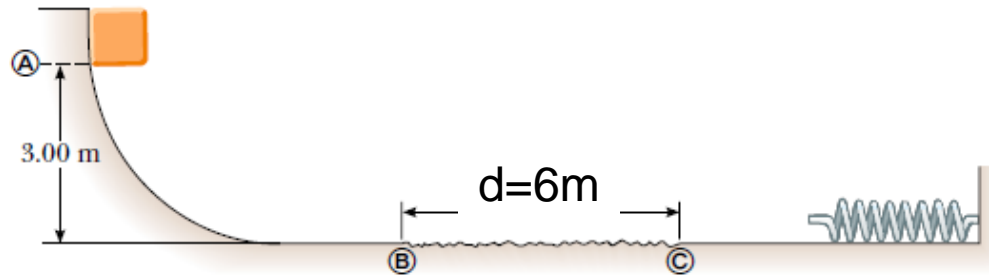


Teleso klže z výšky h a prechádza po dráhe, ktorá je znázornená na obrázku. Určte ako stlačí pružinu, ak celý úsek /okrem vyznačeného/ môžete považovať za dokonale hladký.



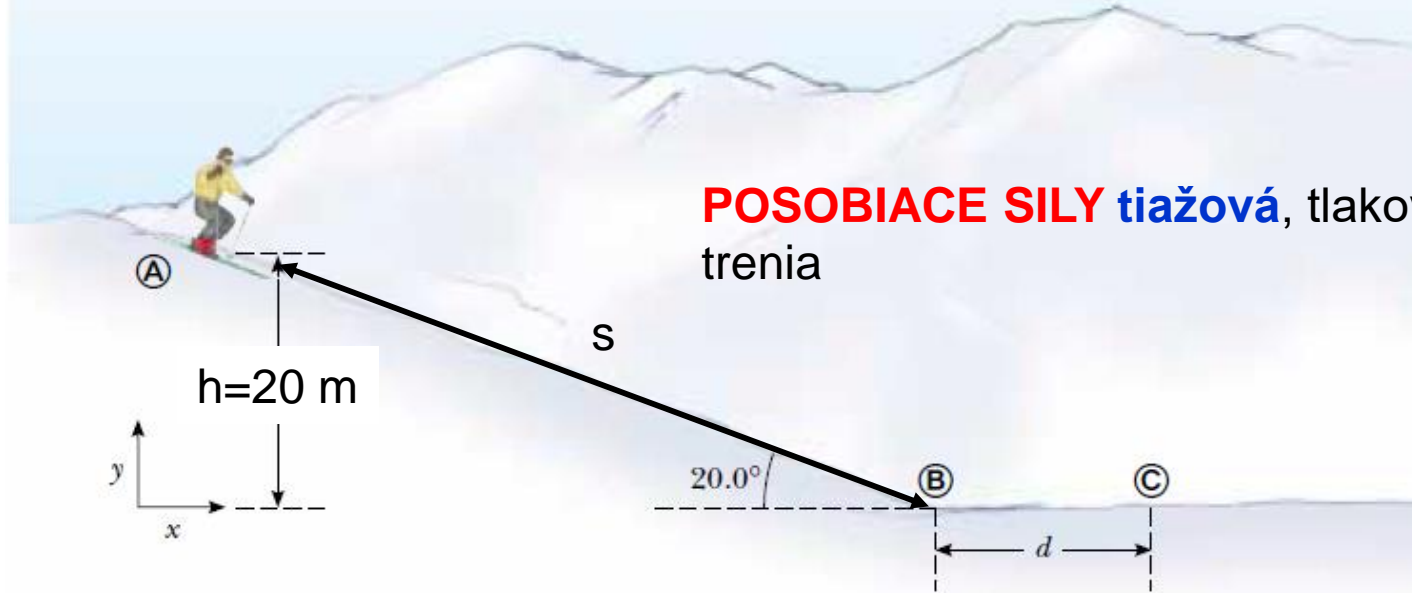
POSOBIACE SILY tiažová, tlaková, sila pružnosti, trecia

$$E_{k_i} + E_{p_i} + \int \vec{F}_{NK} \cdot d\vec{l} = E_{k_f} + E_{p_f}$$

$$\frac{1}{2}mv_i^2 + mgh + \frac{1}{2}kx_i^2 - fmgd = \frac{1}{2}kx_f^2 + \frac{1}{2}mv_f^2$$

$$0 + mgh + 0 - fmgd = \frac{1}{2}kx_f^2$$

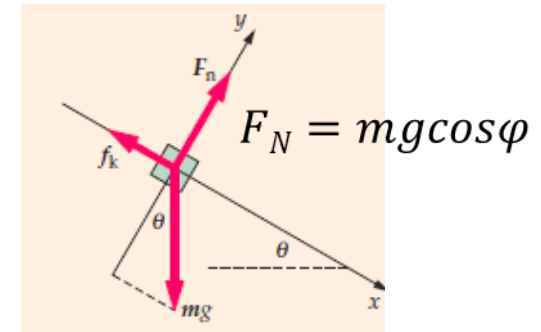
Určte rýchlosť lyžiara na konci trate, ak jeho počiatočná rýchlosť je v_0 , pohybuje sa po naklonenej rovine so sklonom α a koeficient dynamického trenia snehu je f .



$$\Delta E_k^{total} + \Delta E_p^{total} = \int \vec{F}_{NK} \cdot d\vec{l} = 0$$

$$E_{k_i} + E_{p_i} - \int \vec{F}_{NK} \cdot d\vec{l} = E_{k_f} + E_{p_f}$$

$$\frac{1}{2}mv_i^2 + mgh_i - f_1 mg \cos \alpha s - f_1 mg d = \frac{1}{2}mv_f^2 + mgh_f$$

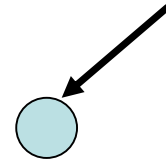


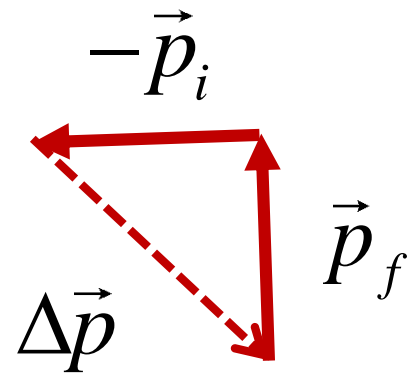
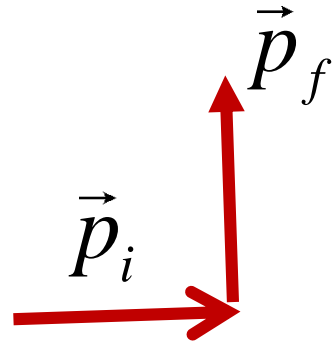
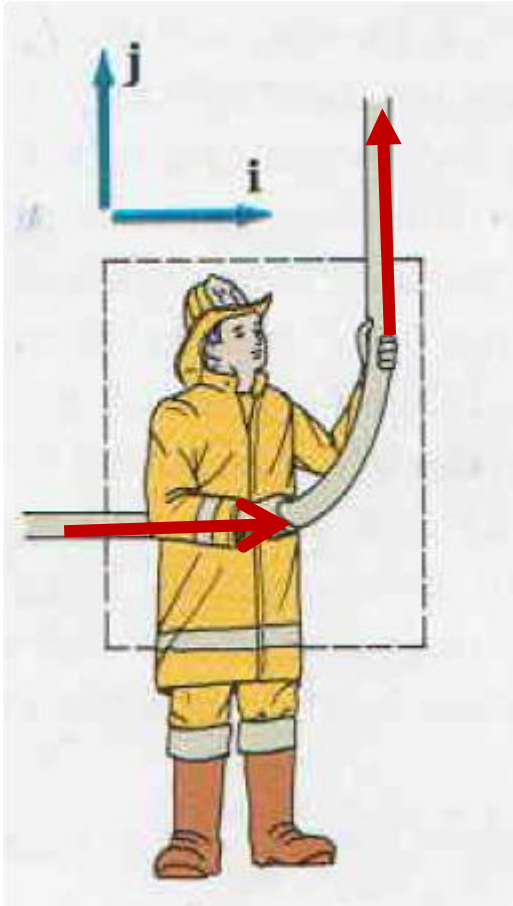
Zákon síly - hybnost'

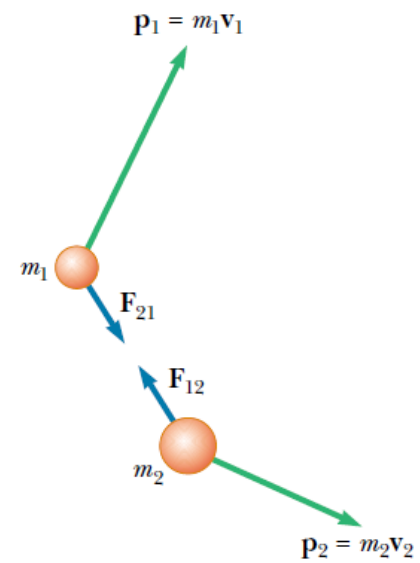
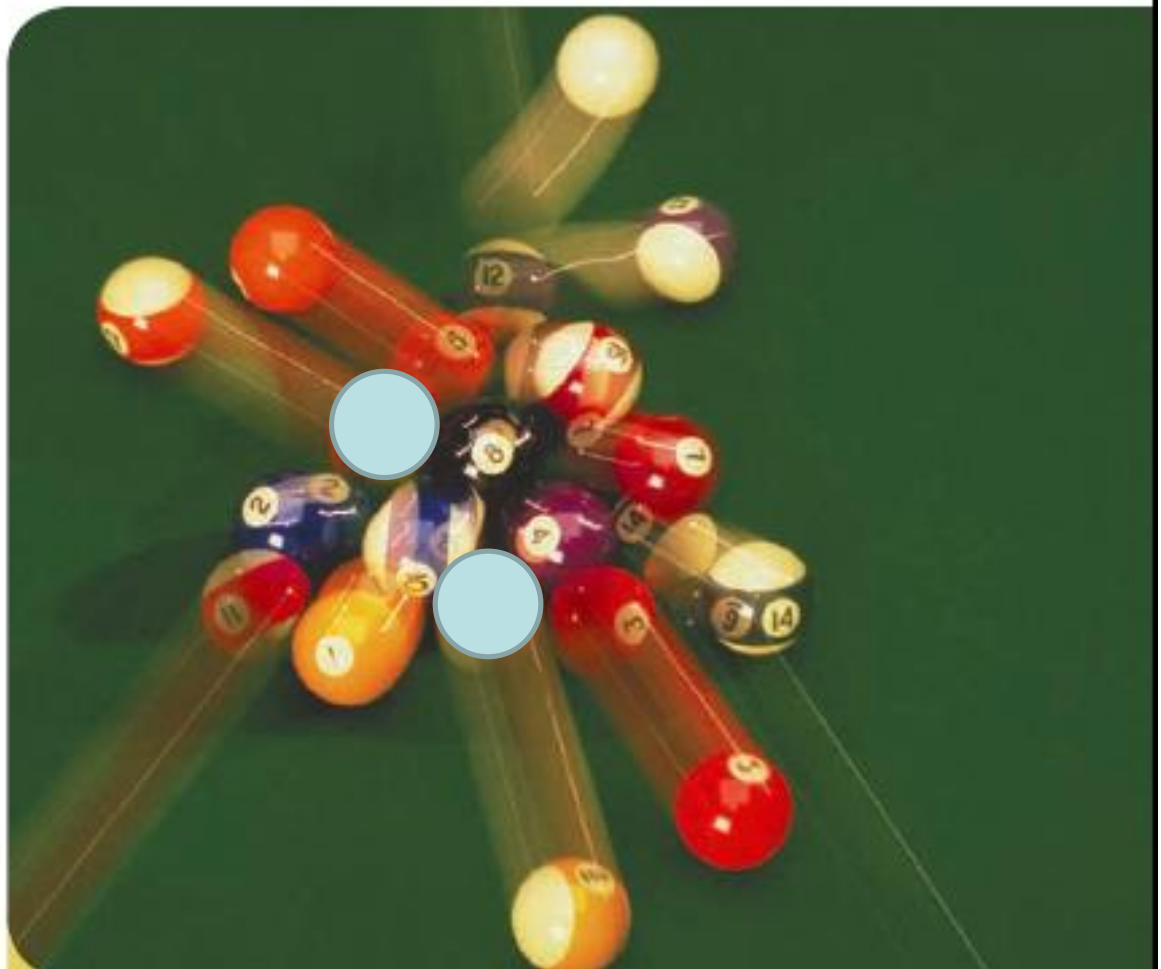
$$\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt} [m\vec{v}] = \frac{d}{dt} \vec{p}$$

Časová zmena hybnosti **hmotného bodu** je rovná výslednice síl, pôsobiacich na časticu

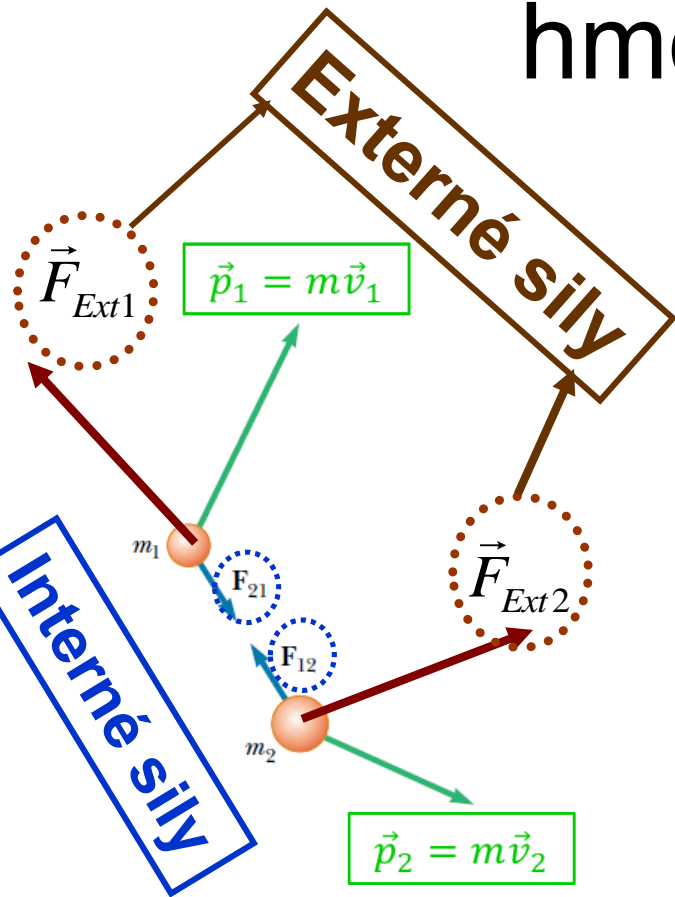
$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$$







Pohybová rovnica pre sústavu hmotných bodov



$$\vec{F}_{21} + \vec{F}_{ext1} = \frac{d\vec{p}_1}{dt}$$

$$\vec{F}_{12} + \vec{F}_{ext2} = \frac{d\vec{p}_2}{dt}$$

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$$

$$\vec{F}_{21} + \vec{F}_{12} = \vec{0}$$

$$\vec{F}_{21} + \vec{F}_{ext1} + \vec{F}_{12} + \vec{F}_{ext2} = \frac{d\vec{p}_1}{dt} + \frac{d\vec{p}_2}{dt} = \frac{d}{dt}[\vec{p}_1 + \vec{p}_2]$$

$$\vec{F}_{21} + \vec{F}_{12} = \vec{0}$$

Akcia - reakcia

Pohybová rovnica pre sústavu HB

$$\vec{F}_{ext1} + \vec{F}_{ext2} = \frac{d}{dt}[\vec{p}_1 + \vec{p}_2]$$

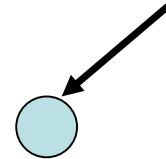


$$\sum_j \vec{F}_j^{externé} = \frac{d}{dt} \sum_i \vec{p}_i$$

Hybnosť

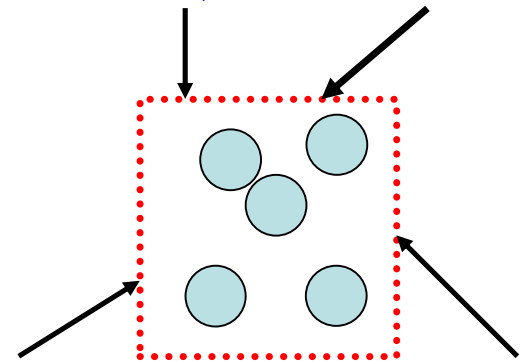
Časová zmena hybnosti **hmotného bodu** je rovná výslednici síl, pôsobiacich na časticu

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$$



Časová zmena hybnosti **sústavy hmotných bodov** je rovná vektorovej výslednici vonkajších síl, pôsobiacich na sústavu

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \sum \vec{F}_{ext}$$

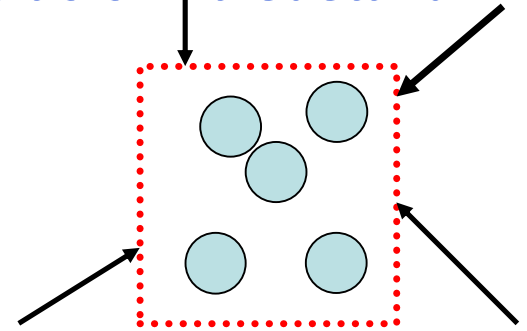


Zákon zachovania hybnosti

Časová zmena hybnosti sústavy hmotných bodov je rovná vektorovej výslednici vonkajších síl, pôsobiacich na sústavu

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \sum \vec{F}_{ext}$$

$$\sum \vec{F}_{ext} = 0$$



V izolovanej sústave sa hybnosť zachováva.

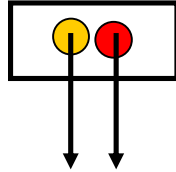
Ak niektorá zo zložiek výslednej vonkajšej sily pôsobiacich na uzavretú sústavu je nulová, potom odpovedajúca zložka celkovej hybnosti sústavy sa zachováva.

$$Ak \quad \frac{dP_x}{dt} = 0 \Rightarrow P_x = konš$$

$$Ak \quad \frac{dP_y}{dt} = 0 \Rightarrow P_y = konš$$

$$Ak \quad \frac{dP_z}{dt} = 0 \Rightarrow P_z = konš$$

Posúdenie ZZH pre rôzne postavené sústavy



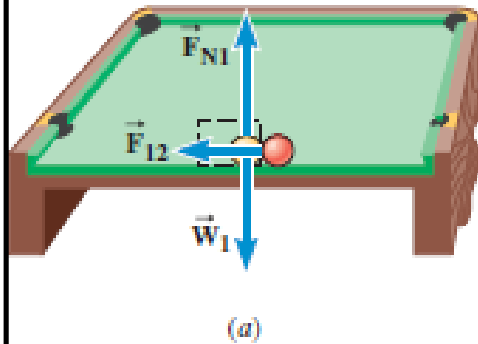
Sústava : obe guľičky

Externé sily : gravitačné

$$\sum \vec{F}_{\text{externé}} \neq \vec{0}$$

NEplatí ZZH pre sústavu

Trenie neuvažujeme, guľičky sa pohybujú po stole:

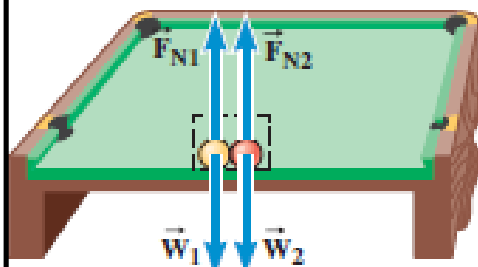


Sústava : žltá guľička

Externé sily : gravitačná sila, tlaková sila, ktorou pôsobí červená guľička, tlaková sila stola

$$\sum \vec{F}_{\text{externé}} \neq \vec{0}$$

NEplatí ZZH pre sústavu



Sústava : guľičky

Externé sily : gravitačné sily, tlakové

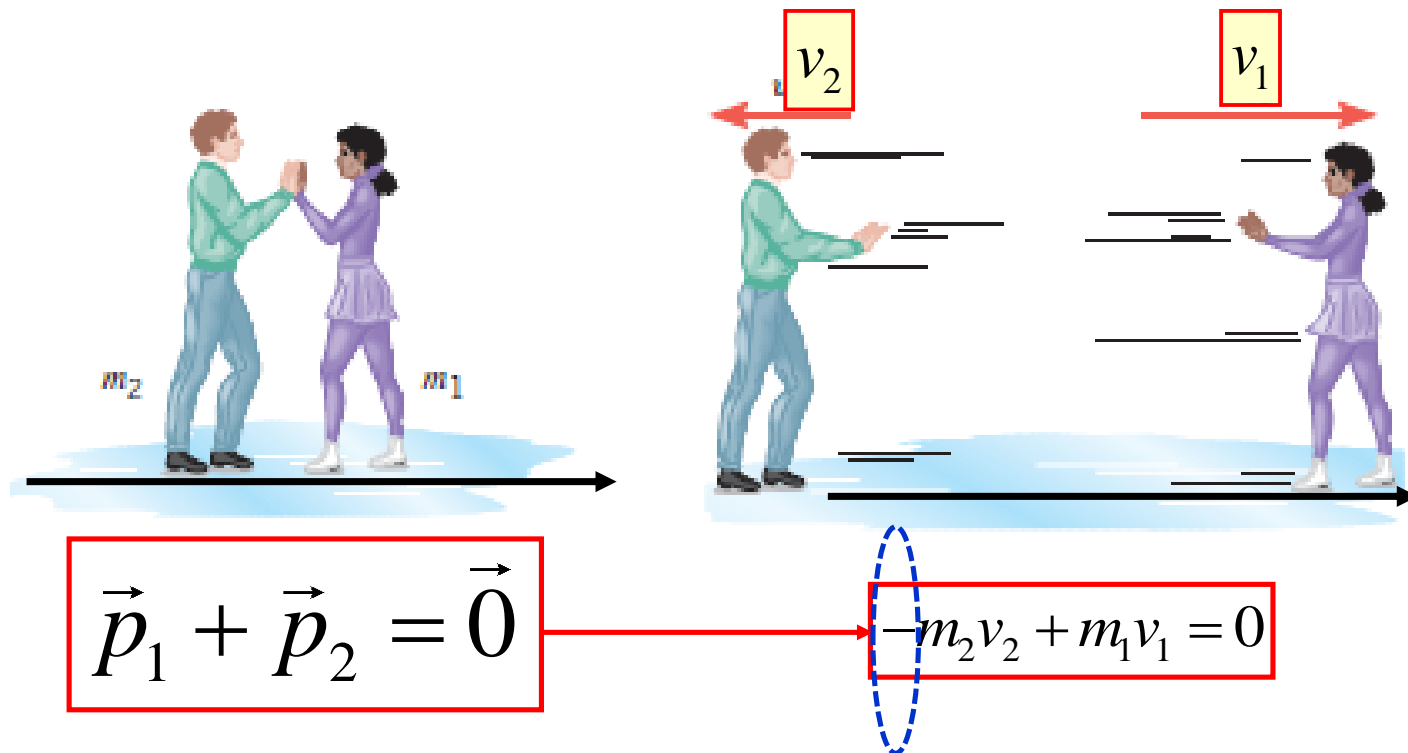
$$\sum \vec{F}_{\text{externé}} = \vec{0} \quad \text{vykompenzované}$$

Platí ZZH pre sústavu

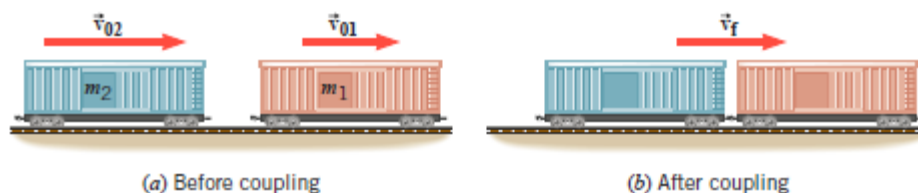
Stratégia použitia ZZH

- 1, Definujte objekty, ktoré patria do sledovaného systému
- 2, určte vonkajšie sily pôsobiace na systém
- 3, overte, či je systém izolovaný, t.j. či vektorový súčet externých síl je nulový
- 4, pre izolovaný systém môžete použiť zákon zachovania hybnosti. Zákon je možné použiť aj pre tie zložky, pre ktoré sú externé sily nulové

Dvaja krasokorčuliari s hmotnosťou m_1 a m_2 sa odtlačili na hladkom ľade, na ktorom trecie sily možno zanedbať. Určte rýchlosť krasokorčuliara v_2 , keď rýchlosť krasokorčuliarky bola v_1 .



Určte rýchlosť dvoch vozňou, ktoré sa nepruzne zrazili. Trecie sily zanedbajte



$$\underbrace{(m_1 + m_2)v_f}_{\text{Total momentum after collision}} = \underbrace{m_1 v_{01} + m_2 v_{02}}_{\text{Total momentum before collision}}$$

Zákony zachovania a ich použitie

Zákon zachovania hybnosti

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \sum \vec{F}_{ext}$$

Zákon zachovania energie

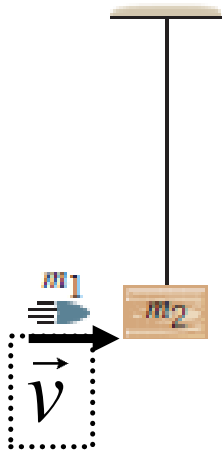
$$\Delta E_k^{total} + \Delta E_p^{total} = \sum_i \left(\int \vec{F}_{NK} \cdot d\vec{l} \right)_i$$

Alternatívne vyjadrenie

$$E_{k_1}^{total} + E_{p_1}^{total} + W_{NK_{12}} = E_{k_2}^{total} + E_{p_2}^{total}$$

Do dreveného hranola s hmotnosťou m_2 narazí strela s hmotnosťou m_1 a uviazne v ňom. Určte rýchlosť kvádra po interakcii.

Pred interakciou



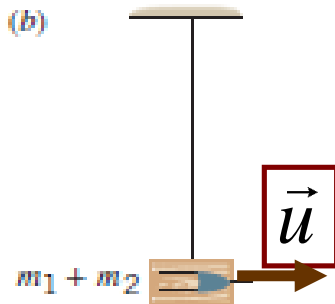
Použitý ZZE

$$\frac{m_1 v^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2)}{2} u^2 \Rightarrow u = v \sqrt{\frac{m_1}{m_1 + m_2}}$$

Použitý ZZH

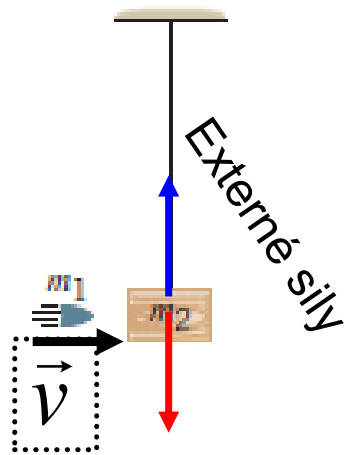
$$m_1 v = (m_1 + m_2) u \Rightarrow u = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v$$

Po interakciou





Využitie balistického kyvadla na meranie rýchlostí striel



Dve fázy:

1, **Zrážka** (dokonale nepružná)

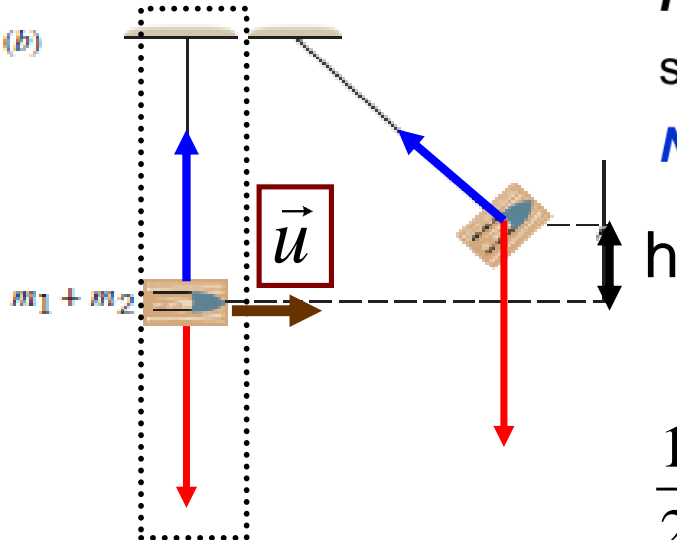
Platí ZZH $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$ $m_1 v = (m_1 + m_2) u \Rightarrow u = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v$

Neplatí ZZ mechanickej energie $\int \vec{F}_{NK} \cdot d\vec{l} \neq 0$
(pôsobia disipačné sily)

2, **stúpanie**

Platí ZZE $\int \vec{F}_{NK} \cdot d\vec{l} = 0$ (práca nekonzervatívnych síl = 0),

Neplatí ZZH $\sum \vec{F}_{ext} \neq \vec{0}$ – externá sila nie je nulová



$$m_1 v = (m_1 + m_2) u$$

$$\frac{1}{2} [m_1 + m_2] u^2 = [m_1 + m_2] gh$$

$$v = \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1} \right) \sqrt{2gh}$$