Prednáška 3

materiály pre A++ študentov

vektory

20 Vypočítejte skalární součin vektorů $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$ (φ označuje jejich úhel).

a) $\boldsymbol{u} = (1; 2)$, $\boldsymbol{v} = (-1; 1)$
b) $\boldsymbol{u} = (2; -1)$, $\boldsymbol{v} = (1; 3)$
c) $\boldsymbol{u} = (1; 1; 3)$, $\boldsymbol{v} = (2; 1; -1)$
d) $\boldsymbol{u} = (1; 0; 1)$, $\boldsymbol{v} = (0; 2; -1)$
e) $|\boldsymbol{u}| = 1$, $|\boldsymbol{v}| = 2$, $\varphi = 60°$
f) $|\boldsymbol{u}| = 3$, $|\boldsymbol{v}| = \frac{1}{2}$, $\varphi = 135°$

21 Je dán pravidelný šestiúhelník $ABCDEF$ o délce strany 2. Vypočítejte skalární součiny $(C - A)(D - A)$, $(C - D)(F - E)$, $(D - F)(F - A)$.

vektory

3 Vypočítejte úhel vektorů $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$.

a) $\boldsymbol{u} = (1; 1)$, $\boldsymbol{v} = (-1; 1)$

b) $\boldsymbol{u} = (-2; 3)$, $\boldsymbol{v} = (4; -6)$

c) $\boldsymbol{u} = (1; 1; -1)$, $\boldsymbol{v} = (2; 1; 3)$

d) $\boldsymbol{u} = (0; 1; 2)$, $\boldsymbol{v} = (3; 3; -1)$

4 Určete číslo t tak, aby vektory $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$ byly navzájem kolmé.

a) $\boldsymbol{u} = (t; 2; -1)$, $\boldsymbol{v} = (1; -t; 3)$

b) $\boldsymbol{u} = (1; 1; 2t)$, $\boldsymbol{v} = (t; t; -1)$

c) $\boldsymbol{u} = (1; 2 - t; 3)$, $\boldsymbol{v} = (-t; 2; 1 + t)$

5 Vypočítejte velikosti vnitřních úhlů trojúhelníku ABC.

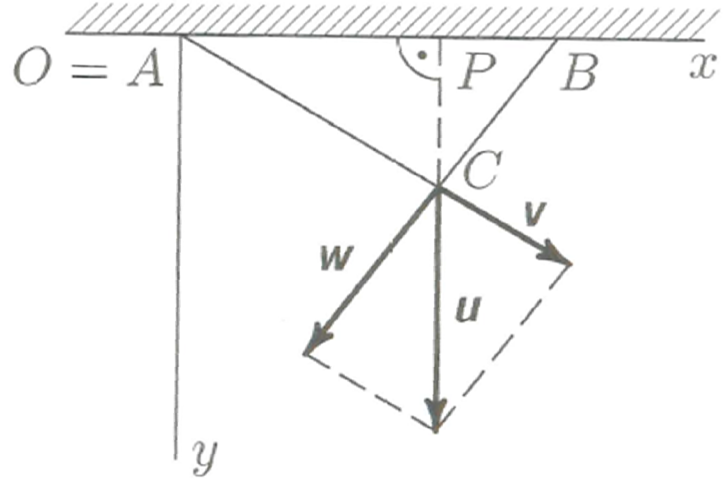
a) $A[0; 1]$, $B[-1; 2]$, $C[1; 3]$

b) $A[1; 1; 1]$, $B[-1; 0; 2]$, $C[3; 1; 2]$

vektory

Příklad 5

Ve stropě tovární haly jsou zabudovány dva háky, jejichž vzdálenost je 10,5 m. Na jeden z nich zavěsíme lano dlouhé 8,5 m, na druhý z nich zavěsíme lano dlouhé 5 m. Volné konce lan spojíme a zavěsíme na ně kladkostroj (situace je schematicky znázorněna na obr. 2.25). Obě lana mají nosnost 10 tun. Jak těžký předmět můžeme maximálně zavěsit na kladkostroj, nechceme-li překročit nosnost lan?



Obr. 2.25

priamka v rovine

5 Jsou dány body A, B, C. Určete souřadnice těžiště T trojúhelníku ABC.

a) $A[-1,0]$, $B[3,-2]$, $C[1,5]$

b) $A[4,1]$, $B[1,-2]$, $C[-2,7]$

6 Jsou dány vrcholy A, B a těžiště T trojúhelníku ABC. Určete souřadnice vrcholu C.

a) $A[5,2]$, $B[1,7]$, $T[2,3]$

b) $A[8,1]$, $B[0,7]$, $T[3,2]$

7 Je dán vrchol A, střed S strany AB a těžiště T trojúhelníku ABC. Určete souřadnice jeho vrcholů B, C.

a) $A[3,-1]$, $S[1,0]$, $T[2,1]$

b) $A[-2,4]$, $S[0,4]$, $T[1,3]$

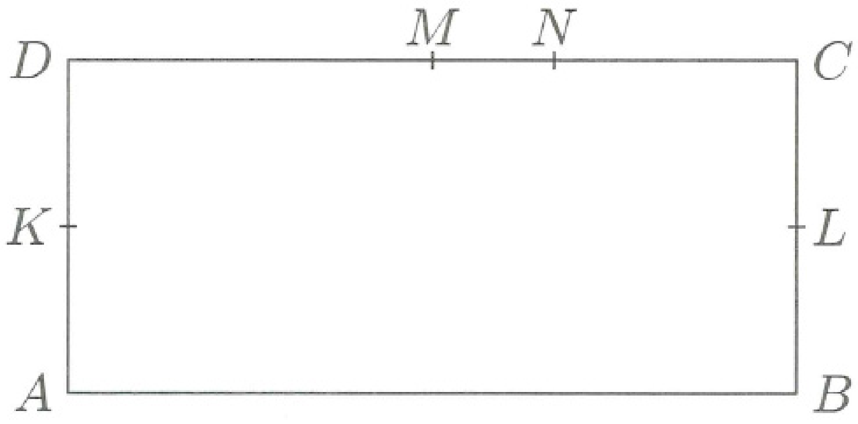
priamka v rovine

12 V parametrickém vyjádření přímky p: $x = 2 + t$, $y = 1 + a - 2t$, $t \in \mathsf{R}$, volte číslo $a \in \mathsf{R}$ tak, aby přímka p, procházela průsečíkem přímek $p(P, \boldsymbol{u})$ a $q(Q, \boldsymbol{v})$, kde $P[1; 3]$, $\boldsymbol{u} = (-1; 2)$, $Q[1; 4]$, $\boldsymbol{v} =$ $= (2; -3)$.

13 Napište parametrické vyjádření všech těžnic trojúhelníku s vrcholy $A[-2; -1]$, $B[3; 0]$, $C[2; 4]$. Určete jeho těžiště T jako průsečík dvou těžnic a ověřte, že jím prochází i třetí těžnice.

priamka v rovine

14 Máme dán libovolný obdélník $ABCD$ (obr. 3.6). Označme K střed strany AD, L střed strany BC, M střed strany CD a N bod, který leží na úsečce CD v jedné třetině od bodu C. Dokažte, že přímky AM, DL, KN, se protínají v jednom bodě.
[Návod: Zvolte vhodně kartézskou soustavu souřadnic, vypočítejte průsečík dvou ze tří daných přímek a přesvědčte se, že jím prochází i třetí přímka.]



Obr. 3.6

priamka v rovine

31 Jsou dány body $A[0;0]$, $B[3;1]$, $C[1;2]$. Napište obecné rovnice všech výšek trojúhelníku ABC, vypočítejte průsečík dvou z nich a ověřte, že jím prochází i třetí výška.

32 Jsou dány body $A[1;-4]$, $B[4;5]$, $C[-3;4]$. Napište obecné rovnice os všech stran trojúhelníku ABC, vypočítejte střed kružnice jemu opsané jako průsečík dvou z nich a ověřte, že jím prochází i třetí osa.

33 Jsou dány body $A[-5;-4]$, $B[4{,}6;3{,}2]$, $C[2{,}5;6]$. Napište obecné rovnice os úhlů trojúhelníku ABC, vypočítejte střed kružnice jemu vepsané jako průsečík dvou z nich a ověřte, že jím prochází i třetí osa.

priamka v rovine

34 Určete vrchol C trojúhelníku ABC. Jsou dány body $A[1;2]$, $B[-1;0]$ a průsečík výšek $V[1;-1]$.

35 Určete odchylku přímek p, q, které jsou dány rovnicemi $p\colon 3x - 4y + 7 = 0$, $q\colon x + 2y - 1 = 0$.

36 Je dán bod $A[2;4]$ a přímka $p\colon x - 2y + 1 = 0$. Určete na přímce p bod R tak, aby přímky AR a p měly odchylku $\frac{\pi}{4}$.

priamka v rovine

18 V rovnici přímky p zvolte číslo m tak, aby přímka p byla rovnoběžná s přímkou q.

a) $p\colon (1+m)x-(2-3m)y+m=0,\ q\colon x+8y-1=0$

b) $p\colon (2+m)x-(1+\frac{1}{2}m)y-1=0,\ q\colon -2x+y-3=0$

c) $p\colon (3-2m)x+(m-4)y+1=0,\ q\colon -2x+y-1=0$

19 V rovnici přímky p zvolte číslo m tak, aby přímka p obsahovala bod A.

a) $p\colon (3+m)x+(1-2m)y+3m=0,\ A[3;7]$

b) $p\colon (2+m)x+(1+3m)y-1+2m=0,\ A[1;-1]$

c) $p\colon (1+m)x+(1-m)y+2m=0,\ A[1;5]$

d) $p\colon (1-2m)x+(4m-2)y+3-6m=0,\ A[2;1]$