SemMat1 – cv3 - Príklady na matematickú indukciu

Domáca úloha je žltou farbou

1.
$$\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$$

2.
$$1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

- 3. $1+3+5+7+...+(2n-1)=n^2$ (súčet prvých n nepárnych čísel)
- 4. $1+2+3+...+n=\frac{n(n+1)}{2}$
- 5. $1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$
- 6. Metódou matematickej indukcie dokážte, že pre súčet prvých n členov geometrickej postupnosti platí vzťah: $s_n=a_1\frac{q^n-1}{q-1},\ q\neq 1$
- 7. Metódou matematickej indukcie dokážte , že číslo $11^{n+2} + 12^{2n+1}$ je deliteľné číslom 133.
- 8. Ak je postupnosť $a_0, a_1, a_2, ... a_n, ...$ definovaná rekurentne vzťahom:

$$a_0 = \frac{1}{4}$$
 a $a_{n+1} = 2a_n(1-a_n)$, pre $n \in N$,

pomocou matematickej indukcie dokážte, že pre člen a_n platí vzťah:

$$2a_n = 1 - \frac{1}{2^{2^n}}$$

- 9. Predpokladajme, že na pošte dostať kúpiť iba známky 3 a 5 korunové. Pomocou matematickej indukcie dokážte, že každú sumu väčšiu ako 8 korún možno zaplatiť pomocou týchto dvoch známok.
- 10. Pomocou matematickej indukcie dokážte, že číslo $n^3 + 2n$ je deliteľné číslom 3.
- 11. Pomocou matematickej indukcie dokážte, že $(1+a)^n \ge 1 + na$ pre každé kladné reálne číslo a a pre každé prirodzené číslo n.
- 12. Pomocou matematickej indukcie dokážte, že $2^n < n!$ pre každé n > 3

SemMat1 – cv3 - Príklady na matematickú indukciu

Domáca úloha je žltou farbou

1.
$$\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$$

2.
$$1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

3. $1+3+5+7+...+(2n-1)=n^2$ (súčet prvých n nepárnych čísel)

4.
$$1+2+3+...+n=\frac{n(n+1)}{2}$$

5.
$$1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

- 6. Metódou matematickej indukcie dokážte, že pre súčet prvých n členov geometrickej postupnosti platí vzťah: $s_n = a_1 \frac{q^n 1}{q 1}, \ q \neq 1$
- 7. Metódou matematickej indukcie dokážte , že číslo $11^{n+2} + 12^{2n+1}$ je deliteľné číslom 133.
- 8. Ak je postupnosť $a_0, a_1, a_2, ... a_n, ...$ definovaná rekurentne vzťahom:

$$a_0 = \frac{1}{4}$$
 a $a_{n+1} = 2a_n(1-a_n)$, pre $n \in N$,

pomocou matematickej indukcie dokážte, že pre člen a_n platí vzťah:

$$2a_n = 1 - \frac{1}{2^{2^n}}$$

- 9. Predpokladajme, že na pošte dostať kúpiť iba známky 3 a 5 korunové. Pomocou matematickej indukcie dokážte, že každú sumu väčšiu ako 8 korún možno zaplatiť pomocou týchto dvoch známok.
- 10. Pomocou matematickej indukcie dokážte, že číslo $n^3 + 2n$ je deliteľné číslom 3.
- 11. Pomocou matematickej indukcie dokážte, že $(1+a)^n \ge 1 + na$ pre každé kladné reálne číslo a a pre každé prirodzené číslo n.
- 12. Pomocou matematickej indukcie dokážte, že $2^n < n!$ pre každé n > 3