Pokyny k predmetu Seminár z matematiky 1

Domáca úloha bude vyznačená žltým. Úloha vždy slúži na osvojenie si <u>základných</u> znalostí a zručností (znalosti sú prednášané na prednáškach z UMZI), aby sme sa na seminári mohli venovať zložitejším úlohám. Každý študent na začiatku cvičenia odovzdá vlastnoručne napísanú a správne vypracovanú celú domácu úlohu (aj s postupmi riešenia) na samostatnom podpísanom papieri, ktorú cvičiaci skontroluje a odloží si ju. Cvičiaci má kedykoľvek právo preveriť, či študent vie úlohu vypočítať sám (na tabuľu alebo päťminútovkou). Ak úloha nebude správne, nebude celá alebo ju nevie sám vypočítať, študent ponesie za to všetky následky v plnej miere (že bude vylúčený z cvičenia, že za cvičenie dostane neospravedlnenú neúčasť, že nebude môcť tento semester absolvovať tento predmet). Pokiaľ neviete, ako sa úloha rieši, spýtajte sa spolužiakov, nechajte ju vypočítať www.wolframalpha.com, napíšte mail na alena.kovarova@stuba.sk a dohodnite si konzultácie. Výhovorky typu "nevedel som, že to mám zle", "nevedel som to vypočítať", "nestihol som to" sa tým pádom neuznávajú. Pokiaľ nájdete v ktoromkoľvek zadaní alebo riešení chybu, oznámte ju neodkladne na už uvedený email.

SemMat1 – cv1– úprava výrazov

VZORCE
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \qquad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2) \qquad a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$
 ZLOMKY
$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{cb}{db} = \frac{ad + cb}{bd} \qquad \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \qquad \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{ad}{bc}$$

$$b \neq 0, d \neq 0 \qquad b \neq 0, d \neq 0 \qquad b \neq 0, c \neq 0, d \neq 0$$
 MOCNINY
$$a^0 = 1 \qquad a^r = \frac{1}{a^{-r}} \qquad a^{-r} = \frac{1}{a^r} \qquad a \neq 0, r \in \mathbb{N}$$

$$a^r a^s = a^{r+s} \qquad \frac{a^r}{a^s} = a^{r-s} \qquad (a^r)^s = a^{rs} \qquad r, s \in \mathbb{N} \cup \{0\}$$

$$(ab)^r = a^r b^r \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r} \qquad \sqrt[3]{a^r} = a^{\frac{r}{s}} \qquad b \neq 0, s \neq 0$$

Ekvivalentnými úpravami zjednodušte nasledujúce výrazy a určte podmienky ich existencie:

1.
$$\frac{\frac{a}{a+b} + \frac{b}{a-b}}{\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a+b}}$$

$$2. \quad \left(\frac{\sqrt{10}+1}{3}\right)^{365} \left(\frac{\sqrt{10}-1}{3}\right)^{365}$$

3.
$$1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \sqrt{2}}}}$$

$$4. \quad \sqrt[5]{\left(\frac{\sqrt{a\cdot a^{-1}}}{\sqrt[3]{a}}\right)^{-3}}$$

5.
$$\frac{\left(a-\sqrt{b}\right)\left(b+\sqrt{a}\right)+\sqrt{ab}\left(1-\sqrt{ab}\right)}{a+b+\sqrt{ab}}$$

6.
$$\left[\frac{\left(\sqrt{7} + 1\right)^2 - \frac{7 - \sqrt{7}x}{\sqrt{7} - \sqrt{x}}}{\left(\sqrt{7} + 1\right)^3 - 7\sqrt{7} + 2} \right]$$

7.
$$\frac{5}{x-2} + \frac{3}{x-3} - \frac{7}{x-1}$$
 (dajte na spoločného menovateľa a upravte čitateľa)

8.
$$\left(\frac{a-3}{1+3a} - \frac{a-4}{1+4a}\right) \cdot \left(1 + \frac{a-3}{1+3a} \cdot \frac{a-4}{1+4a}\right)^{-2}$$

9.
$$\left(\frac{\sqrt{a}+\sqrt{x}}{\sqrt{a}+x}-\frac{\sqrt{a}+x}{\sqrt{a}+\sqrt{x}}\right)^{-2}-\left(\frac{\sqrt{a}-\sqrt{x}}{\sqrt{a}+x}-\frac{\sqrt{a}+x}{\sqrt{a}-\sqrt{x}}\right)^{-2}$$

10.
$$\frac{\left(\sqrt[4]{u} + \sqrt[4]{v}\right)^2 + \left(\sqrt[4]{u} - \sqrt[4]{v}\right)^2}{u - v} : \frac{2}{\sqrt{u} - \sqrt{v}}$$