

Podstata elektromagnetickej indukcie

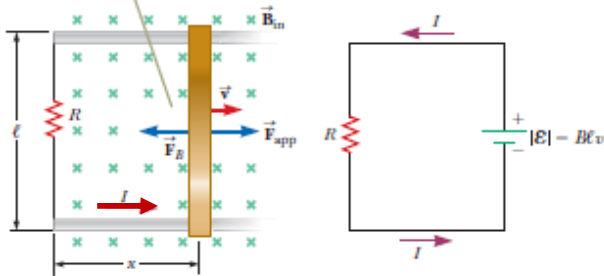
Viazanosť \vec{E} , \vec{B}

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} + q\vec{E} \rightarrow E_i = \frac{\vec{F}}{q}$$

Elektróny sa pod vplyvom indukovaného elektrického poľa budú pohybovať a vo vodiči vznikne elektrický prúd

Homogénne magnetické pole

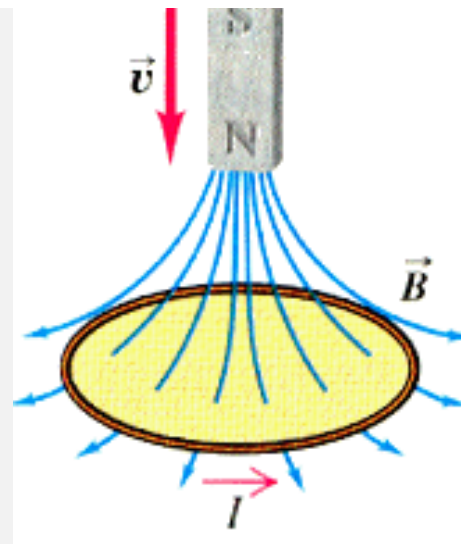
A counterclockwise current I is induced in the loop. The magnetic force \vec{F}_B on the bar carrying this current opposes the motion.



Vnútená indukovaná intenzita

$$\vec{E}_i = \frac{\vec{F}}{q} = \vec{v} \times \vec{B}$$

Časovo meniace sa magnetické pole



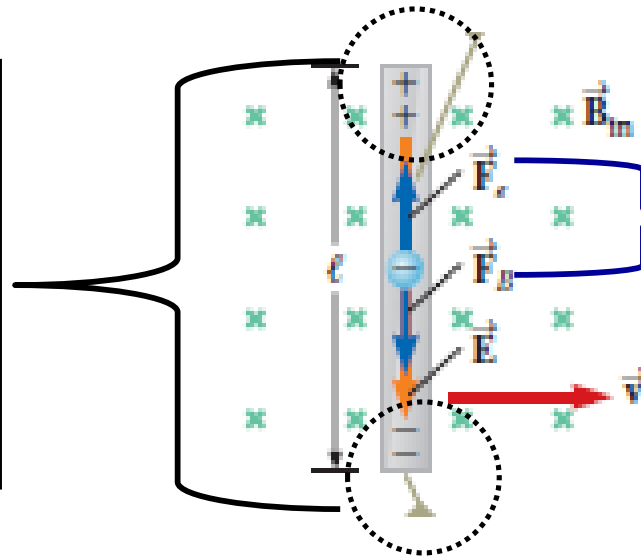
$$U_i = -\frac{d\phi}{dt}$$

Lentzovo pravidlo

$$\oint \vec{E}_i \cdot d\vec{l} \neq 0$$

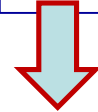
Pohyb kovovej tyče v homogénnom magnetickom poli s konštantnou rýchlosťou v

Vplyvom magnetickej sily pôsobiacej na elektróny, sa elektróny koncentrujú na konci tyče a vytvoria elektrické pole



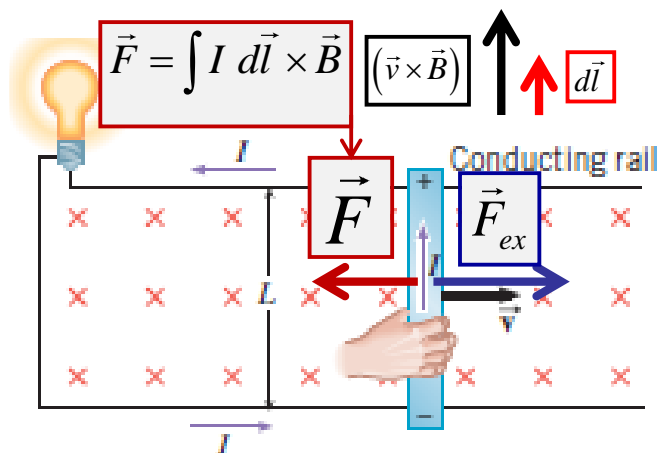
V rovnovážnom stave je elektrická a magnetická sila pôsobiaca na elektróny v rovnováhe

$$q\vec{E} = q\vec{v} \times \vec{B}$$



Vzniká indukované elektrické pole

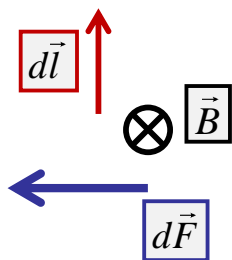
Pohyb kovovej tyče v magnetickom poli s konštantnou rýchlosťou v z hľadiska síl



\mathbf{F} – sila pôsobiaca na vodič dĺžky L , ktorým tečie prúd I a pohybuje sa v magnetickom poli s indukciou \mathbf{B} . Sila \mathbf{F} bráni pohybu vodiča, pretože smeruje na opačnú stranu, ako vonkajšia sila \mathbf{F}_{ext}

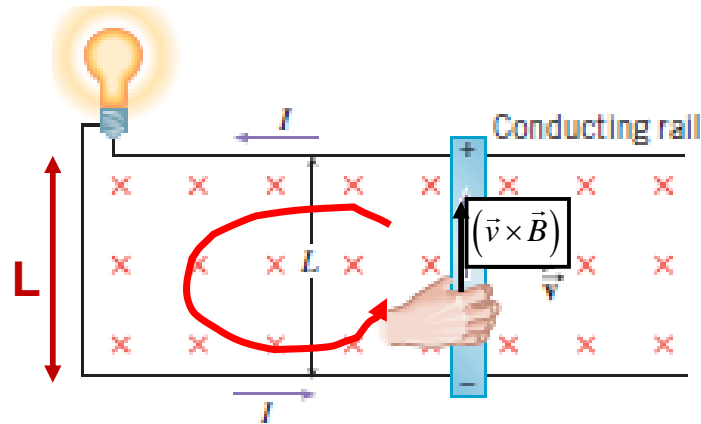
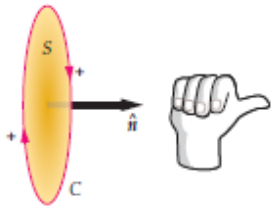
$$\vec{v} = \vec{k} \Rightarrow \vec{F} + \vec{F}_{ex} = \vec{0}$$

Po zapojení pohybujúcej sa tyče do obvodu, obvodom začne **prechádzať prúd** a na tyč začne pôsobiť **brzdíaca sila \mathbf{F}** , ktorú treba prekonávať, ak sa má zachovať konštantná rýchlosť tyče v .



$$|\vec{F}| = \int I |d\vec{l} \times \vec{B}| = ILB$$

Porovnanie indukovaného napätia s indukčným tokom



Indukované napätie je určené prácou indukovaného elektrického poľa (s jednotkovým nábojom)

$$U_i = \oint \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = \oint (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = vBL$$

Dohoda o orientácii vektora plochy

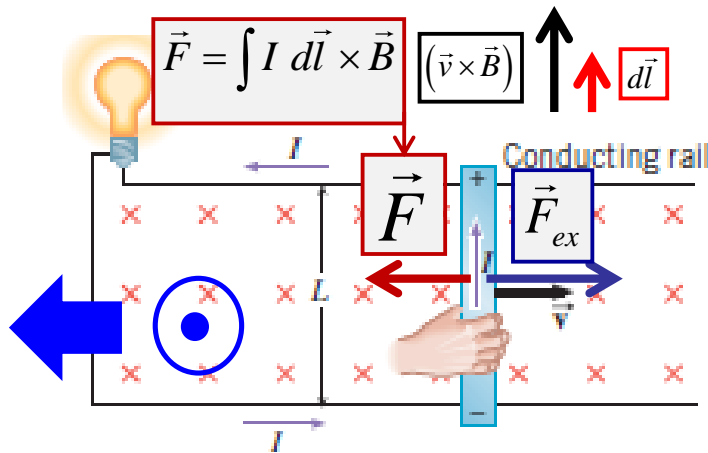
$$\phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int B dS \cos(\pi) = -BLx$$

$$\frac{d\phi}{dt} = -BLv$$

$$U_i = -\frac{d\phi}{dt}$$

Indukované napätie (pri pohybe kontúra) vzniká vplyvom magnetickej zložky Lorentzovej sily

Pohyb kovovej tyče v magnetickom poli s konštantnou rýchlosťou v z hľadiska síl



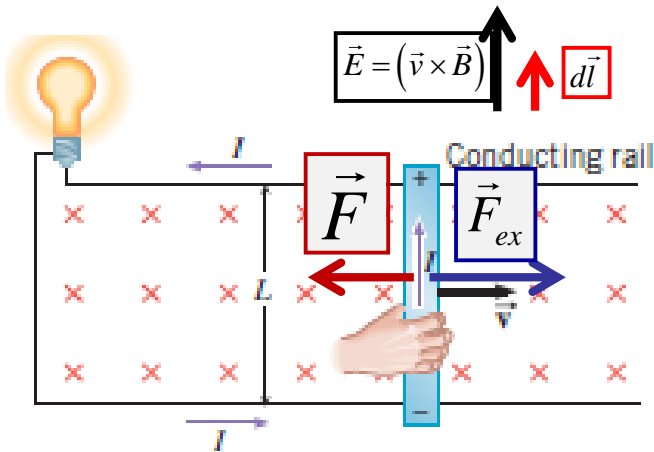
Lentzov zákon: Smer indukovaného elektrického prúdu je taký, že magnetické pole indukovaného elektrického prúdu svojimi účinkami pôsobí proti zmene, ktorá ho vyvolala.

Lencovo pravidlo je dôsledkom základného prírodného zákona – zákona zachovania energie.

Práca externej sily sa mení na teplo

Energetická bilancia

Pri rovnomernom pohybe $F_{ext} = F$



Práca indukovaného elektrického poľa

$$W = \int \vec{F}_E \cdot d\vec{l} = \int q [\vec{v} \times \vec{B}] \cdot d\vec{l} = qvBL$$

$$\vec{F}_E = q\vec{E} = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

Práca vonkajšej sily :

$$W = \int \vec{F}_{Ex} \cdot d\vec{l} = \int I [d\vec{l} \times \vec{B}] \cdot \vec{v} dt = qvBL$$

Tá sila, ktorá prekonávala brzdiacu silu F

Mechanická práca sa mení na elektrický prúd a súčasne na teplo

Energiu potrebnú na svietenie dodáva práca vonkajšej sily.

Podstata elektromagnetickej indukcie

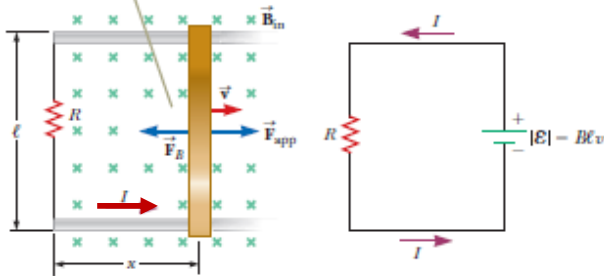
Viazanosť \vec{E} , \vec{B}

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} + q\vec{E} \rightarrow E_i = \frac{\vec{F}}{q}$$

Elektróny sa pod vplyvom indukovaného elektrického poľa budú pohybovať a vo vodiči vznikne elektrický prúd

Homogénne magnetické pole

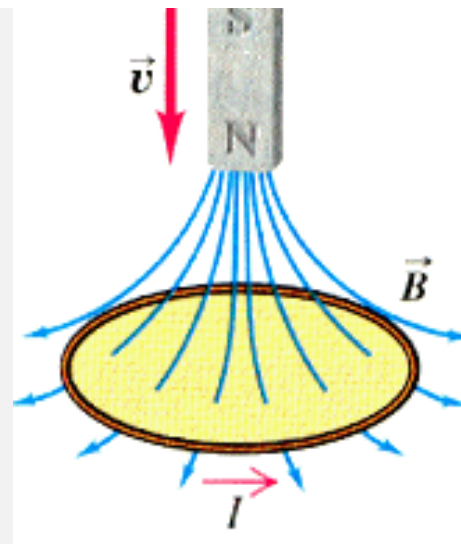
A counterclockwise current I is induced in the loop. The magnetic force \vec{F}_B on the bar carrying this current opposes the motion.



Vnútená indukovaná intenzita

$$\vec{E}_i = \frac{\vec{F}}{q} = \vec{v} \times \vec{B}$$

Časovo meniace sa magnetické pole

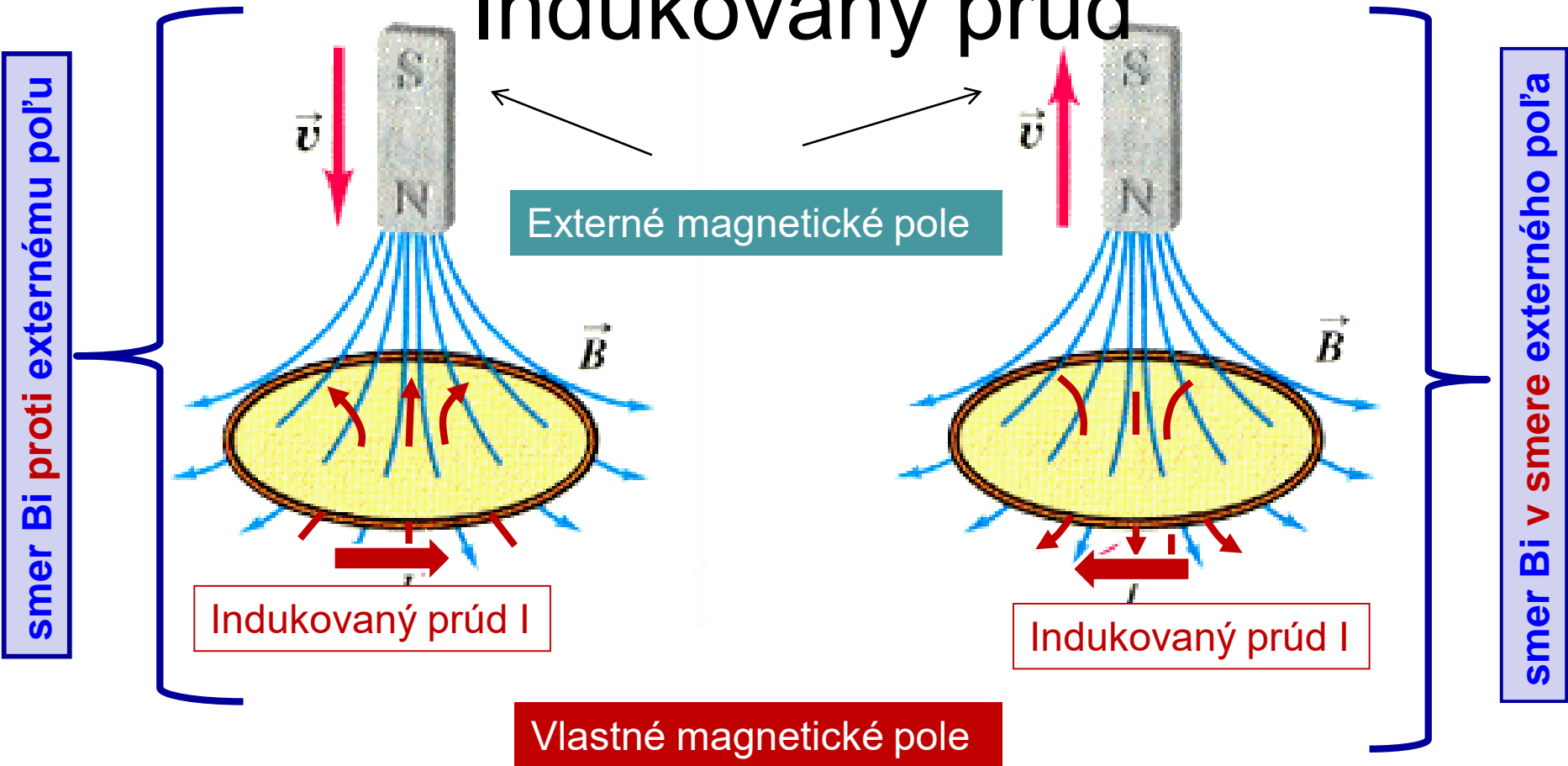


$$U_i = -\frac{d\phi}{dt}$$

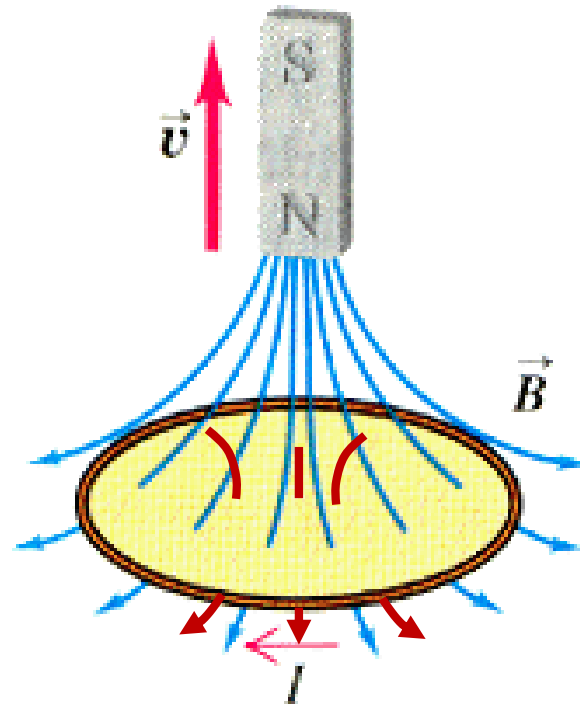
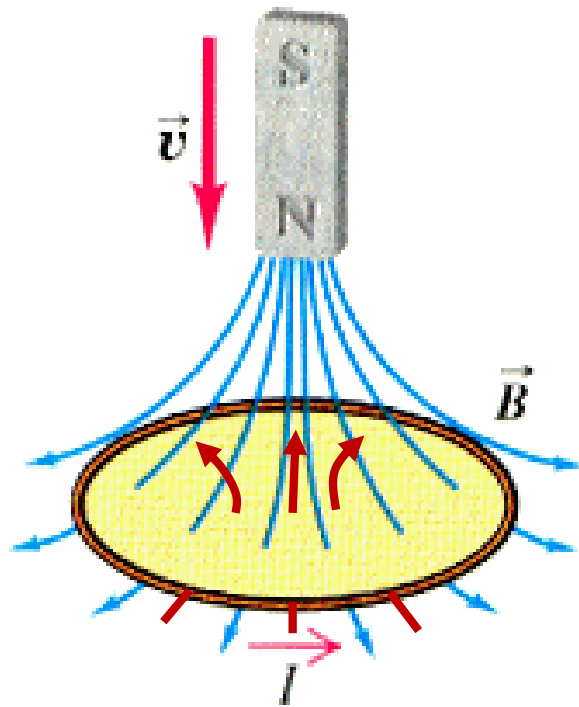
Lentzovo pravidlo

$$\oint \vec{E}_i \cdot d\vec{l} \neq 0$$

Indukovaný prúd



Vo vodivej obruči tečie indukovaný prúd. Ten prúd vytvára vlastné magnetické pole. Magnetické pole vytvorené indukovaným prúdom je nakreslené **červeno**. **Pri postupnom zosilňovaní externého poľa má smer proti externému poľu. Pri zoslabovaní externého poľa má indukované pole rovnaký smer ako externé pole.**

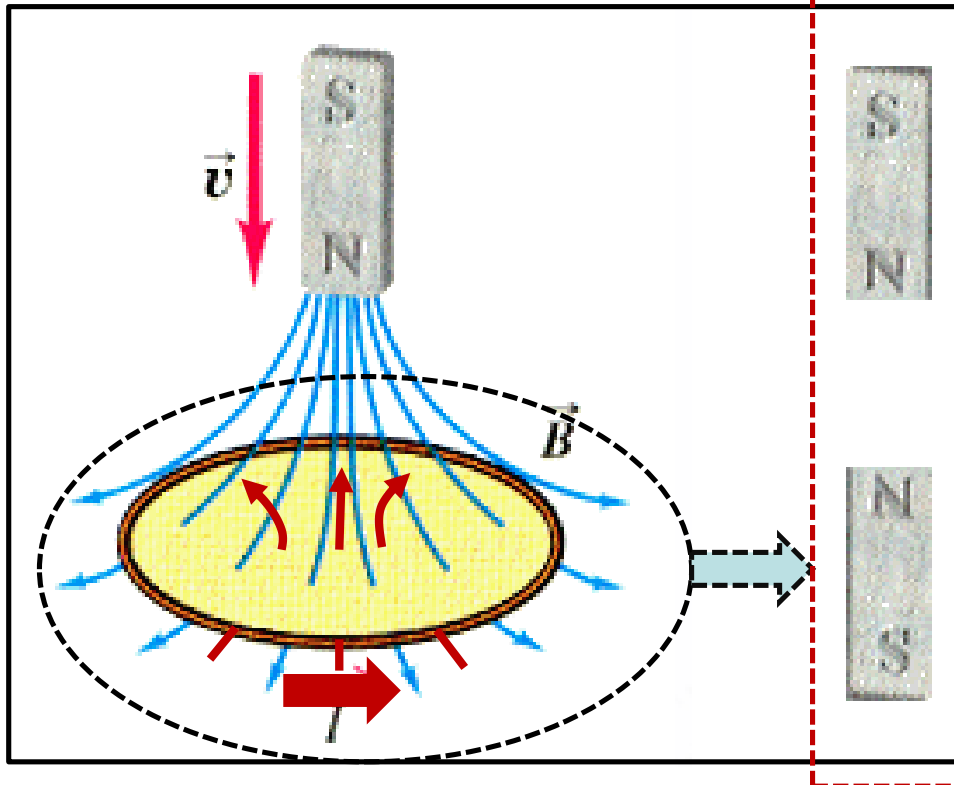


Lenzovo pravidlo: Indukovaný prúd má taký smer, že svojimi magnetickými účinkami „sa snaží“ **zabrániť zmene, ktorá ho vyvolala.**

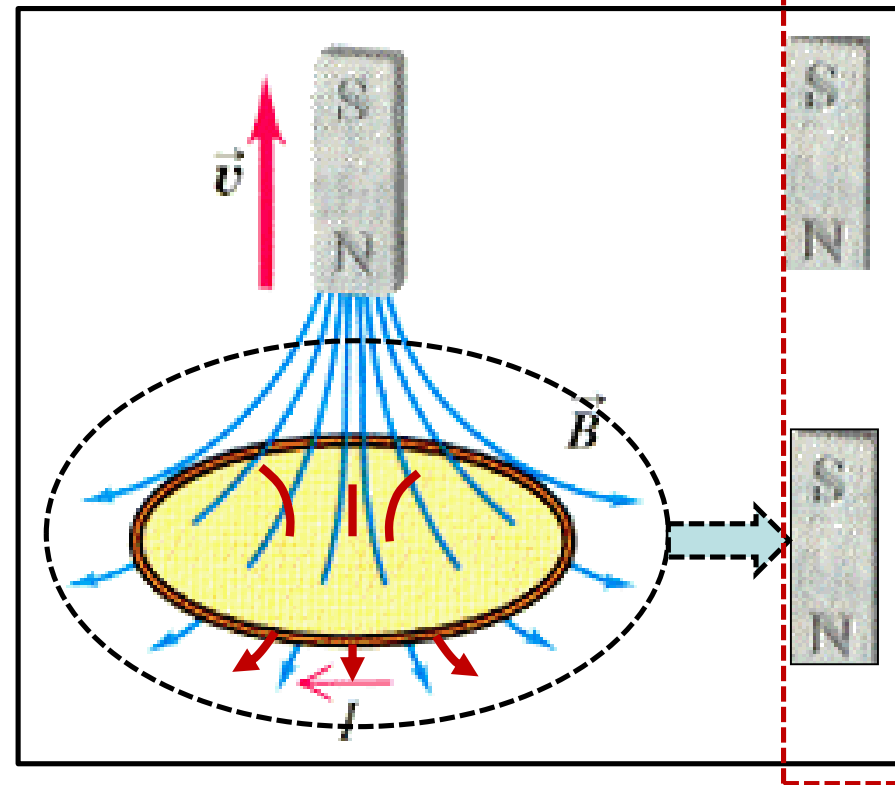
Teda pri zosilňujúcom sa externom poli sa snaží ho zoslabiť, pri zoslabujúcom sa sa externom poli sa snaží ho zosilniť.

Silové pôsobenie

Pole závitů možno nahradit' poľom magnetu



Prekonávame odporivú silu

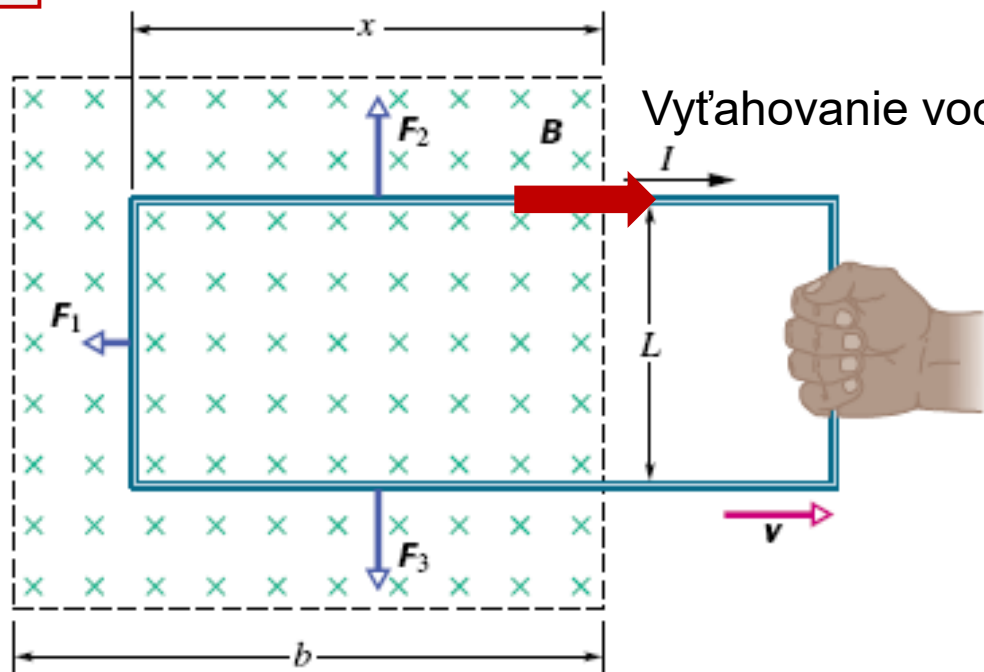


Prekonávame príťažlivú silu

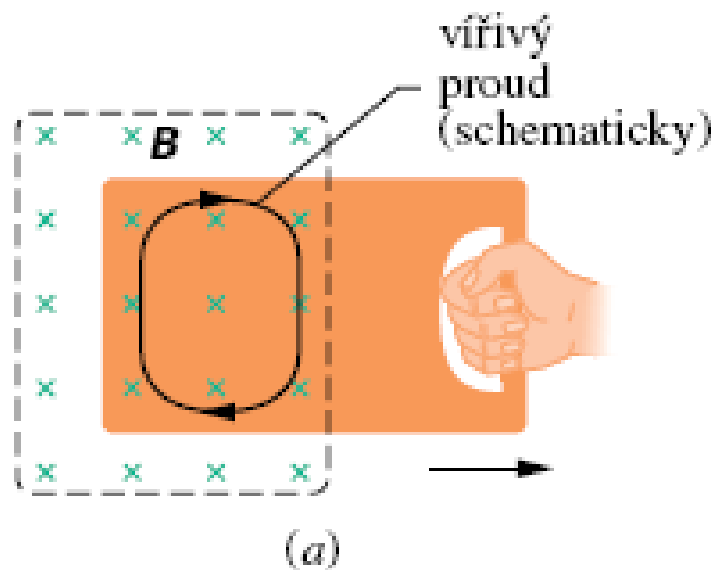
Zasúvanie aj vysúvanie magnetu je spojené s **prácou externej sily**, pričom sa táto práca zmení na teplo v elektrickom odpore závitů.

Aplikácie

$$\vec{F} = \int I d\vec{l} \times \vec{B}$$



Vyťahovanie vodivej slučky z magnetického poľa

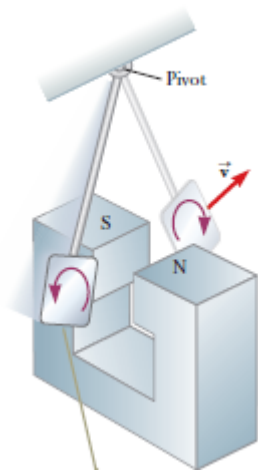


Vodivostné elektróny vytvoria taký indukovaný prúd, ktorý sa bude snažiť zabrániť vyťahovaniu dosky z magnetického poľa

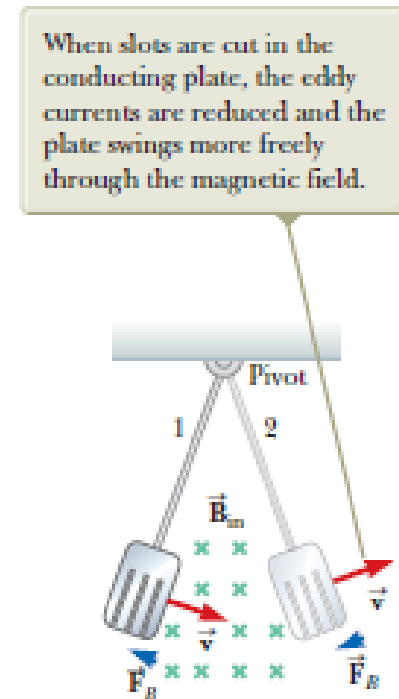
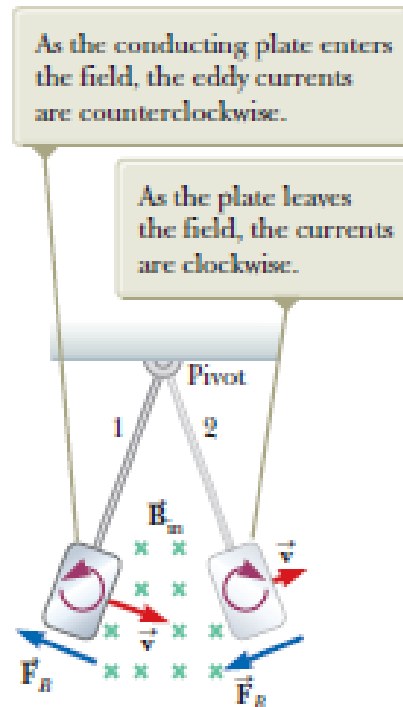
(a)

Vířivé proudy – Foucaultove proudy

Premennivé magnetické pole vytvára vo vodičoch vírové elektrické pole

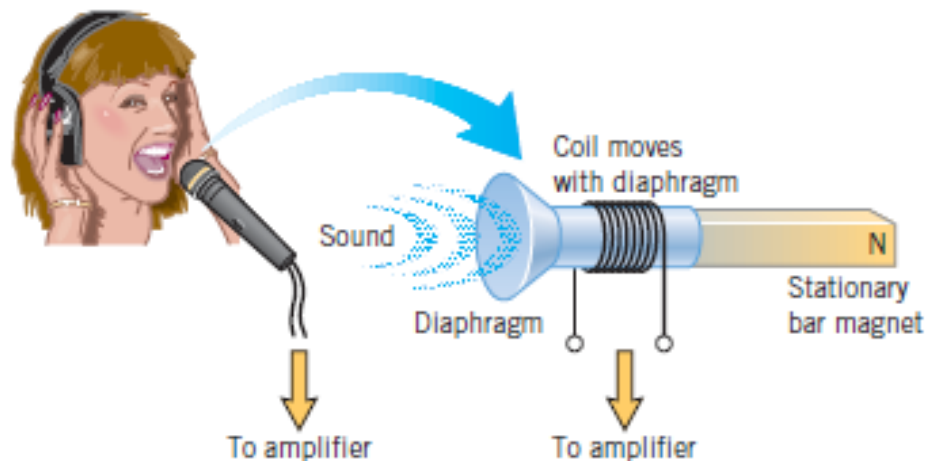


Ak platňa vstúpi alebo vystúpi z poľa, zmena magnetického indukčného toku indukuje elektromotorické napätie, ktoré sa snaží zabrániť zmene, ktorá ich vyvolala.



Využitie: elektrické brzdy, tlmení elektrických meracích prístrojov

Mikrofón



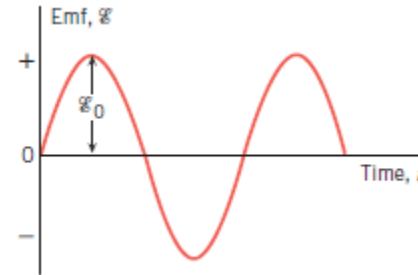
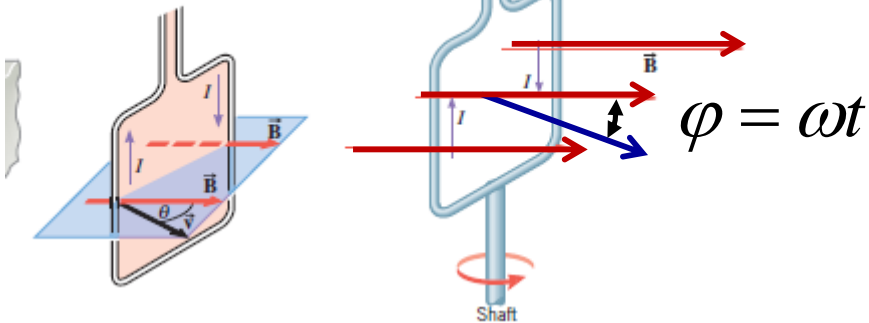
Mechanický pohyb membrány sa mení na elektrický signál

Zvuková vlna udiera na membránu mikrofónu, membrána reproduktora vibruje tam a späť spolu s cievkou.

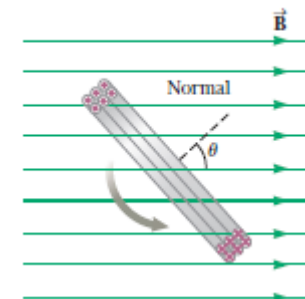
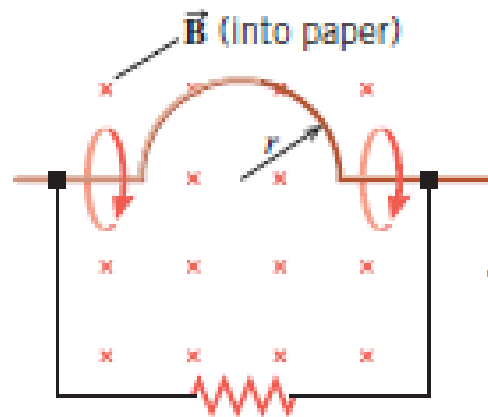
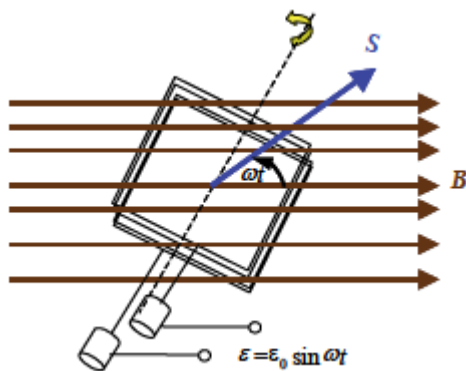
Nedaleko je stacionárny magnet, pomocou ktorého sa indukuje napätie, prúd v cievke a to sa zosiluje.

Magnetický indukčný tok pri rotujúcej slučke, v homogénnom magnetickom poli

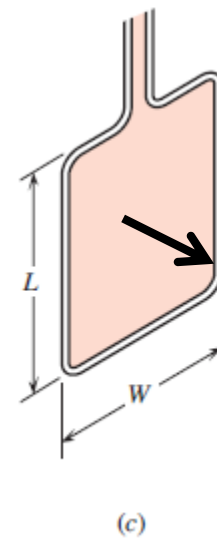
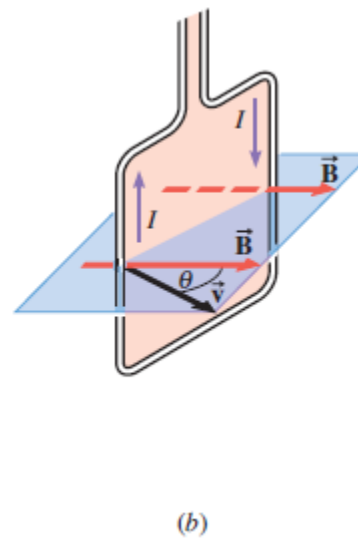
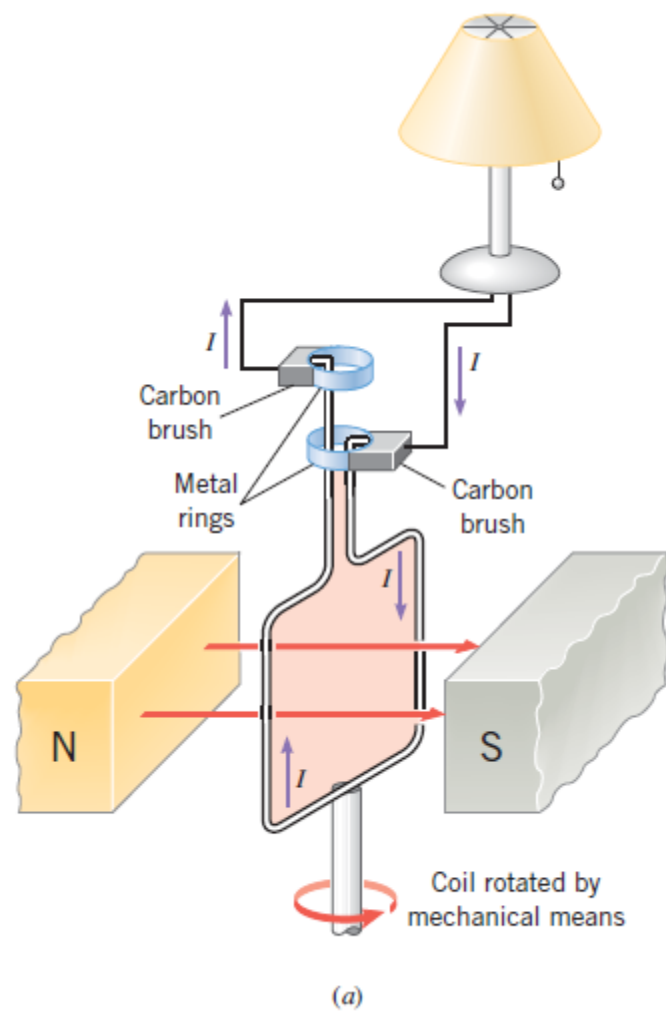
$$\phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = BS \cos \omega t$$



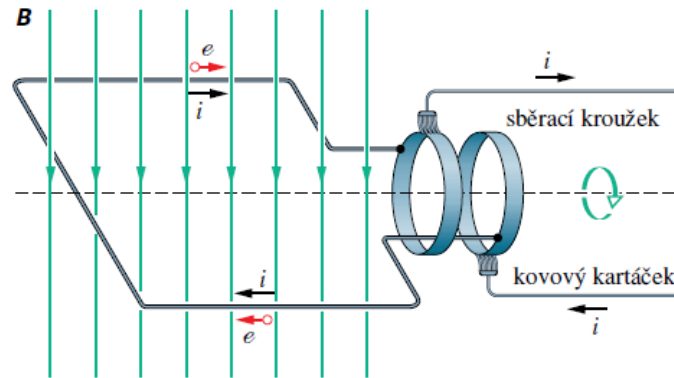
$$u_i = -\frac{d\phi}{dt} = BS\omega \sin \omega t$$

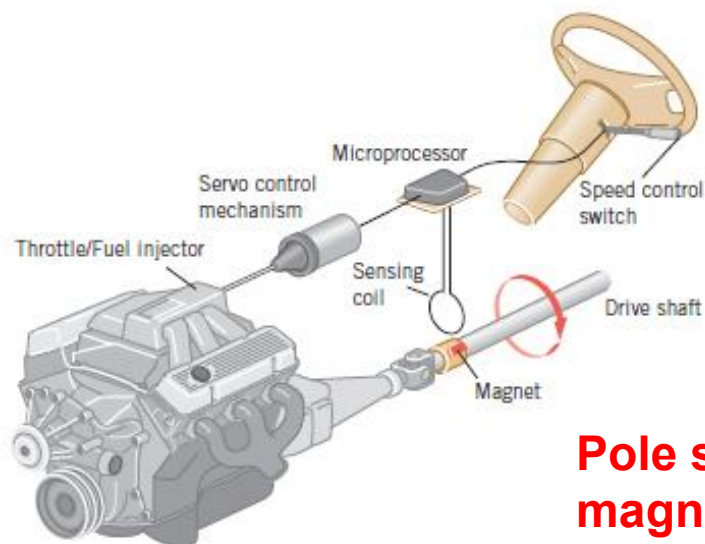


$$\phi = \phi_0 + BS \cos \omega t$$



Elektrický generátor

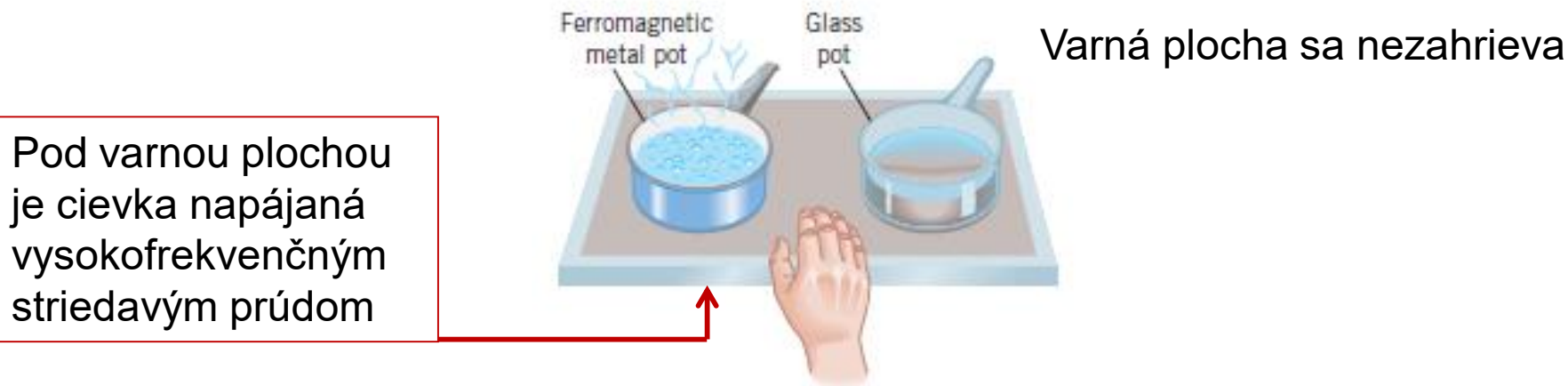




Pole sa indukuje dôsledkom zmeny B a teda magnetického indukčného toku.

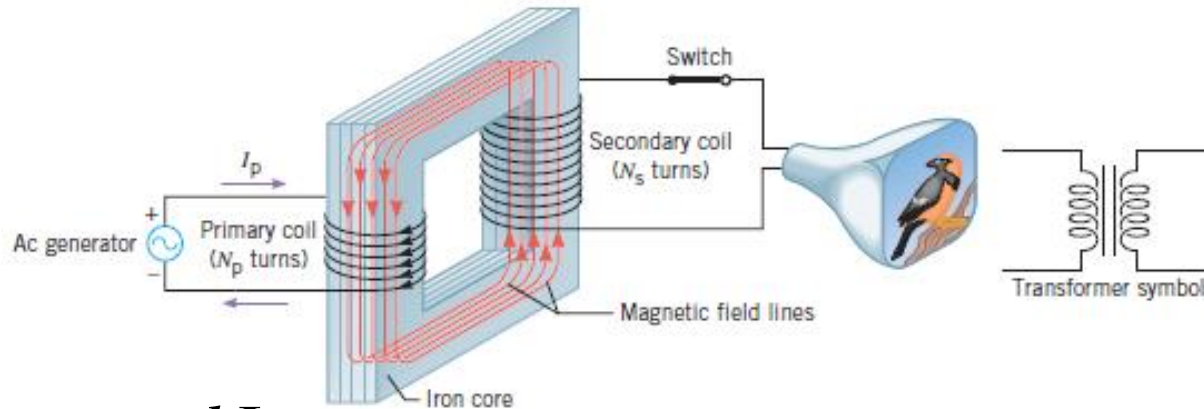
Obvykle dva magnety sú umiestnené na opačných stranách hnacieho hriadeľa vozidla, v blízkosti ktorého je pevná snímacia cievka. Mikroprocesor **počíta impulzy indukovaného prúdu** za jednotku času, ktoré súvisia s rýchlosťou. Mikroprocesor porovnáva túto rýchlosť s nastavenou a ak je iná je vyslaný signál do ovládacieho mechanizmu, ktorý pošle viac alebo menej paliva do motora.

Varenie indukčnosťou



Hrniec je vyrobený **z feromagnetického kovu je dobrými vodičom**, zatiaľ čo sklo je izolátor. Sporák je indukčný varič, pod varnou plochou je kovová cievka, ktorou prechádza striedavý prúd vytvárajúci magnetické pole. Feromagnetické materiály obsahujú magnetické domény čím sa zvýši indukčný efekt. Normálne hliníkové hrnce, nemajú takéto vylepšenie a preto sa nepoužívajú. Emf je tiež indukované v sklenenej nádoby a varenie povrchom kachlí. Avšak, tieto materiály sú izolátory, zostávajú na dotyk chladné.

Transformátor



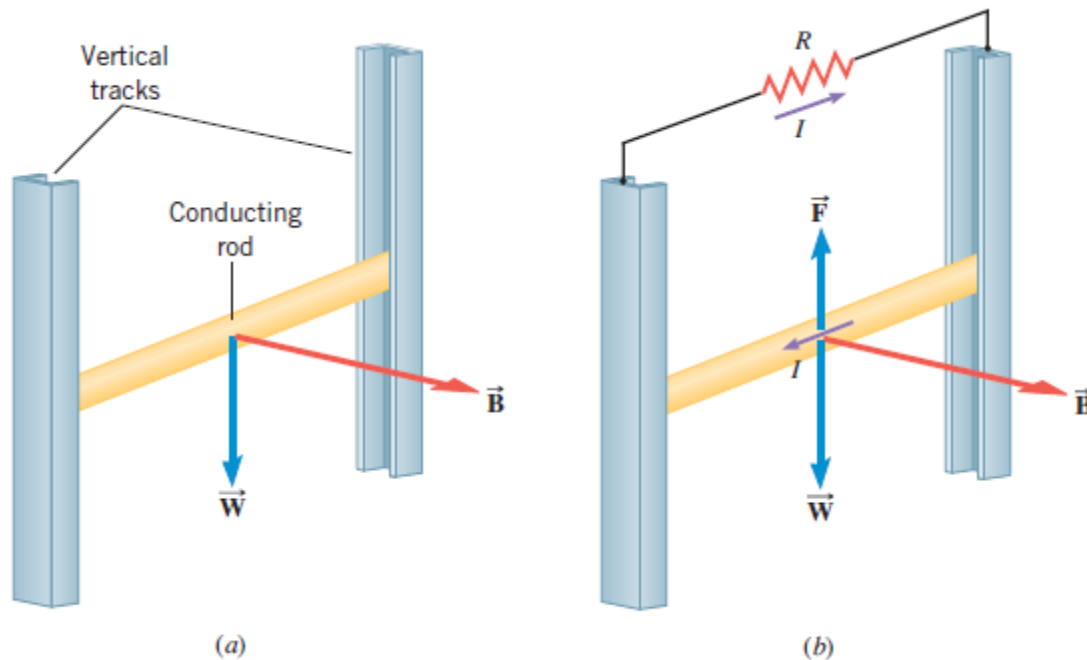
$$\varepsilon_p = -N_p \frac{d\Phi}{dt}$$

$$\varepsilon_s = -N_s \frac{d\Phi}{dt}$$

$$\bar{P}_p = \bar{P}_s$$

$$\frac{I_s}{I_p} = \frac{V_p}{V_s} = \frac{N_p}{N_s}$$

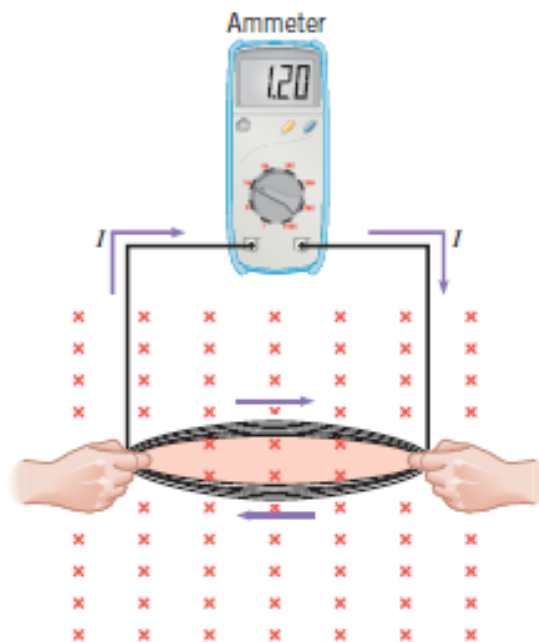
Zákon zachovania energie



Tyč sa nabije

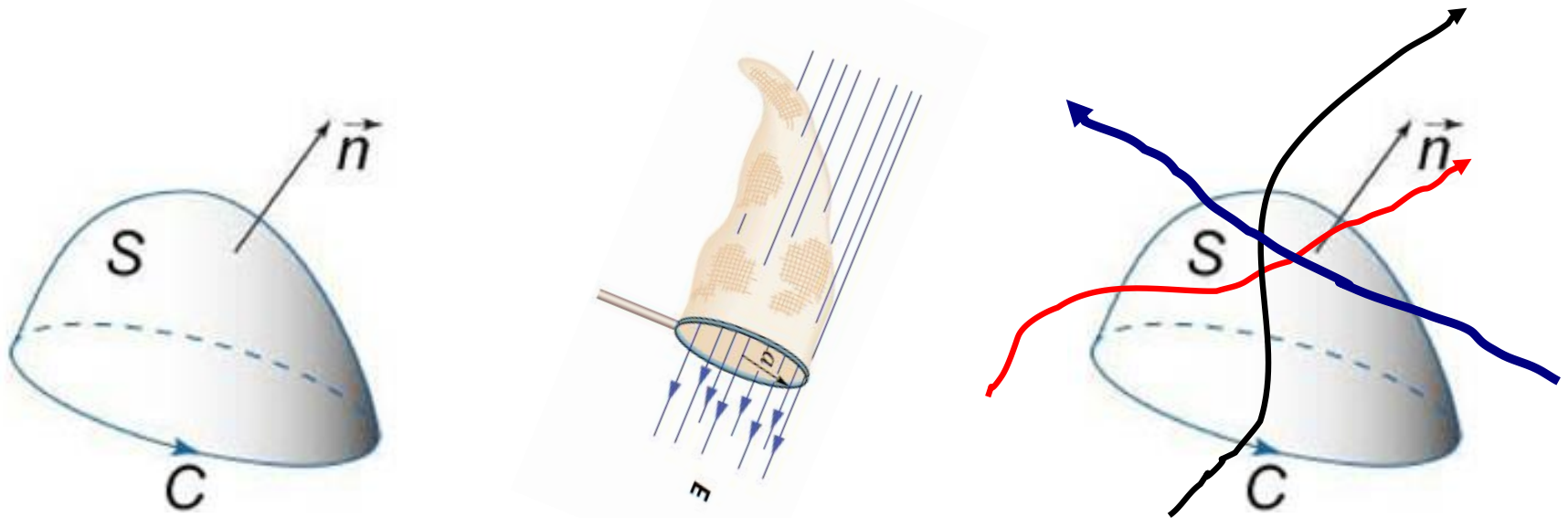
Tyčou začne prechádzať elektrický prúd

Pole sa indukuje dôsledkom zmeny tvaru cievky a teda magnetického indukčného toku.



Ako určovať prúd ohraničený krivkou, keď napríklad je slučka nerovinná a prúdy sú rozložené v priestore spojitو ?

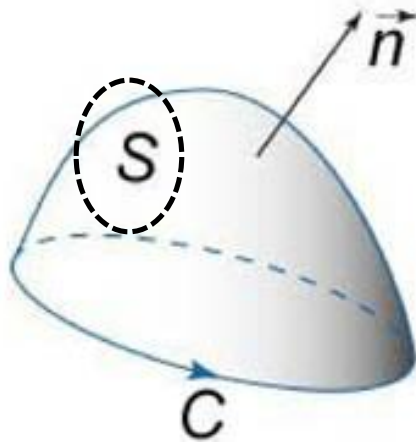
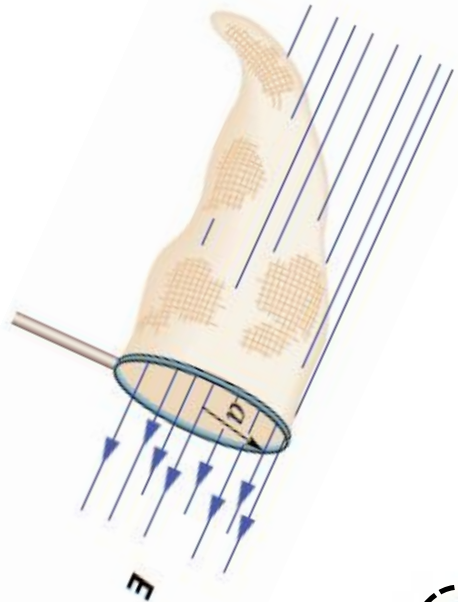
Stačí nad krivkou vytvoriť **ľubovoľnú plochu**, ktorej kontúrom bude daná krivka a spočítať (podľa znamienkovej konvencie) celkový prúd, ktorý cez takto vytvorenú plochu prechádza:



Ten prúd, ktorý neprechádza cez vnútro kontúru, ak cez plochu vstúpi, potom aj vystúpi, takže nepríspeje.

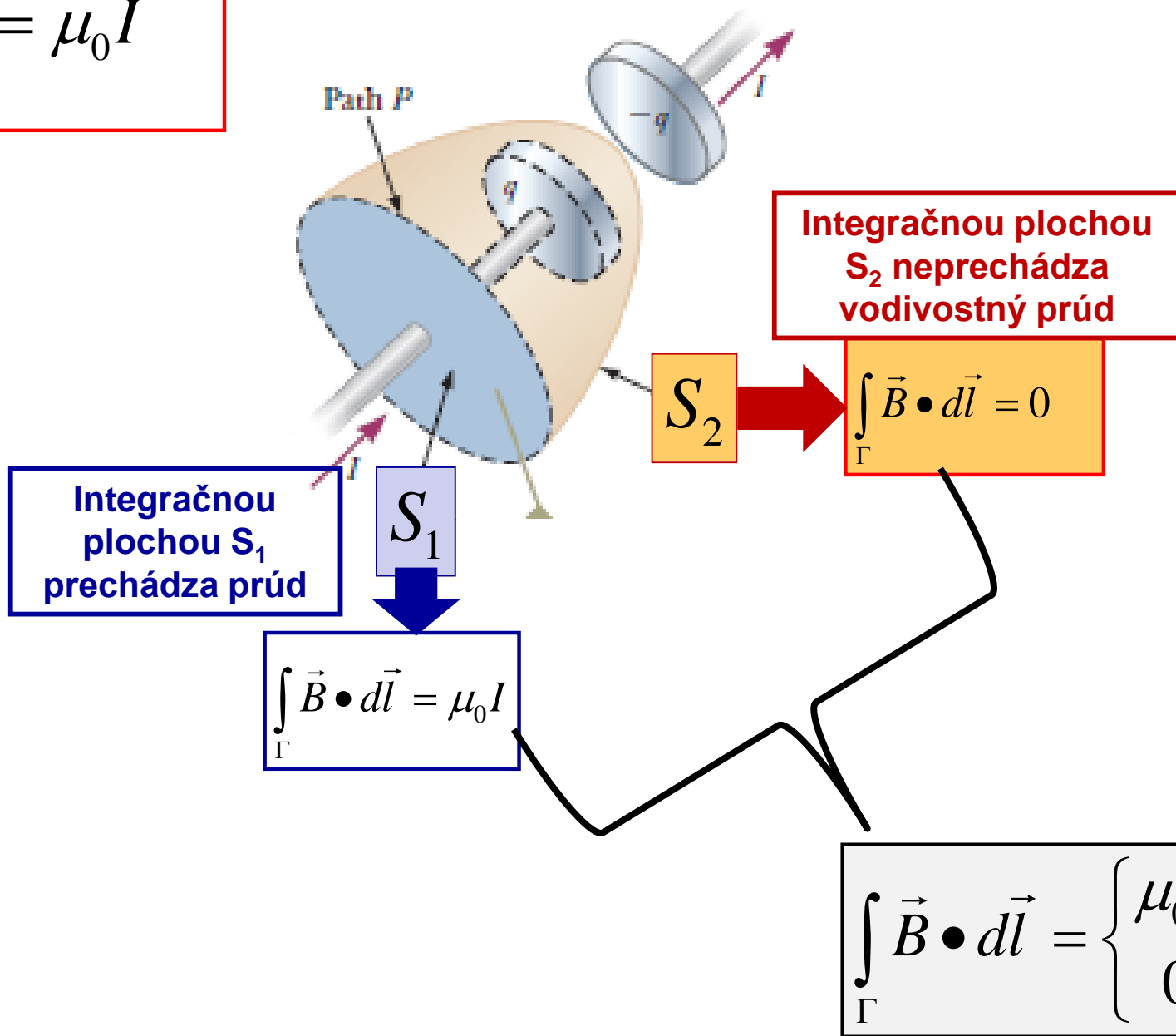
Testovanie rovnice

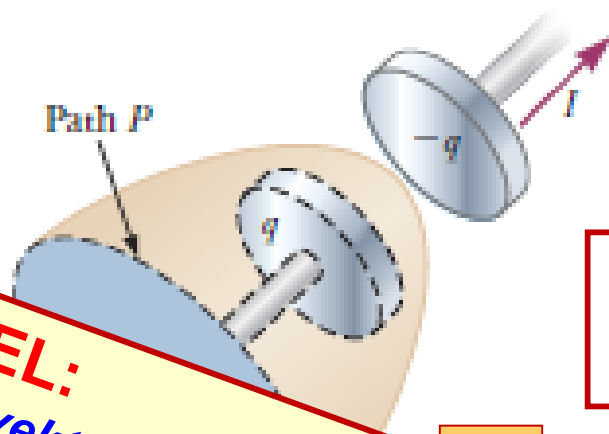
$$\int_{\Gamma} \vec{B} \bullet d\vec{l} = \mu_0 I$$



Plocha môže byť
ľubovoľná, len jej obrysom
musí byť integračná krivka

$$\int_{\Gamma} \vec{B} \bullet d\vec{l} = \mu_0 I$$





NEZMYSEL:

Cirkulácia vektora B a teda aj vypočítaná hodnota B (magnetické pole) závisí od plochy, ktorú natiahneme nad krivku !

Integračnou plochou S_2 neprechádza vodivostný prúd

$$\int_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$$

Integračnou plochou S_1 prechádza prúd

$$\int_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\int_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \begin{cases} \mu_0 I \\ 0 \end{cases}$$

Analógia

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 [I + \underbrace{\text{?????}}]$$

$$\approx \frac{d\Phi_E}{dt}$$

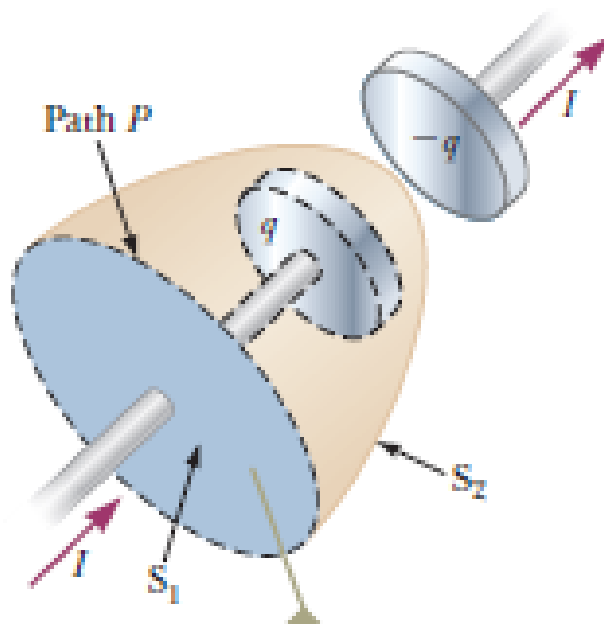
$$\Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

Treba nastaviť vhodnú jednotku, aby tam bolo čosi, čo má jednotku prúdu

$$\varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

VLASTNOSTI, ktoré sa požadujú:

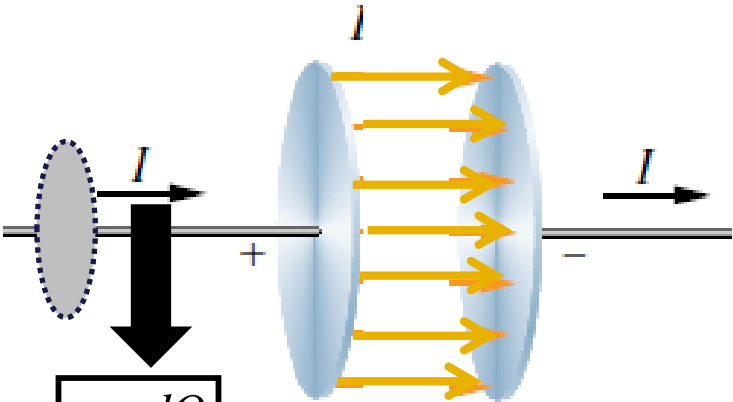
- nenulová - keď prúd vonku tečie $\Phi(t)$
- nulová - keď prúd vonku netečie.



*Ako treba doplniť rovnicu, aby platila nezávisle
na výbere plochy ???*

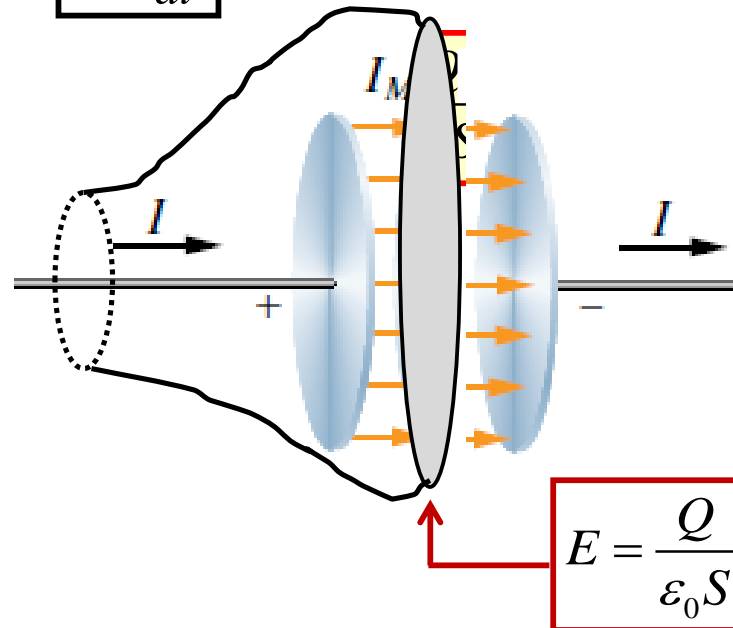
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left[I + I_{\text{posuvný}} \right]$$

Je to už v poriadku ???



$$I = \frac{dQ}{dt}$$

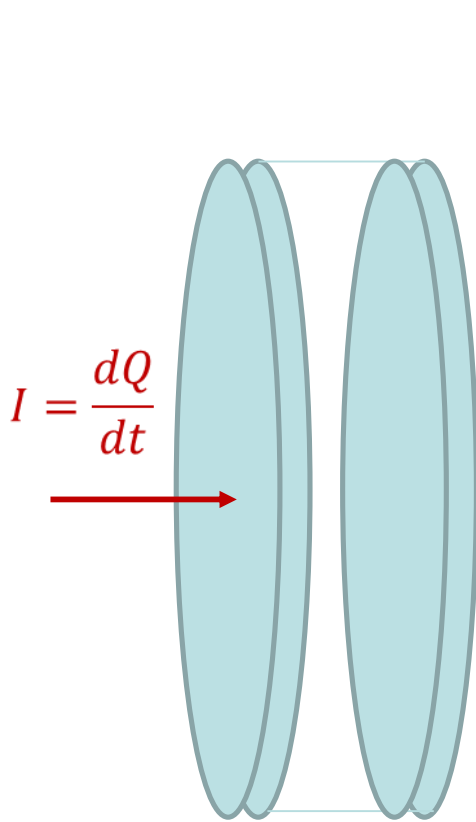
$$\phi_E = \frac{Q}{\epsilon_0}$$



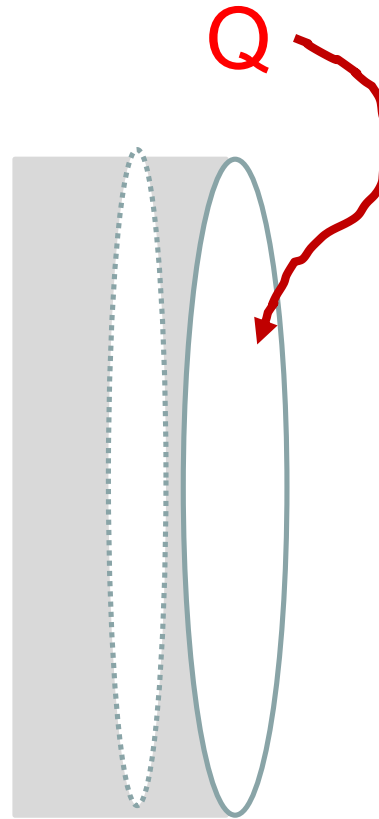
$$E = \frac{Q}{\epsilon_0 S}$$

$$\frac{dQ}{dt} = \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt} = I_{\text{posuvný}}$$

Pole v doskovom kondenzátore



Posuvný prúd by mal v kondenzátore prevziať úlohu vodivostného prúdu



$E=0$

$$\phi_E = ES = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

Chceme prúd

$$\frac{dQ}{dt} = \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$$

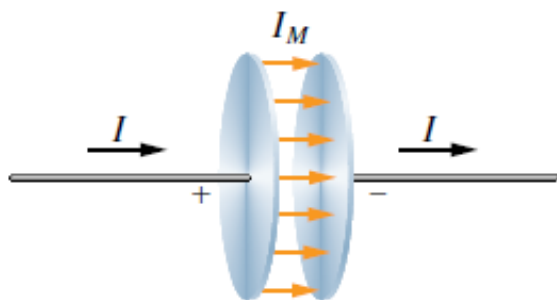
Analógia

$$\oint \vec{B} \bullet d\vec{l} = \mu_0 \left[I + \varepsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt} \right]$$

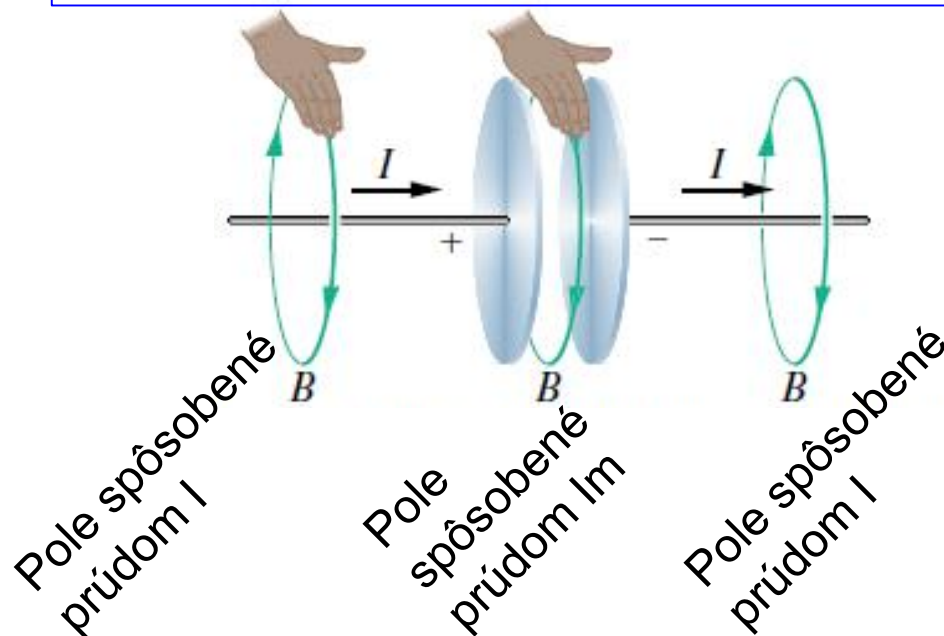
Maxwellov prúd

$$\varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

Magnetické pole vzniká aj v kondenzátore

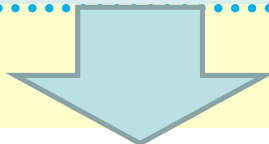


Elektrické pole v
kondenzátore:

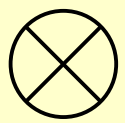
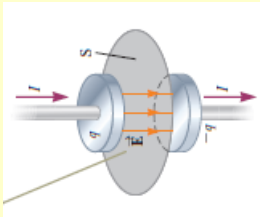
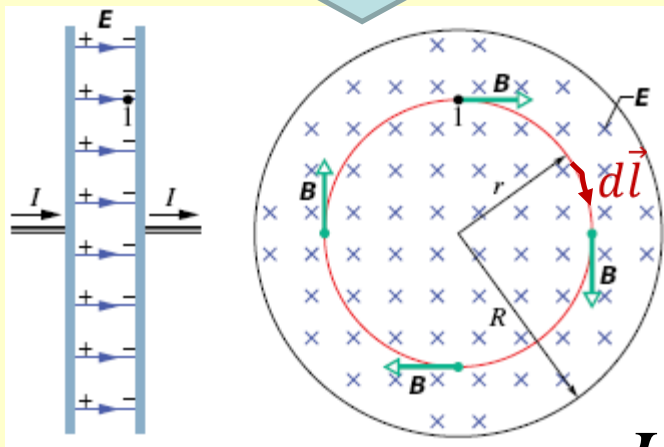


Maxwellov prúd možno považovať za pokračovanie vodivostného prúdu, podobne ako vodivostný vytvára magnetické pole.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{d\phi_E}{dt} + \mu_0 I_c$$



Nabíjanie
kondenzátora

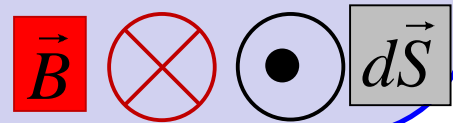
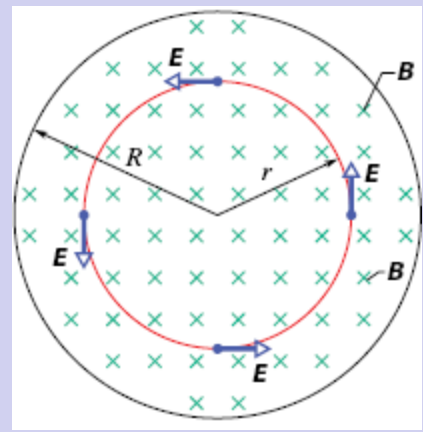


$I, \vec{E}, d\vec{S}$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$



V slučke necháme
narastať magnetické
pole

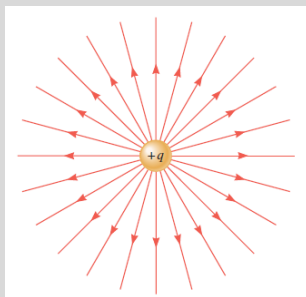
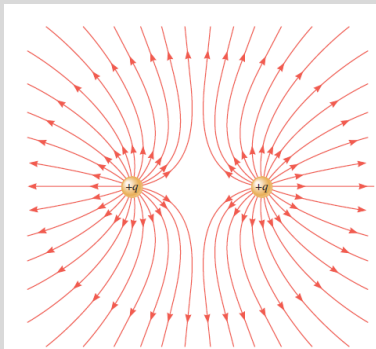
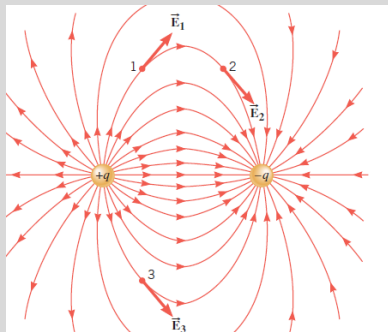
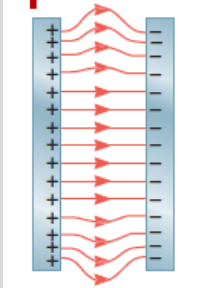


Intenzita indukovaného elektrického E a indukcia B indukovaného magnetického poľa majú opačné smery, ak sú vytvorené rovnakými zmenami svojich budiacich polí

GAUSSOV ZÁKON PRE ELKTRICKÉ A MAGNETICKÉ POLE

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{total}}{\epsilon_0}$$

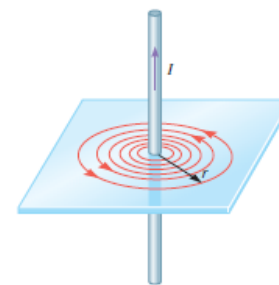
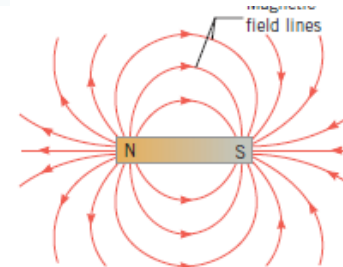
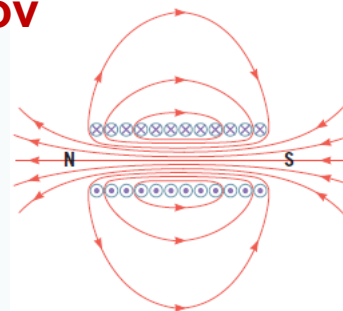
Coulombov zákon + princíp superpozície



Elektrické siločiar

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

Neexistencia magnetických nábojov



Magnetické indukčné

ZÁKON ELEKTROMAGNETICKEJ INDUKCIE

Zákon elektromagnetickej indukcie

Lentzov zákon: Smer indukovaného elektrického prúdu je taký, že magnetické pole indukovaného elektrického prúdu svojimi účinkami pôsobí proti zmene, ktorá ho vyvolala.

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Lencovo pravidlo je dôsledkom základného prírodného zákona – zákona zachovania energie.

Zákon elektromagnetickej

indukcie

$$U_i = - \frac{d\phi}{dt}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{r} \neq 0$$

$$U_i = \oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Práca poľa vykonaná s jednotkovým nábojom po uzavretej krivke, pod ktorou sa mení magnetický indukčný tok

Práca poľa súvisí s **prácou** **externej sily**

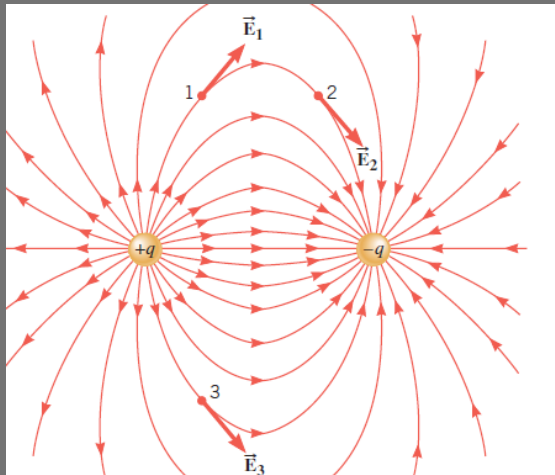
$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int B \cos \varphi dS$$

Magnetický indukčný tok môžeme meniť rôznymi spôsobmi:

- 1, meniť veľkosť magnetického poľa vo vnútri závitů $B(t)$
- 2, Meniť plochu magnetického indukčného toku
- 3, Meniť uhol medzi vektorom B a dS v ľubovoľných miestach priestoru.

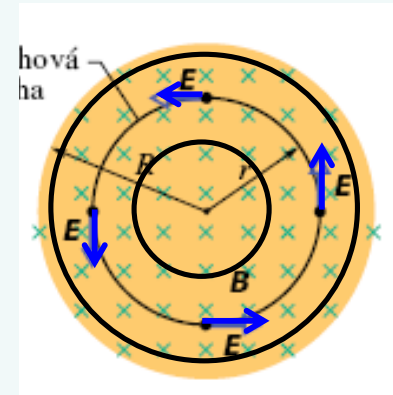
Elektrostatické pole a elektrické pole indukované

Elektrické siločáry v elektrostatice



$$\oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

Siločáry indukovaného pole

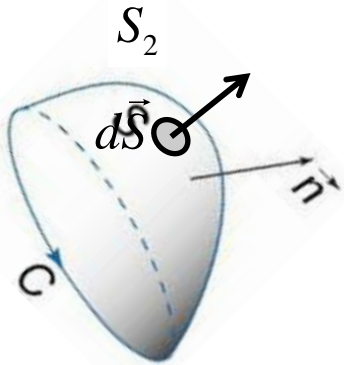
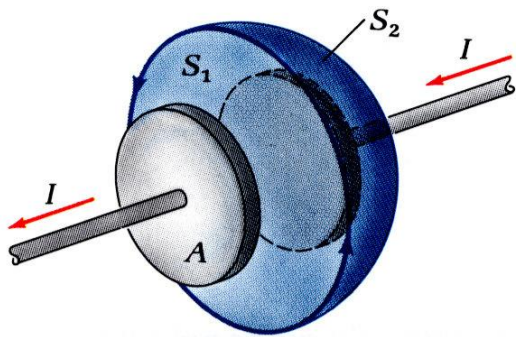


$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{r} \neq 0$$

ZÁKON CELKOVÉHO PRÚDU (AMPÉROV ZÁKON)

Ampérov zákon, zákon celkového prúdu

$$\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (I_c + I_p)$$



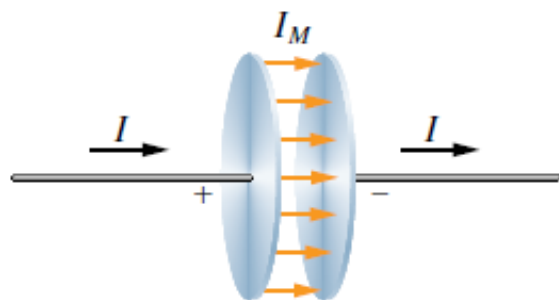
$$I_p = \epsilon_0 \frac{\partial \phi_E}{\partial t}$$

Prúdová hustota
Maxwellovho prúdu
prúdu:

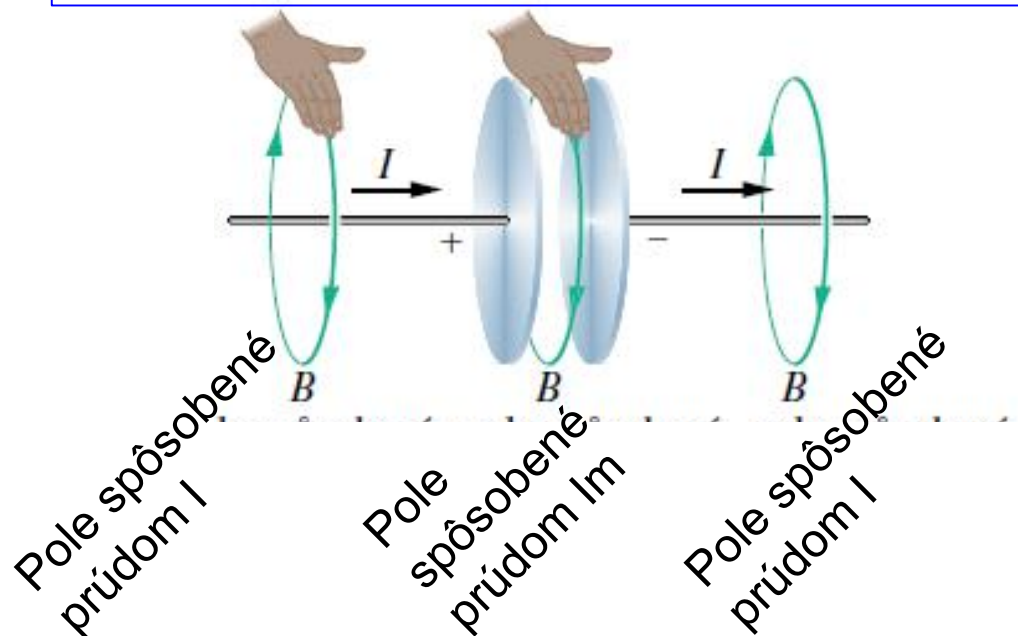
Tento elektrický prúd nepredstavuje žiaden pohyb elektrického náboja, ale rovnako ako pohyb elektrického náboja, vytvára magnetické pole.

Maxwellov prúd

Magnetické pole vzniká aj v kondenzátore



Elektrické pole v
kondenzátore:



Maxwellov prúd možno považovať za pokračovanie vodivostného prúdu, podobne ako vodivostný vytvára magnetické pole.

MAXWELLOVE ROVNICE

Zhrnutie – ELM

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left[I + \varepsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt} \right]$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

Gaussov zákon

Ampérov zákon

**Zákon
elektromagnetickej
indukcie**

Maxwellove rovnice v integrálnom tvare

Elektrické a magnetické polia sú závislé a previazané

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I + \mu_0 \int \left(\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S}$$
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int \frac{\rho}{\epsilon_0} dV$$
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

Časová zmena jedného poľa má za následok indukciu druhého poľa.
Elektrické a magnetické polia sú závislé a previazané

Rovnice **nie sú symetrické** pre elektrické a magnetické polia /v prírode
neexistuje magnetický náboj ale elektrický existuje

Stacionárne polia

Ak sú polia stacionárne, MR sa rozpadajú na dve grupy nezávislých rovníc

$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$ $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int \left(\vec{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S}$	\longrightarrow	$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$
	\longrightarrow	$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$

Ak sú polia stacionárne, MR sa rozpadajú na dve grupy nezávislých rovníc

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

Maxwellove rovnice v integrálnom tvare

Elektrické pole E môže vznikať dvomi spôsobmi:

Jeho zdrojom sú elektrické náboje:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0} = \int \frac{\rho}{\epsilon_0} dV$$

Vzniká vždy, keď sa mení v čase magnetické pole,
toto indukované pole je však vírové - NEKONZERVATÍVNE

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Magnetické pole môže byť vybudené:

- Pohybom elektrického náboja (elektrický prúd)
- Premennivým elektrickým poľom
- Oboma spôsobmi súčasne

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left[I + \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt} \right]$$

Neexistuje zdroj (náboj) magnetického poľa

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0$$