Odvodenie bijektívneho zobrazenia $\varphi: N \times N \rightarrow N$

| $m \backslash n$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 ... |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 3 | 6 | 10 |
| 1 | $2 \xrightarrow{+2}$ | 4 | 7 | 11 | |
| 2 | $5 \xrightarrow{+3}$ | 8 | 12 | | |
| 3 | $9 \xrightarrow{+4}$ | 13 | | | |
| 4 | $14 \xrightarrow{+5}$ | | | | |
| $\vdots$ | | | | | |

číslo v 0-tom stĺpci dostaneme ak k 0 pripočítame súčet aritmetickej postupnosti $\underbrace{2}_{t_1}+3+4+\dots+\underbrace{2+(m-1)\cdot 1}_{t_m}$

$$S_m = \frac{m}{2}\Big(\underbrace{2}_{t_1} + \underbrace{2+(m-1)}_{t_m}\Big) = \frac{m}{2}(3+m)$$

na posun do n-tého stĺpca pripočítame
$(m+1)+(m+2)+\dots+(m+n)$ → aritm. post. $(d=1)$

$$S_n = \frac{n}{2}\Big(\underbrace{(m+1)}_{t_1}+\underbrace{(m+n)}_{t_n}\Big) = \frac{n}{2}(2m+n+1)$$

$$\varphi(m,n) = \frac{m}{2}(3+m) + \frac{n}{2}(2m+n+1) =$$

$$= \frac{3}{2}m + \frac{1}{2}m^2 + nm + \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n$$

$$= \frac{1}{2}(m^2 + 2nm + n^2) + \frac{1}{2}(3m+n)$$

$$= \frac{1}{2}(m+n)^2 + \frac{1}{2}(m+n) + m$$

$$= \frac{1}{2}(m+n)(m+n+1) + m$$