Povinná domáca úloha pre cvičenia v týždni od 20.4. do 26.4. 2020

Táto domáca úloha sa týka tém Logaritmické rovnice a nerovnice, úprava gon. výrazov a goniometrických funkcií. Prosím do 26.4. 2020 23:50 odovzdajte riešenie príkladov a), b) z každej série do príslušného miesta odovzdania.

1. $V \mathbb{R}$ riešte logaritmické rovnice

a)
$$\log(x+3) - \log 5 = \log(x-3) - \log 2$$

b)
$$\log(2x+9) - 2\log x + \log(x-4) = 2 - \log 50$$

c)
$$\frac{\log_5(13-2x)}{\log_5(5-x)} = 2$$

$$d) \quad \frac{\log_2 8x}{\log_2 (2-x)} = 2$$

e)
$$\log_2 \frac{1}{|x+2|} = 1$$

f)
$$\log_{x+1}(13-x^2)=2$$

2. $V \mathbb{R}$ riešte logaritmické nerovnice

a)
$$\log_3 |3-4x| > 2$$

b)
$$\log_{\frac{1}{3}} \frac{2-3x}{x} \ge -1$$

$$c) \quad \frac{\log_2(x+1)}{x-1} > 0$$

$$d) \quad \log_2 x \le \frac{2}{\log_2 x - 1}$$

e)
$$\log_{\frac{1}{2}} \left(\log_8 \frac{x^2 - 2x}{x - 3} \right) > 0$$

f)
$$\log_{\frac{1}{3}} x > \log_x 3 - \frac{5}{2}$$

3. Uveďte podmienky, za ktorých majú nasledujúce výrazy zmysel a výrazy zjednodušte

a)
$$\frac{\sin x}{1 + \cos x} + \frac{\sin x}{1 - \cos x}$$

b)
$$\frac{1}{1-\sin x} - \frac{\sin x}{\cos^2 x} - \frac{1}{1+\sin x}$$

c)
$$\frac{1 - tg^2 x}{\cos 2x}$$

d)
$$\frac{1-\cos 2x}{\sin 2x} + \frac{\sin 2x}{1+\cos 2x}$$

e)
$$tg x. \frac{1-\sin^2 x}{\cos^2 x - 1}$$

4. Goniometrické funkcie – Nakreslite graf funkcie a popíšte všetky jej vlastnosti (definičný obor, obor hodnôt, prostá, spojitá, párna/nepárna, ohraničenosť – zdola, zhora / neohraničenosť, periodickosť, súradnice priesečníkov s osami, rastúcosť/klesajúcosť, lokálne maximá / minimá).

a)
$$g_1: y = 1 + \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$

b)
$$g_2: y = 1 - 2\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$$

c)
$$g_3: y=1+\left|\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\right|$$

d)
$$g_4: y = \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$$

e)
$$g_1: y = -1 - \sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$$