

Seminár z matematiky 1 – cv10 - Číselné sústavy

1. Napíšte čísla od 0 do 35 v sústavách so základom 10, 2, 4, 8 a 16.

Riešenie:

X_{10}	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X_2	0	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001
X_4	0	1	2	3	10	11	12	13	20	21
X_8	0	1	2	3	4	5	6	7	10	11
X_{16}	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

X_{10}	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
X_2	1010	1011	1100	1101	1110	1111	10000	10001	10010	10011
X_4	22	23	30	31	32	33	100	101	102	103
X_8	12	13	14	15	16	17	20	21	22	23
X_{16}	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13

X_{10}	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
X_2	10100	10101	10110	10111	11000	11001	11010	11011	11100	11101
X_4	110	111	112	113	120	121	122	123	130	131
X_8	24	25	26	27	30	31	32	33	34	35
X_{16}	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D

X_{10}	30	31	32	33	34	35
X_2	11110	11111	100000	100001	100010	100011
X_4	132	133	200	201	202	203
X_8	36	37	40	41	42	43
X_{16}	1E	1F	20	21	22	23

2. Preved'te nasledovné čísla z desiatkovej sústavy:

- a. 12,875 do sústavy so základom 4

Riešenie: Najprv prevedieme číslo 12, a to delením: $12:4=3$ zvyšok **0**, $3:4=0$ zvyšok **3** a teda $12_{10} = 30_4$

Desatinnú časť prevedieme násobením: $0,875 \cdot 4 = 3,5$ a $0,5 \cdot 4 = 2$ takže $0,875_{10} = 0,32_4$.

Spolu $12,875_{10} = 30,32_4$

- b. 27,272 do sústavy so základom 5

Riešenie: Najprv prevedieme číslo 27, a to delením: $27:5=5$ zvyšok **2**, $5:5=1$ zvyšok **0** a $1:5=0$ zvyšok

1. Teda $27_{10} = 102_5$. Desatinnú časť prevedieme násobením: $0,272 \cdot 5 = 1,36$ a $0,36 \cdot 5 = 1,8$ a $0,8 \cdot 5 = 4$

takže $0,272_{10} = 0,114_5$. Spolu $27,272_{10} = 102,114_5$

- c. 31,375 do sústavy so základom 8

Riešenie: Najprv prevedieme číslo 31, a to delením: $31:8=3$ zvyšok **7**, $3:8=0$ zvyšok **3**. Teda $31_{10} = 37_8$.

Desatinnú časť prevedieme násobením: $0,375 \cdot 8 = 3$ takže $0,375_{10} = 0,3_8$. Spolu $31,375_{10} = 37,3_8$

3. Preved'te nasledovné čísla do desiatkovej sústavy:

- a. $10,7_9$ **Riešenie:** $10,7_9 = 1 \cdot 9 + 0 \cdot 1 + 7 \cdot \frac{1}{9} = 9 + \frac{7}{9} = \frac{88}{9} = 9,7$

- b. $2B,D_{16}$ **Riešenie:** $2B,D_{16} = 2 \cdot 16 + 11 \cdot 1 + 13 \cdot \frac{1}{16} = 43 + \frac{13}{16} = \frac{701}{16} = 43,8125$

- c. $243,325$ **Riešenie:** $243,325 = 2 \cdot 25 + 4 \cdot 5 + 3 \cdot 1 + 3 \cdot \frac{1}{5} + 2 \cdot \frac{1}{25} = 73 + \frac{17}{25} = \frac{1824}{25} = 73,68$

4. Spočítajte bez prevádzania do inej číselnej sústavy:

a. $110101_2 + 100111_2$

$$\begin{array}{r} 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1_2 \\ \text{Riešenie: } \underline{1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1_2} \\ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0_2 \end{array}$$

b. $65431_7 + 60055_7$

$$\begin{array}{r} 6 \ 5 \ 4 \ 3 \ 1_7 \\ \text{Riešenie: } \underline{6 \ 0 \ 0 \ 5 \ 5_7} \\ 1 \ 5 \ 5 \ 5 \ 1 \ 6_7 \end{array}$$

c. $ABC22F_{16} + 56A31A_{16}$

$$\begin{array}{r} A \ B \ C \ 2 \ 2 \ F_{16} \\ \text{Riešenie: } \underline{5 \ 6 \ A \ 3 \ 1 \ A_{16}} \\ 1 \ 0 \ 2 \ 6 \ 5 \ 4 \ 9_{16} \end{array}$$

Vynásobte bez prevádzania do inej číselnej sústavy:

d. $432_6 \cdot 23_6$

$$\begin{array}{r} 4 \ 3 \ 2_6 \\ \underline{2 \ 3_6} \\ \text{Riešenie: } 2 \ 1 \ 4 \ 0_6 \\ \underline{1 \ 3 \ 0 \ 4_6} \\ 1 \ 5 \ 2 \ 2 \ 0_6 \end{array}$$

e. $ABC_{16} \cdot B002_{16}$

$$\begin{array}{r} A \ B \ C_{16} \\ \underline{B \ 0 \ 0 \ 2_{16}} \\ \text{Riešenie: } 1 \ 5 \ 7 \ 8_{16} \\ 7 \ 6 \ 1 \ 4 \ 0 \ 0_{16} \\ \underline{7 \ 6 \ 1 \ 5 \ 5 \ 7 \ 8_{16}} \end{array}$$

f. $22112_3 \cdot 2012_3$

$$\begin{array}{r} 2 \ 2 \ 1 \ 1 \ 2_3 \\ \underline{2 \ 0 \ 1 \ 2_3} \\ 1 \ 2 \ 2 \ 0 \ 0 \ 1_3 \\ \text{Riešenie: } 2 \ 2 \ 1 \ 1 \ 2_3 \\ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0_3 \\ \underline{1 \ 2 \ 2 \ 0 \ 0 \ 1_3} \\ 2 \ 0 \ 0 \ 1 \ 2 \ 1 \ 1 \ 2 \ 1_3 \end{array}$$

Odpočítajte bez prevádzania do inej číselnej sústavy:

g. $357246_8 - 123456_8$

$$\begin{array}{r} \phantom{\text{Riešenie:}} \\ \phantom{\text{Riešenie:}} \\ \phantom{\text{Riešenie:}} \\ \text{Riešenie: } - \\ \phantom{\text{Riešenie:}} \\ \phantom{\text{Riešenie:}} \end{array}$$

h. $32100_4 - 1123_4$

$$\begin{array}{r} \phantom{\text{Riešenie:}} \\ \phantom{\text{Riešenie:}} \\ \phantom{\text{Riešenie:}} \\ \text{Riešenie: } - \\ \phantom{\text{Riešenie:}} \\ \phantom{\text{Riešenie:}} \end{array}$$

5. Preveďte nasledovné čísla z dvojkovej priamo do osmičkovej sústavy:

a. 101101

Riešenie: Rozdelíme si číslo po trojiciach a tie prevedieme do osmičkovej sústavy:

$$101101_2 = 101_2 | 101_2 = 55_8$$

b. 11101

Riešenie: Rozdelíme si číslo po trojiciach a tie prevedieme do osmičkovej sústavy:

$$11101_2 = 11_2 | 101_2 = 35_8$$

c. 10010101

Riešenie: Rozdelíme si číslo po trojiciach a tie prevedieme do osmičkovej sústavy:

$$10010101_2 = 10_2 | 010_2 | 101_2 = 225_8$$

Preveďte nasledovné čísla z dvojkovej priamo do šestnástkovej sústavy:

d. 10110010

Riešenie: Rozdelíme si číslo po štvoriciach a tie prevedieme do šestnástkovej sústavy:

$$10110010_2 = 1011_2 | 0010_2 = B2_{16}$$

e. 10100101

Riešenie: Rozdelíme si číslo po štvoriciach a tie prevedieme do šestnástkovej sústavy:

$$10100101_2 = 1010_2 | 0101_2 = A5_{16}$$

f. 10010101001

Riešenie: Rozdelíme si číslo po štvoriciach a tie prevedieme do šestnástkovej sústavy:

$$10010101001_2 = 100_2 | 1010_2 | 1001_2 = 4A9_{16}$$

Preveďte nasledovné čísla z šestnástkovej priamo do dvojkovej sústavy:

g. $A502$

Riešenie: Napíšeme si každú cifru v dvojkovej sústave štyrmi ciframi a spojíme ich dokopy:

$$A502_{16} = 1010_2 | 0101_2 | 0000_2 | 0010_2 = 1010010100000010_2$$

h. $13C$

Riešenie: Napíšeme si každú cifru v dvojkovej sústave štyrmi ciframi a spojíme ich dokopy:

$$13C_{16} = 0001_2 | 0011_2 | 1100_2 = 100111100_2$$

i. 660

Riešenie: Napíšeme si každú cifru v dvojkovej sústave štyrmi ciframi a spojíme ich dokopy:

$$660_{16} = 0110_2 | 0110_2 | 0000_2 = 11001100000_2$$

6. Preveďte nasledujúce čísla do desiatkovej, pričom použijete súčet nekonečného geometrického radu.

a. $(0,\overline{3})_6 = 0 \cdot 6 + \frac{3}{6} + \frac{3}{6^2} + \frac{3}{6^3} + \dots = \frac{3}{6} \cdot \left(1 + \frac{1}{6} + \frac{1}{6^2} + \dots\right) = \frac{3}{6} \cdot \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{6}}\right) = \frac{3}{6} \cdot \frac{6}{5} = \frac{3}{5} = 0,6$

b. $(1,\overline{45})_9 = 1 \cdot 9^0 + \frac{4}{9} + \frac{5}{9^2} + \frac{4}{9^3} + \frac{5}{9^4} + \frac{4}{9^5} + \frac{5}{9^6} + \dots = 1 + \frac{4}{9} \cdot \left(1 + \frac{1}{9^2} + \frac{1}{9^4} + \dots\right) + \frac{5}{9^2} \cdot \left(1 + \frac{1}{9^2} + \frac{1}{9^4} + \dots\right) =$

$$= 1 + \frac{4}{9} \cdot \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{9^2}}\right) + \frac{5}{9^2} \cdot \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{9^2}}\right) = 1 + \frac{4}{9} \cdot \frac{9^2}{80} + \frac{5}{9^2} \cdot \frac{9^2}{80} = 1 + \frac{36}{80} + \frac{5}{80} = \frac{80 + 36 + 5}{80} = \frac{121}{80} = 1,5125$$

c. $(101,010\overline{101})_2 = 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^6} + \frac{1}{2^7} + \frac{1}{2^9} + \frac{1}{2^{10}} + \frac{1}{2^{12}} + \dots =$

$$= 4 + 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{2^4} \cdot \left(1 + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^6} + \dots\right) + \frac{1}{2^6} \cdot \left(1 + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^6} + \dots\right) =$$

$$= 5 + \frac{1}{4} + \frac{1}{2^4} \cdot \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{2^3}}\right) + \frac{1}{2^6} \cdot \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{2^3}}\right) = 5 + \frac{1}{4} + \frac{1}{2^4} \cdot \frac{2^3}{7} + \frac{1}{2^6} \cdot \frac{2^3}{7} = 5 + \frac{1}{4} + \frac{1}{14} + \frac{1}{56} =$$

$$= \frac{280 + 14 + 4 + 1}{56} = \frac{299}{56} = 5\frac{19}{56} = 5,3392857\overline{142857}$$