Cv-01-MA1: Def.OBORY

1.pr.:

Riešenia pr. 1 - Nájsť $D(f)$:

a) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x+1}}{\sin(2x)} + \log(1-x)$ => pre $\mathcal{D}(f)$ musí platiť

$x+1 \geq 0 \wedge \sin(2x) \neq 0 \wedge 1-x > 0$

$x \geq -1 \wedge 2x \neq 2k\pi; k \in \mathbb{Z} \wedge x < 1$

$\wedge \; x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z} \; \wedge$

$x \neq 0$

$\langle -1, \infty)$; ale nie 0; $(-\infty, 1)$

a) $\mathcal{D}(f) = \langle -1, 0) \cup (0, 1) = \langle -1, 1) - \{0\}$

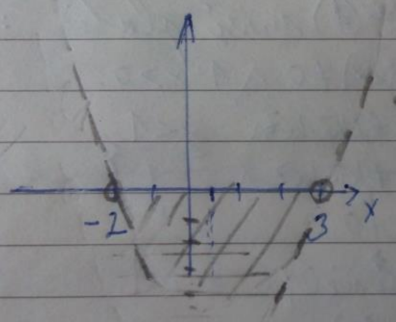
2.pr.:

1e) $f(x) = \dfrac{x+1}{\sqrt{x - x^2 + 6}}$; => $-x^2 + x + 6 > 0$

$(-1)(x^2 - x - 6) > 0$

$x^2 - x - 6 < 0$

$f_1: (x-3)(x+2) < 0$



$f_1(x) = (x-3)(x+2)$

$f_1(\frac{1}{2}) = (\frac{1}{2} - \frac{6}{2})(\frac{1}{2} + \frac{4}{2}) = -\frac{5}{2} \cdot$

$f_1(x) < 0$ pre $x \in (-2, 3)$

$\mathcal{D}(f) = (-2, 3)$

3.pr.a) b)

$f(x)=\sqrt{3-\log_2(x)}$; $\Rightarrow 3-\log_2(x)\geq 0 \wedge x>0$

$\log_2(x)\leq 3$

$2 \qquad 2$

$\underline{D(f)=(0,8\rangle} \Leftarrow \boxed{x\leq 8 \wedge x>0}$

$f(x)=\sqrt{-2+\log_3(x-1)} \Rightarrow \log_3(x-1)-2\geq 0 \wedge x-1>0$

$\log_3(x-1)\geq 2 \qquad x>1$

$3 \qquad 3$

$\Leftarrow \quad x-1\geq 9 \Rightarrow x\geq 10 \wedge x>1$

$D(f)=\langle 10,\infty)$

4.pr.: f(x) =: obsahuje logaritmickú funkciu so základom menším ako 1 (taká je klesajúca!)

$f(x)=\sqrt{-2+\log_{\frac{1}{3}}(x-1)}$

$\Downarrow$

$\log_{\frac{1}{3}}(x-1)-2\geq 0 \wedge x-1>0$ $\quad \boxed{x>1}$

$\Downarrow$

$\log_{\frac{1}{3}}(x-1)\geq 2$

$\left(\frac{1}{3}\right) \qquad \left(\frac{1}{3}\right)$

$x-1\geq\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$

$x\geq\frac{1}{9}+1$

$\Rightarrow x-1\leq\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$

$\boxed{x\leq\frac{1}{9}+1=\frac{1}{9}+\frac{9}{9}=\frac{10}{9}}$

$D(f)=\left(1,\frac{10}{9}\right\rangle$

5.pr.: s absolútnou hodnotou:

$f(x) = \sqrt{|x-3|-1} \Rightarrow |x-3| - 1 \geq 0$

$|x-3| \geq 1$

$\Rightarrow$ ak $x-3>0$

tak $|x-3| = x-3$

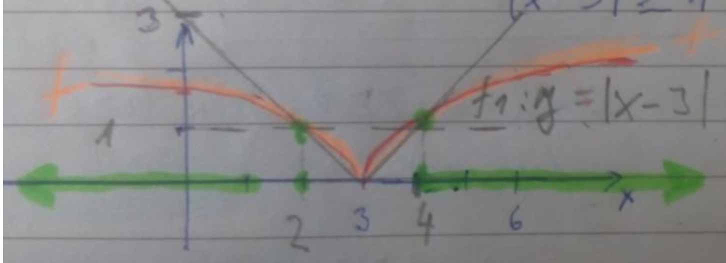
$\rightarrow x-3-1 \geq 0$

$\boxed{x \geq 4}$

alebo $x-3<0 \Rightarrow |x-3| = -x+3$

$\Rightarrow -x+3-1 \geq 0$

$\boxed{x \leq 2}$



$D(f) = (-\infty, 2\rangle \cup \langle 4, \infty)$

6.pr.: argumentom arcsin(x) je lineárna funkcia ➔ pre D(f) dve nerovnice:

$f(x) = \arcsin(3x-5)$

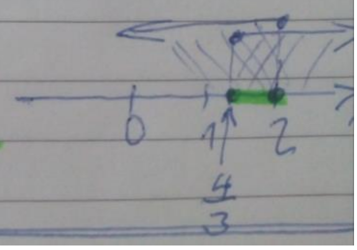
$D(f): -1 \leq 3x-5 \leq 1 \rightarrow 3x-5 \leq 1$

$-1 \leq 3x-5 \qquad 3x \leq 6$

$3x \geq -1+5 \qquad \boxed{x \leq 2}$

$\boxed{x \geq \frac{4}{3}}$

$D(f) = \langle \frac{4}{3}, 2 \rangle$



7.pr.: $f(x) = arcsin\left(\frac{3}{x-2}\right)$

(1m): $-1 \le \frac{3}{x-2} \le 1$; ak $x-2 > 0$ } t.j. násobíme nerovnicu kladným výrazom len ak $x>2$,

{t.j. ak $x>2$}

$-1(x-2) \le 3 \le 1\cdot(x-2)$

$2-x \le 3 \le x-2$

$3 \le x-2 \Rightarrow x \ge 5$ $(\wedge\ x>2) \Rightarrow x \ge 5$,

$2-x \le 3$

$x \ge 2-3 \to x \ge -1$ ale za podm. $x>2$ a zároveň $x \ge 5$,

} $x \ge 5$

$\Downarrow$

$x \in \langle 5, \infty)$

ALEBO

ak $x-2<0$; t.j. ak $x<2$; tak nerovnicu (1m) násobíme ZÁPORNÝM číslom!

$-1 \le \frac{3}{x-2} \le 1$ $/\cdot(x-2)$ pre $x<2$

$3 \ge 1\cdot(x-2)$!

$3 \ge x-2 \to x \le 1$,

$-1 \le \frac{3}{x-2}$ $/\cdot(x-2)$ pre $x<2$

$(x-2)(-1) \ge 3 \Rightarrow -x+2 \ge 3$

$-x \ge 1$ → $x \le -1$, } $x \in (-\infty, -1\rangle$

$D(f) = (-\infty, -1\rangle \cup \langle 5, \infty)$

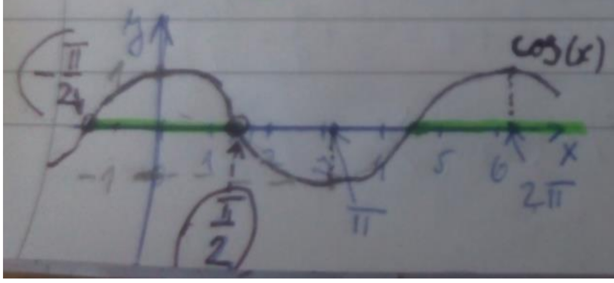
8.pr.:

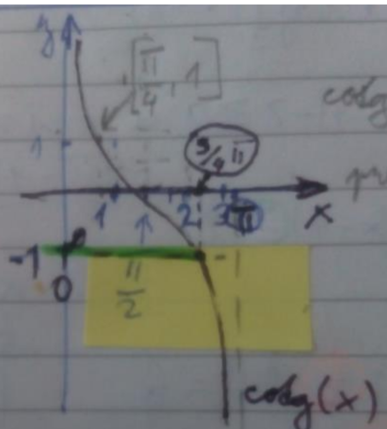
f) $f(x) = \sqrt{\frac{1+cotg(x)}{cos x}}$

$1+cotg(x) \ge 0 \wedge cos(x) > 0$

$cotg(x) \ge -1$

cotg(x) ≥ -1 pre $x \in (0, \frac{3}{4}$ ...





Dorátajte: Vyjadrite D(f) = …