EXPONENCIÁLNE FUNKCIE

Kde v reálnom živote môžeme stretnúť exponenciálne funkcie.
napríklad v starých indických rozprávkach
- šachovnica na 1. políčko 1 zrnko ryže

1.	políčko	1 zrnko ryže	
2.		dvojnásobok	2
3	-//-		4
4	-//-	-//-	8

postupnosť

$1+2+4+8+\dots$

$2^0, 2^1, 2^2, 2^3 \dots$ to sú hodnoty exponenciálnej funkcie

$f: y = 2^x$

všeobecne:

Exponenciálnou funkciou so základom $\boxed{a}$ nazývame každú funkciu danú vzťahom

$$f: y = a^x, \text{ kde } a>0,\ a\neq 1,\ a\in R$$

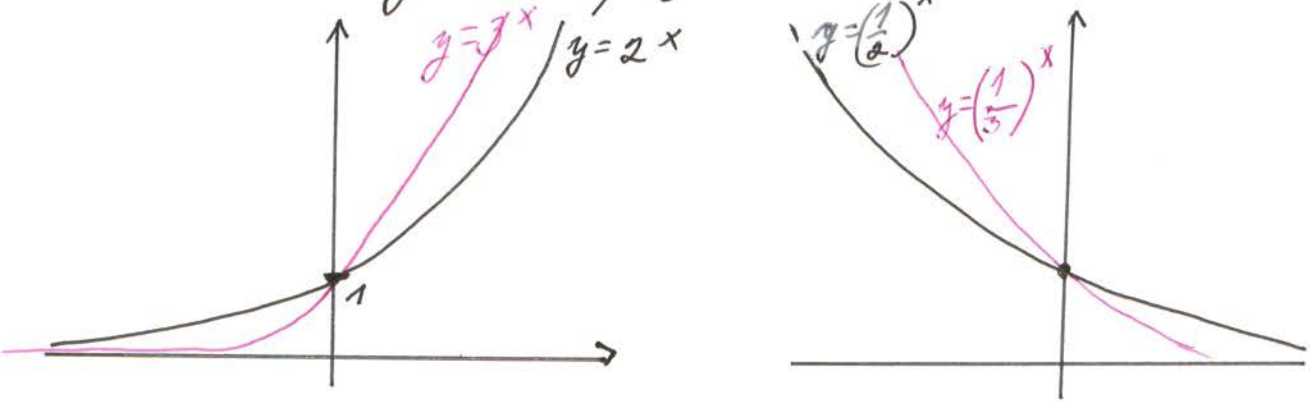
číslo a nazývame ZÁKLAD

x -//- EXPONENT (MOCNITEĽ)

Definičný obor je R.

Obor hodnôt je $(0,\infty)$.

Pozrime sa podrobnejšie na to, ako vyzerá graf funkcie.
nakreslime $y = 2^x, 3^x$



vzniknuté grafy majú charakteristický tvar. Môžeme povedať, že sme zostrojili EXPONENCIÁLNE KRIVKY.

TIETO KRIVKY
- NEMAJÚ ŽIADNE EXTRÉMY
- SÚ OHRANIČENÉ ZDOLA $d=0$
- NIE SÚ OHRANIČENÉ ZHORA
- AK $a>1$ ... RASTÚCE
  $0<a<1$ ... KLESAJÚCE
- SÚ PROSTÉ, NIE SÚ PÁRNE ANI NEPÁRNE

POĎME SA POZRIEŤ EŠTE NA ĎALŠIE VLASTNOSTI TÝCHTO FUNKCIÍ.

porovnajme grafy funkcií

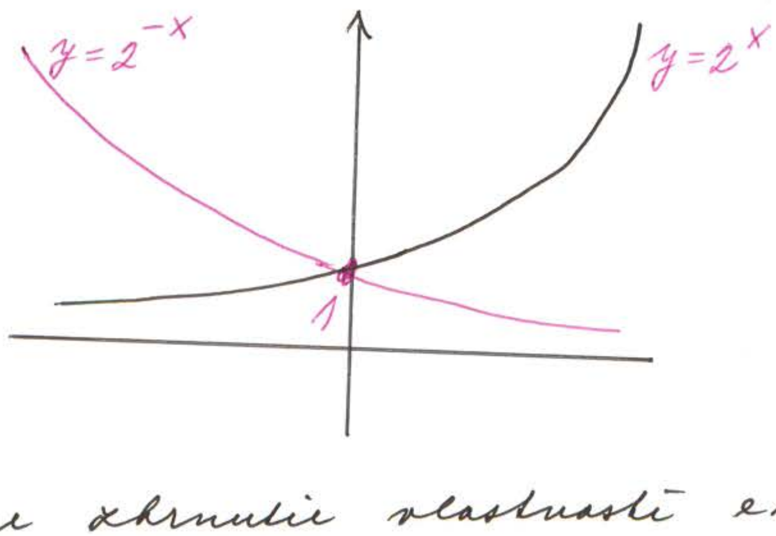
$y = 2^x$ $\quad$ $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

všimnite si

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{1}{2^x} = 2^{-x}$$

$$\underbrace{y = 2^x \quad y = 2^{-x}}$$

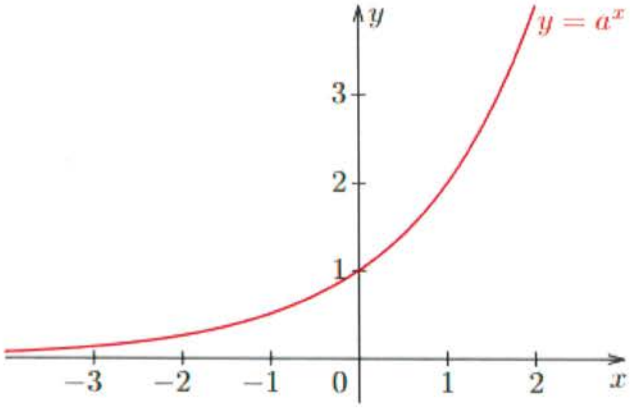
tieto 2 grafy sú súmerné podľa osi $\vec{y}$



Podrobné zhrnutie vlastností exponenciálnych funkcií nájdete v nasledujúcej tabuľke

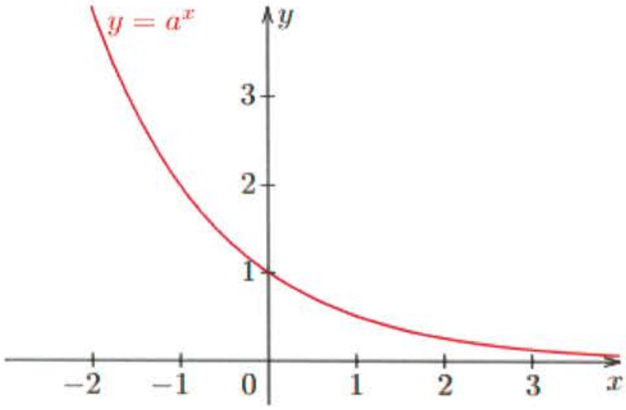
Vlastnosti exponenciálnej funkcie $y = a^x$, $a > 0$, $a \neq 1$:

$a > 1$



1. definičný obor $\mathcal{D} = \mathbb{R}$;
2. obor hodnôt $\mathcal{H} = (0; \infty)$;
3. nie je párna ani nepárna;
4. je rastúca;
5. nemá extrémy;
6. je zdola ohraničená;
7. je prostá;
8. $f(0) = 1$;
9. os x je asymptota grafu.

$0 < a < 1$



1. definičný obor $\mathcal{D} = \mathbb{R}$;
2. obor hodnôt $\mathcal{H} = (0; \infty)$;
3. nie je párna ani nepárna;
4. je klesajúca;
5. nemá extrémy;
6. je zdola ohraničená;
7. je prostá;
8. $f(0) = 1$;
9. os x je asymptota grafu.

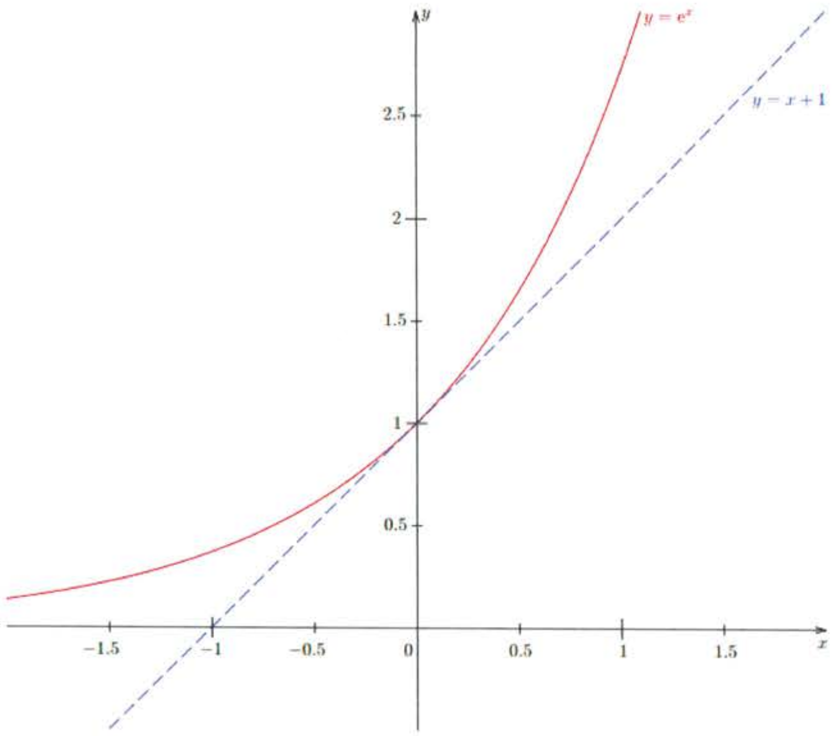
na záver sa ešte chvíľu venujme jednej špeciálnej funkcii, ktorú niekedy nazývame aj „PRIRODZENÁ".

Uvažujme nad situáciou. Ak zoberieme priamku $y = x + 1$. Bude existovať taká mocninová funkcia, aby mala s touto priamkou LEN jeden spoločný bod?

Vieme, že každá exponenciálna funkcia prechádza bodom $[0,1]$

rovnako aj priamka $y = x + 1$ prechádza bodom $[0,1]$

Pozrite na grafy:



TERAZ SA POZRIME AKO BUDÚ FUNGOVAŤ OBVYKLÉ TRANSFORMAČNÉ PRAVIDLÁ

$f: y = a^{x+b}$

Konštanta b určuje posunutie grafu pozdĺž osi $\vec{x}$

ak $b > 0$ posun v zápornom smere

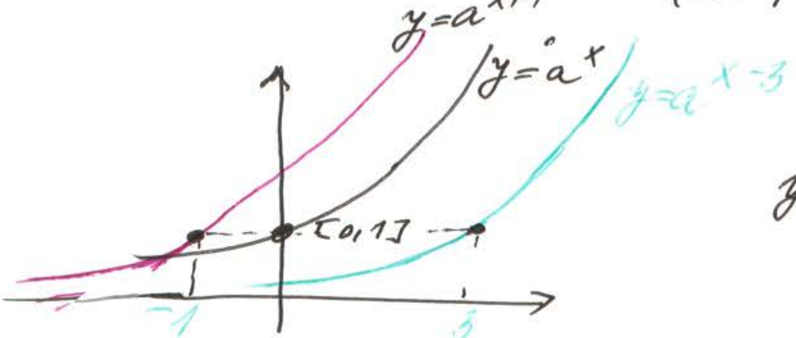
ak $b < 0$ —||— v kladnom smere

jednoducho si zapamätáme, že budeme skúmať posun nulového bodu

$y = a^{x} \longrightarrow$ ak $x = 0$ → prechádza bodom $[0, 1]$

$y = a^{x+1}$ $\quad x + 1 = 0$

$x = -1$ → bod $[0, 1]$ sa posunie do $[-1, 1]$



$y = a^{x-3}$ $\quad x - 3 = 0$

$x = 0$

bod $[0, 1] \longrightarrow$ POSUN $[3, 1]$

$f: y = a^x + c$

Konštanta c určuje posunutie grafu v smere osi $\vec{y}$

ak $c > 0$ posun hore ! mení sa

ak $c < 0$ posun dole H_f

$H_f = (0, \infty)$ sa posunie ⇒ $\uparrow\downarrow$ $H_f = (c, \infty)$

PRÍKLAD:

NAKRESLIME SI SÉRIU GRAFOV, aby sme overili, či rozumieme transformačným pravidlám správne

$y = 2^x$

$y = 2^x + 1$

$y = 2^x - 1$ } posun v smere $\vec{y}$ $\uparrow\downarrow$

$y = 2^{x+1}$

$y = 2^{x-1}$ } posun $\rightleftarrows$ $\vec{x}$

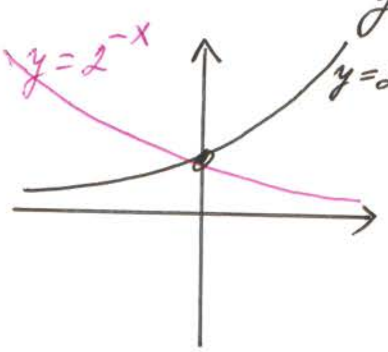
$y = 2^{-x}$

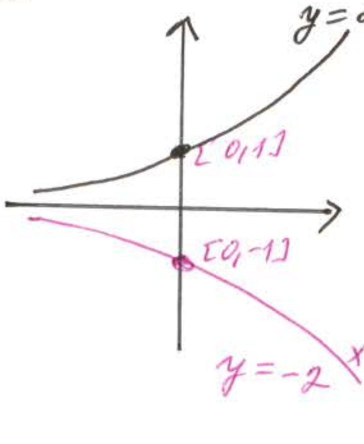
ROVNAKO PRESKÚMAJTE ĎALŠIE GRAFY

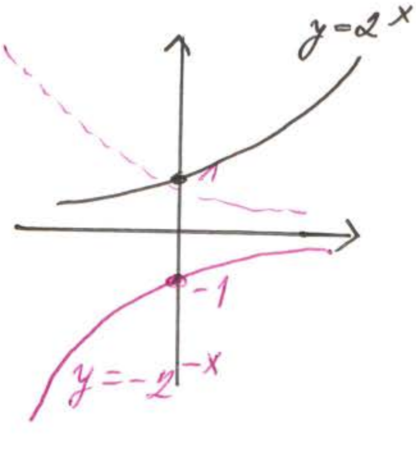
$y = 2^x$ $\quad y = 2^{-x} = \frac{1}{2^x} = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

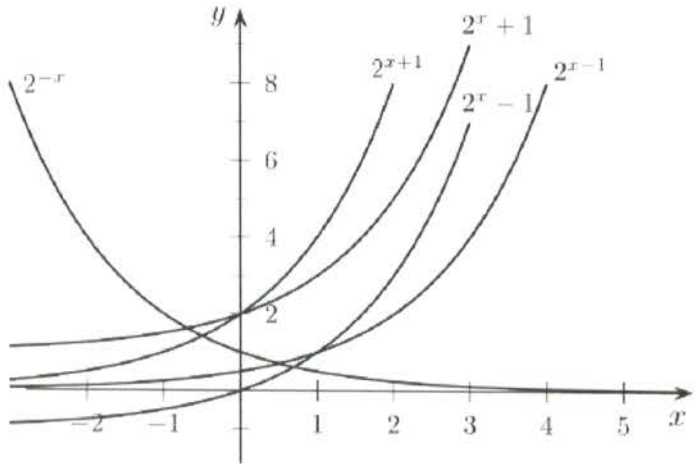
$y = -2^x$

$y = -2^{-x}$









PRÍKLADY:

nakreslite grafy funkcií

$y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$

$y = \left(\frac{1}{4}\right)^x + 2$

$y = 4^{-x} + 2$

$y = 4^{-x} - 2$

$y = 4^{-x+1}$

$y = 4^{-x-1}$

$y = -4^{-x} + 1$

$y = 4^x - 1$

$y = -4^x + 1$

$y = 4^{-x+1} - 2$

$y = 4^{1-x} - 2$

$y = 4^{1-2x} + 3$

$y = 4^{2-3x} - 1$

$y = 4^{-x} + 1$

$y = (-4)^x$

POZOR CHYTÁK

nedá sa nakresliť

povedzte mi

prečo

ZAMYSLITE SA:

PRE A+: $y = 2^{|x|}$

$y = 2^{-|x|}$

$y = -2^{|x|}$

$y = -2^{-|x|}$

$y = 2^{|x|} + 1$

$y = 2^{|x|} - 1$

$y = 2^{|x|-1}$

$y = 2^{|x|+1}$

$y = 2^{|-x|}$

$y = 2^{|1-x|}$

PRÍKLAD:

Rozhodnite pre ktoré hodnoty reálneho parametra m je funkcia

$$f:\ y=\left(\frac{m+3}{m-1}\right)^x \quad \text{klesajúca}$$

R: Exponenciálna funkcia $y = a^x$ je klesajúca pre prípad $0 < a < 1$

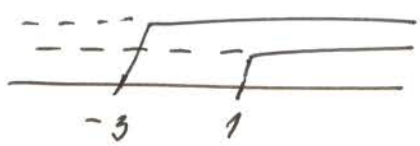
$\Rightarrow$ stačí vyriešiť nerovnicu

$$0 < \frac{m+3}{m-1} < 1$$

(1) $\quad 0 < \dfrac{m+3}{m-1} \qquad \dfrac{+}{+} \quad \dfrac{-}{-}$

$m+3=0 \qquad m-1=0$

$m=-3 \qquad\quad m=1$



$\Rightarrow \quad m \in (-\infty,-3) \cup (1,\infty)$

(2) $\quad \dfrac{m+3}{m-1} < 1$

$$\frac{m+3}{m-1}-1 < 0$$

$$\frac{m+3-m+1}{m-1} < 0$$

$$\frac{4}{m-1} < 0 \quad \Rightarrow \frac{+}{-} \text{ prípad; stačí riešiť}$$

$$m-1<0$$

$$m<1$$

$\Rightarrow$ OBE PODMIENKY PLATIA SÚČASNE

$\Rightarrow \quad m \in (-\infty,-3) \cup (1,\infty)$

$\wedge \quad m \in (-\infty,-1)$

$\Rightarrow$

$$m \in (-\infty,-3)$$

PRÍKLADY NA CVIČENIE

Rozhodnite, pre ktoré hodnoty parametra m bude exponenciálna funkcia rastúca

$$f:\ y = \left(\frac{2m-1}{m+2}\right)^x$$

$$f:\ y = \left(\frac{m+2}{m-1}\right)^x \qquad \text{klesajúca}$$

$$f:\ y = \left(\frac{2m-1}{1-m}\right)^x \qquad \text{rastúca}$$

Definičný obor: –ná

$$f:\ y = \frac{1}{\sqrt{2^x-1}}$$

$$f:\ y = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^x - 9}$$

$$f:\ y = \frac{1}{4^x+1}$$

$$f:\ y = \frac{1}{4^x-1}$$

$$f:\ y = \frac{1}{5^{x^2-1}-1}$$

$$f:\ y = \frac{2^{\frac{1}{x}}}{3^x-27}$$

$$f:\ y = \frac{1}{5^{-2x-4}}$$

$$f:\ y = \frac{1}{\sqrt{3^x-x}}$$

EXPONENCIÁLNE ROVNICE

neexistuje ideálny postup ako riešiť ľubovoľnú exponenciálnu rovnicu, preto je potrebné vyriešiť VEĽA PRÍKLADOV, aby sa vám používané postupy ZAUTOMATIZOVALI

Stručné princípy

1. uprav rovnicu na jeden základ
2. -"- do tvaru

$$a^{c(x)} = a^{d}$$

$\Rightarrow$ potom porovnaj exponenty (pozn. to môžeme, lebo exp. funkcie sú rýdzo monot.)

OPAKOVANIE!

ako upravujeme výrazy

$$a^0 = 1 \qquad a^{+c(x)} = \frac{1}{a^{-c(x)}} \qquad a^{-c(x)} = \frac{1}{a^{+c(x)}}$$

operácie v exponente:

$$a^{c(x)+d(x)} = a^{c(x)} \cdot a^{d(x)}$$

$$a^{c(x)-d(x)} = \frac{a^{c(x)}}{a^{d(x)}}$$

$$a^{c(x)\cdot d(x)} = \left(a^{c(x)}\right)^{d(x)}$$

manipulácie so základom:

$$(a \cdot b)^{c(x)} = a^{c(x)} \cdot b^{c(x)}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{c(x)} = \frac{a^{c(x)}}{b^{c(x)}} = a^{c(x)} \cdot b^{-c(x)}$$

$$\sqrt[d(x)]{a^{c(x)}} = a^{\frac{c(x)}{d(x)}}$$

MENOVATEĽ SA NESMIE ROV. NULE

PRÍKLAD: na množine R riešte

$$\boxed{3^{2x} = 9}$$

$$3^{2x} = 3^2$$

$$2x = 2$$

$$x = 1$$

$$\boxed{5^{3x+2} = 25^{x-1}}$$

$$5^{3x+2} = (5^2)^{x-1}$$

$$5^{3x+2} = 5^{2\cdot(x-1)}$$

$$3x + 2 = 2(x-1)$$

$$3x + 2 = 2x - 2$$

$$x = -4$$

$$\boxed{8^{2x+1} = \left(\frac{1}{16}\right)^{3-2x}}$$

$$(2^3)^{2x+1} = \left(\frac{1}{2^4}\right)^{3-2x}$$

$$2^{3\cdot(2x+1)} = 2^{-4\cdot(3-2x)}$$

$$3(2x+1) = -4\cdot(3-2x)$$

$$6x + 3 = -12 + 8x$$

$$15 = 2x$$

$$x = \frac{15}{2}$$

$$\boxed{\left(\frac{3}{5}\right)^x = \left(1 + \frac{2}{3}\right)^{2x-1}}$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^x = \left(\frac{5}{3}\right)^{2x-1}$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^x = \left(\frac{3}{5}\right)^{-1\cdot(2x-1)}$$

$$x = -(2x-1)$$

$$x = -2x + 1$$

$$3x = 1$$

$$x = \frac{1}{3}$$

UPRAVÍME NA ROVNAKÝ ZÁKLAD.

POTOM POROVNÁME EXPONENTY.

PRÍKLAD: na množine R riešte:

$$\boxed{3^{x-1}+3^{x-2}+3^{x-3}=13}$$

PRINCÍP VYŇAŤ FUNKCIU PRED ZÁTVORKU

$$3^{x-3}(3^{2}+3^{1}+\underbrace{3^{0}}_{1})=13$$

$$3^{x-3}(9+3+1)=13$$

$$3^{x-3}\cdot 13=13$$

$$3^{x-3}=\underbrace{1}_{3^{0}}$$

$$x-3=0$$

$$\underline{\underline{x=3}}$$

$$\boxed{4^{\frac{2}{x}}+4=5\cdot 4^{\frac{1}{x}}}$$

PRINCÍP SUBSTITÚCIE

$$4^{2\cdot\frac{1}{x}}+4-5\cdot 4^{\frac{1}{x}}=0$$

$$\left(4^{\frac{1}{x}}\right)^{2}-5\cdot 4^{\frac{1}{x}}+4=0 \qquad 4^{\frac{1}{x}}=t$$

$$t^{2}-5\cdot t+4=0$$

$$t_{1,2}=\frac{+5\pm\sqrt{25-4\cdot1\cdot4}}{2}=\frac{5\pm3}{2}\begin{cases}4\\1\end{cases}$$

potom dopočítaj

$$4^{\frac{1}{x}}=4^{1} \qquad 4^{\frac{1}{x}}=1$$

$$\frac{1}{x}=1 \qquad 4^{\frac{1}{x}}=4^{0}$$

$$\underline{\underline{1=x}} \qquad \frac{1}{x}=0$$

$\emptyset \longrightarrow$ nikdy!

$$K=\{1\}$$

EXPONENCIÁLNE NEROVNICE

Pri exponenciálnych nerovniciach sa základné princípy zhodujú s riešením exponenciálnych rovníc.

ROZDIEL je len v tom, že si musíme všímať základ a, ktorý hovorí o tom, či je exp. funkcia rastúca, alebo klesajúca

POSTUP: SNAŽÍME SA UPRAVIŤ NA TVAR

$$a^{c(x)} > a^{d}$$

ZÁKLAD: $a > 0,\ a \neq 1,\ a \in R$

ak $a > 1 \rightarrow$ FUNKCIA RASTÚCA

$\Rightarrow$ MÔŽEME PREVIESŤ NA PRÍPAD $c(x) > d$

ak $a < 1 \rightarrow$ FUNKCIA KLESAJÚCA

$\Rightarrow$ OTOČÍ SA NEROVNOSŤ

$c(x) < d$

toto ďalej normálne riešime.

analogicky princípy platia aj pre prípady

$a^{c(x)} < a^{d}$ alebo

$a^{c(x)} \leq a^{d}$

$a^{c(x)} \geq a^{d}$

PRÍKLADY:

$\boxed{4^x - 3\cdot 2^x - 4 < 0}$ — PRINCÍP SUBSTITÚCIE

$(2^2)^x - 3\cdot 2^x - 4 < 0$

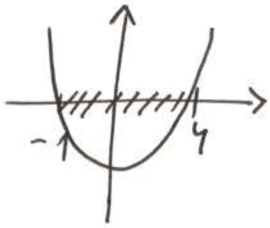
$(2^x)^2 - 3\cdot 2^x - 4 < 0$

$2^x = t$

$t^2 - 3t - 4 < 0$

$-1, +4$

$(x+1)(x-4) < 0$



$t \in (-1, 4)$

$2^x = -1$?

vždy platí $2^x > 0 \Rightarrow \mathbb{R}$

$2^x = 4$

$x = 2$

$x = 2$

riešenie $K = \underline{(-\infty, 2)}$

$\boxed{0{,}1^{\frac{2x-3}{x-2}} > 10}$ — ROVNAKÝ ZÁKLAD

$\left(\frac{1}{10}\right)^{\frac{2x-3}{x-2}} > 10^1$

$10^{-\frac{2x-3}{x-2}} > 10^1$ → $a > 1$ rastúca znamienko sa len prenesie

$-\frac{2x-3}{x-2} > 1$

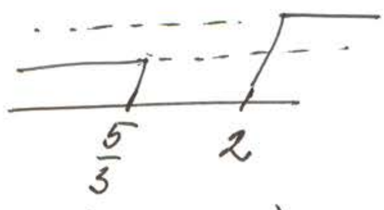
$\frac{-(2x-3)}{x-2} - 1 > 0$

$\frac{-2x+3-x+2}{x-2} > 0$ → $\frac{-3x+5}{x-2} > 0$

$\frac{+}{+}$ $\frac{-}{-}$

$-3x+5=0$

$x = \frac{5}{3}$



$K = \left(\frac{5}{3}, 2\right)$

PRÍKLAD:

$$\boxed{2^{x+2} - 2^{x+3} - 2^{x+4} > 5^{x+1} - 5^{x+2}}$$

– VLASTNOSTI FUNKCIÍ

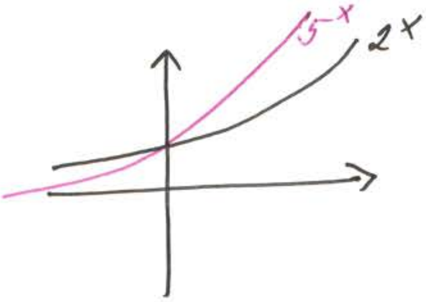
$$2^x(2^2 - 2^3 - 2^4) > 5^x(5^1 - 5^2)$$

$$2^x(4 - 8 - 16) > 5^x(5 - 25)$$

$$2^x(-20) > 5^x(-20) \quad /\cdot -20$$

! OTOČENIE ZNAMIENKA

$$2^x < 5^x$$



z grafov vidíme že $\forall x \in (0, \infty)$ platí $2^x < 5^x$

ak nechceme použiť vlastnosti funkcií tak môžeme aj dopočítať

$$2^x < 5^x \quad /:5^x$$

$$\frac{2^x}{5^x} < 1$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^x < 1 \qquad 1 = \left(\frac{2}{5}\right)^0$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^x < \left(\frac{2}{5}\right)^0 \qquad \frac{2}{5} \text{ – základ } < 1$$

$\Rightarrow$ otoč nerovnosť

$$\underline{\underline{x > 0}}$$

$\rightarrow$ rovnaký výsledok

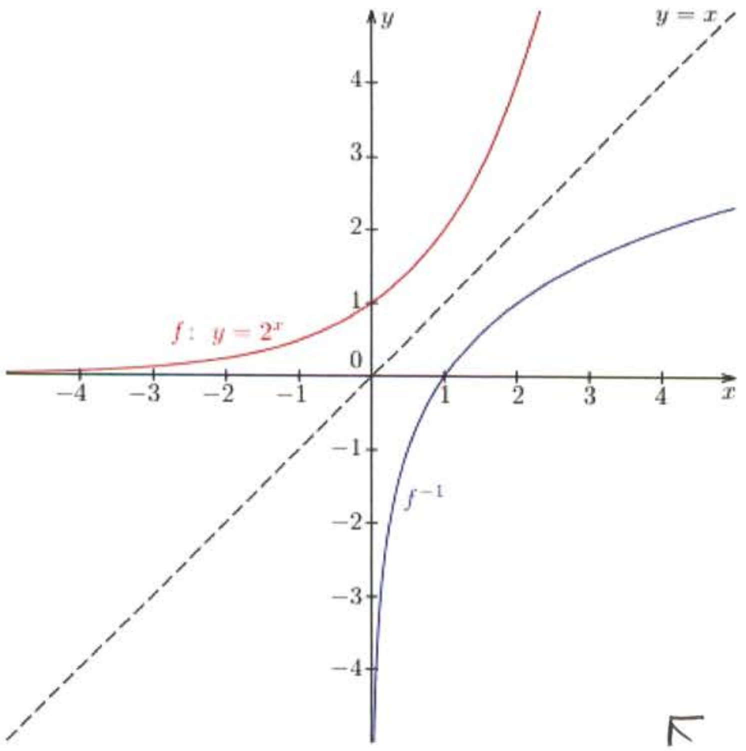
$$K = (0, \infty)$$

LOGARITMICKÉ FUNKCIE

Jednou z vlastností exponenciálnej funkcie je to, že je PROSTÁ. Jednou z vlastností prostých funkcií je to, že existujú ku nim inverzné funkcie. Zamyslime sa nad tým, ako bude vyzerať inverzná funkcia f^{-1} ku funkcii $f: y = 2^x$

NÁVOD: INVERZNÚ FUNKCIU ZÍSKAME SYMETRIOU PODĽA PRIAMKY $y = x$

PR: Zostrojte inverznú funkciu ku $f: y = 2^x$



Graf tejto funkcie je nový)

Funkcia sa nazýva LOGARITMICKÁ FUNKCIA

$$f^{-1}: y = \log_2 x$$

základ sa zachováva

$$f: y = 2^x \longleftrightarrow f^{-1}: y = \log_2 x$$

základ $0 < a$ - kladné číslo

→ to isté platí aj pre logaritmickú f.

Základné vlastnosti

f | f^{-1}
$y = 2^x$ | $y = \log_2 x$

$D(f) = R$ $\to$ $D_{f^{-1}} = (0, \infty)$

$H(f) = (0, \infty)$ $\to$ $H_{f^{-1}} = R$

Logaritmickou funkciou ~~so~~ základom a nazývame funkciu inverznú ku exponenciálnej funkcii

$f: y = a^x$

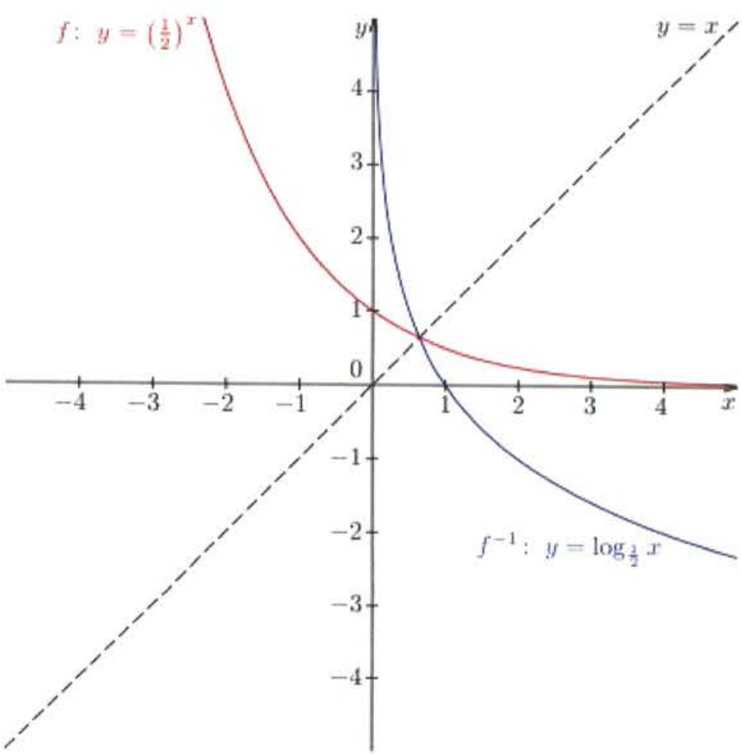
kde $a > 0$, $a \neq 1$

zapíšeme: $f^{-1}: y = \log_a x$

Definičný obor logaritm. f : $(0, \infty)$

obor hodnôt — " — : R

Grafom je logaritmická krivka.

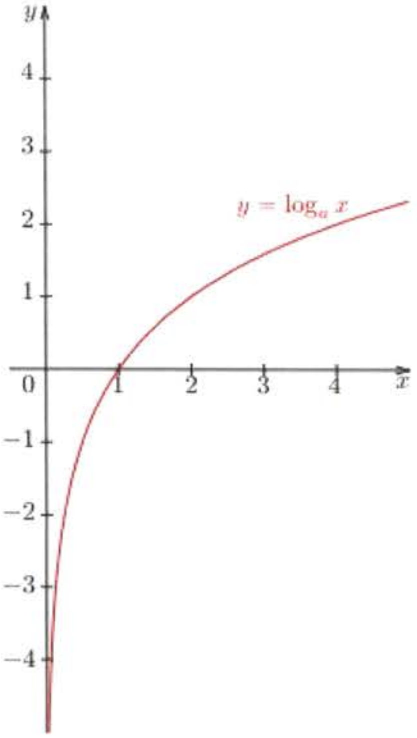


Pre prípad $0 < a < 1$ dostaneme tiež f^{-1} v tvare

SUMARIZÁCIA:

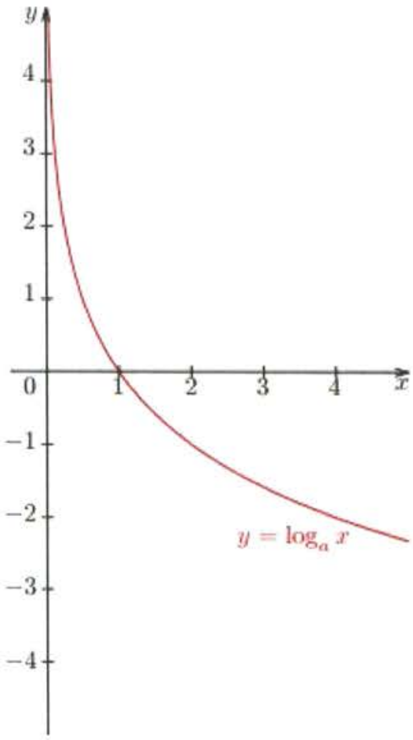
Vlastnosti logaritmickej funkcie $y = \log_a x$, $a > 0$, $a \neq 1$:

$a > 1$



1. grafom je logaritmická krivka;
2. definičný obor $\mathcal{D} = (0; \infty)$;
3. obor hodnôt $\mathcal{H} = \mathbb{R}$;
4. nie je párna ani nepárna;
5. je rastúca;
6. nemá extrémy;
7. nie je ohraničená;
8. je prostá;
9. $f(1) = 0$;
10. os y je asymptota grafu.

$0 < a < 1$



1. grafom je logaritmická krivka;
2. definičný obor $\mathcal{D} = (0; \infty)$;
3. obor hodnôt $\mathcal{H} = \mathbb{R}$;
4. nie je párna ani nepárna;
5. je klesajúca;
6. nemá extrémy;
7. nie je ohraničená;
8. je prostá;
9. $f(1) = 0$;
10. os y je asymptota grafu.

ŠPECIÁLNYM PRÍPADOM JE

PRIRODZENÁ LOGARITMICKÁ FUNKCIA

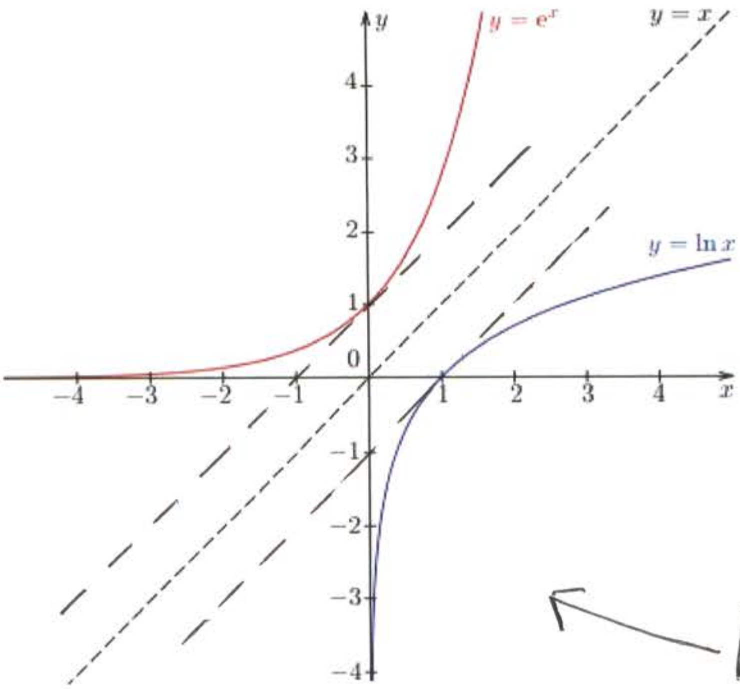
Táto funkcia bude len inverznou funkciou ku prirodzenej exponenciálnej funkcii

$$y = e^{x}$$

Používame aj samostatné označenie

$$y = \ln x$$

jej graf vyzerá nasledovne:



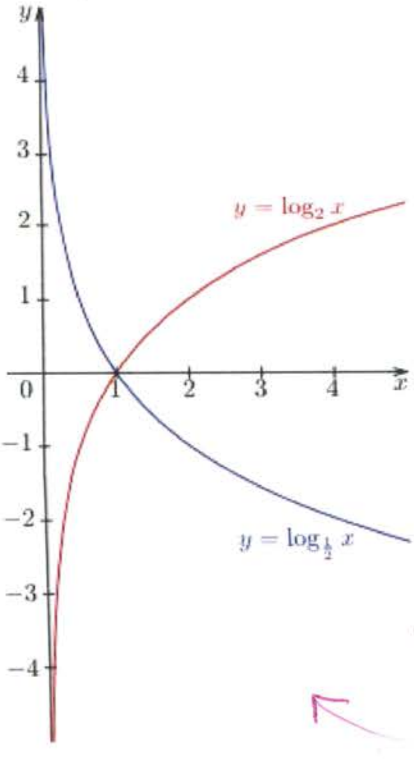
DOTYČNICE

VŠIMNITE SI (môže sa to hodiť)

$y = x + 1$ bola dotyčnica ku $y = e^{x}$ v bode $x = 0$ $[0, 1]$

PODOBNE

$y = x - 1$ je dotyčnica ku $y = \ln x$ v bode $[1, 0]$



SYMETRIA

VŠIMNITE SI TIEŽ

grafy funkcií $y = 2^{x}$ $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x}$ boli symetrické podľa $\vec{y}$

grafy $y = \log_2 x$ $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ sú symetrické podľa $\vec{x}$

PRÍKLAD: Definičný obor logaritmickej funkcie

$f: y = \log(x^2 - x - 6)$

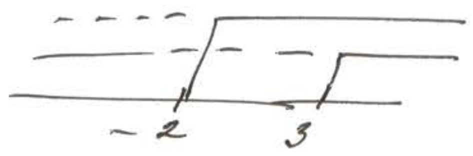
R: $\log x \; \dots \; D_f = (0, \infty)$

$\Rightarrow x^2 - x - 6 > 0$

$(x+2)(x-3) > 0$

$+ \cdot +$

$- \cdot -$



$\Rightarrow x \in (-\infty, -2) \cup (3, \infty)$

samotné nulové body $x = -2$, $x = 3$ tam nepatria

riešenie > nerovnica

$f: y = \dfrac{1}{\log(x-3)}$

R: musíme uvažovať 2 podmienky

① - podľa logaritmu

$\log(x-3)$ $\quad x - 3 > 0$

$x > 3$

② podľa menovateľa

men $\neq 0$ $\quad \log_{10}(x-3) \neq 0$

$\Rightarrow 10^0 \neq (x-3)$

$1 \neq (x-3)$

$x \neq 4$

$D_f = (3, 4) \cup (4, \infty)$

$f: y = \sqrt{\log_2 \frac{x}{3}}$

opäť máme niekoľko podmienok

① z logaritmu $\frac{x}{3} > 0$

② z odmocniny $\log_2 \frac{x}{3} \geq 0$

① $\frac{x}{3} > 0$

$x > 0$

② $\log_2 \frac{x}{3} \geq 0$

$\frac{x}{3} \geq 2^0 = 1$

$\frac{x}{3} \geq 1 \quad /\cdot 3$

$x \geq 3$

obe musia platiť súčasne

$D_f = \langle 3, \infty)$

ZÁKLADNÉ VLASTNOSTI LOGARITMOV A SPÔSOB AKO S NIMI POČÍTAŤ:

Pre $a > 0;\ a \neq 1$ - základ

$x, x_1, x_2 > 0$ reálne čísla

platí:

$\log_a a^x = x \qquad a^{\log_a x} = x$

$\log_a (x_1 \cdot x_2) = \log_a x_1 + \log_a x_2$

$\log_a \left(\frac{x_1}{x_2}\right) = \log_a x_1 - \log_a x_2$

$\log_a x^b = b \cdot \log_a x$

$\log_a x = \frac{\log_{10} x}{\log_{10} a} = \frac{\ln x}{\ln a} = \frac{\log_z x}{\log_z a}$

(platí pre ľubovoľný základ)

$z > 0;\ z \in R$
$z \neq 1;$

DOMÁCA ÚLOHA:

zopakujte ako sa počíta s číslami a logaritmami

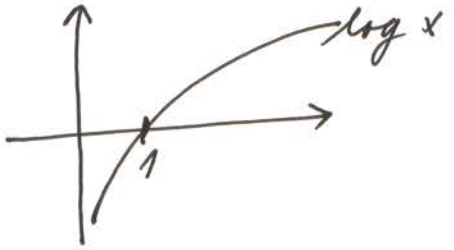
GRAFY LOGARITMICKÝCH FUNKCIÍ

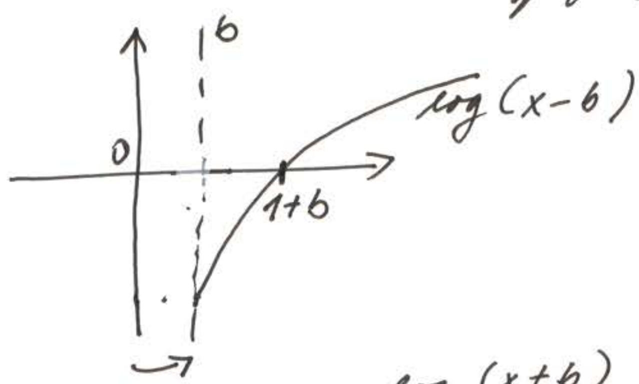
základné princípy kreslenia grafov zostávajú zachované

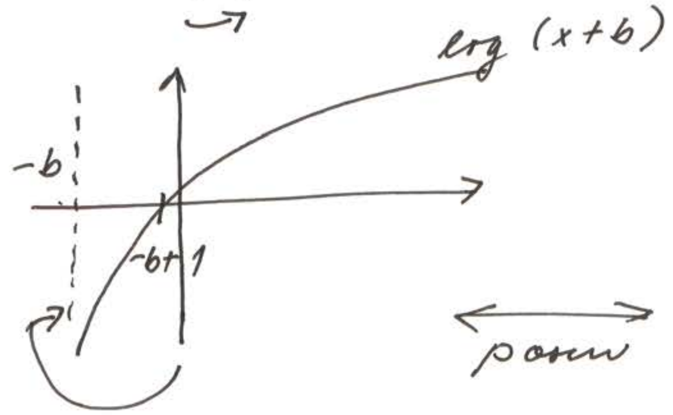
$y = \log x \longrightarrow y = \log(x+b)$

ak $b>0$ posunieme smerom vľavo

ak $b<0$ posunieme smerom vpravo po osi $\vec{x}$





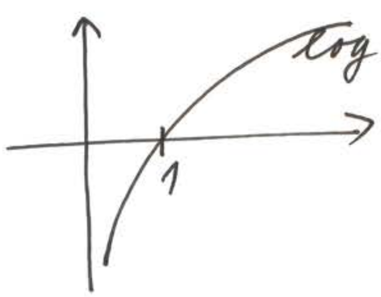


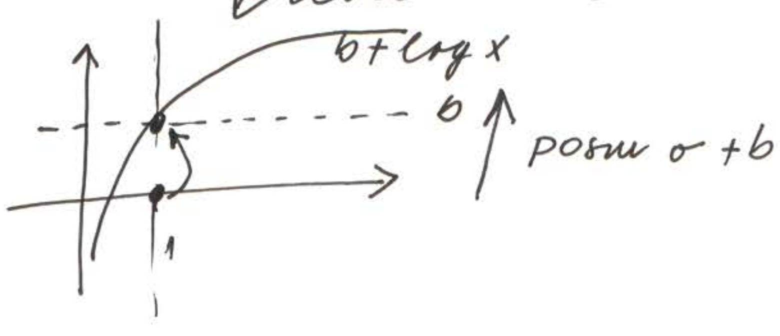
$y = \log x \qquad y = (\log x) + b$

$= b + \log x$

ak $b>0$ posunie v smere $\vec{y}$ ↑ hore o $+b$

ak $b<0$ posun v smere $\vec{y}$ ↓ dole o $-b$



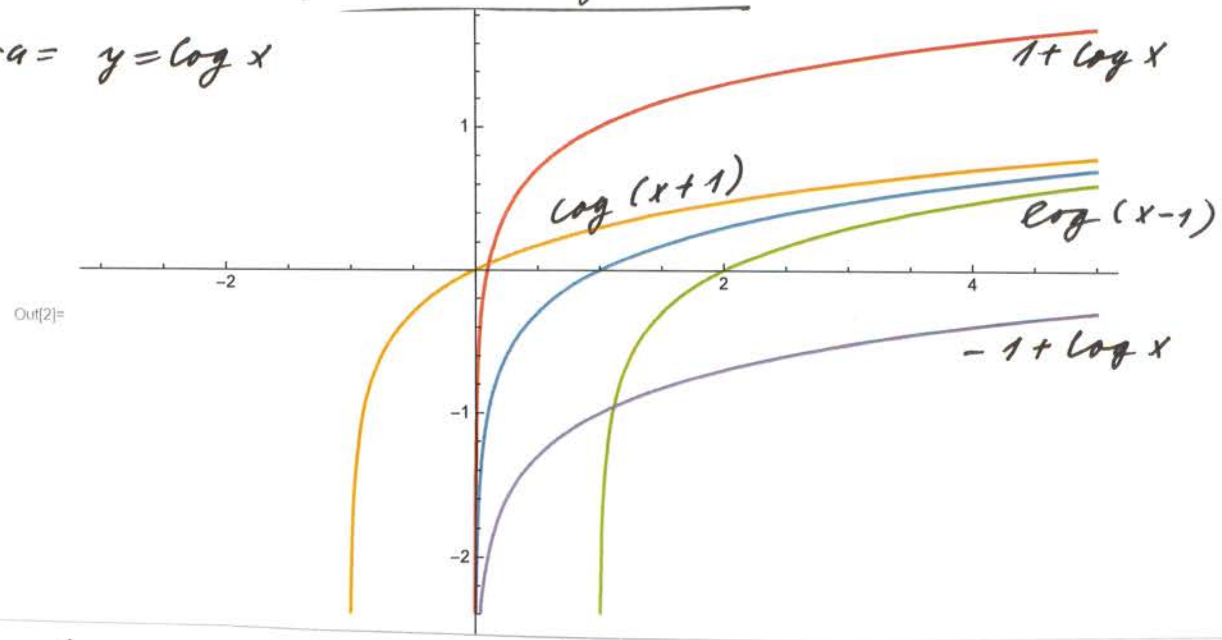


NAKRESLITE GRAFY FUNKCIÍ:

$y = \log x$ $\quad$ $\left.\begin{array}{l} y = \log(x+1) \\ y = \log(x-1) \end{array}\right\}$ posun $\leftrightarrow \vec{x}$

$\left.\begin{array}{l} y = 1 + \log x \\ y = -1 + \log x \end{array}\right\}$ posun $\updownarrow \vec{y}$

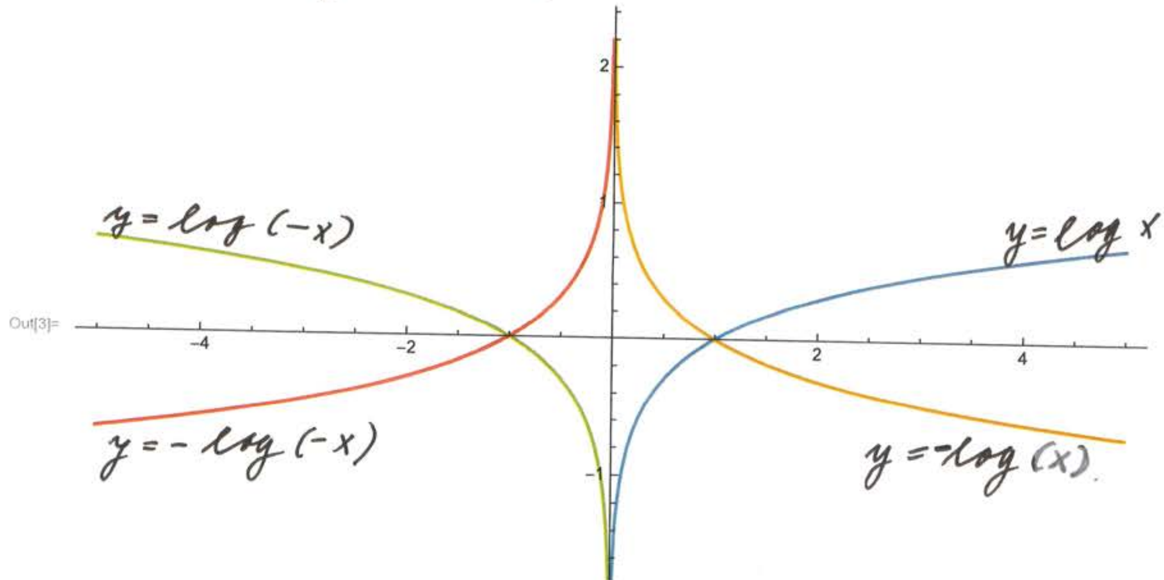
modrá = $y = \log x$



$y = \log x$ $\quad$ $y = \log(-x)$ – symetria podľa $\vec{y}$

$y = -\log(x)$ – preklopenie po: $\vec{x}$

$y = -\log(-x)$



Úloha pre študentov 4^+:

ako sa prejavia absolútne hodnoty v grafoch logaritmických funkcií?

$y = \log x$ $\qquad$ $y = |\log(x)|$

$y = \log |x|$

DOMÁCA ÚLOHA NA PRECVIČENIE

$y = \log_2(x+1)$

$y = \frac{1}{2}\log_2(x-2)$

$y = 2 - \log_{10}(x+1)$

! $y = \frac{1}{2}\log_{10}\left(\frac{x}{100}\right)$

$y = 1 + \ln x$

$y = 5 - \ln x$

$y = 5 + \ln(x-1)$

$y = 1 + \ln(x-5)$

$y = 1 - \ln(x-5)$

ĎALŠIE úlohy na precvičenie nájdete v cvičeniach venovaných príslušnej kapitole

ČO NUTNE MUSÍM VEDIEŤ:

1. Definičný obor
2. nakresliť graf funkcie
3. základné vlastnosti počítania s logaritmami