

## SemMat1 - cvičenie 8 - Geometrická postupnosť a rady

1. Určte prvý člen a kvocient geometrickej postupnosti, v ktorej platí

a)  $a_4 = -\frac{8}{3}$ ,  $a_6 = -\frac{32}{3}$ .

b)  $a_1 - a_2 + a_3 = 9$  a  $a_4 - a_5 + a_6 = 72$ .

c)  $a_1 + a_4 = 112$  a  $a_2 + a_3 = 48$ .

d)  $a_1 + a_2 = 4$  a  $a_2 - a_4 = -24$

e)  $a_1 + a_4 = \frac{70}{9}$  a  $a_1 - a_2 + a_3 = \frac{28}{9}$ .

2. Určte také číslo, aby postupne zväčšené o 7, 15, 27 dalo 3 za sebou idúce členy geometrickej postupnosti.

3. Určte  $n$ -tý člen postupnosti a určte, či sa jedná o geometrickú postupnosť:

a)  $\frac{1}{3}, 1, 3, 9, \dots$       b)  $5, 10, 40, 320, \dots$       c)  $\frac{2}{5}, -\frac{4}{25}, \frac{8}{125}, -\frac{16}{625}, \dots$

4. Zistite, či je daná postupnosť geometrická. Ak áno, vypočítajte prvý člen a kvocient geometrickej postupnosti:

a)  $a_n = 3^n + 2$       b)  $a_n = 3^{n+2}$       c)  $a_n = \frac{2}{7} \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^{n-1}$       d)  $a_n = (n - 0,5)^2$

e)  $a_n = 2^{(n-0,5)}$       f)  $a_n = n(n+2)$       g)  $a_n = \frac{6}{5} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{2-n}$

5. Vypočítajte členy  $a_2, a_5, a_7$  geometrickej postupnosti, ak poznáte

a)  $a_1 = 2, a_4 = 1$       b)  $a_2 = 4, q = 8$       c)  $a_8 = 2, a_{10} = \frac{1}{2}$

d)  $a_3 = -3, q = -\frac{1}{3}$       e)  $a_{161} = 2a_{159}, a_1 = \sqrt[3]{2}$

6. Vypočítajte súčty  $s_4, s_6, s_{10}$  geometrickej postupností, ak poznáte

a)  $a_1 = 1, a_4 = 8$       b)  $a_2 = 2, q = 3$       c)  $a_8 = 1, a_{10} = 4$

d)  $a_3 = -5, q = -\frac{1}{5}$       e)  $a_{161} = 2a_{159}, a_1 = \sqrt[3]{2}$

7. Súčet prvého a tretieho člena geometrickej postupnosti je 30, súčet prvých troch členov tejto postupnosti je 42. Určte prvý člen a kvocient postupnosti.

8. Pre členy geometrickej postupnosti platí  $a_1 + a_4 = -21$  a  $a_2 + a_5 = 42$ . Určte jej  $n$ -tý člen.

9. V štvorčlennej geometrickej postupnosti je súčet nepárnych členov 5, súčet párných 10. Koľko členov musíme sčítať, aby sme dostali číslo väčšie než 1 000 a k číslu 1 000 najbližšie

10. Kváder, ktorého dĺžky hrán tvoria geometrickú postupnosť, má povrch  $P = 78$  a súčet dĺžok hrán prechádzajúcich jedným vrcholom je 13. Vypočítajte objem kvádra.

11. Daný je prvý člen  $a_1 = 6144$  a kvocient  $q = \frac{1}{2}$  geometrickej postupnosti. Zistite, koľko členov má táto postupnosť, ak viete, že jej posledný člen  $a_n = 48$ . Vypočítajte súčet  $s_n$  všetkých členov tejto postupnosti.

12. Vypočítajte súčet nekonečného geometrického radu:

a)  $\frac{3}{5} + \frac{6}{15} + \frac{12}{45} + \frac{24}{135} + \dots$       b)  $\frac{2}{53} - \frac{10}{53} + \frac{50}{53} - \frac{250}{53} + \dots$

13. V lese je približne 80 000 m<sup>3</sup> dreva. Ročný prírastok sa odhaduje na 2 %. Na konci každého roka sa vyrúbe 2 500 m<sup>3</sup> dreva. Vypočítajte koľko dreva zostane v lese

- a) po jednom roku,  
b) po dvoch rokoch,  
c) po desiatich rokoch. Čo sa deje s lesom?

14. Zapište čísla  $0,23\overline{7}$ ,  $0,2\overline{8}$ ,  $0,73\overline{68}$  a v tvare  $\frac{p}{q}$ , kde  $p, q \in \mathbb{N}$ , pričom použijete súčet nekonečného geometrického radu.

15. Preveďte číslo  $0,3\overline{6}$  zo šestkovej sústavy do desiatkovej, pričom použijete súčet nekonečného geometrického radu.

16. Riešte v  $\mathbb{R}$  rovnicu

a)  $1 + 3^x + 9^x + 27^x + \dots = \frac{3 + \sqrt{3}}{2}$

b)  $\sqrt{x^3} \cdot \sqrt[4]{x^3} \cdot \sqrt[8]{x^3} \cdot \sqrt[16]{x^3} \cdot \dots = 1$

c)  $1 - \frac{3}{x} + \frac{9}{x^2} - \frac{27}{x^3} + \dots = \frac{8}{x+10}$

Nezabudnite potom vždy spraviť skúšku správnosti (aby ste overili, či postupnosť vôbec konverguje).