PRÍKLAD 1 (20 bodov). Pomocou pravdivostných tabuliek zistite, pre aké ohodnotenie prvotných formúl (to sú tie α , β a γ) je nasledujúca formula výrokovej logiky pravdivá:

$$\left((\alpha \bowtie \beta) \land (\alpha \Leftrightarrow \neg \gamma) \right) \lor \left((\beta \circledast \gamma) \Rightarrow \neg \alpha \right).$$

Tabuľka bude mať stĺpce pre prvotné formuly a pre všetky potrebné podformuly, teda nie iba pre výslednú formulu. Pričom:

```
\alpha je prvé písmeno priezviska, 
\beta je druhé písmeno priezviska, 
\gamma je tretie písmeno priezviska, 
ak (n \mod 3) = 0 tak \bowtie je symbol konjunkcie \land, 
ak (n \mod 3) = 1 tak \bowtie je symbol disjunkcie \lor, 
ak (n \mod 3) = 2 tak \bowtie je symbol implikácie \Rightarrow, 
ak \left(\lfloor \frac{n}{3} \rfloor \mod 3\right) = 0 tak \circledast je symbol disjunkcie \lor, 
ak \left(\lfloor \frac{n}{3} \rfloor \mod 3\right) = 1 tak \circledast je symbol implikácie\Rightarrow, 
ak \left(\lfloor \frac{n}{3} \rfloor \mod 3\right) = 2 tak \circledast je symbol konjunkcie \land.
```

Napíšte (vypočítajte) najprv $(n \mod 3)$ a $(\lfloor \frac{n}{3} \rfloor \mod 3)$. Potom zapíšte formulu s konkrétnymi písmenami Vášho priezviska a potom ju vyriešte, čiže zostrojte pravdivostnú tabuľku.

Príklad vložte do miesta odovzdávania "PRIKLAD 1" v AIS v predmete Matematická logika.

Keď Vám to na prvý pokus nepôjde, tak ho zašlite e-mailom na adresu:

stasova@math.sk

Príklad 2 (20 bodov). Odvoďte tvrdenie

$$(\alpha \wedge \beta) \Rightarrow (^{\ominus} \epsilon \boxtimes \zeta).$$

Môžete používať axiómy A1, A2 a A3, modus ponens, ako aj všetky tvrdenia z prednášky s výnimkou Postovej vety a vety o úplnosti. Tiež môžete použiť pravidlo o nahradení evivalentných podformúl v tom zmysle ako sme ho definovali, avšak v tom prípade bude "správne" riešenie maximálne za 16 bodov. Tu:

 α je prvé písmeno priezviska,

 β je druhé písmeno priezviska,

$$\epsilon$$
 je $\left(\left((n-1) \mod 4\right) - \left\lfloor \frac{\left((n-1) \mod 4\right) + 1}{4} \right\rfloor + 1\right)$ písmeno priezviska, ζ je $\left(\left((n+1) \mod 4\right) - \left\lfloor \frac{\left((n+1) \mod 4\right) + 1}{4} \right\rfloor + 1\right)$ písmeno priezviska,

$$\zeta$$
 je $\left(\left((n+1) \mod 4\right) - \left\lfloor \frac{\left((n+1) \mod 4\right) + 1}{4} \right\rfloor + 1\right)$ písmeno priezviska.

ak je $\lfloor \frac{n-1}{4} \rfloor$ párne, tak \boxtimes je symbol implikácie $\stackrel{.}{\Rightarrow},$ ale ak je $\lfloor \frac{n-1}{4} \rfloor$ nepárne, tak ⊠ je symbol diskunkcie ∨,

ak je $\left(\lfloor \frac{n-1}{2} \rfloor \mod 4\right) = 0$ tak \ominus je symbol negácie \lnot , ale ak $\left(\lfloor \frac{n-1}{2} \rfloor \mod 4\right) \neq 0$, $tak \ominus je$ prázdny symbol (nič tam nie je).

Vypočítajte najprv všetky výrazy $\left(\left((n-1) \mod 4\right) - \left\lfloor \frac{\left((n-1) \mod 4\right) + 1}{4} \right\rfloor + 1\right)$ $\left(\left((n+1) \mod 4\right) - \left| \frac{\left((n+1) \mod 4\right)+1}{4} \right| + 1\right), \left\lfloor \frac{n-1}{4} \right\rfloor \text{ a } \left(\left\lfloor \frac{n-1}{2} \right\rfloor \mod 4\right). \text{ Potom zapíšte}$ formulu s konkrétnymi písmenami Vášho priezviska a potom ju vyriešte, čiže zostrojte požadované odvodenie.

Príklad vložte do miesta odovzdávania "PRIKLAD 2" v AIS v predmete Matematická logika.

Keď Vám to na prvý pokus nepôjde, tak ho zašlite e-mailom na adresu:

martinknor55@gmail.com

PRÍKLAD 3 (20 bodov). Rezolučnou metódou zistite, či je KNF-formula

$$(\neg \alpha \lor \beta \lor \gamma) \land (\alpha \lor \neg \beta \lor \delta) \land (\alpha \lor \neg \gamma) \land (\neg \beta \lor \gamma \lor \delta) \land (\gamma \lor \neg \delta) \land (^{\otimes}\alpha \lor \epsilon)$$

splniteľná. Ak je splniteľná, tak spätným postupom nájdite jeden jej model. Pričom

 α je prvé písmeno priezviska,

 β je druhé písmeno priezviska,

 γ je tretie písmeno priezviska,

 δ je štvrté písmeno priezviska,

 ϵ je $\left[\left(\lfloor \frac{n}{3} \rfloor \mod 3\right) + 2\right]$ písmeno priezviska,

ak je $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ párne, tak \otimes je prázdny symbol (nič tam nie je), ale ak je $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ nepárne, tak \otimes je symbol negácie \urcorner .

Vypočítajte najprv $\left[\left(\lfloor\frac{n}{3}\rfloor \mod 3\right) + 2\right]$ a $\lfloor\frac{n}{2}\rfloor$. Potom zapíšte formulu s konkrétnymi písmenami Vášho priezviska a potom ju vyriešte.

Príklad vložte do miesta odovzdávania "PRIKLAD 3" v AIS v predmete Matematická logika.

Keď Vám to na prvý pokus nepôjde, tak ho zašlite e-mailom na adresu:

bachraty@math.sk

PRÍKLAD 4 (20 bodov). Pomocou sekventov odvoďte formulu

$$\vdash \neg (\neg(\alpha \Rightarrow \neg \beta) \Rightarrow \neg \gamma) \Rightarrow (\epsilon \lor \zeta).$$

Pričom

 α je prvé písmeno priezviska,

 β je druhé písmeno priezviska,

 γ je tretie písmeno priezviska,

 ϵ je min $\{ ((n-1) \mod 6) + 1; \ 4 \}$ písmeno priezviska,

 ζ je min $\{((n+2) \mod 6) + 1; 4\}$ písmeno priezviska.

Vypočítajte najprv min $\{(n-1) \mod 6 + 1; 4\}$ a min $\{(n+2) \mod 6 + 1; 4\}$. Potom zapíšte formulu s konkrétnymi písmenami Vášho priezviska a potom ju odvoďte.

Príklad vložte do miesta odovzdávania "PRIKLAD 4" v AIS v predmete Matematická logika.

Keď Vám to na prvý pokus nepôjde, tak ho zašlite e-mailom na adresu:

sekventy.poslat.sem@gmail.com

PRÍKLAD 5 (20 bodov). Pomocou sémantického stromu zistite, či je nasledujúca formula modálnej logiky tautológia

$$\left(\Box \neg (\alpha \Rightarrow \neg \beta)\right) \Rightarrow \left((\triangle^{\oplus} \alpha) \vee (\nabla^{\odot} \beta)\right).$$

Pričom

 α je prvé písmeno priezviska,

 β je druhé písmeno priezviska,

ak $(n \mod 3) = 0$ tak \oplus je symbol negácie \neg a \odot je prázdny symbol (nič tam nie je),

ak $(n \mod 3) = 1$ tak \oplus je prázdny symbol (nič tam nie je) a \odot je symbol negácie

ak $(n \mod 3) = 2$ tak $^{\oplus}$ aj $^{\odot}$ sú prázdne symboly (nič tam nie je),

ak je $\lfloor \frac{n}{3} \rfloor$ párne, tak \triangle je \lozenge , ale ak je $\lfloor \frac{n}{3} \rfloor$ nepárne, tak \triangle je \square , ak je $\lfloor \frac{n}{6} \rfloor$ párne, tak \bigtriangledown je \lozenge , ale ak je $\lfloor \frac{n}{6} \rfloor$ nepárne, tak \bigtriangledown je \square .

Zapíšte (vypočítajte) najprv $(n \mod 3)$, $\lfloor \frac{n}{3} \rfloor$ a $\lfloor \frac{n}{6} \rfloor$. Potom zapíšte formulu s konkrétnymi písmenami Vášho priezviska a potom zostrojte sémantický strom. Na záver napíšte, či teda formula je, alebo nie je tautológia.

Príklad vložte do miesta odovzdávania "PRIKLAD 5" v AIS v predmete Matematická logika.

Keď Vám to na prvý pokus nepôjde, tak ho zašlite e-mailom na adresu:

mzlogika@gmail.com