Povinná domáca úloha pre cvičenia v týždni od 13.4. do 19.4. 2020

Táto domáca úloha sa týka tém Exponenciálne funkcie, rovnice a nerovnice a Logaritmické funkcie. Prosím do 19.4. 2020 odovzdajte riešenie príkladov a), b) z každej série do príslušného miesta odovzdania.

1. Exponenciálne funkcie – Nakreslite graf funkcie a popíšte všetky jej vlastnosti (definičný obor, obor hodnôt, prostá, spojitá, párna/nepárna, ohraničenosť – zdola, zhora / neohraničenosť, periodickosť, asymptoty a súradnice priesečníkov s osami, rastúcosť/klesajúcosť, lokálne maximá / minimá). Ak ste to schopní spraviť, tak monotónnosť funkcie, párnosť/nepárnosť, ohraničenosť overte aj exaktne na základe definície týchto vlastností.

a)
$$f_1: y = \frac{1}{2} + 2^{x-1}$$

b)
$$f_2: y = -3 + 3^{3x-1}$$

c)
$$f_3: y = +3 + 3^{1-3x}$$

d)
$$f_4: y = -\frac{1}{3} + \left(\frac{1}{e}\right)^{4-2x}$$

2. $V \mathbb{R}$ riešte exponenciálne rovnice

a)
$$\frac{27^{3x-2}}{243} = 81^{3x-7}$$

b)
$$\frac{\left(3^3\right)^{-3x} \cdot \left(3^{-2}\right)^{2x-1}}{\left(3^4\right)^2} = 3^{-5}$$

c)
$$2.81^x - 5.36^x + 3.16^x = 0$$

d)
$$3^{2x-3} - 9^{x-1} + 27^{\frac{2x}{3}} = 675$$

3. V \mathbb{R} riešte exponenciálne nerovnice

a)
$$2^{x+2} - 2^{x+1} + 2^{x-1} - 2^{x-2} \le 9$$

b)
$$4^{x+1} - \left(\frac{1}{16}\right)^x < 2.\log_4 8$$

c)
$$2^x + 2^{|x|} \ge 2\sqrt{2}$$

d)
$$\sqrt{9^x - 3^{x+3}} > 3^x - 81$$

4. Logaritmické funkcie – Nakreslite graf funkcie a popíšte všetky jej vlastnosti (definičný obor, obor hodnôt, prostá, spojitá, párna/nepárna, ohraničenosť – zdola, zhora / neohraničenosť, periodickosť, asymptoty a súradnice priesečníkov s osami, rastúcosť/klesajúcosť, lokálne maximá / minimá).). Ak ste to schopní spraviť, tak monotónnosť funkcie, párnosť/nepárnosť, ohraničenosť overte aj exaktne na základe definície týchto vlastností.

a)
$$g_1: y = 2 + \log(x-3)^3$$

b)
$$g_2: y = -2 + \log(3 - x)^2$$

c)
$$g_3: y = \frac{1}{2} - \log(2x - 3)$$

d)
$$g_4: y = \left| -2 + \frac{1}{2} \log(2x - 4)^3 \right|$$