

Príklady na cvičenie 3 2019

1. Ak sa zväčší počet prvkov o dva, zväčší sa počet permutácií štyridsaťdva krát. Určte pôvodný počet prvkov. [5]
2. Koľko jedno- až štvormiestnych čísel možno zostaviť z číslíc 0, 2, 4, 6? [49]
3. Koľko rôznych signálov možno utvoriť z piatich zastáviek rôznych farieb, ak vedľa seba stoja a) tri zástavky (trikolóry), b) dve zástavky (bikolóry)? Koľko signálov vôbec možno utvoriť? [60; 20; 325]
4. Koľkými spôsobmi možno odmeniť 1., 2., 3., cenou 13 účastníkov športovej súťaže? [1716]
5. Koľko prvkov dá 32 220 variácií druhej triedy? [180]
6. Koľko prvkov je daných, ak počet variácií tretej triedy z prvkov utvorených je päť krát väčší než počet variácií druhej triedy? [7]
7. Koľkými priamkami možno spojiť 10 bodov, ak tri z nich ležia na jednej priamke? [45]
8. V rovine je daných 12 bodov, z ktorých 5 leží na jednej priamke. Žiadne ďalšie tri body neležia na jednej priamke. Koľko priamok určujú tieto body? [57]
9. V rovine je 10 bodov vo všeobecnej polohe. a) Koľko kružníc možno nimi určiť? b) Koľko kružníc je určených, ak 6 bodov leží na jednej kružnici? [120; 101]
10. V priestore je daných 10 rôznych bodov, z ktorých žiadne tri neležia na jednej priamke a žiadne štyri v jednej rovine. a) Koľko rovín možno nimi určiť? b) Koľko rovín možno nimi určiť, ak štyri body ležia v jednej rovine? [120; 117]
11. V priestore leží vo všeobecnej polohe 12 bodov. a) Koľko štvorstenov možno vytvoriť, ak považujeme dané prvky za vrcholy? b) Koľko štvorstenov vytvoríme, ak 6 bodov leží v jednej rovine? [495; 480]
12. V koľkých bodoch sa pretína 9 priamok, z ktorých 4 sú navzájom rovnobežné? [30]
13. Upravte:
 a) $\frac{n!}{(n-3)!} + \binom{n}{2}$ b) $\frac{1}{(n)!} - \frac{1}{(n-1)!} - \frac{1}{(n-2)!}$ $\left[\frac{n}{2}(n-1)(2n-3); \frac{1-n^2}{n!} \right]$
14. Zjednodušte: $\frac{n^2-9}{(n+3)!} + \frac{6}{(n+2)!} - \frac{1}{(n+1)!}$ $\left[\frac{1}{(n+2)!} \right]$
15. Zjednodušte: $\frac{1}{(n)!} - \frac{3}{(n+1)!} - \frac{n^2-4}{(n+2)!}$ [0]
16. Riešte rovnicu: $\binom{x}{2} + \binom{x-1}{2} = a^2$ $[x_1 = 1+a; \text{ak } a > 0; x_2 = 1-a; \text{ak } a < 0]$
17. Riešte rovnicu: $\binom{x-1}{x-2} + \binom{x-2}{x-4} = 4$ [4]
18. Koľko prirodzených čísel väčších ako 15 môžeme vytvoriť z číslíc 0, 1, 2, 3, 5, ak sa žiadne číslo neopakuje? [252]
19. Koľko existuje štvorciferných prirodzených čísel, ktoré majú všetky číslice navzájom rôzne? [4536]
20. Určte počet prvkov množiny, z ktorých možno utvoriť 20-krát menej usporiadaných dvojíc ako usporiadaných štvorcíc, ak sa žiaden prvok neopakuje. [7]
21. Koľko permutácií s opakovaním možno vytvoriť z písmen slova PRAHA? [60]

22. Koľko permutácií s opakovaním možno vytvoriť z písmen slova MISSISSIPPI? [34650]
23. Koľkými spôsobmi môže 36 členov organizácie zvoliť 4-členný výbor, ak záleží na tom, kto bude mať akú funkciu? [1413720]
24. Koľko rôznych prirodzených čísel možno utvoriť z číslíc 0, 1, 2, 3, 4, ak sa žiadna nebude opakovať? [260]
25. Koľko rôznych prevodov možno vytvoriť sadou 6 ozubených kolies o rôznom počte zubov? [30]
26. Vo vrecku je 6 rovnakých lístkov označených číslami 1 až 6. Koľkými rôznymi spôsobmi môžeme postupne s prihliadnutím na poradie vybrať 3 z nich, ak sa vybrané lístky do vrecka:
 - a) nevracajú [120]
 - b) vracajú? [216]
27. Koľko dvojciferných čísel možno zostaviť z číslíc 1, 2, 3, 4, 5, keď sa nemá ani v jednom čísle číslica opakovať? [20]
28. Koľko 5-ciferných čísel možno vytvoriť z číslíc 0, 1, 2, 3, 4, 5, ak sa žiadna číslica nemá opakovať v žiadnom čísle a číslo má byť deliteľné štyrmi? [36]
29. Koľko rôznych telefónnych staníc možno zapojiť, ak sú všetky telefónne čísla šesťmiestne a ani jedno z nich sa nezačína nulou? [900000]
30. Počet variácií tretej triedy bez opakovania z n prvkov je k počtu variácií tretej triedy s opakovaním v pomere 21 : 32. Koľko je prvkov? [8]
31. Koľko štátnych poznávacích značiek možno vytvoriť tým spôsobom, že za dvoma písmenami (spolu ich je 27) nasledujú štyri číslice? [7290000]
32. Koľkými spôsobmi možno rozsadiť okolo okrúhleho stola 4 mužov a 4 ženy tak, aby všetci muži sedeli pohromade? [576]
33. V lavici sedí 5 chlapcov, z nich dvaja sú bratia a chcú sedieť vedľa seba. Koľkokrát môžeme rozsadiť týchto 5 chlapcov tak, aby bratia sedeli vedľa seba? [48]
34. Koľkými spôsobmi môžeme navliecť na niť 2 biele, 2 žlté a 3 červené korálky? [210]
35. Koľkými spôsobmi môžeme na polici umiestniť 3 rovnaké detektívky, 2 rovnaké romány a 3 rovnaké zbierky básni? [480]
36. Koľko rôznych poradí o 10 prvkoch možno vytvoriť z 5-tich prvkov a , troch prvkov b , a dvoch prvkov c ? [2520]
37. V triede sa vyučuje 11 predmetov. Koľkými spôsobmi možno zostaviť rozvrh hodín na jeden deň, ak sa má vyučovať 5 rôznych predmetov? [55440]
38. Počet permutácií z n prvkov je v pomere k počtu permutácií z $(n+2)$ prvkov ako 1 : 30. Nájdite n . [4]
39. Z koľkých prvkov možno vytvoriť 600 variácií druhej triedy bez opakovania? [25]
40. Koľko je všetkých možných trojciferných prirodzených čísel? [900]
41. Koľko rôznych vlajok s troch vodorovných alebo zvislých pruhov rôznej farby možno vytvoriť z látok farby bielej, červenej, zelenej a žltej? [48 = 24 + 24]
42. Z koľkých prvkov možno vytvoriť 420 variácií druhej triedy bez opakovania? [21]
43. Ak sa zväčší počet prvkov o dva, zväčší sa počet permutácií dvanásť krát. Koľko je prvkov? [2]
44. Koľkými spôsobmi môžu byť odmenení 1., 2. a 3. cenou trinásti účastníci súťaže? [1716]
45. Počet variácií bez opakovania tretej triedy z n prvkov je o 255 menší než počet variácií s opakovaním tretej triedy z tých istých prvkov. Koľko je tých prvkov? [9]

46. Aranžér má vo výklade zoradiť vedľa seba 2 rovnaké biele svetle, 2 rovnaké modré svetle a jeden hnedý. Koľkými možnými spôsobmi môže výklad upraviť? [30]
47. V rýchlikovej súprave sú 2 batožinové vozne, jeden jedálny, 4 lôžkové a 3 ležadlové vozne. Koľkými spôsobmi možno zoradiť súpravu? [12600]
48. Nech A a B sú konečné množiny. Nech B má o dva prvky viac ako A . Počet permutácií množiny B je 30-krát väčší než počet permutácií množiny A . Koľko prvkov majú množiny A a B ? [4;6]
49. Pri výrobe určitej súčiastky je treba previesť 4 operácie A, B, C, D , pre ktoré platia nasledujúce podmienky:
- Operácia B nesmie byť prvá a operácia A nesmie byť posledná.
 - Operácia C sa musí previesť skôr ako operácia D .
- Koľko rôznych postupov existuje pri výrobe tejto súčiastky? [7]
50. Určte počet možných päťíc, ktoré možno nastaviť na zámku trezora s piatimi kruhmi, na ktorých sú číslice 0, 1, 2, ..., 9, ak:
- V päťici sa každé číslo vyskytuje len raz [30240]
 - Nie je žiadne obmedzenie [10⁵]
51. Koľkými spôsobmi možno ubytovať 10 hostí v jednej štvorposteľovej a dvoch trojposteľových izbách? [4200]
52. Kolóna áut má byť zostavená s 2 osobných, 3 nákladných áut a 4 pojazdných dielní. Koľkými spôsobmi môžeme kolónu vytvoriť, ak:
- na poradí vozidiel nezáleží, [1260]
 - rovnaké vozidlá majú byť za sebou? [6]
53. Určte súčet všetkých štvorciferných prirodzených čísel zostavených z čísl 1, 3, 5, 7 (bez opakovania). [106656]
54. Koľkokrát viac je variácií k -tej triedy ako kombinácií k -tej triedy z n prvkov bez opakovania? [$k!$]
55. V priestore je daná kocka. Pre jej hrany x, y, z platí: $0 \leq x \leq 5, 0 \leq y \leq 5, 0 \leq z \leq 5$. Určte, koľko jej bodov má všetky súradnice dané celými číslami a zároveň neležia v žiadnej z rovín $x = y, x = z$ a $y = z$. [100]
56. Koľko rôznych slov s desiatimi písmenami možno utvoriť z písmen slova MATEMATIKA, pričom sa v danom slove každé písmeno opakuje toľkokrát, ako v slove matematika? [151200]
57. Zistite, koľko je takých prirodzených šesťciferných čísel, ktorých ciferný súčet je štyri. [56]
58. Vyriešte v N rovnicu: $\binom{n+1}{n-1} + \binom{n-1}{n-3} - \binom{n-3}{n-5} = 20$ [$n_1=5; n_2=-10 \notin N$]
59. Dokážte, že platí: $\frac{\binom{16}{3} + \binom{16}{4} + \binom{17}{5}}{\binom{18}{6}} = \frac{6}{13}$
60. Pre ktoré $n \in N$ platí: $\binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \binom{n}{3} = 5n$? [$n_1=5; n_2=-5 \notin N, n_3=0 \notin N$]
61. Pre ktoré $n \in N$ platí: $\binom{n}{2} - \binom{n+3}{2} + \binom{6}{2} > 0$? [$n \in \{2,3\}$]