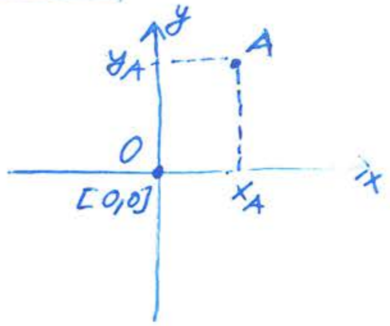
ZÁKLADY ANALYTICKEJ GEOMETRIE V ROVINE

3. PREDNÁŠKA

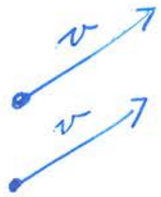
- NA TEJTO PREDNÁŠKE SA BUDEME POHYBOVAŤ LEN V DVOJROZMERNOM EUKLIDOVSKOM PRIESTORE (ROVINA)

BOD:

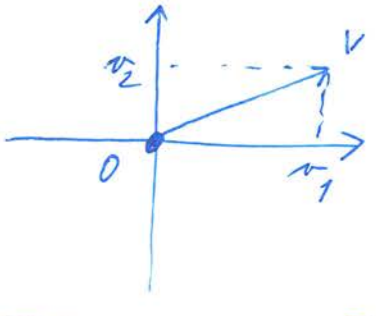


BOD V ROVINE
= USPORIADANÁ DVOJICA ČÍSEL
$A = [x_A, y_A]$
O – ZAČIATOK SÚRADNICOVÉHO SYSTÉMU
$O = [0, 0]$

VEKTOR



VEKTOR → ZAČIATOK + SMER
$\vec{v} = (v_1, v_2)$
AKO VZNIKÁ VEKTOR



V – bod $V = [v_1, v_2]$
O – začiatok $O = [0,0]$
$\vec{v}$ – vektor $\underbrace{V - O}_{\vec{v}} = (v_1, v_2)$

VEKTOR JE NAJČASTEJŠIE URČENÝ DVOMA BODMI

$A = [x_A, y_A]$
$B = [x_B, y_B]$

$\vec{AB} = B - A = (x_B - x_A, y_B - y_A)$

A – ZAČIATOČNÝ BOD
B – KONCOVÝ BOD

NAJČASTEJŠIE VÝPOČTY:

AK MÁME 2 BODY A, B

$A = [x_A, y_A]$

$B = [x_B, y_B]$

MÔŽEME VYPOČÍTAŤ:

•) VEKTOR URČENÝ DVOMA BODMI

$$\overrightarrow{AB} = B - A = (x_B - x_A, y_B - y_A)$$

•) VEĽKOSŤ VEKTORA = VZDIALENOSŤ BODOV A,B $d(A,B)$

$|\overrightarrow{AB}|$

$$|\overrightarrow{AB}| = d(A,B) = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

•) STRED ÚSEČKY AB $S = A \div B$

$$S = \left[\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right]$$

VŠIMNITE SI, ŽE VŠETKY VÝPOČTY ROBÍME PO SÚRADNICIACH

AK MÁME 2 VEKTORY:

nech $\vec{u} = (u_1, u_2)$, $\vec{v} = (v_1, v_2)$ } sú vektory v rovine

SÚČET VEKTOROV $\vec{u} + \vec{v} = (u_1 + v_1, u_2 + v_2)$

DĹŽKA VEKTORA $|\vec{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2}$

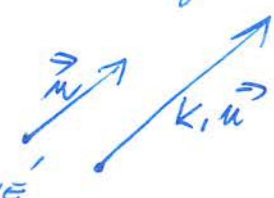
NÁSOBOK VEKTORA $\underset{\substack{\downarrow \\ \text{ČÍSLO}}}{k} \cdot \vec{u} = k \cdot (u_1, u_2) =$

$= (k \cdot u_1, k \cdot u_2)$; $k \in R$

(ak vektor $\vec{u} \neq (0,0)$ → nenulový vektor

$k \neq 0$

tak $\underbrace{\vec{u} \parallel k \cdot \vec{u}}_{\text{SÚ ROVNOBEŽNÉ}}$)



NULOVÝ VEKTOR: $\vec{u}=(0,0)$

JEDNOTKOVÝ VEKTOR: !! $\vec{e}$ je taký, že jeho veľkosť $|\vec{e}|=1$

NÁSOBENIE VEKTOROV:

- v ROVINE MÁME buď násobok vektora alebo skalárny súčin vektorov)

$\boxed{\text{POZOR}}$ $k\cdot\vec{u}$ = číslo · vektor = $\boxed{\text{vektor}}$

$\vec{u}\cdot\vec{v}$ = skalárny súčin 2 vektorov = $\boxed{\text{ČÍSLO}}$

$\vec{u}=(u_1,u_2)$

$\vec{v}=(v_1,v_2)$

POTOM SKALÁRNY SÚČIN

$\vec{u}\cdot\vec{v}=(u_1\cdot v_1+u_2\cdot v_2)$

SKALÁRNY SÚČIN - VLASTNOSTI

$\left.\begin{array}{l}\vec{u}=(u_1,u_2)\\ \vec{v}=(v_1,v_2)\end{array}\right\}$ nenulové vektory

POTOM $\vec{u}\cdot\vec{v}=0 \iff \vec{u}\perp\vec{v}$

skalárny súčin $=0$ $\iff$ keď sú $\vec{u}$ a $\vec{v}$ na seba kolmé

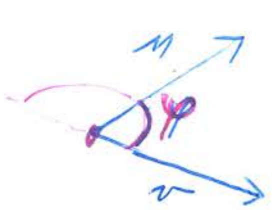
POTOM $u_1\cdot v_2-u_2\cdot v_1=0 \iff \vec{u}\parallel\vec{v}$

(krížové násobenie

$$\left.\begin{array}{cc} u_1 & u_2 \\ v_1 & v_2 \end{array}\right\}=0$$

sú rovnobežné

UHOL DVOCH VEKTOROV

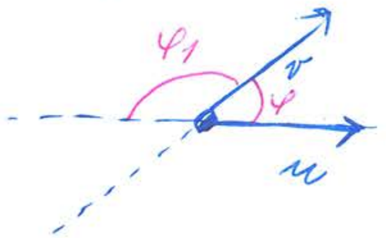


$$\cos\varphi=\frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|}$$

$\varphi\in\langle 0,\pi\rangle$

POZOR – ČASTÉ CHYBY!

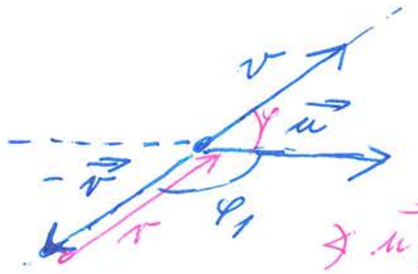
? KTORÝ UHOL JE TEN SPRÁVNY



AK $\varphi \in \langle 0, \frac{\pi}{2} \rangle$ $\langle 0, 90° \rangle$ } $\cos\varphi > 0$

AK $\varphi_1 \in \langle \frac{\pi}{2}, \pi \rangle$ $\langle 90°, 180° \rangle$ } $\cos\varphi < 0$

ORIENTUJEME SA PODĽA VÝSLEDNÉHO ZNAMIENKA!



$\sphericalangle \vec{u}, \vec{v} \ldots \varphi$

$\sphericalangle \vec{u}, -\vec{v} \ldots \varphi_1$

SPOLOČNÝ ZAČIATOČNÝ BOD

DOMÁCA ÚLOHA:

OVERTE $\sphericalangle(\vec{u}, \vec{u}) = 0$

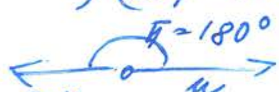
UHOL VEKTOR SÁM SO SEBOU

$$\cos\varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{u}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{u_1 \cdot u_1 + u_2 \cdot u_2}{\sqrt{u_1^2 + u_2^2} \cdot \sqrt{u_1^2 + u_2^2}} = \frac{u_1^2 + u_2^2}{u_1^2 + u_2^2} = 1$$

$\cos\varphi = 1$

$\varphi = 0$

$\sphericalangle(\vec{u}, -\vec{u}) = \pi$



UHOL VEKTOR A VEKTOR OPAČNÝ

$\vec{u} = (u_1, u_2)$

$-\vec{u} = (-u_1, -u_2)$

$$\cos\varphi = \frac{\vec{u} \circ (-\vec{u})}{|\vec{u}| \cdot |-\vec{u}|} = \frac{-u_1 \cdot u_1 - u_2 \cdot u_2}{\sqrt{u_1^2 + u_2^2} \cdot \sqrt{(-u_1)^2 + (-u_2)^2}} =$$

$$= \frac{-(u_1^2 + u_2^2)}{u_1^2 + u_2^2} = -1$$

$\cos\varphi = -1$

$\varphi = +\pi \ (180°)$

UVEDOMTE SI - DÔLEŽITÉ PRE POČÍTANIE PRÍKLADOV

Ak $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ TAK SÚ KOLMÉ

ak $\vec{u} = (2, 3)$, ako najjednoduchšie nájdeme vektor kolmý na $\vec{u}$

$(\vec{v} \perp \vec{u})$ $\vec{v} = (-3, 2)$

VYMEŇ SÚRADNICE + ZMEŇ ZNAMIENKO

alebo $(3, -2)$

Ako overím, že $\vec{u} \parallel \vec{v}$??

$\vec{u} = (2, 3)$ $\vec{v}$ JE JEHO NÁSOBOK

napr. $\vec{v} = (4, 6)$ $\boxed{k \cdot \vec{u}}$

$\vec{v} = (-4, -6)$ $k \neq 0$

$\vec{v} = (20, 30)$ ...

PRÍKLAD

•) K u VEKTORU $(4, -2)$ NÁJDITE ASPOŇ DVA VEKTORY S NÍM ROVNOBEŽNÉ

$\vec{u} = (4, -2)$ $\vec{v_1} = (8, -4)$ $\vec{v_1} \parallel \vec{u}$

$\vec{v_2} = (-8, 4)$ $\vec{v_2} \parallel \vec{u}$

$\vec{v_3} = (2, -1)$ $\vec{v_3} \parallel \vec{u}$

•) NÁJDITE VEKTOR NAŇ KOLMÝ ...

$\vec{v} \perp \vec{u}$ $\vec{v_1} = (2, 4)$ lebo

$\vec{u} \cdot \vec{v_1} = 4 \cdot 2 + (-2 \cdot 4) = 0$

$\vec{v_2} \perp \vec{u}$ $\vec{v_2} = (4, 8)$ $\vec{u} \cdot \vec{v_2} = 4 \cdot 4 + (-2 \cdot 8) = 0$

$\vec{v_3} = (-4, -8)$ $\vec{u} \cdot \vec{v_3} = 4 \cdot -4 + (-2 \cdot -8)$

$= -16 + 16 = 0$

PRIAMKA

- PRIAMKA V ROVINE JE JEDNOZNAČNE URČENÁ DVOMA BODMI

$A = [x_A, y_A]$

$B = [x_B, y_B]$

4 SPÔSOBY AKO POPÍSAŤ PRIAMKU:

① PARAMETRICKÉ ROVNICE PRIAMKY

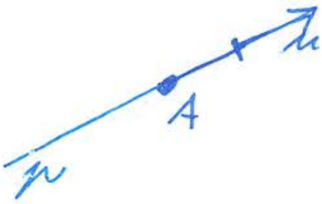
ROVNICA $X = A + t \cdot \vec{u}$; $t \in R$

SA NAZÝVA PARAMETRICKÁ ROV. PRIAMKY

JEDNODUCHŠIE

1 BOD $A = [x_A, y_A]$

1 VEKTOR (SMEROVÝ) $\vec{s} = (s_1, s_2)$



$$x = \boxed{x_A} + t \cdot \boxed{s_1}$$
$$y = \boxed{y_A} + t \cdot \boxed{s_2}$$

BOD VEKTOR

$t \in R$ ↓ PARAMETER

PR: $A = [1, 2]$
$\vec{s} = (3, 4)$

$p: A\vec{s}$ PRIAMKA

$$x = 1 + t \cdot 3$$
$$y = 2 + t \cdot 4 \qquad t \in R$$

ALEBO POTREBUJEME

2 BODY $A = [x_A, y_A]$

$B = [x_B, y_B]$

POSTUP - urob vektor $\overrightarrow{AB} = B - A = (x_B - x_A, y_B - y_A)$ a máš predchádzajúcu situáciu

$p: \overleftrightarrow{AB}$

$$x = \boxed{x_A} + t \cdot \boxed{(x_B - x_A)}$$
$$y = \boxed{y_A} + t \cdot \boxed{(y_B - y_A)} \qquad t \in R$$

BOD VEKTOR ⇒ SMEROVÝ!!

PRÍKLAD 1 $A=[1,2]$
$B=[5,7]$

$\overrightarrow{AB} = B-A = (5-1, 7-2) = (4,5)$

$p: \overleftrightarrow{AB}$ $x = 1+4t$
$y = 2+5t$ $, t \in R$

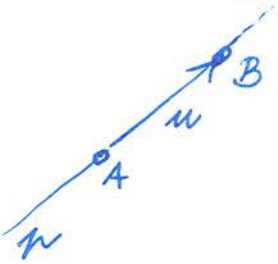
ROVNAKÁ PRIAMKA SA DÁ ZAPÍSAŤ

$x = \boxed{5} + \boxed{4}t$
$y = 7 + 5t$ $t \in R$

$\underbrace{5, 7}_{\text{BOD}}$ $\underbrace{4, 5}_{\text{VEKTOR}}$

JEDNU PRIAMKU MÔŽE ZAPÍSAŤ MNOHÝMI SPÔSOBMI

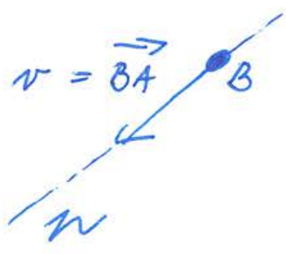
PRÍKLAD : PRIAMKA VS. POLPRIAMKA VS. ÚSEČKA



$A=[1,2]$
$B=[5,7]$ $\Rightarrow u = \overrightarrow{AB} = (4,5)$

priamka $p: \overleftrightarrow{AB}$ $x = 1+4t$
$y = 2+5t$ $t \in R$

polpriamka $\overrightarrow{AB}$ –//– $t \in \langle 0, \infty)$



polpriamka $\overrightarrow{BA}$
$B + \overrightarrow{BA}$

$\vec{v} = \overrightarrow{BA} = A-B = (-4,-5)$

$x = 5-4t$
$y = 7-5t$ $t \in \langle 0, \infty)$

úsečka AB $x = 1+4t$
$y = 2+5t$ $t \in \langle 0, 1 \rangle$

ak $t=0$ ... dosadením dostaneme bod A
ak $t=1$ –//–   bod B

VŠEOBECNÁ ROVNICA PRIAMKY

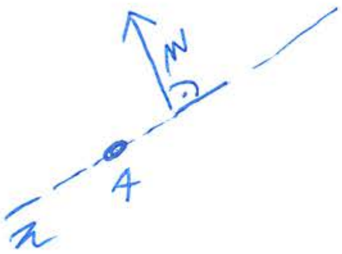
VŠEOBECNÁ ROVNICA PRIAMKY MÁ TVAR:

$$p: \; ax + by + c = 0$$

$a, b, c \in R$

$(a, b) \neq (0, 0)$

NEMÔŽU BYŤ SÚČASNE $(0,0)$



POTREBUJEME

1 BOD $\quad A = [x_A, y_A]$

1 NORMÁLOVÝ VEKTOR $\vec{n} = (a, b)$

PRÍKLAD: $A = [1, 2]$

$\vec{n} = (-4, 3)$

všeobecná rovnica $\quad ax + by + c = 0$

$-4 \cdot x + 3 \cdot y + c = 0$

dosaď BOD a vypočítaj c

$-4 \cdot \underset{x_A}{1} + 3 \cdot \underset{y_A}{2} + c = 0$

$-4 + 6 + c = 0$

$+2 + c = 0$

$c = -2$

hľadaná všeobecná rovnica:

$-4 \cdot x + 3y - 2 = 0$

PREVOD I.

PARAMETRICKÉ ROVNICE $\longleftrightarrow$ NORMÁLOVÝ TVAR

A, s - smerový $\quad \vec{s} = (s_1, s_2)$

A, n - normálový $\quad \vec{n} = (-s_2, s_1)$

alebo $\vec{s} \perp \vec{n}$

PRÍKLAD: preveďte parametrický tvar $\vec{p}$ na normálový

PARAMETRICKÝ NA NORMÁLOVÝ

$A = [1, 2]$

$\vec{s} = (3, 4) \xrightarrow{1} \vec{n} = (-4, 3)$

lebo $\vec{s} \perp \vec{n}$

$x = \boxed{1} + 3t$

$y = \boxed{2} + 4t \qquad t \in R$

BOD

2 $-4x + 3y + c = 0$

dosaď bod

$-4 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + C = 0$

$-4 + 6 + C = 0$

$2 + C = 0$

$C = -2$

3 NORMÁLOVÝ TVAR

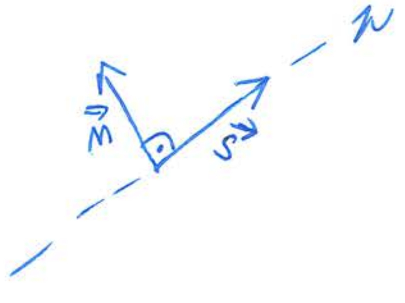
$\underline{-4x + 3y - 2 = 0}$

NORMÁLOVÝ $\longrightarrow$ PARAMETRICKÝ

$-4x + 3y - 2 = 0$

1 zistím normálový vektor

$\vec{n} = (-4, 3)$



2 nájdem k nemu smerový

$\vec{s} = (3, 4) \qquad \vec{n} \perp \vec{s}$

3 nájdem 1 bod z priamky
(niečo čo sa jednoducho počíta)

napr. $x_{BOD} = 0 \qquad -4 \cdot 0 + 3 \cdot y - 2 = 0$

$3y = 2$

$y_{BOD} = \frac{2}{3}$

$BOD = [0, 2/3]$

potom parametrické rovnice

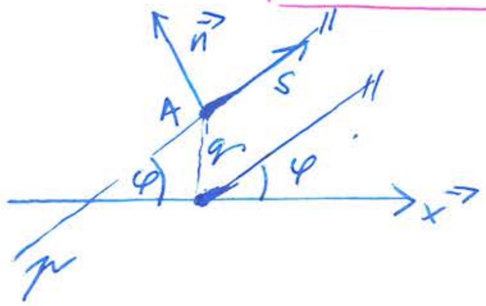
$x = 0 + 3t$

$y = 2/3 + 4t \qquad t \in R$

SMERNICOVÝ TVAR PRIAMKY

Smernicový tvar priamky p je

$$\boxed{p: \quad y = k \cdot x + q}$$, kde $k = -\frac{a}{b} \rightarrow$ smernica



$k = \operatorname{tg} \varphi$

φ – uhol priamky s kladným smerom $\vec{x}$

BOD $A = [x_A, y_A]$ leží na priamke ak dosadíme do smernicového tvaru

$$y_A = k \cdot x_A + q$$

ČO SA MÔŽE HODIŤ:

∘) DVE PRIAMKY SÚ ROVNOBEŽNÉ $\Longleftrightarrow$ AK SÚ BUĎ OBE $\parallel$ s osou $\vec{y}$ (nemajú smernicový tvar)

alebo sú obe $\nparallel$ s osou $\vec{y}$

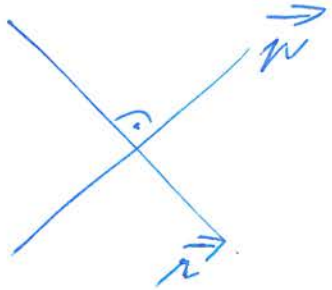
a MAJÚ ROVNAKÚ SMERNICU

napr. $y = 2x + 5$

$y = 2x - 7$

∘) PRIAMKA KOLMÁ NA $\vec{p}$: $y = kx + q$

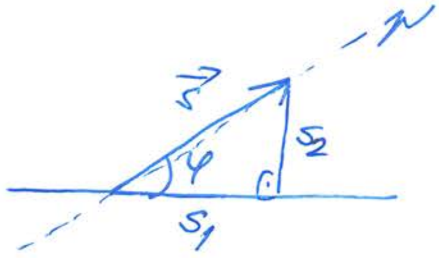
MÁ SMERNICU $\tilde{k} = -\frac{1}{k}$



$\vec{p}: \; y = k \cdot x + q_1$

$\vec{r}: \; y = -\frac{1}{k} x + q_2$

•) Ak priamka $\vec{p}$ je určená smerovým vektorom $\vec{s} = (s_1, s_2)$
tak potom má smernicu $k = \frac{s_2}{s_1}$.



vektor $\vec{s}$ → rozloží na zložky s_1 a s_2

definícia $tg\,\varphi = \frac{\text{protiľah.}}{\text{priľah}} = \frac{s_2}{s_1}$

•) Ak priamka $\vec{p}$ je určená bodmi

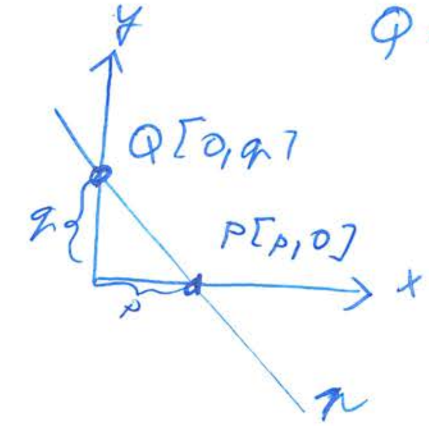
2 BODY $\begin{cases} A = [x_A, y_A] \\ B = [x_B, y_B] \end{cases}$ $x_A \neq x_B$

potom smernicový tvar:

$$y = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \cdot (x - x_A) + x_B$$

ÚSEKOVÝ TVAR PRIAMKY

AK MÁME DANÉ BODY
$P = [p, 0]$
$Q = [0, q]$



POTOM ÚSEKOVÝ TVAR JE

$$\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$$

ROVNICU MÔŽEME V TOMTO TVARE NAPÍSAŤ VTEDY AK NIE JE ROVNOBEŽNÁ SO ŽIADNOU OSOU ($\vec{x}, \vec{y}$)

PREVODOVÁ TABUĽKA

PARAMETRICKÝ TVAR

$A = [x_A, y_A]$
$B = [x_B, y_B]$ } BOD

$\vec{s} = (s_1, s_2)$

smerový vektor

$x = x_A + s_1 \cdot t$

$y = y_A + s_2 \cdot t$ $\quad t \in R$

NORMÁLOVÝ TVAR

$A = [x_A, y_A]$ BOD

$\vec{n} \perp \vec{s}$

$\vec{n}$ - normálový vektor

$\vec{n} = (-s_2, s_1)$

$\boxed{-s_2} \cdot x + \boxed{s_1} \cdot y + c = 0$

$\boxed{a} \cdot x + \boxed{b}\, y + c = 0$

súradnice norm. vektora

c dopočítaj pomocou bodu

len jednoduchá úprava

$y = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}(x - x_A) + x_B = \frac{s_2}{s_1}(x - x_A) + x_B = -\frac{a}{b}(x - x_A) + x_B$

roznásob a dopravuj

SMERNICOVÝ TVAR

$y = k \cdot x + q$

$ax + by + c = 0$

$\Rightarrow by = -ax - c$

$y = \boxed{-\frac{a}{b}} \cdot x \boxed{-\frac{c}{b}}$

$k = -\frac{a}{b} \qquad q = -\frac{c}{b}$

ÚSEKOVÝ TVAR

$ax + by + c = 0$

$ax + by = -c \quad / : a \cdot b$

$\frac{x}{b} + \frac{y}{a} = \frac{-c}{a \cdot b}$

$\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$ uprav delením

$y = k \cdot x + q \quad / : q$ len úprava

$-\frac{k}{q} \cdot x + \frac{y}{q} = 1$

PRÍKLAD: NAPÍŠTE 4 TVARY PRIAMKY p: ZADANEJ DVOMA BODMI

$A = [1,-1]$

$B = [2,3]$

1. parametrické vyjadrenie

$\overrightarrow{AB} = B - A = (1,4)$

$x = 1 + 1.t$

$y = -1 + 4t \qquad t \in R$

2. normálový tvar:

smerový vektor $\vec{s_p} = \overrightarrow{AB} = (1,4)$

potom $\vec{n_p}$ $\quad \vec{n_p} \perp \vec{s_p}$

$\vec{n_p} = (-4, 1) \qquad ax + by + c = 0$

$-4x + y + c = 0$ ← dosaď bod A

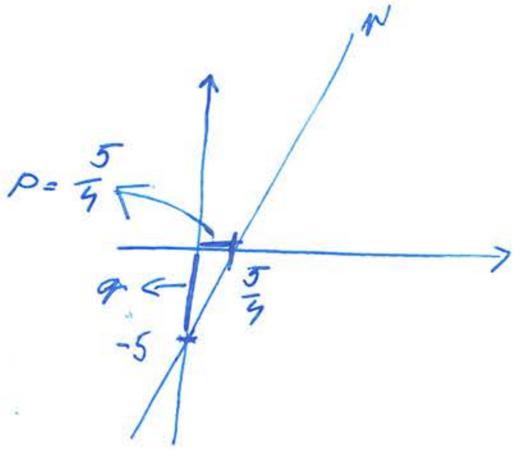
$-4.1 + (-1) + c = 0$

$-4 - 1 + c = 0$

$-5 + c = 0$

$c = 5$

$p: \ -4x + y + 5 = 0$



3. smernicový tvar

$y = 4x - 5$

4. úsekový tvar

$-4x + y + 5 = 0$

$-4x + y = -5 \quad /:-5$

$\underbrace{\frac{+4x}{5}}_{\text{zloží zlomok}} + \frac{y}{-5} = 1$

$\frac{x}{+\frac{5}{4}} + \frac{y}{-\frac{5}{1}} = 1$

ŠPECIÁLNE PRIAMKY!

OS $\vec{x}$: $[1,0]$

$\vec{s} = (1,0)$

$x = 1 + t$
$y = 0$

VŠEOB: $y = 0$

SMERNICOVÝ $y = 0$ $\rightarrow k = 0 \Rightarrow 0 \cdot x + 0$

ÚSEKOVÝ – NEDÁ SA

OS $\vec{y}$: BOD $[0,1]$

$\vec{s} = (0,1)$

PARAM:

$x = 0$
$y = 1 + t$

VŠEOB: $x = 0$

SMER.: – NEDÁ SA

ÚSEK –//–

METRICKÉ ÚLOHY V ROVINE ①

VZDIALENOSŤ BODU OD PRIAMKY

$N = [x_N, y_N]$

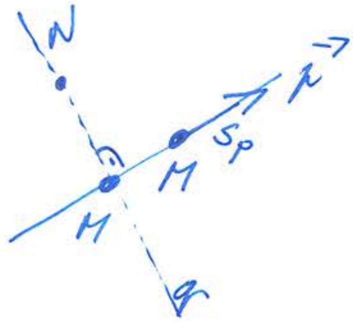
$p: ax + by + c = 0$

potom

① VZOREC $d(N, p) = \dfrac{|a.x_N + b.y_N + c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

② POSTUP: ① BODOM N UROBÍME KOLMICU NA PRIAMKU $\vec{p}$

$\vec{p}: \vec{s_p} + M$



② NAPÍŠEME ROVNICU PRIAMKY $\vec{q}$: $\vec{q} \perp \vec{p}$

$N \in \vec{q}$

VIEME $\vec{n_q} = \vec{s_p}$

+ POZNÁME BOD

③ PRIENIK $\vec{p} \cap \vec{q} =$ BOD M

④ VZDIALENOSŤ 2 BODOV MN

$|MN| = |N\vec{p}|$

UHOL DVOCH PRIAMOK

$p: \vec{n_p}$ - normálový vektor $\vec{p}$

$q: \vec{n_q}$ — // — $\vec{q}$

$$\cos\varphi = \frac{\vec{n_p} \cdot \vec{n_q}}{|\vec{n_p}| . |\vec{n_q}|}$$

ALEBO $\vec{s_p}$ a $\vec{s_q}$ sú smerové vektory

$$\cos\varphi = \frac{\vec{s_p} \cdot \vec{s_q}}{|\vec{s_p}| . |\vec{s_q}|}$$

VZDIALENOSŤ DVOCH BODOV

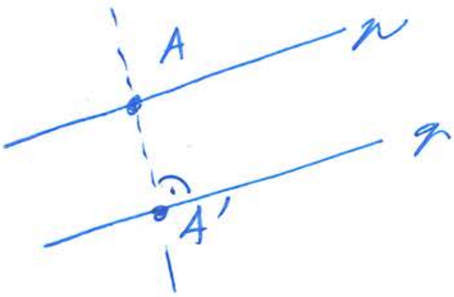
$A = [x_A, y_A]$

$B = [x_B, y_B]$

$|AB|$ = DĹŽKA ÚSEČKY AB

$= \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

VZDIALENOSŤ DVOCH ROVNOBEŽNÝCH PRIAMOK



1. OVER, ŽE SÚ SKUTOČNE ROVNOBEŽNÉ
2. vzdialenosť $\vec{p}, \vec{q}$ je ROVNAKÁ ako $|A, \vec{q}|$ ako VZDIALENOSŤ BODU OD PRIAMKY

$|\vec{p}, \vec{q}| = |A, \vec{q}| = |AA'|$

POLOHOVÉ ÚLOHY V ROVINE

POLOHA BODU A PRIAMKY

BOD BUĎ NA PRIAMKE
LEŽÍ ALEBO NELEŽÍ

OVERÍME – DOSADENÍM

AK NELEŽÍ MÔŽEME VYPOČÍTAŤ
VZDIALENOSŤ BODU OD PRIAMKY

POLOHA 2 PRIAMOK

nech máme 2 priamky

p: $\vec{s_p}$ } smerové vektory, P } BODY

q: $\vec{s_q}$ Q

$\vec{s_p} = k \cdot \vec{s_q}$

je jeden smerový vektor násobkom toho druhého

áno

priamky sú rovnobežné alebo totožné

? SPOLOČNÝ BOD

ZOBER ĽUBOVOĽNÝ BOD Z PRIAMKY $\vec{p}$ A DOSAĎ HO DO $\vec{q}$

TOTOŽNÉ
pravda

ROVNOBEŽNÉ
NEPRAVDA

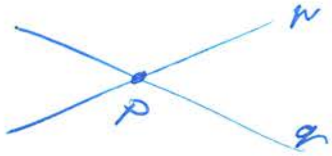
priamky sú rôznobežné

PRÍKLAD

ROZHODNITE, AKÚ VZÁJOMNÚ POLOHU MAJÚ PRIAMKY p, q, KTORÉ SÚ DANÉ

$$p: \begin{array}{l} x = 1-2t \\ y = 3+t \end{array} \quad t \in R$$

$$q: \begin{array}{l} x = 2+r \\ y = -1+3r \end{array} \quad r \in R$$



$p:$ BOD $= [1,3]$, $\vec{s_p} = (-2, +1)$

$q:$ BOD $= [2,-1]$, $\vec{s_q} = (1,3)$

$$\vec{s_q} \neq k \cdot \vec{s_p}$$

alebo pomocou skalárneho súčinu

$$-2 \cdot 3 - 1 \cdot 1 \neq 0$$

$\Rightarrow$ NIE SÚ ROVNOBEŽNÉ

PRIAMKY p, q SÚ RÔZNOBEŽNÉ

MÔŽEME VYPOČÍTAŤ ICH PRIESEČNÍK

$$\begin{array}{l} 1-2t = 2+r \\ 3+t = -1+3r \end{array}$$

riešime sústavu rovníc

$$1-2t = 2+r \quad /-2$$
$$-1-2t = r$$

$$3+t = -1+3\cdot(-1-2t)$$
$$3+t = -1-3-6t$$
$$3+t = -4-6t \quad /+4-t$$
$$7 = -7t$$
$$\boxed{t = -1} \longrightarrow -1-2\cdot(-1) = r$$
$$-1+2 = r$$
$$\boxed{r = 1}$$

PRIESEČNÍK

$$P = \begin{array}{l} x = 1-2\cdot(-1) = 1+2 = 3 \\ y = 3-1 = 2 \end{array}$$

$$P = [3,2]$$

PRÍKLAD

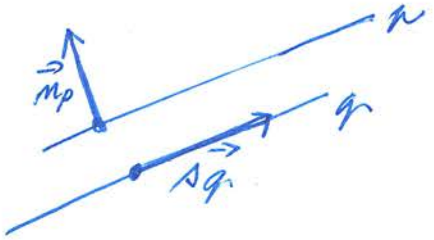
ZISTITE AKÚ VZÁJOMNÚ POLOHU MAJÚ PRIAMKY p, q AK SÚ DANÉ

$p: \; 2x + 5y + 28 = 0$

$q: \; x = -2 + 2t$
$\quad\; y = -9 + 2t \qquad t \in R$

$p: \; \vec{n_p} = [2, 5] \qquad$ BOD $[-14, 0]$

$q: \; \vec{s_q} = [2, 2] \qquad$ BOD $[-2, -9]$

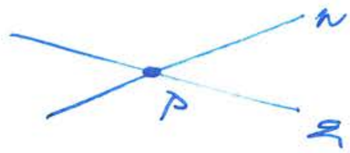


Z JEDNODUCHÉHO NÁČRTU VIDÍME, ŽE AK BY PRIAMKY MALI BYŤ BUĎ ROVNOBEŽNÉ (ALEBO TOTOŽNÉ) TAK MUSÍ PLATIŤ

$$\boxed{\vec{n_p} \cdot \vec{s_q} = 0}$$

$$2 \cdot 2 + 5 \cdot 2 = 14 \neq 0$$

$\Rightarrow$ PRIAMKY SÚ **RÔZNOBEŽNÉ**



URČÍME ICH **PRIESEČNÍK**

- najjednoduchší postup dosadením

$p: \; 2x + 5y + 28 = 0$

$$2 \cdot (-2 + 2t) + 5 \cdot (-9 + 2t) + 28 = 0$$
$$-4 + 4t - 45 + 10t + 28 = 0$$
$$-21 = -14t$$
$$t = 3/2$$

PRIESEČNÍK $P: \; x = -2 + 2 \cdot 3/2 = -2 + 3 = 1$
$\qquad\qquad\qquad\; y = -9 + 2 \cdot 3/2 = -9 + 3 = -6$

$$P = [1, -6]$$