

Úloha	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Spolu:
Max body:	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	60
Skutočnosť:											

1. Turistický klub so 120 členmi organizoval v počas roka 3 túry. Zistite, koľko členov absolvovalo jednotlivé túry a koľko sa nezúčastnilo na žiadnej z nich, ak:

- nikto neabsolvoval 2 túry za sebou
- aspoň na jednej túre sa zúčastnilo 90% členov klubu = 108 členov
- na dvoch túrach sa zúčastnila $\frac{1}{3}$ členov klubu = 40 členov
- na druhej túre bolo o 20 členov menej ako na prvej túre a o osem menej ako na tretej túre.

2. Určte všetky **prirodzené** čísla x , ktoré vyhovujú rovnici:

$$\binom{x-1}{x-2} + \binom{x-2}{x-4} = 4$$

- Koľkými spôsobmi možno na štvorcovej šachovnici so 64 poliami vybrať tri polia tak, aby neležali v tom istom stĺpci?
- V škatuli je 12 výrobkov, z ktorých 3 sú pokazené. Koľkými spôsobmi môžeme z krabice vybrať 4 výrobky tak, že medzi nimi:
 - bude najviac 1 pokazený výrobok
 - budú aspoň 2 dobré výrobky?

5. Určte reálne číslo x v rozvoji výrazu $\left(4x - \frac{1}{3x}\right)^8$, $x \neq 0$ tak, aby sa štvrtý člen mnohočlena, ktorý vznikne pri výpočte podľa binomickej vety, rovnal -14 ?

Pomôcka. Pri riešení využite vzorec na druhej strane papiera.

- Medzi čísla 7 a 4375 vložte tri čísla tak, aby s danými číslami tvorili geometrickú postupnosť. Vypočítajte kvocient postupnosti, vložené členy a súčet vložených členov.
- Najmenší vnútorný uhol mnohouholníka je 117° , najväčší je 171° . Uhly tvoria aritmetickú postupnosť. Koľko strán má mnohouholník, ak viete, že súčet uhlov v mnohouholníku je $s = (n - 2)180$. Určte diferenciu aritmetickej postupnosti.
- Riešením diofantickej rovnice** určite, koľkými spôsobmi možno preliať 145 l vína do 5 litrových a 10 litrových nádob, ak z každého druhu použijeme aspoň jednu nádobu?
- Použitím rozšíreného Euklidovho algoritmu** nájdite najväčší spoločný deliteľ $d = \text{nsd}(1239, 735)$ a čísla x, y tak, aby $d = 1239x + 735y$.
- Vyriešte systém rovníc:

$$\begin{aligned} 5x + 5y + z &= 2 \\ 3x - 4y - 3z &= 1 \\ -2x + x + z &= -1 \end{aligned}$$

Užitočné vzorce:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Aritmetická postupnosť.

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

Geometrická postupnosť.

$$a_n = a_1 q^{n-1}$$

$$s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

Binomická veta.

$$(a+b)^n = \binom{n}{0} a^n b^0 + \dots + \binom{n}{k-1} a^{n-k+1} b^{k-1} + \binom{n}{k} a^{n-k} b^k + \dots + \binom{n}{n} a^0 b^n$$