecké, sa predalo o 40 viacej ako leteckých zájazdov do Chorvátska. Zájazdov, ktoré nie sú ani letecké ani do Chorvátska, bolo predaných o 30 menej než tých zájazdov do Chorvátska, ktoré nie sú letecké.
 - Koľko bolo predaných zájazdov do Chorvátska?
 - Koľko bolo predaných leteckých zájazdov inam ako do Chorvátska?
- V predajni majú 12 druhov pohľadníc. Koľkými spôsobmi si z nich môžeme vybrať 5 pohľadníc, ak medzi vybranými môžu byť aj rovnaké?
- Koľkými spôsobmi možno do lavice v posluchárni posadiť 5 dievčat a 4 chlapcov, ak:
 - Chlapci budú sedieť vedľa seba,
 - Dve sestry budú sedieť vedľa seba.
- Určte absolútny člen (neobsahuje x) rozvoja výrazu $\left(x - \frac{1}{3x^2}\right)^{15}$ a vypočítajte jeho hodnotu!
- Ktorá geometrická postupnosť má tú vlastnosť, že súčet prvých desať členov je 33krát väčší ako súčet prvých päť členov?
- Nájdite riešenie rovnice: $1^x + 2^x + 4^x + 8^x + \dots = 2$
- Medzi čísla 112 a 76 sme vložili niekoľko čísel tak, že vznikla klesajúca konečná aritmetická postupnosť. Koľko čísel sme vložili, ak súčet vložených čísel je 940?
- Použitím rozšíreného Euklidovho algoritmu nájdite najväčší spoločný deliteľ čísel 1031 a 751 a čísla x, y tak, aby sa $nsd(1031, 751) = 1031x + 751y$.
- Nájdite kánonický rozklad polynómu $h(x) = 9x^5 - 24x^4 + 31x^3 - 50x^2 + 26x - 4$, ak viete, že jeho jedinými racionálnymi koreňmi sú čísla $x = \frac{1}{3}$ a $x = 2$.
- Systém rovníc vyriešte metódou Gaussovej eliminácie:

$$\begin{aligned} x + 2y + z &= 24 \\ 2x + 3y - z &= 18 \\ 3x - 2y + z &= 8 \end{aligned}$$

Variácie bez opakovania. $V_k(n) = n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$

Variácie s opakovaním. $V'_k(n) = n^k$

Permutácie s opakovaním. $P'_{n_1, n_2, n_3, \dots, n_r}(n) = \frac{(n_1 + n_2 + \dots + n_r)!}{n_1! n_2! n_3! \dots n_r!} = \frac{n!}{n_1! n_2! n_3! \dots n_r!}$

Kombinácie bez opakovania. $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

Kombinácie s opakovaním. $C'_k(n) = \binom{n+k-1}{k}$

Aritmetická postupnosť.

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

Geometrická postupnosť.

$$a_n = a_1 q^{n-1}$$

$$s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

Nekonečný geometrický rad.

$$s = a_1 \frac{1}{1-q}, \text{ ak } |q| < 1.$$

Binomická veta. $(a+b)^n = \binom{n}{0} a^n b^0 + \dots + \binom{n}{k} a^{n-k} b^k + \dots + \binom{n}{n} a^0 b^n$