Seminár z matematiky 1, cv7 – parciálne zlomky

Nasledujúce zlomky rozložte na parciálne zlomky:

a) $\frac{5}{x^2+x-6}$

Riešenie: Menovateľa zlomku vieme rozložiť na súčin $(x+3)(x-2)$, teda hľadáme také A a B, že $\frac{5}{(x+3)(x-2)}=\frac{A}{(x+3)}+\frac{B}{(x-2)}$. Aby sa nám ľahšie počítalo, pravú stranu upravíme na jeden zlomok $\frac{5}{(x+3)(x-2)}=\frac{A(x-2)+B(x+3)}{(x+3)(x-2)}$. Teraz má pravá aj ľavá strana rovnice rovnaké menovatele, čiže už nám stačí riešiť iba rovnosť čitateľov. Hľadáme teda také *A,B,* aby pre každé x platilo $5=A(x-2)+B(x+3)$. Môžeme postupovať dvoma spôsobmi:

i. Roznásobíme pravú stranu rovnice a preskupíme členy podľa rôznych mocnín premennej x: $\text{PS}=A(x-2)+B(x+3)=x(A+B)+(3B-2A)$. Aby rovnosť platila pre každé x, potrebujeme, aby koeficienty pri x^1 aj x^0 boli na oboch stranách rovnice rovnaké ($\text{ĽS}=0x+5$). Teda, aby $A+B=0$ a zároveň $3B-2A=5$. To sú dve rovnice s dvoma neznámymi. Z prvej si vyjadríme neznámu A: $A=-B$, ktorú následne dosadíme do druhej rovnice a dostaneme $3B+2B=5$, odkiaľ $B=1$. Z toho hneď dostaneme $A=-1$. Spolu teda máme $\frac{5}{x^2+x-6}=\frac{-1}{(x+3)}+\frac{1}{(x-2)}$.

ii. Riešime stále rovnicu $5=A(x-2)+B(x+3)$ tak, aby platila pre každé x. Musí teda platiť aj pre oba nulové body menovateľa: Dosadením $x=2$ dostaneme $5=A(2-2)+B(2+3)$, čiže $5=5B$, teda $B=1$. Dosadením $x=-3$ dostaneme $5=A(-3-2)+B(-3+3)$, čiže $5=-5A$, teda $A=-1$. Rovnako ako predtým máme riešenie $\frac{5}{x^2+x-6}=\frac{-1}{(x+3)}+\frac{1}{(x-2)}$.

b) $\frac{1}{2x^2+x}$

Riešenie: Menovateľa zlomku vieme rozložiť na súčin $x(2x+1)$, teda hľadáme také A a B, že $\frac{1}{x(2x+1)}=\frac{A}{x}+\frac{B}{2x+1}$. Aby sa nám ľahšie počítalo, pravú stranu upravíme na jeden zlomok $\frac{1}{x(2x+1)}=\frac{A(2x+1)+Bx}{x(2x+1)}$ Hľadáme teda také *A,B,* aby pre každé x platilo $1=A(2x+1)+Bx$. Môžeme postupovať dvoma spôsobmi:

i. Roznásobíme pravú stranu rovnice: $1=A(2x+1)+Bx$, čiže $0x+1=x(2A+B)+A$. Aby rovnosť platila pre každé x, potrebujeme, aby koeficienty pri x^1 aj x^0 boli na oboch stranách rovnice rovnaké. Teda, aby $2A+B=0$, $A=1$. Po dosadení $A=1$ do prvej rovnice máme $B=-2$. Spolu teda máme $\frac{1}{2x^2+x}=\frac{1}{x}-\frac{2}{2x+1}$.

ii. Riešime stále rovnicu $1 = A(2x+1) + Bx$ tak, aby platila pre každé x. Musí teda platiť aj pre oba nulové body menovateľa zadaného zlomku. Dosadením $x = 0$ dostaneme $1 = A(0+1) + B \cdot 0$, teda $A = 1$. Dosadením $x = -\frac{1}{2}$ dostaneme $1 = A(-1+1) - \frac{B}{2}$, čiže $1 = -\frac{B}{2}$, teda $B = -2$. Rovnako ako predtým máme riešenie $\frac{1}{2x^2 + x} = \frac{1}{x} - \frac{2}{2x+1}$.

c) $\frac{3x}{(x-3)^2}$

Riešenie: Menovateľa zlomku vieme rozložiť na súčin $(x-3)(x-3)$, teda hľadáme také A a B, že $\frac{3x}{(x-3)^2} = \frac{A}{(x-3)} + \frac{B}{(x-3)^2}$. Čiže $\frac{3x}{(x-3)^2} = \frac{A(x-3)+B}{(x-3)^2}$. Môžeme postupovať dvoma spôsobmi:

i. Roznásobíme pravú stranu rovnice: $3x = Ax + (B - 3A)$. Aby rovnosť platila pre každé x, potrebujeme, aby koeficienty pri x^1 aj x^0 boli na oboch stranách rovnice rovnaké. Teda, aby $A = 3,\ B - 3A = 0$. Po dosadení $A = 3$ do druhej rovnice máme $B = 3$ a odtiaľ $A = 9$. Spolu teda máme $\frac{3x}{(x-3)^2} = \frac{3}{(x-3)} + \frac{9}{(x-3)^2}$.

ii. Riešime stále rovnicu $3x = A(x-3) + B$ tak, aby platila pre každé x. Musí teda platiť aj pre nulový bod menovateľa zadaného zlomku. Dosadením $x = 3$ dostaneme $3 \cdot 3 = A(3-3) + B$, teda $B = 9$. Menovateľ má len jeden nulový bod a my potrebujeme dosadiť ešte nejaké ďalšie číslo, ktoré by nám zjednodušilo výpočet. Skúsme teda dosadiť iné pekné číslo, napríklad $x = 0$: $3 \cdot 0 = A(0-3) + B$, čiže $0 = -3A + B$ a keďže vieme, že $B = 9$, tak $0 = -3A + 9$, teda $A = 3$. Rovnako ako predtým máme riešenie $\frac{3x}{(x-3)^2} = \frac{3}{(x-3)} + \frac{9}{(x-3)^2}$.

d) $\frac{x^2 + 12x + 12}{x^3 - 4x}$

Riešenie: Menovateľa zlomku vieme rozložiť na súčin $x(x-2)(x+2)$, teda hľadáme také A, B a C, že $\frac{x^2+12x+12}{x^3-4x} = \frac{A}{x} + \frac{B}{(x-2)} + \frac{C}{(x+2)}$, čiže $\frac{x^2+12x+12}{x^3-4x} = \frac{A(x-2)(x+2) + Bx(x+2) + Cx(x-2)}{x(x-2)(x+2)}$. Hľadáme teda také A,B,C, aby pre každé x platilo $x^2 + 12x + 12 = A(x-2)(x+2) + Bx(x+2) + Cx(x-2)$. Môžeme postupovať dvoma spôsobmi:

i. Ľavá strana rovnice je $x^2 + 12x + 12$. Roznásobíme a preskupíme pravú stranu rovnice: $\mathrm{PS} = A(x^2 - 4) + B(x^2 + 2x) + C(x^2 - 2x) = x^2(A + B + C) + x(2B - 2C) - 4A$. Aby rovnosť platila pre každé x, potrebujeme, aby koeficienty pri x^2, x^1 aj x^0 boli na oboch stranách rovnice rovnaké. Teda aby $A + B + C = 1$, $2B - 2C = 12$ a zároveň $(-4A) = 12$ (to máme tri rovnice s troma neznámymi). Z poslednej rovnice dostaneme $A = -3$. Po dosadení do prvej máme $B + C = 1 - A$, čiže $B + C = 4$

a po vydelení druhej rovnice dvomi zase $B - C = 6$. Spočítaním týchto dvoch rovníc dostaneme $2B = 10$, teda $B = 5$. Po dosadení do $B + C = 4$ dostaneme $C = -1$. Spolu teda $\frac{x^2 + 12x + 12}{x^3 - 4x} = \frac{-3}{x} + \frac{5}{x-2} - \frac{1}{x+2}$.

ii. Riešime stále rovnicu $x^2 + 12x + 12 = A(x-2)(x+2) + Bx(x+2) + Cx(x-2)$ tak, aby platila pre každé x. Dosaďme postupne všetky tri nulové body menovateľa zadaného zlomku. Pre $x = 0$ dostaneme $0 + 0 + 12 = A(0-2)(0+2)$, čiže $12 = -4A$ a teda $A = -3$. Pre $x = 2$ dostaneme $2^2 + 12 \cdot 2 + 12 = A(2-2)(2+2) + B \cdot 2 \cdot (2+2) + C \cdot 2 \cdot (2-2)$, odkiaľ $40 = 8B$ a teda $B = 5$. Pre $x = -2$ máme $(-2)^2 + 12 \cdot (-2) + 12 = A(-2-2)(-2+2) + B \cdot (-2) \cdot (-2+2) + C \cdot (-2) \cdot (-2-2)$, čiže $-8 = 8C$, teda $C = -1$. Rovnako ako predtým máme riešenie $\frac{x^2 + 12x + 12}{x^3 - 4x} = \frac{-3}{x} + \frac{5}{x-2} - \frac{1}{x+2}$.

e) $\frac{x^2 + 3x - 4}{x^3 - 4x^2 + 4x}$

Riešenie: Menovateľa zlomku vieme rozložiť na súčin $x(x-2)(x-2)$, hľadáme teda také *A*, *B* a *C*, aby pre každé *x* platilo $\frac{x^2 + 3x - 4}{x^3 - 4x^2 + 4x} = \frac{A}{x} + \frac{B}{(x-2)} + \frac{C}{(x-2)^2}$.čiže $\frac{x^2 + 3x - 4}{x^3 - 4x^2 + 4x} = \frac{A(x-2)^2 + Bx(x-2) + Cx}{x(x-2)^2}$. Hľadáme teda také *A,B,C,* aby pre každé *x* platilo $x^2 + 3x - 4 = A(x-2)^2 + Bx(x-2) + Cx$. Postupujme teraz metódou dosadzovania nulových bodov: Pre $x = 0$ máme $0 + 0 - 4 = A(0-2)^2 + B \cdot 0 + C \cdot 0$, čiže $-4 = 4A$, teda $A = -1$. Pre $x = 2$ máme $2^2 + 3 \cdot 2 - 4 = A(2-2)^2 + B \cdot 2 \cdot (2-2) + C \cdot 2$, čiže $6 = 2C$, teda $C = 3$. Ďalšie možnosti na dosadzovanie už nie sú také jednoduché, aby nám väčšina členov vypadla. Dosaďme napríklad $x = 1$: $1 + 3 - 4 = A(1-2)^2 + B(1-2) + C$, čiže $0 = A - B + C$. Dosadíme známe hodnoty *A* a *C:* $0 = (-1) - B + 3$, odkiaľ dostaneme, že $B = 2$. Spolu máme riešenie $\frac{x^2 + 3x - 4}{x^3 - 4x^2 + 4x} = \frac{-1}{x} + \frac{2}{x-2} + \frac{3}{(x-2)^2}$.

f) $\frac{x^2}{x^4 - 2x^2 - 8}$

Riešenie: Menovateľa zlomku vieme rozložiť na súčin $(x-2)(x+2)(x^2+2)$, hľadáme teda také *A, B, C* a *D,* aby pre každé *x* platilo $\frac{x^2}{x^4 - 2x^2 - 8} = \frac{A}{(x-2)} + \frac{B}{(x+2)} + \frac{Cx + D}{(x^2+2)}$, čiže $\frac{x^2}{x^4 - 2x^2 - 8} = \frac{A(x+2)(x^2+2) + B(x-2)(x^2+2) + (Cx + D)(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+2)(x^2+2)}$ alebo jednoducho $x^2 = A(x+2)(x^2+2) + B(x-2)(x^2+2) + (Cx + D)(x-2)(x+2)$. Postupujme teraz metódou dosadzovania nulových bodov: Pre $x = 2$ máme $2^2 = A(2+2)(2^2+2) + B(2-2)(2^2+2) + (C\cdot 2 + D)(2-2)(2+2)$, čiže $4 = 24A$, teda $A = \frac{1}{6}$. Pre $x = -2$ máme

$$(-2)^2 = A(-2+2)((-2)^2+2) + B(-2-2)((-2)^2+2) + (C\cdot(-2) + D)(-2-2)(-2+2),$$

čiže $4 = -24B$, teda $B = \frac{-1}{6}$. Ďalšie možnosti na dosadzovanie už nie sú také jednoduché, aby nám väčšina členov vypadla. Dosaďme napríklad $x = 0$:

$0^2 = A(0+2)(0^2+2) + B(0-2)(0^2+2) + (C\cdot 0 + D)(0-2)(0+2)$, odkiaľ $0 = 4A - 4B - 4D$. Po dosadení už vypočítaných *A* a *B* dostaneme $0 = \frac{8}{6} - 4D$, teda $D = \frac{8}{6.4} = \frac{1}{3}$. Napokon skúsme dosadiť $x = 1$: $1^2 = A(1+2)(1^2+2) + B(1-2)(1^2+2) + (C + D)(1-2)(1+2)$, odkiaľ $1 = 9A - 3B - 3(C+D)$, a teda po dosadení za *A,B,D* dostaneme $1 = 9\cdot\frac{1}{6} - 3\cdot\frac{-1}{6} - 3C - 3\cdot\frac{1}{3}$, to upravíme na $1 = 1 - 3C$, čo dáva riešenie $C = 0$. Spolu máme $\frac{x^2}{x^4 - 2x^2 - 8} = \frac{\frac{1}{6}}{x-2} - \frac{\frac{1}{6}}{x+2} + \frac{\frac{1}{3}}{x^2+2}$

g) $\frac{8x}{16x^4 - 1}$

Riešenie: Menovateľa zlomku vieme rozložiť na súčin $(2x+1)(2x-1)(4x^2+1)$, hľadáme teda také *A, B, C* a *D*, že $\frac{8x}{16x^4-1} = \frac{A}{(2x+1)} + \frac{B}{(2x-1)} + \frac{Cx + D}{(4x^2+1)}$, čiže

$\frac{8x}{16x^4-1} = \frac{A(2x-1)(4x^2+1) + B(2x+1)(4x^2+1) + C(2x+1)(2x-1)}{(2x+1)(2x-1)(4x^2+1)}$ alebo jednoducho

$$8x = A(2x-1)(4x^2+1) + B(2x+1)(4x^2+1) + (Cx + D)(2x+1)(2x-1).$$

Postupujme metódou dosadzovania. Pre $x = 0{,}5$:

$$8\cdot 0{,}5 = A(1-1)(1+1) + B(1+1)(1+1) + (Cx + D)(1+1)(1-1),$$

odkiaľ $4 = 4B$, a teda $B = 1$. Ďalej dosaďme $x = -0{,}5$:

$$8\cdot(-0{,}5) = A(-1-1)(1+1) + B(-1+1)(1+1) + (Cx + D)(-1+1)(-1-1),$$

odkiaľ $-4 = -4A$ a teda $A = 1$. Ďalšie možnosti na dosadzovanie už nie sú také jednoduché, aby nám väčšina členov vypadla. Dosaďme napríklad $x = 0$:

$$8\cdot 0 = A(0-1)(0+1) + B(0+1)(0+1) + (C\cdot 0 + D)(0+1)(0-1),$$

odkiaľ $0 = -A + B - D$ a po dosadení už vypočítaných *A* a *B* dostaneme $0 = -1 + 1 - D$, teda $D = 0$. Napokon skúsme dosadiť $x = 1$:

$8 = A(2-1)(4+1) + B(2+1)(4+1) + (C+D)(2+1)(2-1)$, čiže $8 = 5A + 15B + 3(C+D)$ a po dosadení už vypočítaných *A*, *B* a *C* dostaneme $8 = 20 + 3C$. Odtiaľ $C = -4$. Spolu máme $\frac{8x}{16x^4-1} = \frac{1}{2x-1} + \frac{1}{2x+1} - \frac{4x}{4x^2+1}$.

h) $\frac{x^2}{(x^2+9)^2}$

Riešenie: Menovateľa zlomku vieme rozložiť na súčin $(x^2+9)(x^2+9)$, hľadáme teda také *A, B, C* a *D*, aby pre každé *x* platilo $\frac{x^2}{(x^2+9)^2} = \frac{Ax+B}{x^2+9} + \frac{Cx+D}{(x^2+9)^2}$, čiže $\frac{x^2}{(x^2+9)^2} = \frac{(Ax+B)(x^2+9)+(Cx+D)}{(x^2+9)^2}$ alebo jednoducho $x^2 = (Ax+B)(x^2+9) + Cx + D = x^3 \cdot A + x^2 \cdot B + x \cdot (9A + C) + (9B + D)$. Aby rovnosť platila pre každé *x*, potrebujeme aby koeficienty pri x^3, x^2, x^1 aj x^0 boli na oboch stranách rovnice rovnaké. Teda, aby $0 = A, 1 = B, 0 = 9A + C, 0 = 9B + C$. Priamo teda vieme, že $A = 0, B = 1$. Po dosadení máme $C = 0 - 9A = 0$ a $D = 0 - 9B = -9$. Spolu teda $\frac{x^2}{(x^2+9)^2} = \frac{1}{x^2+9} - \frac{9}{(x^2+9)^2}$.

i) $\frac{x^2-4x+7}{x^3-x^2+x+3}$

Riešenie: Menovateľa zlomku vieme rozložiť na súčin $(x+1)(x^2-2x+3)$, hľadáme teda také *A, B* a *C*, aby pre každé *x* platilo $\frac{x^2-4x+7}{x^3-x^2+x+3} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2-2x+3}$,

čiže $\frac{x^2-4x+7}{x^3-x^2+x+3} = \frac{A(x^2-2x+3)+(Bx+C)(x+1)}{(x+1)(x^2-2x+3)}$

alebo jednoducho $x^2 - 4x + 7 = A(x^2-2x+3) + (Bx+C)(x+1)$. Postupujme teraz metódou dosadzovania. Najskôr dosaďme nulový bod menovateľa $x = -1$:

$$(-1)^2 - 4\cdot(-1) + 7 = A((-1)^2 - 2\cdot(-1) + 3) + (B\cdot(-1) + C)((-1)+1),$$

odkiaľ $12 = 6A$, teda $A = 2$. Ďalšie možnosti na dosadzovanie už nie sú také jednoduché, aby nám väčšina členov vypadla. Dosaďme napríklad $x = 0$: $0^2 - 4\cdot 0 + 7 = A(0^2 - 2\cdot 0 + 3) + (B\cdot 0 + C)(0+1)$, odkiaľ $7 = 3A + C$ a po dosadení vypočítaného $A = 2$ dostaneme $7 = 6 + C$, teda $C = 1$. Ďalej dosaďme $x = 1$: $1^2 - 4\cdot 1 + 7 = A(1^2 - 2\cdot 1 + 3) + (B\cdot 1 + C)(1+1)$, odkiaľ $4 = 2A + 2B + 2C$, po dosadení *A* a *C* $4 = 4 + 2B + 2$, čiže $4 = 6 + 2B$ a teda $B = -1$. Spolu máme $\frac{x^2-4x+7}{x^3-x^2+x+3} = \frac{2}{x+1} + \frac{1-x}{x^2-2x+3}$.

j) $\frac{x^2+x+3}{x^4+6x^2+9}$

Riešenie: Menovateľa zlomku vieme rozložiť na súčin $(x^2+3)(x^2+3)$, hľadáme teda také *A, B, C* a *D*, aby pre každé *x* platilo $\frac{x^2+x+3}{x^4+6x^2+9}=\frac{Ax+B}{x^2+3}+\frac{(Cx+D)}{(x^2+3)^2}$,

čiže $\frac{x^2+x+3}{(x^2+3)^2}=\frac{(Ax+B)(x^2+3)+(Cx+D)}{(x^2+3)^2}$

alebo jednoducho $x^2+x+3=Ax^3+Bx^2+(3A+C)x+(3B+D)$.

Aby rovnosť platila pre každé x, potrebujeme aby koeficienty pri x^3, x^2, x^1 aj x^0 boli na oboch stranách rovnice rovnaké. Teda, aby $0=A, 1=B, 1=3A+C, 3=3B+D$. Z prvých rovníc dostaneme $A=0$ a $B=1$. Po dosadení do ďalšej máme $1=3A+C$, čiže $C=1$ a napokon $3=3B+D$ a teda $D=0$.

Spolu teda $\frac{x^2+x+3}{x^4+6x^2+9}=\frac{1}{x^2+3}+\frac{x}{(x^2+3)^2}$.

k) $\frac{x^3-x+3}{x^2+x-2}$

Riešenie: V tomto zlomku má polynóm v čitateli vyšší stupeň ako polynóm v menovateli, takže zlomok musíme najprv upraviť – predeliť čitateľa a menovateľa. Toto ste sa naučili v kapitole o polynómoch a výsledok je $\frac{x^3-x+3}{x^2+x-2}=(x-1)+\frac{2x+1}{x^2+x-2}$. Rozkladať teda budeme iba zlomok $\frac{2x+1}{x^2+x-2}$.

Vieme, že $\frac{2x+1}{x^2+x-2}=\frac{2x+1}{(x+2)(x-1)}$, takže hľadáme také *A,B,C,* aby pre každé *x* platilo $\frac{2x+1}{x^2+x-2}=\frac{A}{(x+2)}+\frac{B}{(x-1)}$. Keďže $\frac{A}{(x+2)}+\frac{B}{(x-1)}=\frac{A(x-1)+B(x+2)}{(x+2)(x-1)}$, stačí vyriešiť rovnicu $2x+1=A(x-1)+B(x+2)$. Toto je jednoduchá rovnica na riešenie dosadzovaním, stačí dosadiť nulové body polynómu v menovateli zadaného zlomku. Pre $x=1$ dostaneme $2+1=A(1-1)+B(1+2)$, čiže $3=3B$, teda $B=1$. Pre $x=-2$ máme $2\cdot(-2)+1=A(-2-1)+B(-2+2)$, odkiaľ $-3=-3A$, teda $A=1$. Spolu $\frac{x^3-x+3}{x^2+x-2}=x-1+\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x+2}$.

l) $\frac{6x}{x^3-8}$

Riešenie Menovateľa zlomku vieme rozložiť na súčin $(x-2)(x^2+2x+4)$, hľadáme teda také *A, B* a *C*, aby pre každé *x* platilo $\frac{6x}{x^3-8}=\frac{A}{x-2}+\frac{Bx+C}{x^2+2x+4}$, čiže $\frac{6x}{x^3-8}=\frac{A(x^2+2x+4)+(Bx+C)(x-2)}{(x-2)(x^2+2x+4)}$ alebo jednoducho $6x=A(x^2+2x+4)+(Bx+C)(x-2)$. Dosadíme nulový bod menovateľa zadaného zlomku

$x=2$ a dostaneme $6\cdot 2 = A\left(2^2+2\cdot 2+4\right)+\left(B\cdot 2+C\right)(2-2)$ odkiaľ $12=12A$, teda $A=1$. Ďalej už nemáme na výber jednoduché čísla na dosadenie, ale skúsme dosadiť $x=0$:

$6\cdot 0 = A\left(0^2+2\cdot 0+4\right)+\left(B\cdot 0+C\right)(0-2)$, odkiaľ $0=4A-2C$. Po dosadením $A=1$ dostaneme $0=4-2C$, teda $C=2$. Napokon dosaďme $x=1$: $6\cdot 1 = A\left(1^2+2\cdot 1+4\right)+\left(B\cdot 1+C\right)(1-2)$, odkiaľ $6=7A-B-C$ a po dosadení vypočítaných neznámych $6=7-B-2$, teda $B=-1$. Spolu $\frac{6x}{x^3-8}=\frac{1}{x-2}+\frac{-x+2}{x^2+2x+4}$.

m) $\frac{x(2x-9)}{x^3-6x^2+12x-8}$

Riešenie: Menovateľa zlomku vieme rozložiť na súčin $(x-2)(x-2)(x-2)$, hľadáme teda také *A, B* a *C*, aby pre každé *x* platilo $\frac{x(2x-9)}{x^3-6x^2+12x-8}=\frac{A}{(x-2)}+\frac{B}{(x-2)^2}+\frac{C}{(x-2)^3}$, čiže $\frac{2x^2-9x}{(x-2)^3}=\frac{A(x-2)^2+B(x-2)+C}{(x-2)^3}$ alebo jednoducho $2x^2-9x=Ax^2+(B-4A)x+(C+-2B+4A)$. Aby rovnosť platila pre každé *x*, potrebujeme, aby koeficienty pri x^2, x^1 aj x^0 boli na oboch stranách rovnice rovnaké. Teda, aby $2=A, -9=(B-4A)$ a $0=(C-2B+4A)$. Z prvej rovnice máme $A=2$. Po dosadení do druhej dostaneme $-9=B-4A=B-8$ a teda $B=-1$. Napokon $0=C-2B+4A$, po dosadení $0=C+2+8$, teda $C=10$. Spolu $\frac{x(2x-9)}{x^3-6x^2+12x-8}=\frac{2}{x-2}-\frac{1}{(x-2)^2}-\frac{10}{(x-2)^3}$.