SemMat1 – DU6 – cv7 – Deliteľnosť celých čísel.

1. Koľkými spôsobmi môžeme rozpísať číslo 60 ako súčin dvoch nesúdeliteľných čísel?
   Riešenie. Číslo 60=2.2.3.5, z jeho deliteľov vieme vytvoriť 4 nesúdeliteľne dvojice:
   $1\cdot 60, 3\cdot 20, 4\cdot 15, 5\cdot 12$.

2. Koľko deliteľov má číslo 1880?
   Riešenie. Číslo 1880=2.2.2.5.47, toto číslo má (3+1) (1+1) (1+1)=4.2.2=16 deliteľov.

3. Obsah obdĺžnika P=196 cm^2. Aké veľké sú jeho rozmery, keď sú vyjadrené prirodzenými číslami? Zistite všetky možnosti a vyberte z nich rozmery toho obdĺžníka, ktorého obvod je najmenší.
   Riešenie. Číslo 196=2.2.7.7. Prípustné dĺžky strán sú:
   a) 1x196 , obvod (1+196).2=394
   b) 2x98 , obvod (1+98).2=198
   c) 4x49 , obvod (4+49).2=106
   d) 7x28 , obvod (7+28).2=70
   e) 14x14 , obvod (14+14).2=56

   Najmenší obvod bude mať obdĺžnik (štvorec) zo stranami 14 cm x 14 cm.

4. Koľkými spôsobmi môžeme rozpísať číslo 21 ako súčet troch prvočísel?
   Riešenie. Najprv si vypíšme všetky prvočísla menšie ako 21:
   2,3,5,7,11,13,17,19
   Pôjdeme skúšať od najväčšieho:
   21=17+2+2; 21=13+5+3; 21 =11+7+3; 21=11+5+5; 21=7+7+7.
   Číslo 21 môžeme rozpísať piatimi spôsobmi.

5. Určte dve čísla, ktorých najväčší spoločný deliteľ D=6 a najmenší spoločný násobok *n*=72.
   Riešenie. $a\cdot b = nsd(a,b)\cdot nsn(a,b) = 6\cdot 72 = 432$
   $432=2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 3\cdot 3\cdot 3=(2\cdot 3)(2\cdot 3)\cdot 2^2\cdot 3$
   Kedže $nsd(a,b)=6$, do úvahy prípadajú takéto možností
   a) *a*=2.3=6 *b*=2.3.2.2.3=72
   b) *a*=2.3.3=18 *b*=2.3.2.2=24
      a naopak.

6. Trojciferné prirodzené číslo *M* je deliteľne 18 a môžeme ho napísať ako súčet dvojciferného čísla a jeho päťdesiatnásobku. Určte všetky *M*.
   Riešenie.
   $M = X + 50X = 51X$
   $X = 10a + b$,
   Keďže $100 \le M < 1000$, platí $100 \le 51X < 1000$, a teda $2 \le X < 19$.
   Zároveň požadujeme, aby *M* bolo deliteľné 18. Vzhľadom na to, že
   51=3.17, musí *X* byť dvojčíselne, menšie ako 20, párne a deliteľne 3.
   Týmto podmienkam vyhovujú 12 a 18, príslušne *M* sú 612 a 918.

7. Rozhodni, či je dané číslo deliteľné číslom 2, 3, 4, 5, 6 alebo 9:
   214, 330, 174, 7964, 88, 9260, 51422, 766, 684, 75870, 2763, 480,

1536, 12521, 7587, 6130, 866, 262, 990, 102, 98, 1165

Riešenie: Použij kritéria deliteľnosti.

8. Na aké najväčšie množstvo skupiniek možno rozdeliť 90 detí a 24 učiteľov, ak má byť v každej skupinke rovnaký počet detí aj rovnaký počet učiteľov?
   Riešenie: Hľadáme *nsd*(90,24), to bude počet skupín.
   90= 2.3.3.5, 24=2.2.2.3 a teda *nsd*(90,24)=6.
   90 detí a 24 učiteľov možno rozdeliť na najviac 6 skupiniek.

9. Majme danú kocku, ktorej dĺžka hrany je prirodzené číslo. Z akého najmenšieho počtu takýchto rovnakých kociek možno vytvoriť kváder s rozmermi 24 cm x 32 cm x 60 cm? Aká dlhá bude hrana týchto kociek?
   Riešenie. Hľadáme *nsd*(24,32,60).
   24=2.2.2.3, 32=2.2.2.2.2, 60=2.2.3.5
   nsd(24,32,60) teda bude 2.2=4
   Hrana týchto kociek bude dlhá 4 cm.
   Počet: $(24 \div 4) \cdot (32 \div 4) \cdot (60 \div 4) = 6.8.15 = 720$

10. Pri rekonštrukcii vlakovej trate boli vymenené 40-metrové kusy koľajníc za 15-metrové. Aký najkratší úsek koľajovej trate sa dá vymeniť bez rezania koľajníc?
    Riešenie. Hľadáme *nsn*(40,15)
    40=2.2.2.5, 15=3.5,
    nsn(40,15)=2.2.2.3.5=8.15=120
    Najkratší úsek koľajovej trate, ktorý sa dá vymeniť bez rezania koľajníc je 120 m.

11. Je súčin štyroch po sebe idúcich prirodzených čísel určite deliteľný číslami 3, 4 a 5?
    Riešenie.
    a) Ak po sebe idú štyri prirodzené čísla aspoň jedno z nich bude deliteľné 3. Môže to byť prvé, alebo druhé, alebo tretie.
    b) Ak po sebe idú štyri prirodzené čísla jedno z nich bude deliteľné 4. Môže to byť prvé, alebo druhé, alebo tretie, alebo štvrté.
    c) Ak po sebe idú štyri prirodzené čísla, môže sa stať, že ani jedno z nich jedno nebude deliteľné 5. Príklad: 1,2,3,4.

12. Rozhodni, či je číslo prvočíslo:
    a) 278 b) 323 c) 397

    Riešenie:

    a) 278 je párne a teda 278 nie je prvočíslo.
    b) Odmocnina z 323 je 17,97, stačí teda vyskúšať deliteľnosť prvočíslami menšími ako 18. Začneme od najväčšieho: 323:17=19 a teda 323 nie je prvočíslo.
    c) Odmocnina z 397 je 19,92, stačí teda vyskúšať deliteľnosť prvočíslami menšími ako 20. Sú to 2,3,5,7,11,13,17,19. Po vyskúšaní všetkých možností vidíme, že 397 je prvočíslo.