MNOŽINY – označujeme veľkými písmenami

$A = \{1, 2, 3\}$

$B = \{x : 2|x \text{ a } x \in N\} = \{2, 4, 6, 8, 10, \dots\}$

každá   2 delí x N = prirodzené čísla

Kardinalita – počet prvkov množiny $\aleph_0$ (alef nula)

$|A| = 3$ $|B| = \aleph_0$

$C = \{1, 2, \cancel{2}, 3, 5, 5\}$ – multimnožina

$|C| = 4$ $C = \{1, 2, 3, 5\}$

$5 \in C$ $10 \in B$

$10 \notin C$

PRÁZDNA MNOŽINA $\emptyset$ – neobsahuje žiadne prvky

$|\emptyset| = 0$

$\emptyset \subset A$ pre všetky A

ROVNOSŤ MNOŽÍN.

$A = B$ práve vtedy, keď každý prvok množiny A je zároveň prvkom množiny B a každý prvok množiny B je prvkom množiny A.

$A = B \Leftrightarrow \forall a \in A \Rightarrow a \in B$ a zároveň $\forall b \in B \Rightarrow b \in A$

$\wedge$

Príklad.

$S = \{1, 2, 3\}$

$T = \{2, 3, 1\}$

? $S = T$ sa rovnajú

Príklad:

$\emptyset = \{\emptyset\}$

sa nerovnajú

Príklad.

$A = \{2, 4, 6, 8\}$

$B = \{x \in \mathbb{Z}^+ : 2 | x \wedge x < 10\}$

? $A = B$?

$B = \{2, 4, 6, 8\}$

$A = B$ platí

Číselné množiny

Prirodzené čísla: $N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ $\quad |N| = \aleph_0$

Celé čísla : $\mathbb{Z} = \{\dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

Racionálne čísla: $Q = \{\frac{p}{q}; p \in \mathbb{Z}; q \in N\}$

sú súd.

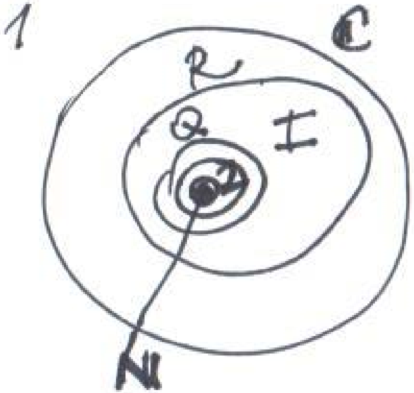
$\frac{2}{4}, \frac{3}{9}, -\frac{4}{8}, \dots$ $\quad$ nsd$(2,4) = 2$

$\boxed{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{2}, \dots}$ sú v základnom tvare, ak p a q sú nesúdeliteľné

nsd$(1,2) = 1$

I - iracionálne čísla $\quad \sqrt{2}, \pi, e$

nespočítateľne veľa



Reálne čísla: R

$R = Q \cup I$

Komplexné čísla $\mathbb{C}$

$\mathbb{C} = \{a + ib; a \in R, b \in R; i$ - je imaginárna jednotka $i = \sqrt{-1}\}$

Množinové operácie.

Prienik $A \cap B = \{x : x \in A \wedge x \in B\}$

pr

$A \cap \emptyset = \emptyset$

Príklad.

$S = \{1, 2, 3, 5\}$

$T = \{1, 3, 4, 5\}$

$S \cap T = \{1, 3, 5\}$

Ak $A \cap B = \emptyset$, tak hovoríme, že množiny sú disjunktné.

Príklad.

G, H $\quad G = \{$nep. pri. čísel, kt. sú menšie ako 10$\} = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

$H = \{-1, 1, 3, 5, 7\}$

$G \cap H = \{1, 3, 5, 7\}$

PÁRNE ~~a~~ KLADNÉ (NEZÁP.)

$\{2k : k \in \mathbb{N}\}$

PÁRNE

$\{2k : k \in \mathbb{Z}\}$

NEPÁRNE

$\{2k+1 ; k \in \mathbb{Z}\}$

Zjednotenie množín.

$$A \cup B = \{x : x \in A \overset{\vee}{\text{alebo}}\ x \in B\} \qquad A \cup \emptyset = A$$

Príklad.

$S = \{1, 2, 3\}$

$T = \{1, 3, 5\}$

$U = \{2, 3, 4, 5\}$

$S \cup T = \{1, 2, 3, 5\}$

$S \cup U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$T \cup U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

PRÍKLAD

$E = \{x \in N : 2 \leq x < 6\}$

$F = \{x \in Z : x^2 = 9\}$

$E \cup F = \{-3; 2; 3; 4; 5\}$

UNIVERZÁLNA MNOŽINA

PRÍKLAD

R

Rac. čísla $Q'_R = I$

KOMPLEMENT MNOŽINY Q v R SA OZNAČUJE Q'_R (DOPLNOK)

ROZDIEL MNOŽÍN

$$A-B\,(A\setminus B)=\{x: x\in A \wedge x\notin B\}$$

SYMETRICKÝ ROZDIEL MNOŽÍN

$$A\div B\,(A\triangle B)=(A-B)\cup(B-A)$$

Príklad.
Napíšte prvky, kt. patria do rozdielu I−J, kde I je mn. prir. čísel menších ako 100 a ~~~~ väčších ako 2 a $J=\{4,5,6,7,8,9\}$

$$I=\{3,4,5,6,\dots 99\}=\{x: x\in N \;\; 2<x<100\}$$

$$J=\{4,5,6,7,8,9\}$$

$$I-J=\{3,10,\dots\dots 99\}$$

PRÍKLAD

$K=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ $M=\{2,3,4,5\}$

$L=\{-4,-3,5,6,7,11,12\}$ $M'_{K\cup L}$

$K\cup L=\{-4,-3,1,2,3,4,5,6,7,8,9,11,12\}$

$M'_{K\cup L}=\{-4,-3,1,6,7,8,9,11,12\}$

Příklad

$S = \{2x : x \in N \wedge 2x < 24\}$ dělitelné 2 a menší než 24

$T = \{3x : x \in N \wedge 3x < 24\}$ — " — 3 a — " — 24

$S \triangle T$

$S = \{2, 4, 6, 8, 10, \ldots 22\}$

$T = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21\}$

$S - T = \{2, 4, 8, 10, 14, 16, 20, 22\}$

$T - S = \{3, 9, 15, 21\}$

$S \triangle T = \{2, 3, 4, 8, 9, 10, 14, 15, 16, 20, 21, 22\}$

Inklúzia

$A \subset B \iff \forall a \in A \Rightarrow a \in B$

A je podmnožina B

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

$B = \{2k-1 ;\ k \in N\} = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$

$A \subset B$ A je vlastná podmnožina B

Vlastnosti:

$\emptyset \subset A$

$A \subset A$ A je nevlastná podmnožina

$A \cup \emptyset = A$

$A \cap \emptyset = \emptyset$

Komutatívnosť

$$A \cap B = B \cap A$$

$$A \cup B = B \cup A$$

$$\overset{\cdot}{A \cap} (B \overset{+}{\cup} C) = \overset{a(b+c)}{(A \cap B) \cup (A \cap C)}$$ DISTRIB. ZÁKON

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$ ASOCIAT. ZÁKON

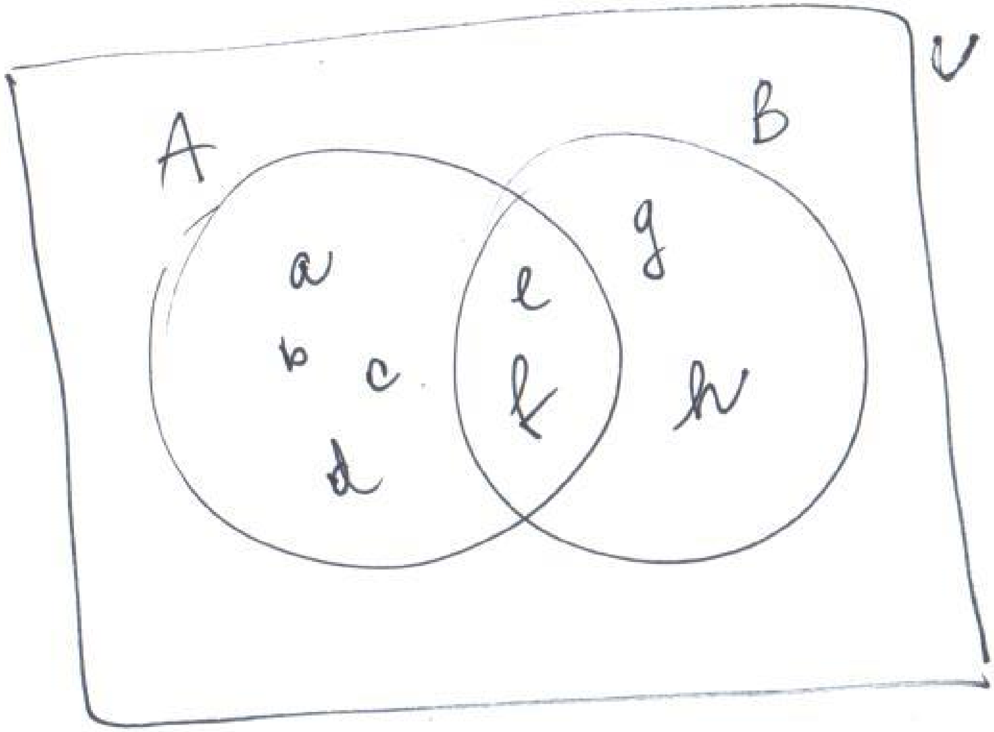
$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$\boxed{\begin{aligned} (A \cap B)' &= A' \cup B' \\ (A \cup B)' &= A' \cap B' \end{aligned}}$$

de Morganove pravidlá

POČET PRVKOV. ZJEDNOTENIA MNOŽÍN

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$



$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

$|A| = 6$ $\quad |B| = 4$ $\quad |A \cup B| = 6 + 4 - 2 = \underline{\underline{8}}$;

$|A \cap B| = 2$

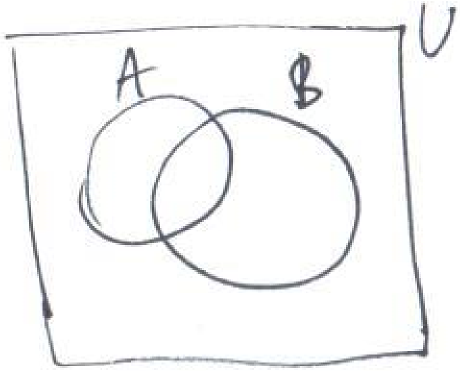
VENNOVE DIAGRAMY

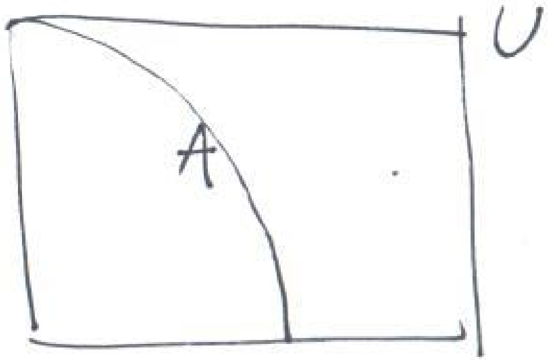
JOHN VENN

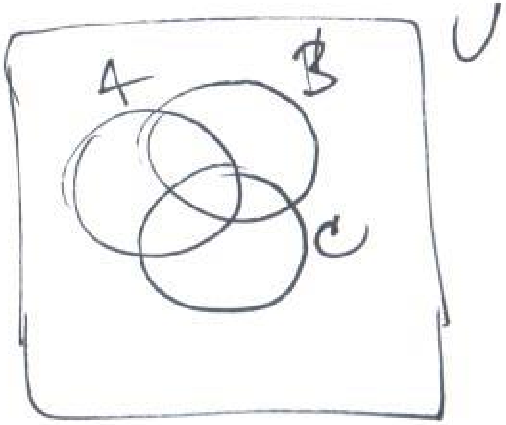
(1834–1923)

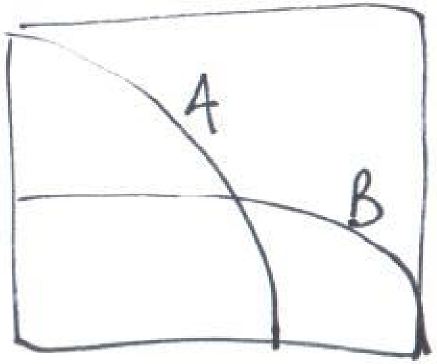
angl. mat., logik, filozof

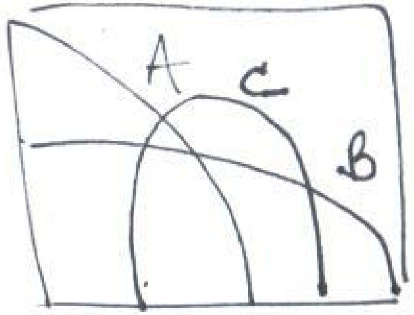
11





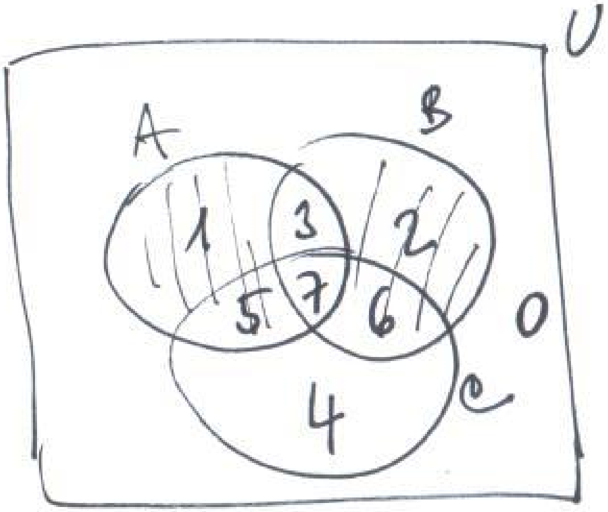






PRÍKLAD

(12)



a) $A - B = \{1, 5\}$

b) $B - A = \{2, 6\}$

c) $A'_U \cap B = \{2, 6\}$

d) $A \triangle B = \{1, 2, 5, 6\} = (A - B) \cup (B - A)$

e) $(A \triangle B)'_U = \{3, 7, 4, 0\}$

f) $A'_U \cup B'_U = \{2, 4, 6, 0, 1, 5\}$

$A'_U = \{2, 4, 6, 0\}$

$B'_U = \{1, 5, 4, 0\}$

Vennove diagramy

1. Účastníci konferencie môžu prezentovať príspevky v angličtine (A), nemčine (N) alebo francúzštine (F). Každý zo 120 účastníkov ovláda aspoň 2 jazyky, 10 ovládajú všetky tri. A+N ovláda presne toľko účastníkov konferencie ako A+F. Iba N+F hovorí toľko účastníkov, koľko ovláda všetky tri jazyky. Koľko účastníkov ovláda jednotlivé jazyky? [A 110, N 70, F 70]
2. V triede je 34 žiakov. Na rekreácii v zahraničí počas letných prázdnin nebolo 17 žiakov. U starých rodičov na vidieku bolo o 2 dvoch žiakov viac ako v zahraničí. 7 žiakov bolo počas letných prázdnin aj v zahraničí, aj u starých rodičov. Koľko žiakov nebolo ani v zahraničí , ani u starých rodičov? Koľko žiakov bolo iba u starých rodičov? [5, 12]
3. Na recepcii na vyslanectve každý ovláda aspoň jeden cudzí jazyk, 15 ľudí hovorí po anglicky, 12 po nemecky a 7 obidvoma jazykmi. Z koľkých ľudí sa skladá táto spoločnosť, ak v spoločnosti nikto iný jazyk neovláda? [20]
4. Z 35 žiakov odoberá denník SME 8 žiakov, Pravdu 10 žiakov, 21 žiakov neodoberá žiadne z týchto novín. Koľko žiakov odoberá obidvoje noviny? [4]
5. Za jeden deň opravili v autodielni na 46 autách 24 chýb na brzdách a 36 chýb na motore. Koľko áut malo chybu len na brzdách a koľko len na motore? [B 10, M 22, $|B \cap M| = 14$]

Príklad (P1) (13)

účast. konf. (A), (N), (F).

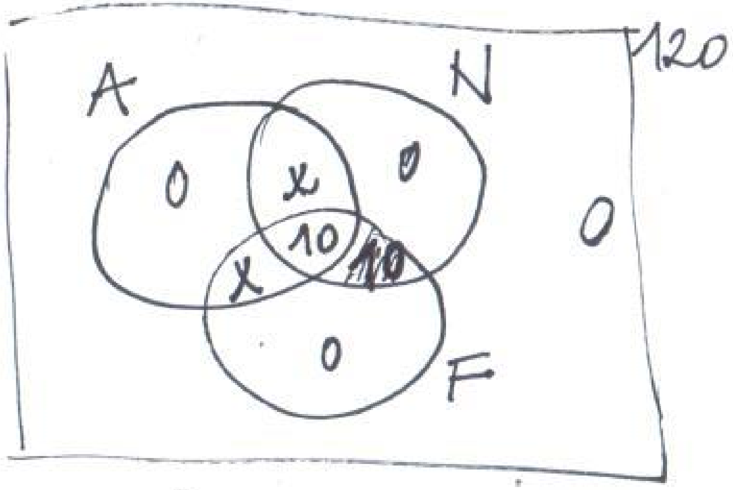
120 účastníkov ovláda aspoň 2 jazyky,

10 ovládajú všetky 3 jazyky.

$|A \cap N| = |A \cap F|$

Ostatí N a F toľko úč., koľko ovláda všetky 3 jazyky.

Koľko účastníkov ovláda jednotlivé jazyky?



$$x + 10 + x + 10 = 120$$
$$2x + 20 = 120$$
$$2x = 100$$
$$x = 50$$

A: 110

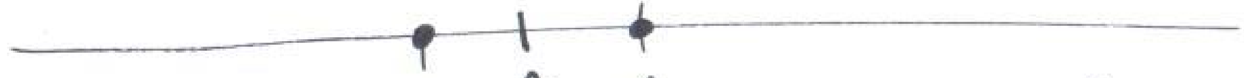
N: 70

F: 70

Podmnožiny reálných čísel

$I, Z, Q, N \subset R$

$A=\{-1,1\}$ $|A|=2$



$\{x: x>-1 \wedge x \leq 1\} = (-1;1\rangle$

POLOOTVORENÝ zľava otvorený
POLOUZAVRETÝ $(-5;3\rangle$ sprava uzavretý

intervaly

ohraničený $\langle -5;3)$

neohraničený sprava, uzavretý zľava

$A=\{x: x \geq 1\}$ $\langle 1;\infty)$

$(-2,2)$ otvorený interval $(-\infty;\infty)$

neohraničený interval

$B=\langle -3;3\rangle$ uzavretý interval

Príklad (P2)

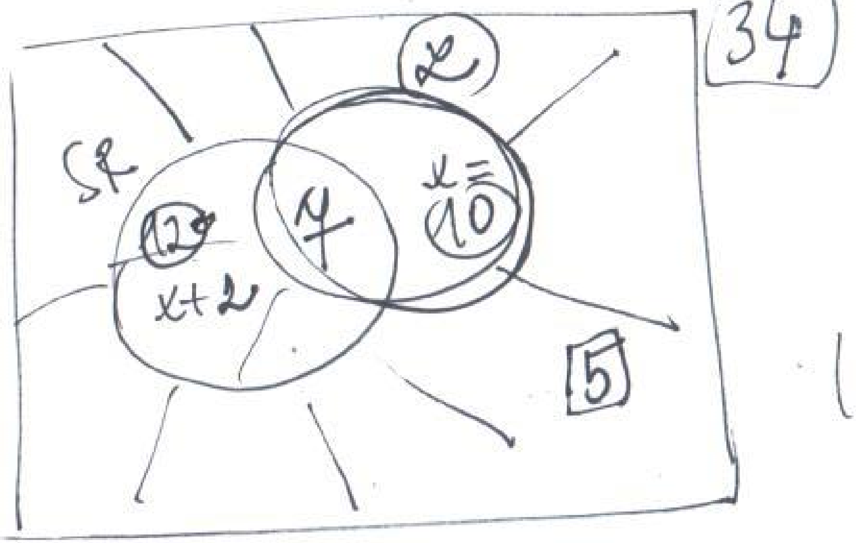
34 žiakov; na rekreácii v sob. nebolo 17 žiakov.

U st. rod. na návšteve bolo o 2 žiakov viac ako v sobotu!

7 žiakov bolo aj v sob. aj u st. rodičov.

1) Koľko žiakov nebolo ani v sob. ani u st. rodičov? 5

2) Koľko bolo iba u st. rodičov? 12



$7 + x = 17$

$x = 10$

$|S_k \cup x| = 29$