Vektory

Rozdelenie fyzikálnych veličín

Fyzikálne veličiny:

1, **Skalárne** – určené veľkosťou (číslom)+fyzikálna jednotka: *T, t,m, V, l*

2, **Vektorové** - určené veľkosťou a smerom $\vec{a}, \vec{v}$

3, **Tenzorové**

Vektory

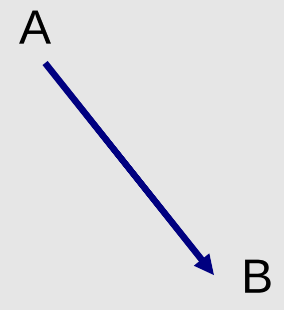
- Vektor možno **<u>zobraziť</u>** **orientovanou úsečkou**

<u>Označenie</u>

$\vec{a}$

a

$\vec{a} = \overrightarrow{AB}$

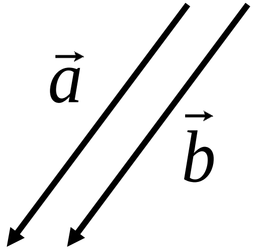


Rovnosť vektorov: $\vec{a} = \vec{b} \Rightarrow |\vec{a}| = |\vec{b}|$ **veľkosť**

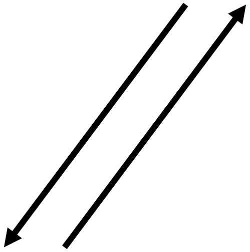
$\vec{a} \,||\, \vec{b}$ **smer**

$\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$ **orientácia**

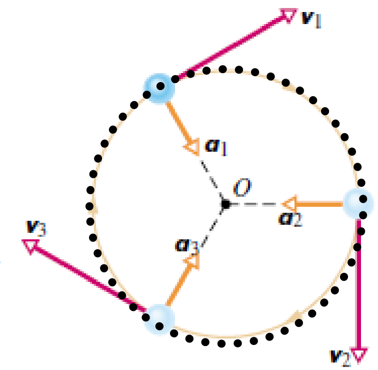
Vektorové rovnice sú obsahovo bohatšie ako skalárne rovnice



$\vec{a} = \vec{b}$



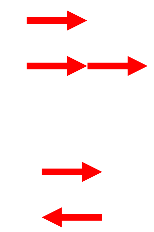
$a = b$



Operácie s vektormi

- Násobenie vektora reálnym číslom

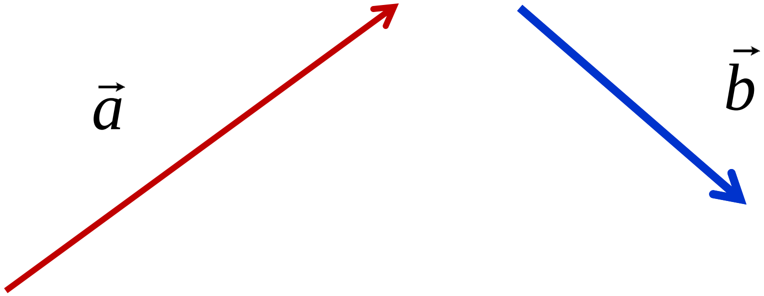
$$\vec{b} = s \cdot \vec{a} = \vec{a} \cdot s \qquad \begin{cases} s > 0 & \vec{b} \uparrow\uparrow \vec{a} \\ s < 0 & \vec{b} \uparrow\downarrow \vec{a} \end{cases} \qquad \left|\vec{b}\right| = |s| \cdot |\vec{a}| \qquad \vec{G} = m\vec{g}$$

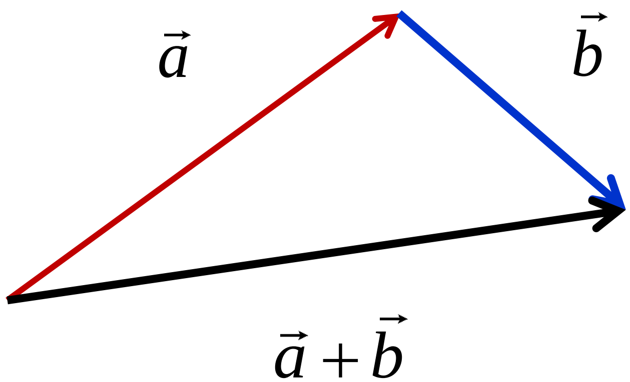


- Sčítanie vektorov
- Odčítanie vektorov

- Násobenie dvoch vektorov

DELENIE DVOCH VEKTOROV NEEXISTUJE





výsledný vektor je určený začiatočným bodom 1. vektora a koncovým bodom 2. vektora

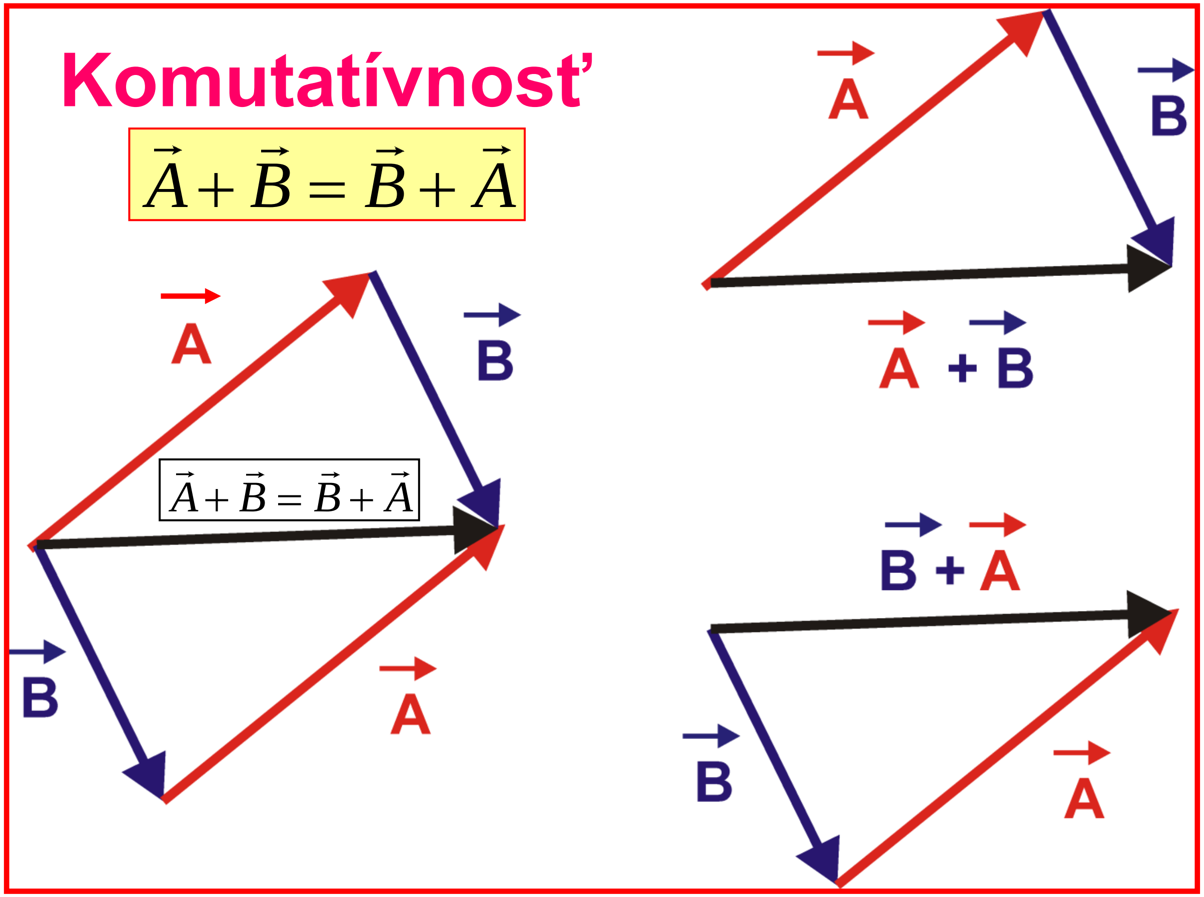
Obraz vektora:

c=a+b

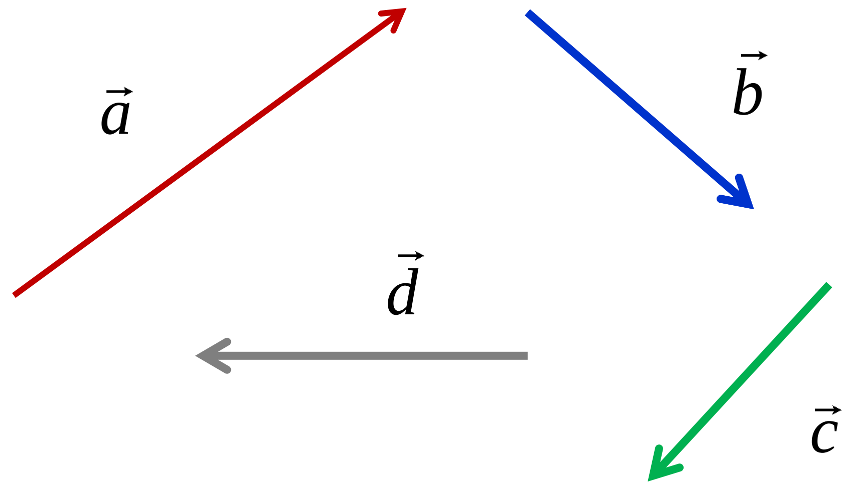
dostaneme tak, že ku koncovému bodu obrazu prvého vektora pripojíme v správnom smere obraz druhého vektora. Výsledný vektor je určený začiatočným bodom prvého vektora a koncovým bodom druhého vektora

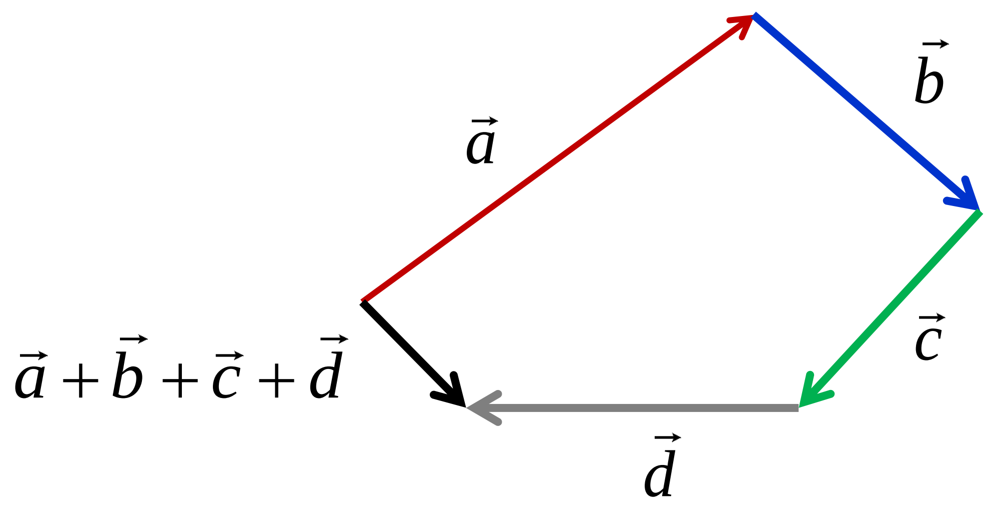
Sčítavanie dvoch vektorov - graficky

Vektorový rovnobežník



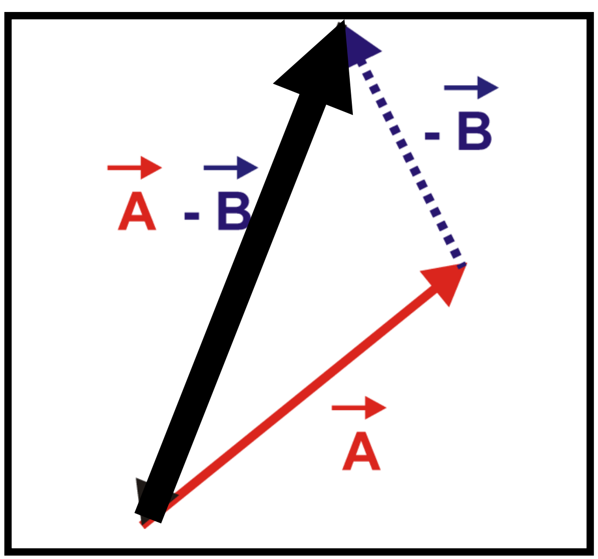
Obraz vektora:
C=A+B
dostaneme tak, že ku koncovému bodu obrazu prvého vektora pripojíme v správnom smere obraz druhého vektora. Výsledný vektor je určený začiatočným bodom prvého vektora a koncovým bodom druhého vektora

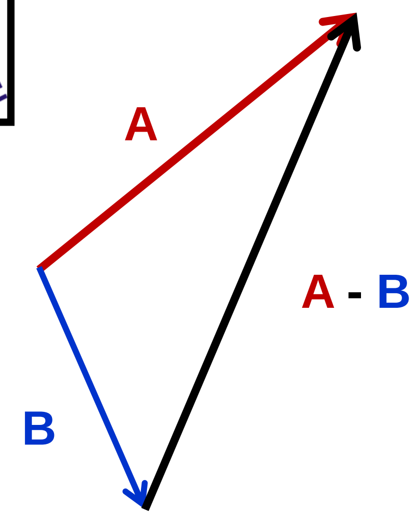

$\vec{a}$
$\vec{b}$
$\vec{d}$
$\vec{c}$


$\vec{b}$
$\vec{a}$
$\vec{c}$
$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}$
$\vec{d}$

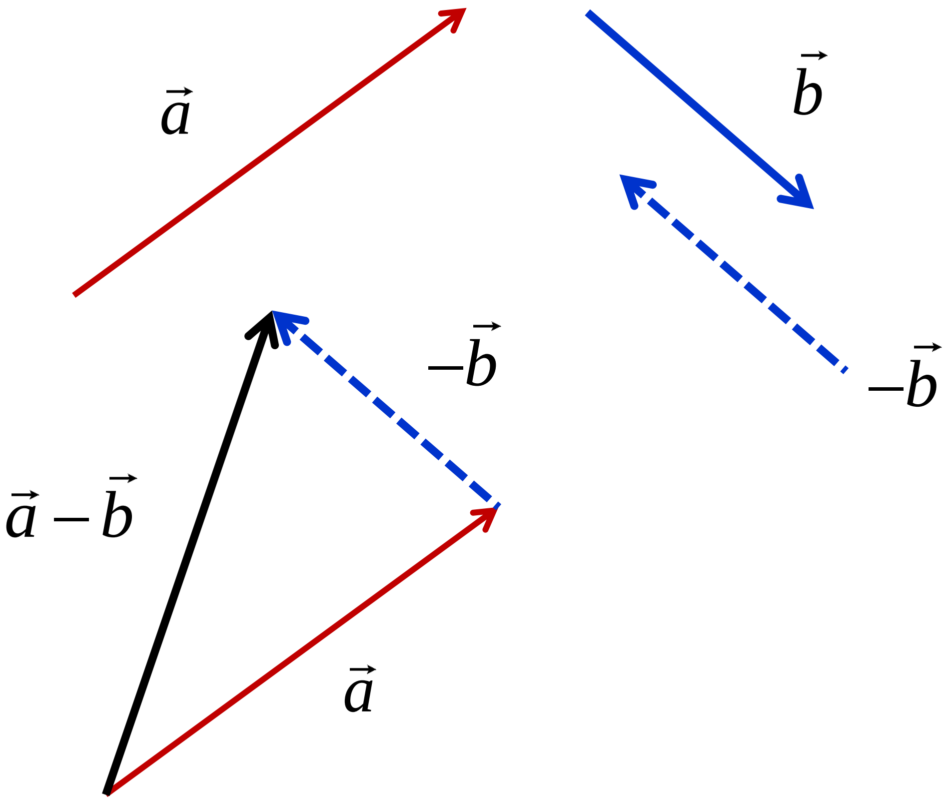
Odčítanie dvoch vektorov - graficky

$$\vec{C} = \vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + \left(-\vec{B}\right)$$

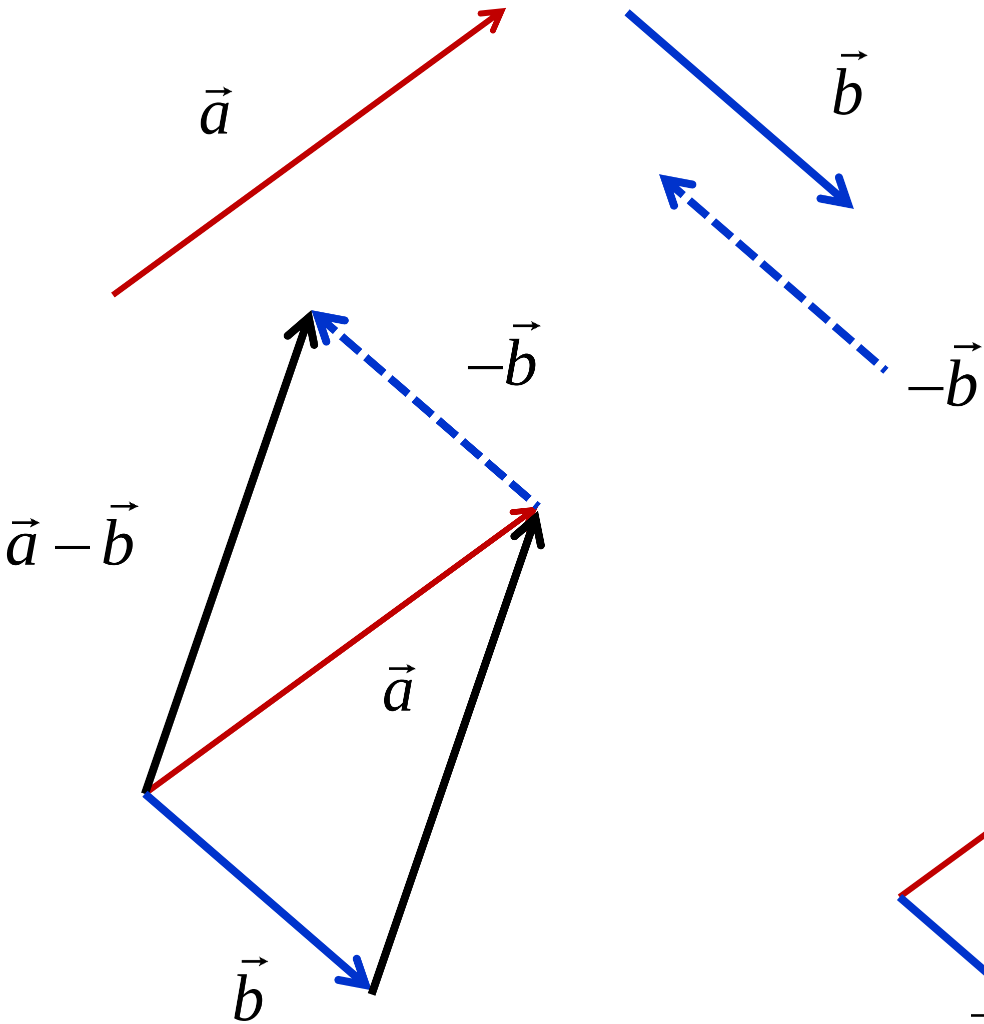




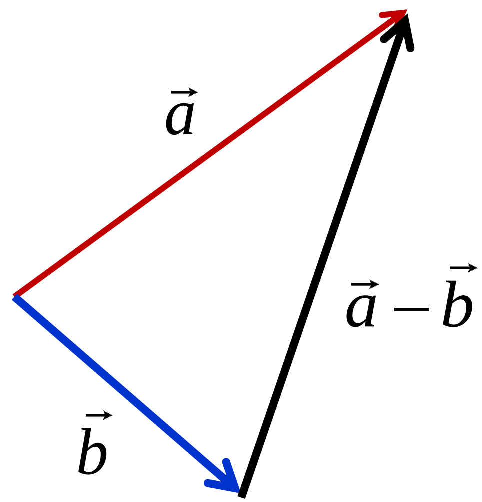
Obraz rozdielu je orientovaná úsečka vedená od koncového bodu menšiteľa **B** ku koncovému bodu menšenca **A**



$\vec{a}$
$\vec{b}$
$-\vec{b}$
$-\vec{b}$
$\vec{a}-\vec{b}$
$\vec{a}$

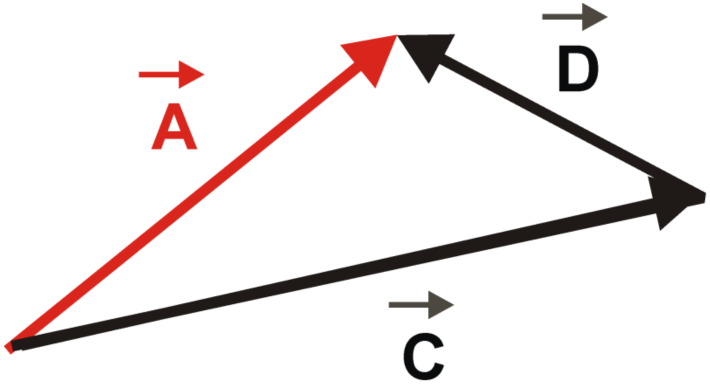


Vektor skonštruovaný rôznymi spôsobmi

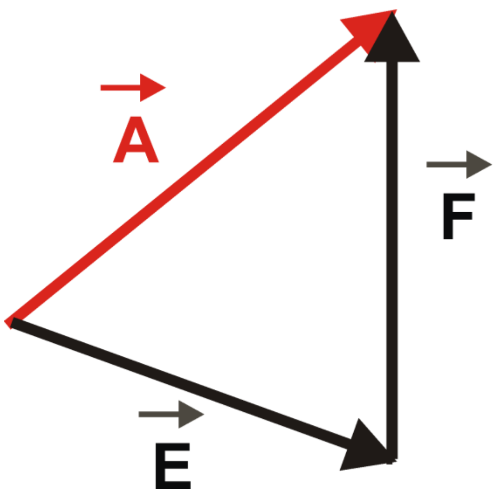


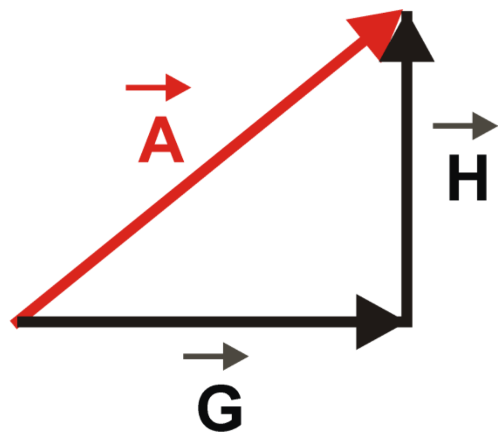
výsledný vektor je určený koncovým bodom 2. vektora smerujúci ku koncovému bodu 1. vektora

Rozklad vektora
“opačná operácia“



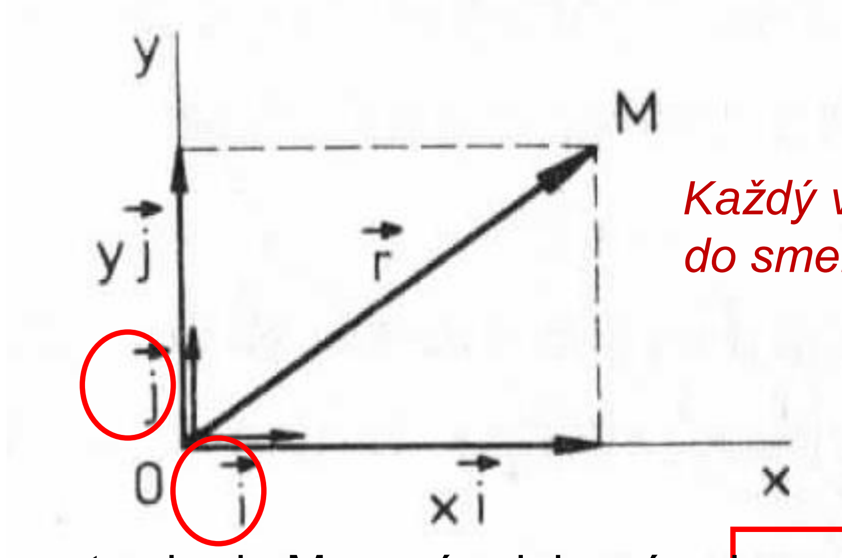
$$\vec{A}=\vec{C}+\vec{D}=\vec{E}+\vec{F}=\vec{G}+\vec{H}$$





Rovina

Častý rozklad vektora do kolmých smerov - **systémy**



Každý vektor premietame do smeru bázových vektorov

Vzdialenosti kolmých priemetov bodu M na súradnicové osi

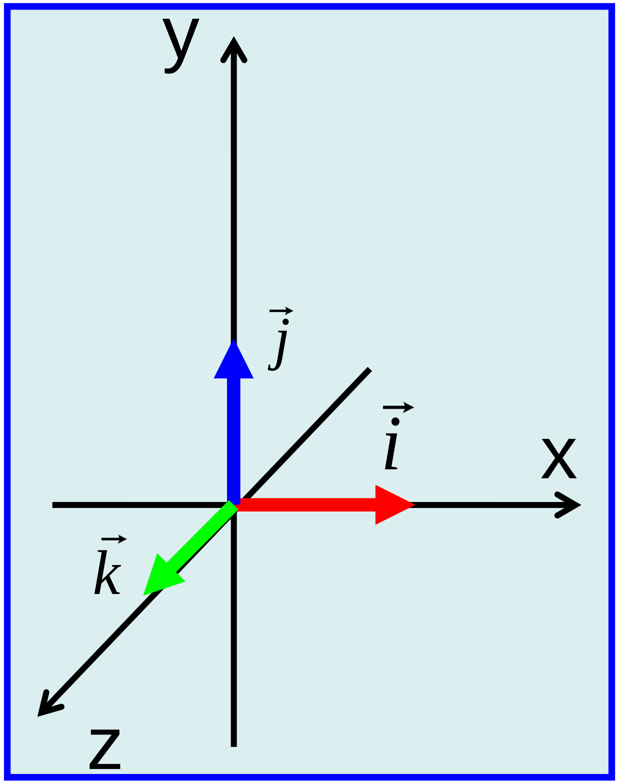
$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

Veľkosť vektora

$$|\vec{r}| = r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Pravouhlé priemety vektora **r** do osí x a y (t.j do smeru bazovych vektorov I a j) sa nazývajú zložky vektora **r**

Kartézska súradnícová sústava



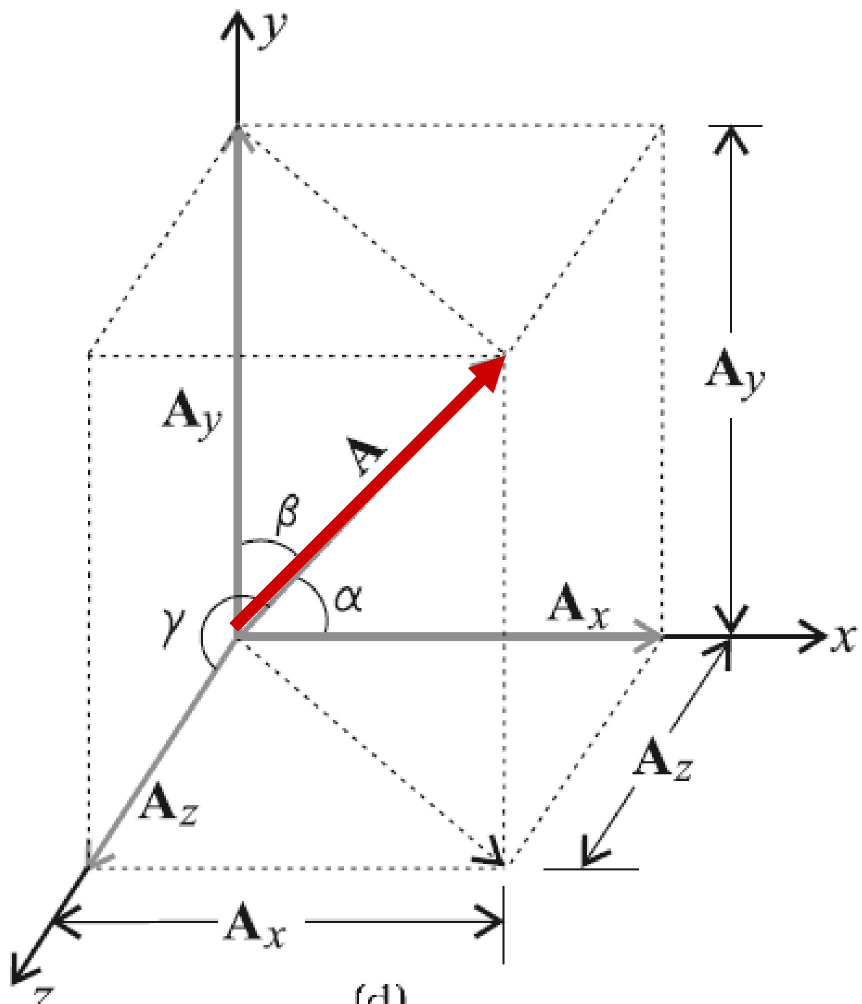
Bázové vektory

$\vec{i}\ \vec{j}\ \vec{k}$

jednotkové vektory určujúce kladné smery osí x, y, z.

Orientácia súradnicových osí je volená tak, aby tvorili pravotočivú sústavu (palec, ukazovák prostredník pravej ruky)

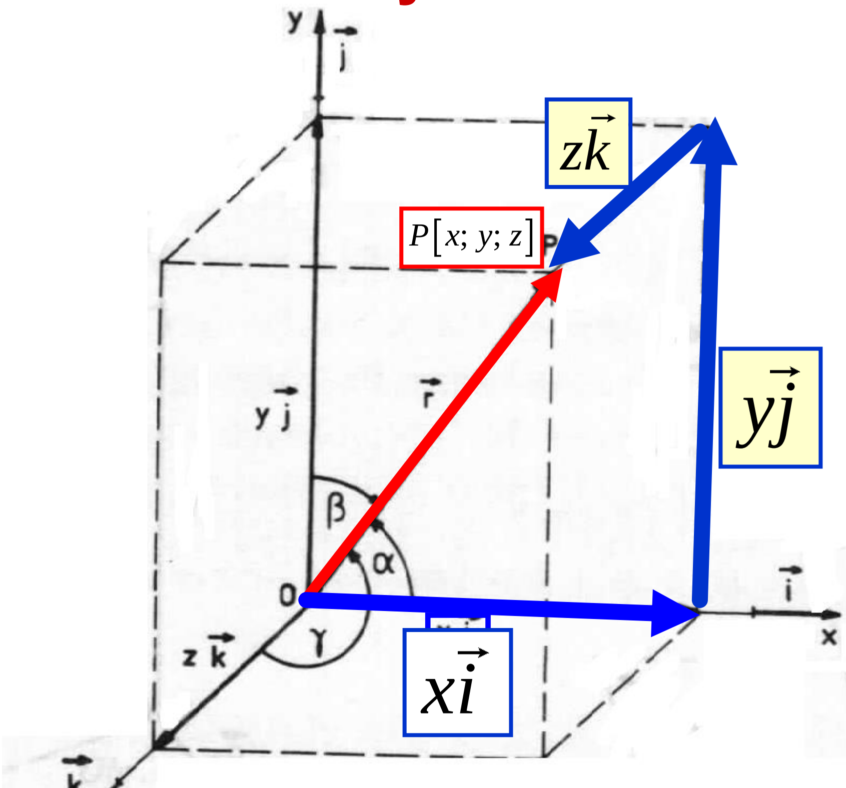
Kartézska súradnícová sústava je tvorená pravotočivou sústavou súradníc, určenou navzájom kolmými jednotkovými vektormi.


y
x
z
A
$\mathbf{A}_y$
$\mathbf{A}_y$
$\mathbf{A}_x$
$\mathbf{A}_x$
$\mathbf{A}_z$
$\mathbf{A}_z$
α
β
γ

(d)

Rozklad vektora na zložky

Polohový vektor



$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

$$\left|\vec{r}\right| = r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$(x;\, y;\, z)$$

Súradnice vektora

Priemety (zložky) vektora

$$x\vec{i}\,, \quad y\vec{j}\,, \quad z\vec{k}$$

Vo všeobecnom prípade sa každý vektor dá rozložiť na tri nekomplanárne zložky (ktoré neležia v jednej rovine).

Algebraická metóda sčítavania a odčítavania vektorov a práce s nimi

$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k} = \left(a_x; a_y; a_z\right)$$

$$\vec{b} = b_x\vec{i} + b_y\vec{j} + b_z\vec{k} = \left(b_x; b_y; b_z\right)$$

Sčítavanie, odčítavanie vektorov.

$$\vec{a} \pm \vec{b} = (a_x \pm b_x)\vec{i} + \left(a_y \pm b_y\right)\vec{j} + (a_z \pm b_z)\vec{k}$$

$$= (a_x \pm b_x, a_y \pm b_y, a_z \pm b_z)$$

Násobenie vektorov skalárom s.

$$s\vec{b} = s(b_x)\vec{i} + s\left(b_y\right)\vec{j} + s(b_z)\vec{k} = (sb_x, sb_y, sb_z)$$

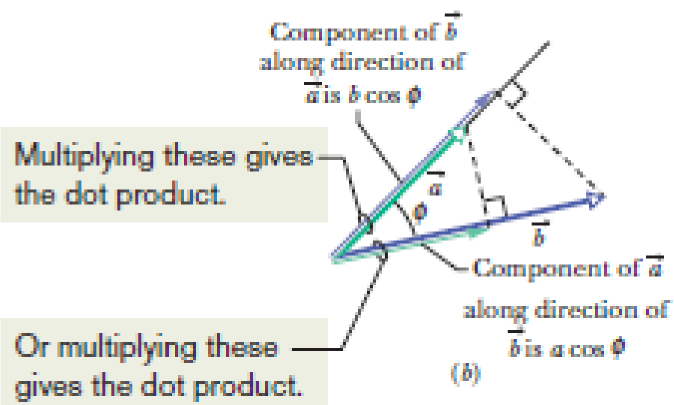
VŠETKY VEKTORY BUDEME VYJADROVAT CEZ ICH PRAVOUHLÉ PRIEMETY

Skalárny súčin - vlastnosti

$$c = \vec{a} \bullet \vec{b}$$

- 1, skalár
- 2, s veľkosťou $\quad \vec{a} \bullet \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\varphi$

$$\boxed{\varphi \in \langle 0, \pi \rangle}$$



Využitie skalárneho súčinu

Veľkosť vektora (druhá mocnina jeho veľkosti) :

$$a^2 = \vec{a} \bullet \vec{a} \quad \Rightarrow a = \sqrt{\vec{a} \bullet \vec{a}}$$

Ak sú vektory na seba kolmé, potom ich skalárny súčin je nulový

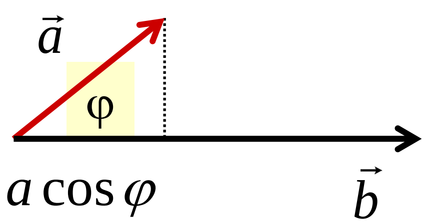
$$\vec{a} \bullet \vec{b} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{a} \perp \vec{b}$$

Uhol medzi vektormi

$$\cos\varphi = \frac{\vec{a} \bullet \vec{b}}{a\, b} = \frac{a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}{a\, b}$$

$$a_b = \vec{a} \bullet \frac{\vec{b}}{b}$$

Priemet vektora do smeru iného vektora :

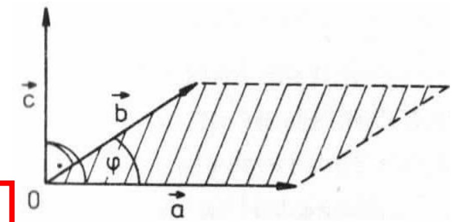


$$a\cos\varphi = a\,\frac{\vec{a} \bullet \vec{b}}{a\, b}$$

Vektorový súčin - vlastnosti

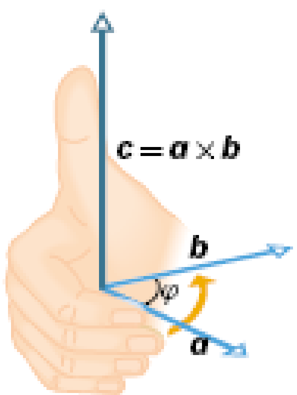
1, má **veľkosť** číselne sa rovnajúcu plošnému obsahu rovnobežníka zostrojeného nad vektormi **a** a **b,** t.j.

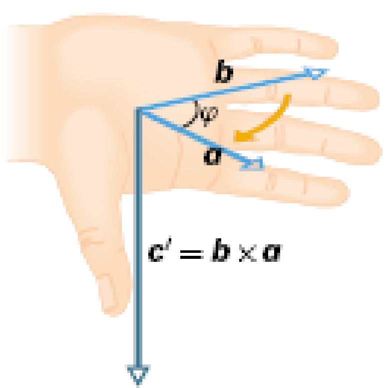
$$\left|\vec{a}\times\vec{b}\right| = \left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|\sin\varphi$$

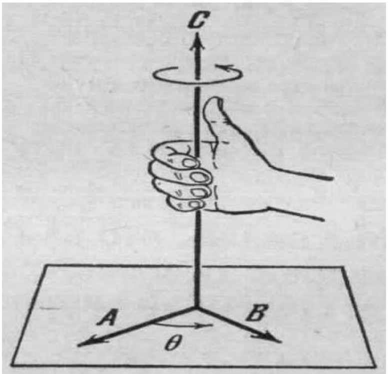


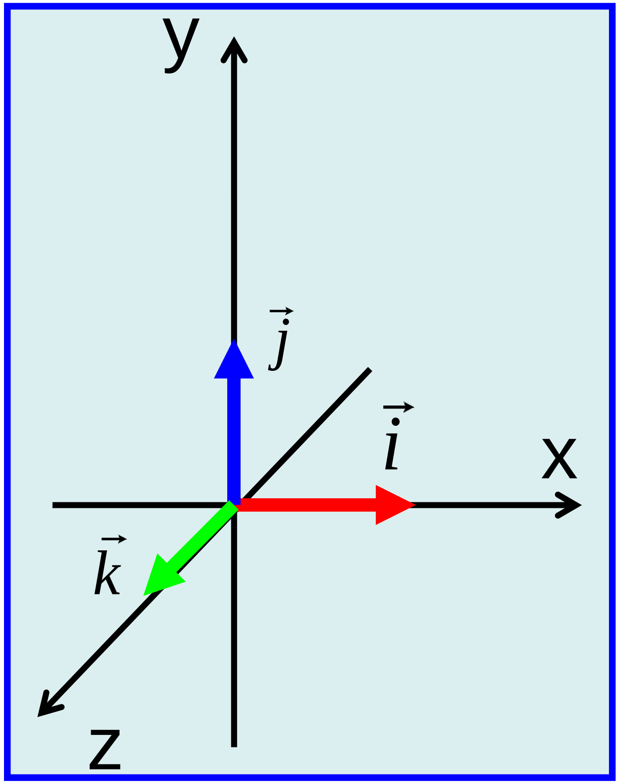
2, je kolmý na rovinu tohto rovnobežníka

3, je orientovaný podľa pravidla pravej ruky









$$\vec{i}\times\vec{j}=\vec{k} \qquad \vec{j}\times\vec{i}=-\vec{k}$$

$$\vec{i}\times\vec{k}=-\vec{j} \qquad \vec{k}\times\vec{i}=\vec{j}$$

$$\vec{j}\times\vec{k}=\vec{i} \qquad \vec{k}\times\vec{j}=-\vec{i}$$

$$\vec{i}\times\vec{i}=\vec{j}\times\vec{j}=\vec{k}\times\vec{k}=\vec{0}$$

$$\begin{aligned}
\vec{a}\times\vec{b} &= \left(a_x\vec{i}+a_y\vec{j}+a_z\vec{k}\right)\times\left(b_x\vec{i}+b_y\vec{j}+b_z\vec{k}\right)\\
&= \vec{i}\left(a_yb_z-a_zb_y\right)-\vec{j}\left(a_xb_z-a_zb_x\right)+\vec{k}\left(a_xb_y-a_yb_x\right)\\
&= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}
\end{aligned}$$