

Prednáška 2

materiály pre A++ študentov

π

Nerovnice s absolútnou hodnotou

- 1) $|x| + |x + 2| > 1 \quad \forall M = \mathbf{R};$
- 2) $x - |2x - 1| < |x - 2| \quad \forall M = \mathbf{Z};$
- 3) $|2x + 1| - |3x| > 0 \quad \forall M = (-3; 5);$
- 4) $|2x + 3| \geq |4x - 3| \quad \forall M = \mathbf{Z};$
- 5) $|2x + 5| - |4x + 17| \geq 0 \quad \forall M = (-10; 10);$
- 6) $|x| - |5x + 2| < 0 \quad \forall M = (-\infty, 0);$

Nerovnice s absolutní hodnotou

$$\left| \frac{2x+1}{x-3} + 1 \right| < 1;$$

$$\left| \frac{5x-3}{4x+7} \right| \leq 3;$$

$$\left| \frac{5x+2}{2x-3} \right| \geq 1;$$

$$\left| \frac{x-5}{3x-4} - \frac{1}{3} \right| \leq 10^{-4};$$

Řešte soustavy nerovnic v daných množinách:

$$1) \begin{cases} 3(x-0,2) + 1 < |x-1|, \\ |x+1| < 1+x; \end{cases} \quad \text{v množině } M = (-2, \infty);$$

$$2) \begin{cases} \frac{-11x+3}{2} + x \geq 3(x-0,2), \\ |x+1| \geq 2,6; \end{cases} \quad \text{v množině } M = (-5, 5);$$

$$3) \begin{cases} x^2 + 2\left(x - \frac{3}{2}\right) \geq (x+3,8)^2, \\ |x-1| > x; \end{cases} \quad \text{v množině } M = (-1,5; 3).$$

[1) $x \in \emptyset$; 2) $(-5; -3,6)$; 3) $x \in \emptyset$.]

Nerovnice s neznámou v menovateli

V množině \mathbf{R} řešte nerovnici:

$$1) \quad \frac{1-2x}{1+x} - \frac{1+x}{1+2x} \geq 1;$$

$$3) \quad 2 - \frac{x-3}{x-2} \geq \frac{x-2}{x-1};$$

$$5) \quad \frac{2(x-4)}{(x-1)(x-7)} \geq \frac{1}{x-2};$$

$$7) \quad \frac{2x}{x^2-9} \leq \frac{1}{x+2};$$

$$2) \quad \frac{7}{(x-2)(x-3)} + \frac{9}{x-3} + 1 < 0;$$

$$4) \quad \frac{5}{3-x} + \frac{8}{x+4} - \frac{10}{x+2} \leq 0;$$

$$6) \quad \frac{x-1}{x+1} + \frac{x+1}{x-1} > \frac{10}{3};$$

$$8) \quad \frac{x^4}{x+2} + \frac{x^4}{3-x} < \frac{(10x-6)x^2}{-x^2+x+6};$$

Nerovnice s neznámou v menovateli

$$\frac{x^2 + 6x - 7}{x^2 + 1} \leq 2;$$

$$\frac{4x^2 - 5x - 1}{2x^2 - 5x + 3} < 1;$$

$$\frac{x^4 - 3x^3 + 2x^2}{x^2 - x - 30} > 0;$$

$$\frac{5x^2 - 2}{4x^2 - x + 3} < 1;$$

$$\frac{(2 - x^2)(x - 3)^3}{(x + 1)(x^2 - 3x - 4)} \geq 0;$$

$$\frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1} \geq \frac{1}{3}.$$

Nerovnice s neznámou v menovateli

V množině \mathbb{R} řešte nerovnice:

$$1) \quad 0 < \frac{x}{x^2 - x + 1} < 1;$$

$$2) \quad 0 < \frac{x^2}{-2 + 3x} < 1;$$

$$3) \quad -\frac{2}{3} < \frac{3 - 4x}{5x + 2} < \frac{3}{2};$$

$$4) \quad 5 < \frac{1}{x} + \frac{3}{x} + 7 < 11;$$

$$5) \quad 1 < \frac{2x^2 - 7x - 29}{x^2 - 2x - 15} < 2;$$

$$6) \quad 1 < \frac{3x^2 - 7x + 8}{x^2 + 1} \leq 2.$$

$$[1) (0, 1) \cup (1, \infty); \quad 2) (1, 2); \quad 3) \left(0, \frac{13}{2}\right); \quad 4) (-\infty, -1) \cup \left(\frac{1}{4}, \infty\right);$$

$$5) \left(-2, \frac{1}{3}\right) \cup (5, \infty); \quad 6) (1, 6).]$$

Nerovnice s neznámou v menovateli

$$7) \frac{x^2 + 6x - 7}{|x + 4|} < 0;$$

$$8) \frac{x^2 - 7|x| + 10}{x^2 - 6x + 9} < 0;$$

$$9) \left| \frac{3x}{x^2 - 4} \right| \leq 1;$$

$$10) \frac{|x - 3|}{x^2 - 5x + 6} \geq 2;$$

$$11) \left| \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 4} \right| \leq 1;$$

$$12) \left| \frac{x^2 - 3x - 1}{x^2 + x + 1} \right| < 3;$$

$$13) \left| \frac{x + 2}{x + 6} \right| \geq \left| \frac{x - 1}{x - 4} \right|;$$

$$14) |x + 2| + \frac{|2x - 1|}{|x - 3|} \leq 2;$$

$$15) \left| -\frac{5}{x + 2} \right| < \left| \frac{10}{x - 1} \right|.$$

$$7) (-7; -4) \cup (-4; 1); \quad 8) (-5; -2) \cup (2; 3) \cup (3; 5);$$

$$9) (-\infty; -4) \cup (-1; 1) \cup (4; +\infty); \quad 10) \left\langle \frac{3}{2}; 2 \right\rangle; \quad 11) \left\langle 0; \frac{8}{5} \right\rangle \cup \left\langle \frac{5}{2}; +\infty \right\rangle;$$

$$12) (-\infty; -2) \cup (-1; +\infty); \quad 13) (-\infty; -6) \cup \left(-6; -\frac{7}{2} \right) \cup \left\langle -\frac{2}{7}; 2 \right\rangle;$$

$$14) \left(-\infty; \frac{1 - 3\sqrt{5}}{2} \right) \cup \left(-2; \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right); \quad 15) (-\infty; -5) \cup (-1; 1) \cup (1; \infty).]$$

Nerovnice s odmocninami

$$11) \quad 2x + 3 < \sqrt{x^2 + 5x + 6};$$

$$13) \quad \sqrt{x^2 + x} > 1 - 2x;$$

$$15) \quad 2x + 3 < \sqrt{-2 - 3x - x^2};$$

$$17) \quad \sqrt{-x^2 + 6x - 5} > 8 - 2x;$$

$$19) \quad \sqrt{-x^2 + x + 2} + 2x + 1 > 0;$$

$$21) \quad (x^2 - 1)\sqrt{x^2 - x - 2} \geq 0.$$

$$12) \quad \sqrt{x^2 - 3x + 2} > 2x - 5;$$

$$14) \quad \sqrt{8 + 2x - x^2} > 6 - 3x;$$

$$16) \quad x + 4 < \sqrt{-x^2 - 8x - 12};$$

$$18) \quad \sqrt{x^2 - 4x} > x - 3;$$

$$20) \quad (x - 1)\sqrt{x^2 - x - 2} \geq 0;$$

$$11) \quad (-\infty; -3) \cup \left(-2; \frac{\sqrt{13} - 7}{6}\right);$$

$$12) \quad (-\infty; 1) \cup \left(2; \frac{17 + \sqrt{13}}{6}\right); \quad 13) \quad \left(\frac{5 - \sqrt{13}}{6}; +\infty\right);$$

$$14) \quad (1; 4); \quad 15) \quad \left(-2; \frac{\sqrt{5} - \sqrt{15}}{10}\right); \quad 16) \quad (-6; \sqrt{2} - 4); \quad 17) \quad (3; 5);$$

$$18) \quad (-\infty; 0) \cup \left(\frac{9}{2}; +\infty\right); \quad 19) \quad \left(-\frac{3 + \sqrt{29}}{10}; 2\right); \quad 20) \quad (2; +\infty);$$

$$21) \quad (-\infty; -1) \cup (2; +\infty).]$$

Nerovnice s odmocninami

Řešte v \mathbf{R} nerovnice:

$$1) \quad x - \sqrt{1 - |x|} < 0; \quad 2) \quad \sqrt{4 - x^2} + \frac{|x|}{x} \geq 0; \quad 3) \quad \frac{|x + 2| - |x|}{\sqrt{4 - x^3}} \geq 0.$$

$$[1) \left\langle -1; \frac{\sqrt{5} - 1}{2} \right\rangle; 2) \langle -\sqrt{3}; 0 \rangle \cup (0; 2); 3) \langle -1; \sqrt[3]{4} \rangle.]$$

Nerovnice s odmocninami

Řešte v \mathbf{R} nerovnice:

1) $\sqrt{3x-10} > \sqrt{6-x};$

3) $3\sqrt{x} - \sqrt{5x+5} > 1;$

5) $\sqrt{x-6} - \sqrt{10-x} \geq 1;$

7) $2 - \sqrt{1-x^2} > \sqrt{4-x^2};$

9) $\sqrt{1-x^2} + 1 < \sqrt{3-x^2};$

2) $3\sqrt{x} - \sqrt{x+3} > 1;$

4) $\sqrt{x+3} + \sqrt{x+15} < 6;$

6) $\sqrt{x+3} - \sqrt{x-1} > \sqrt{2x-1};$

8) $\sqrt{x+3} + \sqrt{x+2} - \sqrt{2x+4} > 0;$

10) $x + 4a > 5\sqrt{ax},$ kde a je parametr.

[1) $(4;6);$ 2) $(1;+\infty);$ 3) $(4;+\infty);$ 4) $(-3;1);$ 5) $\left(\frac{16+\sqrt{7}}{2};10\right);$ 6) $\left\langle 1;\frac{3}{2}\right\rangle;$

7) $\left\langle -1;-\frac{\sqrt{15}}{4}\right\rangle \cup \left(\frac{\sqrt{15}}{4};1\right);$ 8) $(-2;+\infty);$ 9) $\left\langle -1;-\frac{\sqrt{3}}{2}\right\rangle \cup \left(\frac{\sqrt{3}}{2};1\right);$

10) $\langle 0;a\rangle \cup (16a;\infty).$]