

## Skúška z ADM - Skupina A (strana 1/2)

12. január 2021

**Príklad 1:** (12 bodov) Nad poľom  $\mathbb{Z}_7$  riešte Gaussovou eliminačnou metódou úpravou na redukovaný tvar danú sústavu rovníc. Vo svojom postupe zreteľne vyznačte, aké operácie vykonávate. Urobte skúšku správnosti.

$$2x + 4y + 5z = 1$$

$$3x + 5y + 2z = 2$$

$$4x + 3y + 3z = 3$$

**Príklad 2:** (10 bodov) Vypočítajte objem štvorstena určeného bodmi

$$(2, 3, -5), (0, 1, 4), (-3, 1, 2), (-1, 2, -1).$$

**Príklad 3:** (10 bodov)

a) Rozhodnite, či v symetrickej grupe  $S_9$  existujú prvky rádov 10 a 11. V prípade kladnej odpovede, uveďte príklad, inak zdôvodnite neexistenciu.

b) V dihedralnej grupe  $D_7 = \langle r, s | r^7 = s^2 = e, \dots \rangle$  čo najviac zjednodušte výraz

$$r^3 s^3 r^8 s^5 r s^3 r^{-6} s r^{15} s^7.$$

**Príklad 4:** (10 bodov)

a) Aký je maximálny počet hrán rovinného grafu na 7 vrchoch? Zdôvodnite.

b) Čo je priemer a chromatický index grafu a aké sú ich hodnoty pre úplný bipartitný graf  $K_{2,5}$ ?

**Príklad 5:** (14 bodov)

a) Koľko je rôznych 12-miestnych číselných kódov, v ktorých sa vyskytujú len 3 rôzne cifry, každá presne 4-krát? Vyčísľte (prípadné veľké mocniny môžete ponechať).

b) Nájdite explicitné riešenie rekurentnej rovnice s danými podmienkami

$$a_n = 3a_{n-1} - 10a_{n-2}, \quad a_1 = -24, a_2 = -22$$

## Skupina A (strana 2/2)

**Príklad 6:** (12 bodov)

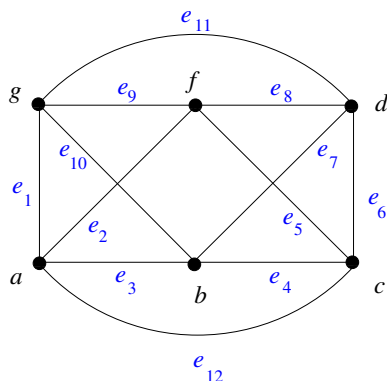
a) Nakreslite Hasseho diagram čiastočne usporiadanej množiny

$$(\{1, 2, 7, 28, 42, 56, 84, 168\}, |)$$

a rozhodnite, či sa jedná o zväz. Svoje tvrdenie zdôvodnite.

b) Akú algebraickú štruktúru tvorí množina kladných racionálnych čísel spolu s operáciou  $*$  danou vzťahom  $a * b = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$  pre každé  $a, b \in \mathbb{Q}^+$ ?

**Príklad 7:** (12 bodov) Podrobne popíšte funkčný algoritmus kreslenia grafu jedným ťahom. Aplikujte ho na danom grafe prevedením aspoň troch iterácií. Začnite vo vrchole  $a$ .



## Skúška z ADM - Skupina B (strana 1/2)

12. január 2021

**Príklad 1:** (12 bodov) Nad poľom  $\mathbb{Z}_7$  riešte Gaussovou eliminačnou metódou úpravou na redukovaný tvar danú sústavu rovníc. Vo svojom postupe zreteľne vyznačte, aké operácie vykonávate. Urobte skúšku správnosti.

$$4x + 3y + 2z = 5$$

$$2x + 4y + 6z = 1$$

$$3x + 2y + 6z = 2$$

**Príklad 2:** (10 bodov) Vypočítajte objem štvorstena určeného bodmi

$$(2, 2, -3), (1, 5, 0), (-3, 1, -1), (-4, 2, 1).$$

**Príklad 3:** (10 bodov)

a) Rozhodnite, či v symetrickej grupe  $S_{10}$  existujú prvky rádov 12 a 13. V prípade kladnej odpovede, uveďte príklad, inak zdôvodnite neexistenciu.

b) V dihedralnej grupe  $D_7 = \langle r, s | r^7 = s^2 = e, \dots \rangle$  čo najviac zjednodušte výraz

$$r^5 s^3 r s^5 r^8 s^3 r^{15} s^7 r^{-6} s.$$

**Príklad 4:** (10 bodov)

a) Najmenej koľko hrán stačí odstrániť z úplného grafu  $K_7$ , aby výsledný graf bol rovinný? Zdôvodnite.

b) Čo je priemer a chromatické číslo grafu a aké sú ich hodnoty pre koktejlový graf na 12 vrchoch?

**Príklad 5:** (14 bodov)

a) K dispozícii je 20 rôznych písmen. Koľko rôznych 10-písmenových slov z nich môžeme vytvoriť, ak sa v nich nachádzajú len dve rôzne písmená, každé presne 5-krát? Vyčíslite (prípadné veľké mocniny môžete ponechať).

b) Nájdite explicitné riešenie rekurentnej rovnice s danými podmienkami

$$a_n = -6a_{n-1} + 16a_{n-2}, \quad a_1 = 4, a_2 = 28$$

## Skupina B (strana 2/2)

**Príklad 6:** (12 bodov)

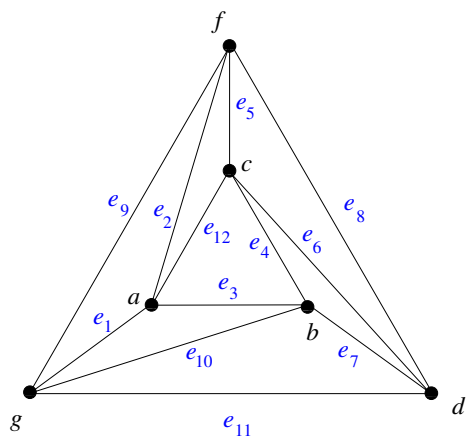
a) Nakreslite Hasseho diagram čiastočne usporiadanej množiny

$$(\{1, 2, 3, 4, 9, 72, 108, 216\}, |)$$

a rozhodnite, či sa jedná o zväz. Svoje tvrdenie zdôvodnite.

b) Akú algebraickú štruktúru tvorí množina celých čísel spolu s operáciou  $*$  danou vzťahom  $a * b = a + b + ab$  pre každé  $a, b \in \mathbb{Z}$ ?

**Príklad 7:** (12 bodov) Podrobne popíšte funkčný algoritmus kreslenia grafu jedným ťahom. Aplikujte ho na danom grafe prevedením aspoň troch iterácií. Začnite vo vrchole  $a$ .



## Skúška z ADM - Skupina C (strana 1/2)

12. január 2021

**Príklad 1:** (12 bodov) Nad poľom  $\mathbb{Z}_7$  riešte Gaussovou eliminačnou metódou úpravou na redukovaný tvar danú sústavu rovníc. Vo svojom postupe zreteľne vyznačte, aké operácie vykonávate. Urobte skúšku správnosti.

$$3x + 5y + 2z = 2$$

$$2x + 4y + 5z = 1$$

$$4x + 3y + 3z = 4$$

**Príklad 2:** (10 bodov) Vypočítajte objem štvorstena určeného bodmi

$$(4, 2, -1), (3, -1, 2), (1, -2, 0), (5, 1, 3).$$

**Príklad 3:** (10 bodov)

a) Rozhodnite, či v symetrickej grupe  $S_7$  existujú prvky rádov 11 a 12.

V prípade kladnej odpovede, uveďte príklad, inak zdôvodnite neexistenciu.

b) V dihedralnej grupe  $D_8 = \langle r, s \mid r^8 = s^2 = e, \dots \rangle$  čo najviac zjednodušte výraz

$$r^5 s r^9 s^5 r^{17} s^3 r^{-7} s^9 r s^3.$$

**Príklad 4:** (10 bodov)

a) Aký je maximálny počet hrán rovinného grafu na 8 vrchoch? Zdôvodnite.

b) Čo je priemer a chromatické číslo grafu a aké sú ich hodnoty pre graf, ktorý dostaneme z úplného grafu  $K_6$  po vynechaní dvoch susedných hrán?

**Príklad 5:** (14 bodov)

a) Koľko je rôznych 12-miestnych číselných kódov, v ktorých sa vyskytujú len 4 rôzne cifry, každá presne 3-krát? Vyčíslite (prípadné veľké mocniny môžete ponechať).

b) Nájdite explicitné riešenie rekurentnej rovnice s danými podmienkami

$$a_n = 4a_{n-1} + 12a_{n-2}, \quad a_1 = -30, a_2 = -36$$

## Skupina C (strana 2/2)

**Príklad 6:** (12 bodov)

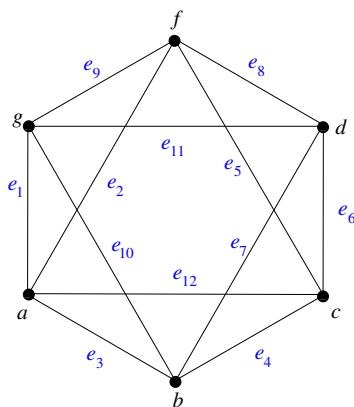
a) Nakreslite Hasseho diagram čiastočne usporiadanej množiny

$$(\{1, 3, 5, 30, 45, 60, 90, 180\}, |)$$

a rozhodnite, či sa jedná o zväz. Svoje tvrdenie zdôvodnite.

b) Akú algebraickú štruktúru tvorí množina kladných reálnych čísel spolu s operáciou  $*$  danou vzťahom  $a * b = \frac{a+b}{ab}$  pre každé  $a, b \in \mathbb{R}^+$ ?

**Príklad 7:** (12 bodov) Podrobne popíšte funkčný algoritmus kreslenia grafu jedným ťahom. Aplikujte ho na danom grafe prevedením aspoň troch iterácií. Začnite vo vrchole  $a$ .



## Skúška z ADM - Skupina D (strana 1/2)

12. január 2021

**Príklad 1:** (12 bodov) Nad poľom  $\mathbb{Z}_7$  riešte Gaussovou eliminačnou metódou úpravou na redukovaný tvar danú sústavu rovníc. Vo svojom postupe zreteľne vyznačte, aké operácie vykonávate. Urobte skúšku správnosti.

$$3x + 2y + 6z = 3$$

$$4x + 3y + 2z = 5$$

$$2x + 4y + 6z = 1$$

**Príklad 2:** (10 bodov) Vypočítajte objem štvorstena určeného bodmi

$$(-2, 2, -3), (1, 1, 5), (1, -3, 4), (-2, 0, -1).$$

**Príklad 3:** (10 bodov)

a) Rozhodnite, či v symetrickej grupe  $S_8$  existujú prvky rádov 10 a 13. V prípade kladnej odpovede, uveďte príklad, inak zdôvodnite neexistenciu.

b) V dihedrálnej grupe  $D_9 = \langle r, s \mid r^9 = s^2 = e, \dots \rangle$  čo najviac zjednodušte výraz

$$r^7 s^5 r^{10} s^5 r s^9 r^{19} s r^{-8} s^3.$$

**Príklad 4:** (10 bodov)

a) Najmenej koľko hrán stačí odstrániť z úplného grafu  $K_8$ , aby výsledný graf bol rovinný? Zdôvodnite.

b) Čo je priemer a chromatický index grafu a aké sú ich hodnoty pre graf, ktorý dostaneme z úplného grafu  $K_6$  po vynechaní dvoch nesusedných hrán?

**Príklad 5:** (14 bodov)

a) K dispozícii je 12 rôznych písmen. Koľko rôznych 9-písmenových slov z nich môžeme vytvoriť, ak sa v nich nachádzajú len tri rôzne písmená, každé presne 3-krát? Vyčíslite (prípadné veľké mocniny môžete ponechať).

b) Nájdite explicitné riešenie rekurentnej rovnice s danými podmienkami

$$a_n = 2a_{n-1} + 15a_{n-2}, \quad a_1 = -28, a_2 = 4$$

## Skupina D (strana 2/2)

**Príklad 6:** (12 bodov)

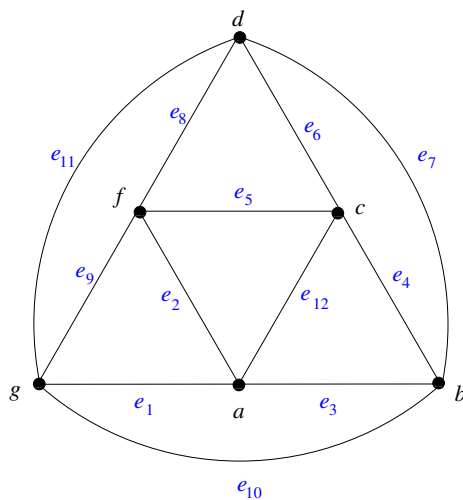
a) Nakreslite Hasseho diagram čiastočne usporiadanej množiny

$$(\{1, 2, 3, 4, 24, 60, 48, 240\}, |)$$

a rozhodnite, či sa jedná o zväz. Svoje tvrdenie zdôvodnite.

b) Akú algebraickú štruktúru tvorí množina nezáporných celých čísel spolu s operáciou  $*$  danou vzťahom  $a * b = a + b + ab$  pre každé  $a, b \in \{0, 1, 2, \dots\}$ ?

**Príklad 7:** (12 bodov) Podrobne popíšte funkčný algoritmus kreslenia grafu jedným ťahom. Aplikujte ho na danom grafe prevedením aspoň troch iterácií. Začnite vo vrchole  $a$ .





## Skúška z ADM - Skupina E (strana 1/2)

12. január 2021

**Príklad 1:** (12 bodov) Nad poľom  $\mathbb{Z}_7$  riešte Gaussovou eliminačnou metódou úpravou na redukovaný tvar danú sústavu rovníc. Vo svojom postupe zreteľne vyznačte, aké operácie vykonávate. Urobte skúšku správnosti.

$$4x + 3y + 3z = 5$$

$$2x + 4y + 5z = 1$$

$$3x + 5y + 2z = 2$$

**Príklad 2:** (10 bodov) Vypočítajte objem štvorstena určeného bodmi

$$(4, 0, -1), (2, 5, 2), (-1, -3, 1), (2, 4, 3).$$

**Príklad 3:** (10 bodov)

a) Rozhodnite, či v symetrickej grupe  $S_{11}$  existujú prvky rádov 13 a 15. V prípade kladnej odpovede, uveďte príklad, inak zdôvodnite neexistenciu.

b) V dihedrálnej grupe  $D_7 = \langle r, s \mid r^7 = s^2 = e, \dots \rangle$  čo najviac zjednodušte výraz

$$s^3 r^{10} s^7 r s^9 r^{17} s r^{-4} s^5 r^5.$$

**Príklad 4:** (10 bodov)

a) Aký je maximálny počet hrán rovinného grafu na 8 vrchoch? Zdôvodnite.

b) Čo je priemer a chromatický index grafu a aké sú ich hodnoty pre úplný bipartitný graf  $K_{2,5}$ ?

**Príklad 5:** (14 bodov)

a) Koľko je rôznych 12-miestnych číselných kódov, v ktorých sa vyskytujú len 2 rôzne cifry, každá presne 6-krát? Vyčísľte (prípadné veľké mocniny môžete ponechať).

b) Nájdite explicitné riešenie rekurentnej rovnice s danými podmienkami

$$a_n = 5a_{n-1} + 24a_{n-2}, \quad a_1 = 25, a_2 = -31$$

## Skupina E (strana 2/2)

**Príklad 6:** (12 bodov)

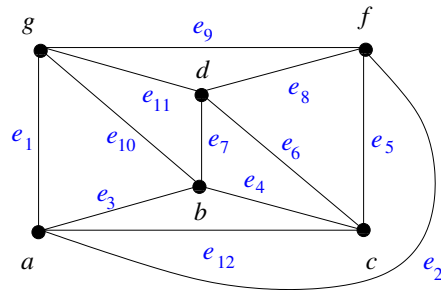
a) Nakreslite Hasseho diagram čiastočne usporiadanej množiny

$$(\{1, 2, 4, 6, 24, 60, 240, 2400\}, |)$$

a rozhodnite, či sa jedná o zväz. Svoje tvrdenie zdôvodnite.

b) Akú algebraickú štruktúru tvorí množina kladných reálnych čísel spolu s operáciou  $*$  danou vzťahom  $a * b = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$  pre každé  $a, b \in \mathbb{R}^+$ ?

**Príklad 7:** (12 bodov) Podrobne popíšte funkčný algoritmus kreslenia grafu jedným ťahom. Aplikujte ho na danom grafe prevedením aspoň troch iterácií. Začnite vo vrchole  $a$ .



## Skúška z ADM - Skupina F (strana 1/2)

12. január 2021

**Príklad 1:** (12 bodov) Nad poľom  $\mathbb{Z}_7$  riešte Gaussovou eliminačnou metódou úpravou na redukovaný tvar danú sústavu rovníc. Vo svojom postupe zreteľne vyznačte, aké operácie vykonávate. Urobte skúšku správnosti.

$$4x + 3y + 2z = 5$$

$$3x + 2y + 6z = 1$$

$$2x + 4y + 6z = 1$$

**Príklad 2:** (10 bodov) Vypočítajte objem štvorstena určeného bodmi

$$(4, 2, -1), (2, 5, 0), (1, 3, -1), (2, 4, 3).$$

**Príklad 3:** (10 bodov)

a) Rozhodnite, či v symetrickej grupe  $S_{10}$  existujú prvky rádov 13 a 14. V prípade kladnej odpovede, uveďte príklad, inak zdôvodnite neexistenciu.

b) V dihedralnej grupe  $D_6 = \langle r, s \mid r^6 = s^2 = e, \dots \rangle$  čo najviac zjednodušte výraz

$$r^4 s^3 r^{11} s^5 r^5 s^3 r^{-1} s r^{17} s^7.$$

**Príklad 4:** (10 bodov)

a) Najmenej koľko hrán stačí odstrániť z úplného grafu  $K_7$ , aby výsledný graf bol rovinný? Zdôvodnite.

b) Čo je priemer a chromatické číslo grafu a aké sú ich hodnoty pre graf, ktorý dostaneme z úplného bipartitného grafu  $K_{2,6}$  po vynechaní dvoch susedných hrán?

**Príklad 5:** (14 bodov)

a) K dispozícii je 16 rôznych písmen. Koľko rôznych 10-písmenových slov z nich môžeme vytvoriť, ak sa v nich nachádzajú len dve rôzne písmená, každé presne 5-krát? Vyčísľte (prípadné veľké mocniny môžete ponechať).

b) Nájdite explicitné riešenie rekurentnej rovnice s danými podmienkami

$$a_n = -9a_{n-1} - 18a_{n-2}, \quad a_1 = -15, a_2 = 9$$

## Skupina F (strana 2/2)

**Príklad 6:** (12 bodov)

a) Nakreslite Hasseho diagram čiastočne usporiadanej množiny

$$(\{1, 3, 4, 6, 48, 60, 240\}, |)$$

a rozhodnite, či sa jedná o zväz. Svoje tvrdenie zdôvodnite.

b) Akú algebraickú štruktúru tvorí množina reálnych čísel spolu s operáciou  $*$  danou vzťahom  $a * b = a + b + ab$  pre každé  $a, b \in \mathbb{R}$ ?

**Príklad 7:** (12 bodov) Podrobne popíšte funkčný algoritmus kreslenia grafu jedným ťahom. Aplikujte ho na danom grafe prevedením aspoň troch iterácií. Začnite vo vrchole  $a$ .

